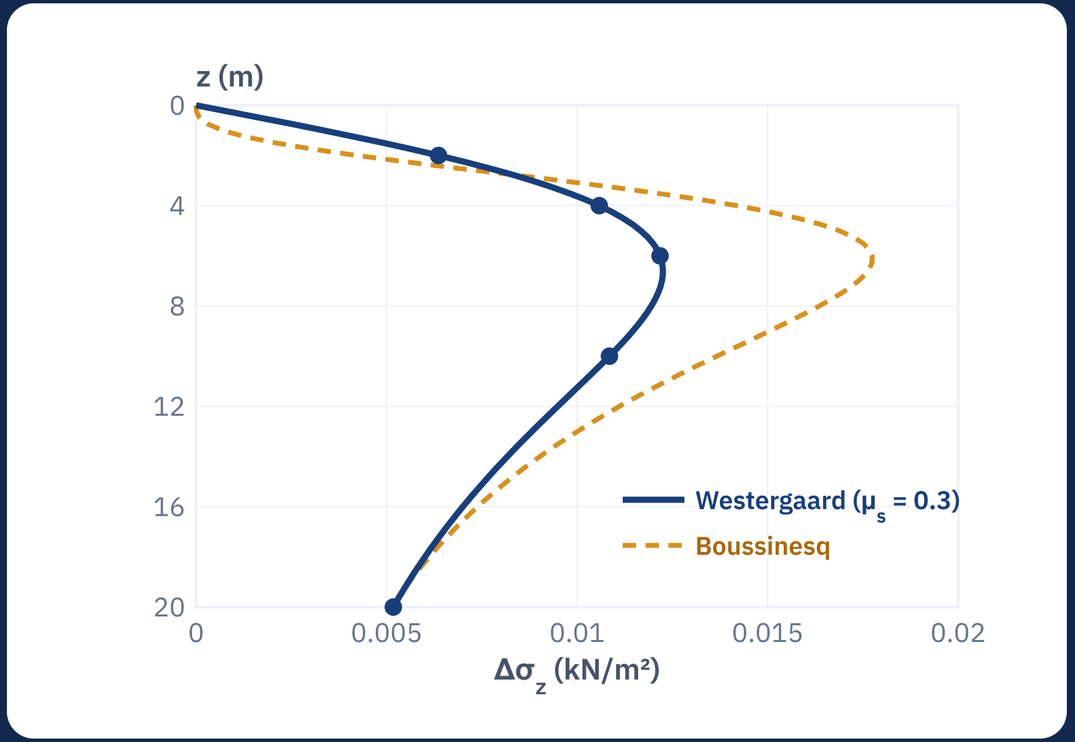
Presentazione della lezione di geotecnica · Tensioni nel mezzo terreno

Westergaard: tensione sotto un carico concentrato

Lezione: tensione sotto un carico concentrato in un terreno stratificato con deformazioni laterali impedite da piastre rigide; un punto è risolto manualmente dall'inizio alla fine.

- Mezzo di Westergaard
- η e I_5
- effetto di μ_s
- confronto con Boussinesq
- Sovrapposizione



Introduzione

Che cosa si impara in questa lezione?

- Il **mezzo di Westergaard**: idealizzazione di terreno elastico contenente sottili lastre orizzontali rigide che non consentono deformazioni laterali
- Incremento di tensione verticale sotto un carico concentrato: **η**, **valore di influenza I_5** e **$\Delta\sigma_z = (P/z^2)\, I_5$**
- Dove la tensione di Westergaard è minore e dove maggiore della tensione di **Boussinesq**; il ruolo del coefficiente di Poisson **μ_s**
- Variazione con la profondità e con la distanza orizzontale, profondità della tensione massima
- La sovrapposizione di **più carichi concentrati**

SVOLGIMENTO DELLA LEZIONE

Ogni argomento è trattato in **tre passaggi**:

1 · **Teoria**: formula e relativa motivazione

2 · **Traccia**: dati e richiesto

3 · **Soluzione**: passo per passo, con i numeri

Esempio: P = 5 kN, il punto A si trova a r = 5 m dal carico e a z = 4 m di profondità; nel terreno tra le piastre $\mu_s = 0.3$.

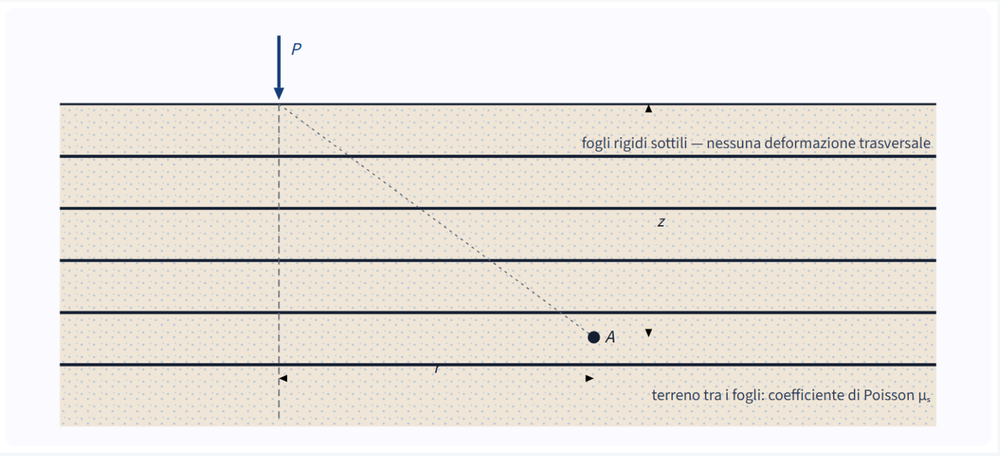
Terreno con piastra orizzontale rigida

TEORIA

Le soluzioni basate su Boussinesq si fondano sull'integrazione della soluzione del carico concentrato per un semispazio **omogeneo e isotropo**. Molti terreni, tuttavia, sono **stratificati**

Esempio: un'argilla contenente sottili lenti di sabbia fine e con deformazione orizzontale impedita da strati più rigidi

Westergaard (1938) idealizzò questo terreno come segue: un mezzo elastico contenente un gran numero di **lamelle orizzontali sottili e rigide** che impediscono la deformazione laterale



Incremento di tensione verticale e η

TEORIA

L'incremento di tensione verticale prodotto dal carico concentrato **P** in superficie nel punto A, posto a distanza orizzontale **r** e profondità **z**; μ_s è il coefficiente di Poisson del terreno tra le piastre rigide, r = √(x² + y²)

La soluzione si riscrive con un **valore di influenza**, come in Boussinesq I_1

$$\Delta\sigma_z = \frac{P\,\eta}{2\pi z^2}\left[\frac{1}{\eta^2 + (r/z)^2}\right]^{3/2}$$

$$\eta = \sqrt{\frac{1-2\mu_s}{2-2\mu_s}}$$

$\Delta\sigma_z = (P/z^2)\, I_5$

TEORIA

La soluzione di Westergaard si scrive nella forma **$\Delta\sigma_z = (P/z^2)\, I_5$**, come in Boussinesq; I_5 dipende solo da **$r/(\eta z)$** e da **η**

Per confronto, la soluzione di Boussinesq: $\Delta\sigma_z = (P/z^2)\, I_1$, dove I_1 dipende solo da r/z (la tensione verticale è indipendente dal coefficiente di Poisson)

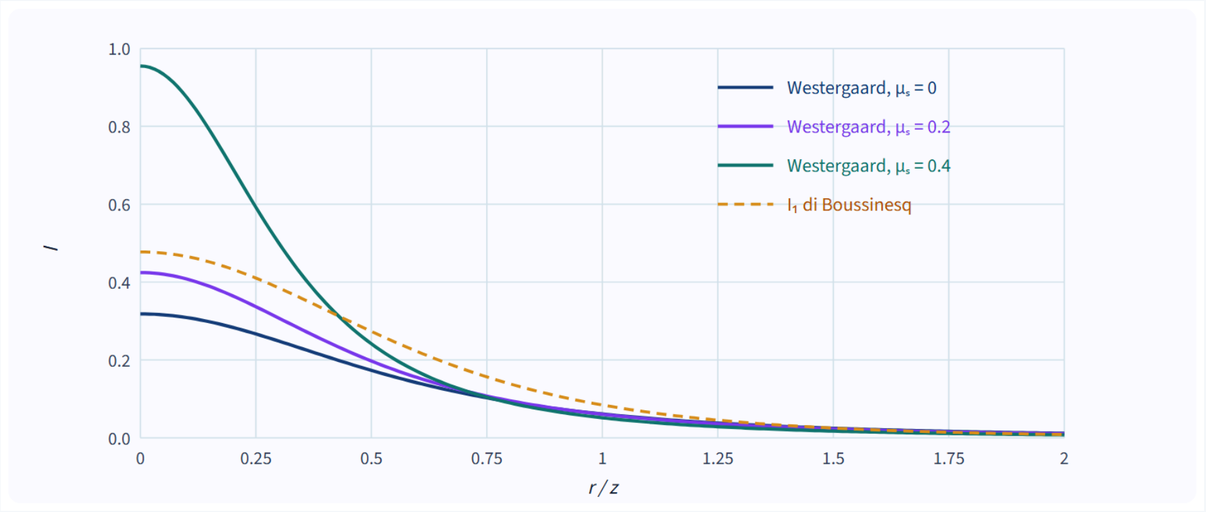
$$\Delta\sigma_z = \left(\frac{P}{z^2}\right) I_5 \qquad I_5 = \frac{1}{2\pi\eta^2}\left[\left(\frac{r}{\eta z}\right)^2 + 1\right]^{-3/2}$$

$$\text{Boussinesq:} \quad I_1 = \frac{3}{2\pi}\left[\left(\frac{r}{z}\right)^2 + 1\right]^{-5/2}$$

Variazione del valore di influenza con r/z

TEORIA

r/z	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.8	1	1.5	2	3	5
$\mu_s = 0$	0.3183	0.3090	0.2836	0.2483	0.2099	0.1733	0.1411	0.0925	0.0613	0.0247	0.0118	0.0038	0.0009
$\mu_s = 0.2$	0.4244	0.4080	0.3646	0.3074	0.2491	0.1972	0.1547	0.0953	0.0604	0.0229	0.0107	0.0034	0.0008
$\mu_s = 0.4$	0.9549	0.8750	0.6916	0.4997	0.3480	0.2416	0.1700	0.0897	0.0516	0.0173	0.0076	0.0023	0.0005
Boussinesq I_1	0.4775	0.4657	0.4329	0.3849	0.3295	0.2733	0.2214	0.1386	0.0844	0.0251	0.0085	0.0015	0.0001



Westergaard e Boussinesq sotto il carico

TEORIA

Direttamente sotto il carico (r = 0), la tensione di Westergaard è **inferiore** a quella di Boussinesq per **$\mu_s = 0$**: $I_5 = 1/\pi = 0.3183$; per Boussinesq $I_1 = 3/2\pi = 0.4775$. Le piastre rigide ripartiscono il carico lateralmente

Al di sotto del carico la tensione **cresce all'aumentare di μ_s**; per **$\mu_s = 0.5$** si ha $\eta = 0$ e la soluzione **perde validità**. Il modulo accetta μ_s tra 0 e 0.49

μ_s	0.00	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.45	0.49
η	0.7071	0.6667	0.6124	0.5774	0.5345	0.4082	0.3015	0.1400
η^2	0.5000	0.4444	0.3750	0.3333	0.2857	0.1667	0.0909	0.0196
I_5 (r = 0) = $1/(2\pi\eta^2)$	0.3183	0.3581	0.4244	0.4775	0.5570	0.9549	1.7507	8.1169

Sovrapposizione

TEORIA

Poiché il mezzo di Westergaard è **elastico**, la tensione di ciascun carico si determina con la **propria distanza r** dal punto A e le tensioni si **sommano**

I carichi sono disposti nelle rispettive posizioni sul terreno; si possono inserire fino a otto carichi e nessuno di essi può trovarsi nella stessa posizione

Anche il valore di confronto di Boussinesq si somma allo stesso modo

$$\Delta\sigma_z = \sum_k \frac{P_k}{z^2}\, I_{5,k} \qquad r_k = \sqrt{(x - x_k)^2 + (y - y_k)^2} \qquad I_{5,k} = I_5\left(\frac{r_k}{\eta z}\right)$$

Traccia

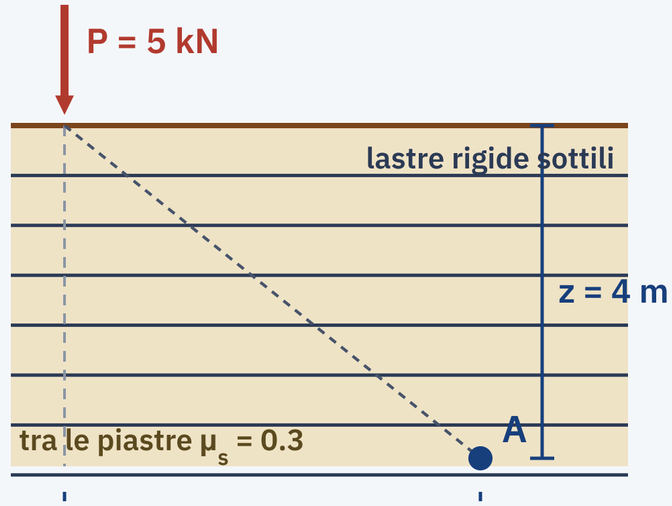
ESEMPIO

RICHIESTO

η, **r/(ηz)**, valore di influenza **I_5**, **$\Delta\sigma_z$** e confronto con la tensione di Boussinesq.

Dati

Carico	**in superficie** $P = 5$ **kN,** $(x_L;\, y_L) = (0;\, 0)$
Punto A	$x = 3$ **m,** $y = 4$ **m,** $z = 4$ **m**
Terreno	**tra le piastre** $\mu_s = 0.3$



Soluzione (1/3)

SOLUZIONE

1 Costante di Westergaard η

$$\eta = \sqrt{\frac{1-2\mu_s}{2-2\mu_s}} = \sqrt{\frac{1-0.6}{2-0.6}} = \sqrt{0.2857} = \mathbf{0.5345}$$

2 Distanza orizzontale e r/(ηz)

$$r = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{3^2+4^2} = \mathbf{5.00\ m}$$

$$\frac{r}{\eta z} = \frac{5}{0.5345\,(4)} = \mathbf{2.3385}$$

η = **0.5345** (η² = 0.2857). Il punto A dista **r = 5 m** dal carico; in Boussinesq questa distanza entrerebbe come r/z = 1.25, in Westergaard entra come r/(ηz) = **2.3385**.

Soluzione (2/3)

SOLUZIONE

3 Valore di influenza I_5

$$I_5 = \frac{1}{2\pi\eta^2}\left[\left(\frac{r}{\eta z}\right)^2 + 1\right]^{-3/2} = \frac{1}{2\pi\,(0.2857)}\left[2.3385^2 + 1\right]^{-3/2}$$

$$= 0.5570 \times [6.4687]^{-3/2} = 0.5570 \times 0.06078 = \mathbf{0.03386}$$

4 Incremento di tensione verticale

$$\Delta\sigma_z = \frac{P}{z^2}\,I_5 = \frac{5}{4^2}\,(0.03386) = 0.3125 \times 0.03386 = \mathbf{0.01058}\ \mathrm{kN/m^2}$$

Il carico concentrato di 5 kN in superficie produce nel punto A, in un mezzo di Westergaard, un incremento **$\Delta\sigma_z$ = 0.01058 kN/m²** (I_5 = 0.03386).

Soluzione (3/3)

SOLUZIONE

5 Verifica con la prima forma dell'equazione

$$\Delta\sigma_z = \frac{P\eta}{2\pi z^2}\left[\frac{1}{\eta^2+(r/z)^2}\right]^{3/2} = \frac{5\,(0.5345)}{2\pi\,(16)}\left[\frac{1}{0.2857+1.5625}\right]^{3/2} = \mathbf{0.01058}$$

6 Boussinesq (confronto)

$$I_1 = \frac{3}{2\pi}\left[\left(\frac{r}{z}\right)^2+1\right]^{-5/2} = \frac{3}{2\pi}\left[2.5625\right]^{-5/2} = \mathbf{0.04542}$$

$$\Delta\sigma_{z,B} = \frac{5}{4^2}\,(0.04542) = \mathbf{0.01419}\ \mathrm{kN/m^2} \qquad \frac{\Delta\sigma_z}{\Delta\sigma_{z,B}} = 0.745$$

Le due formulazioni danno lo stesso risultato. In questo punto la tensione di Westergaard è pari a circa il **74.5%** di quella di Boussinesq: poiché le piastre rigide diffondono il carico lateralmente, a media profondità la tensione è minore.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

ESEMPIO

Dati

Carico e punto	$P = 5$ **kN; punto A a** $r = 5$ **m dal carico;** $\mu_s = 0.3$
Profondità	$z = 2,\ 4,\ 6 \ldots 20$ **m (tabella del profilo del modulo)**

RICHIESTO

A ogni profondità: **r/(ηz)**, $\mathbf{I_5}$, le tensioni di Westergaard e di Boussinesq; la **profondità della tensione massima**.

Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

z (m)	r/(ηz)	I_5	$\Delta\sigma_z$ Westergaard	$\Delta\sigma_z$ Boussinesq	Rapporto W/B
2	4.677	0.0051	**0.00636**	0.00422	1.509
4	2.339	0.0339	**0.01058**	0.01419	0.745
6	1.559	0.0877	**0.01218**	0.01774	0.686
8	1.169	0.1529	**0.01195**	0.01636	0.731
10	0.935	0.2170	**0.01085**	0.01367	0.794
12	0.780	0.2733	**0.00949**	0.01111	0.854
14	0.668	0.3202	**0.00817**	0.00902	0.905
16	0.585	0.3584	**0.00700**	0.00739	0.948
18	0.520	0.3892	**0.00601**	0.00612	0.982
20	0.468	0.4140	**0.00518**	0.00513	1.009

A **z = 2 m** la tensione di Westergaard è maggiore (0.00636 e 0.00422); **alle profondità intermedie è minore** (z = 6 m: 0.01218 e 0.01774); a **z = 20 m** le due soluzioni si avvicinano (0.00518 e 0.00513).

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

1 a mano per z = 10 m

$$\frac{r}{\eta z} = \frac{5}{0.5345\,(10)} = 0.9354$$

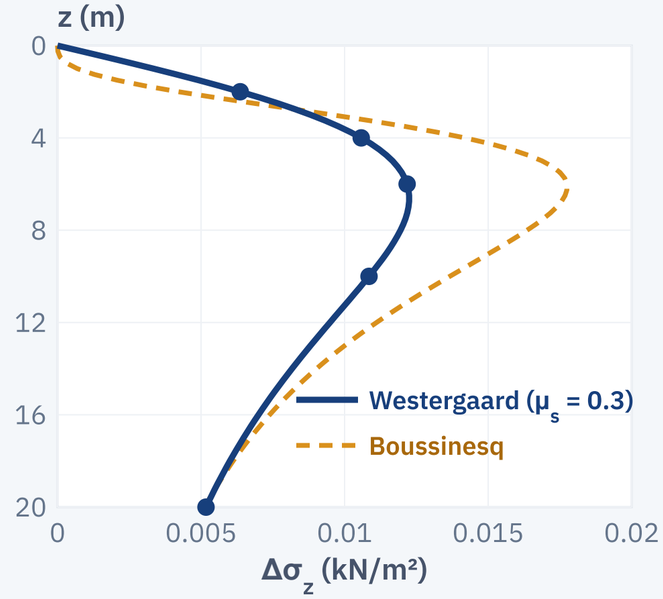
$$I_5 = 0.5570\,[1.8750]^{-3/2} = 0.2170$$

$$\Delta\sigma_z = \frac{5}{10^2}\,(0.2170) = \mathbf{0.01085}\ \mathrm{kN/m^2}$$

2 Profondità della tensione massima ($d\Delta\sigma_z/dz = 0$)

$$\Delta\sigma_z = \frac{P\eta}{2\pi}\,z\,(r^2 + \eta^2 z^2)^{-3/2}$$

$$z^* = \frac{r}{\sqrt{2}\,\eta} = \frac{5}{1.4142\,(0.5345)} = \mathbf{6.61}\ \mathrm{m}$$



Tensione massima: Westergaard a **z = 6.61 m** (0.01225), Boussinesq (z* = r√1.5) a **z = 6.12 m** (0.01775 kN/m²).

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

ESEMPIO

Dati

Carico e punto	$P = 5$ **kN,** $r = 5$ **m,** $z = 4$ **m (punto dell'Esempio 1)**
Variabile	$\mu_s = 0;\ 0.1;\ 0.2;\ 0.3;\ 0.4;\ 0.45;\ 0.49$

RICHIESTO

Per ciascun μ_s: **η**, **r/(ηz)**, $\mathbf{I_5}$, $\mathbf{\Delta\sigma_z}$ e rapporto rispetto a Boussinesq.

Soluzione (1/3)

SOLUZIONE

μ_s	η	$r/(\eta z)$	I_5	$\Delta\sigma_z$ (kN/m²)	$\Delta\sigma_z$ / Boussinesq
0.00	0.7071	1.768	0.03799	**0.01187**	0.836
0.10	0.6667	1.875	0.03732	**0.01166**	0.822
0.20	0.6124	2.041	0.03614	**0.01129**	0.796
0.30	0.5345	2.339	0.03386	**0.01058**	0.745
0.40	0.4082	3.062	0.02858	**0.00893**	0.629
0.45	0.3015	4.146	0.02257	**0.00705**	0.497
0.49	0.1400	8.927	0.01120	**0.00350**	0.247

In questo punto (r/z = 1.25), **al crescere di μ_s la tensione di Westergaard diminuisce**: 0.01187 per μ_s = 0 e 0.00350 kN/m² per μ_s = 0.49. Sull'asse del carico si verifica l'opposto (Esempio 4): il verso dell'effetto dipende dalla posizione del punto.

Soluzione (2/3)

SOLUZIONE

1 $\mu_s = 0$

$$\eta^2 = \frac{1}{2} = 0.5000\,, \quad \eta = 0.7071\,, \quad \frac{r}{\eta z} = \frac{5}{0.7071(4)} = 1.7678$$

$$I_5 = \frac{1}{\pi}\left[4.1250\right]^{-3/2} = 0.3183 \times 0.11936 = 0.03799$$

$$\Delta\sigma_z = \frac{5}{16}\,(0.03799) = \mathbf{0.01187}$$

Quando il coefficiente di Poisson è nullo si ha η = 1/√2 = 0.7071; in questo punto si ottiene **$\Delta\sigma_z$ = 0.01187 kN/m²** (83.6% di Boussinesq).

Soluzione (3/3)

SOLUZIONE

2 $\mu_s = 0.4$

$$\eta^2 = \frac{1 - 0.8}{2 - 0.8} = 0.1667\,, \quad \eta = 0.4082\,, \quad \frac{r}{\eta z} = \frac{5}{0.4082(4)} = 3.0619$$

$$I_5 = 0.9549\,[10.3750]^{-3/2} = 0.9549 \times 0.02992 = 0.02858$$

$$\Delta\sigma_z = \frac{5}{16}\,(0.02858) = \mathbf{0.00893}$$

All'aumentare del coefficiente di Poisson del terreno tra le piastre η diminuisce; r/(ηz) cresce e in questo punto I_5 diminuisce: **0.01187 → 0.00893 kN/m²** (μ_s = 0 → 0.4).

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

ESEMPIO

Dati

Carico	$P = 5$ **kN,** $\mu_s = 0.3$
Profondità	$z = 4$ **m; distanza orizzontale** $r = 0,\ 1,\ 2 \ldots 10$ **m**
Traccia	**come si confrontano le tensioni di Westergaard e Boussinesq sull'asse del carico; per quale valore di** μ_s **le due soluzioni risultano uguali?**

RICHIESTO

$\Delta\sigma_z$ sotto il carico (r = 0), lo stesso valore per μ_s = 0 e la **tabella del profilo orizzontale**.

Soluzione (1/3)

SOLUZIONE

1 r = 0 per $\mu_s = 0.3$

$$I_5(0) = \frac{1}{2\pi\eta^2} = \frac{1}{2\pi\,(0.2857)} = 0.5570 \qquad \Delta\sigma_z = \frac{5}{16}\,(0.5570) = \mathbf{0.1741}$$

$$\text{Boussinesq: } I_1(0) = \frac{3}{2\pi} = 0.4775 \;\Rightarrow\; \Delta\sigma_{z,B} = \frac{5}{16}\,(0.4775) = \mathbf{0.1492}$$

2 Per $\mu_s = 0$, r = 0

$$I_5(0) = \frac{1}{\pi} = 0.3183 \;\Rightarrow\; \Delta\sigma_z = \frac{5}{16}\,(0.3183) = \mathbf{0.0995} \qquad \frac{\Delta\sigma_z}{\Delta\sigma_{z,B}} = \frac{1/\pi}{3/2\pi} = \frac{2}{3}$$

μ_s = 0: Westergaard è **2/3** di Boussinesq (0.0995 e 0.1492); **μ_s = 0.3**: è maggiore (0.1741); le due soluzioni coincidono per **μ_s = 0.25**.

Soluzione (2/3)

SOLUZIONE

3 μ_s per cui le due soluzioni sono uguali sull'asse

$$\frac{1}{2\pi\eta^2} = \frac{3}{2\pi} \Rightarrow \eta^2 = \frac{1}{3} = \frac{1-2\mu_s}{2-2\mu_s} \Rightarrow \mu_s = \mathbf{0.25}$$

4 Rapporto sull'asse: Westergaard / Boussinesq = $(1/2\pi\eta^2) / (3/2\pi) = 1/(3\eta^2)$

μ_s	0.00	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.45	0.49
η^2	0.5000	0.4444	0.3750	0.3333	0.2857	0.1667	0.0909	0.0196
$\Delta\sigma_z$ Westergaard / Boussinesq	0.667	0.750	0.889	1.000	1.167	2.000	3.667	17.000

Sull'asse del carico il rapporto cresce rapidamente con μ_s: 2/3 per $\mu_s = 0$, 1 per $\mu_s = 0.25$, 3.67 per $\mu_s = 0.45$; avvicinandosi a $\mu_s = 0.5$, $\eta \to 0$ e il rapporto cresce illimitatamente.

Soluzione (3/3)

SOLUZIONE

r (m)	r/z	r/(ηz)	I_5	$\Delta\sigma_z$ Westergaard	$\Delta\sigma_z$ Boussinesq	Rapporto W/B
0	0.00	0.000	0.5570	**0.17408**	0.14921	1.167
1	0.25	0.468	0.4140	**0.12938**	0.12822	1.009
2	0.50	0.935	0.2170	**0.06780**	0.08541	0.794
3	0.75	1.403	0.1089	**0.03403**	0.04889	0.696
4	1.00	1.871	0.0584	**0.01824**	0.02638	0.691
5	1.25	2.339	0.0339	**0.01058**	0.01419	0.745
6	1.50	2.806	0.0211	**0.00658**	0.00784	0.840
8	2.00	3.742	0.0096	**0.00300**	0.00267	1.123
10	2.50	4.677	0.0051	**0.00159**	0.00105	1.509

La tensione di Westergaard è superiore a quella di Boussinesq sull'asse; dopo **r/z ≈ 0.26** scende al di sotto di Boussinesq (r = 2 m: 0.06780 e 0.08541) e dopo **r/z ≈ 1.81** (r ≈ 7.2 m) torna a superarla (r = 10 m: 0.00159 e 0.00105): in lontananza la tensione di Westergaard diminuisce più lentamente.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

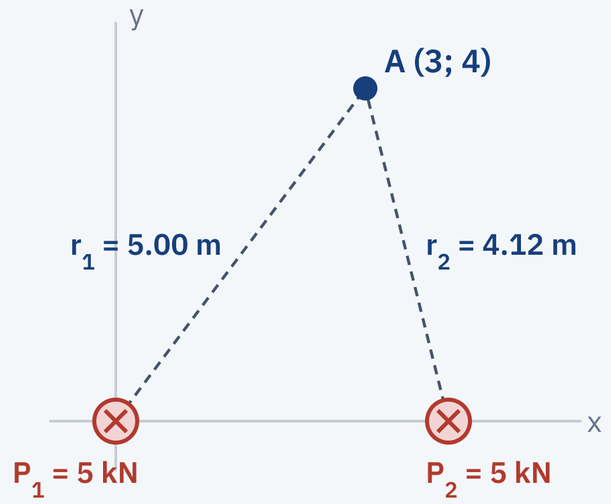
ESEMPIO

RICHIESTO

I valori **r**, $\mathbf{I_5}$, $\mathbf{\Delta\sigma_z}$ di ciascun carico; la tensione totale e la somma di Boussinesq.

Dati

Carichi	$P_1 = 5$ **kN,** $(0;\ 0)$ **e** $P_2 = 5$ **kN,** $(4;\ 0)$
Punto A	$x = 3$ **m,** $y = 4$ **m,** $z = 4$ **m**
Terreno	$\mu_s = 0.3$



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 P_1 (0; 0)

$$r_1 = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.000 \text{ m}$$

$$\frac{r_1}{\eta z} = \frac{5.000}{0.5345(4)} = 2.3385\,, \quad I_5 = 0.03386$$

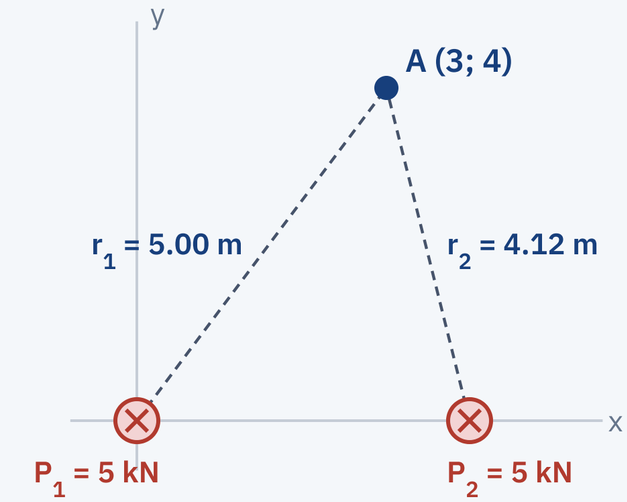
$$\Delta\sigma_{z(1)} = \frac{5}{16}\,(0.03386) = \mathbf{0.01058}\ \text{kN/m}^2$$

2 P_2 (4; 0)

$$r_2 = \sqrt{(3-4)^2 + 4^2} = 4.123 \text{ m}$$

$$\frac{r_2}{\eta z} = \frac{4.123}{0.5345(4)} = 1.9284\,, \quad I_5 = 0.05434$$

$$\Delta\sigma_{z(2)} = \frac{5}{16}\,(0.05434) = \mathbf{0.01698}\ \text{kN/m}^2$$



Il carico 2 è più vicino: **0.01698**; il carico 1: **0.01058 kN/m²**.

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

1 Le tensioni si sommano

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(1)} + \Delta\sigma_{z(2)} = 0.01058 + 0.01698 = \mathbf{0.02756}\ \mathrm{kN/m^2}$$

$$\Delta\sigma_{z,B} = 0.01419 + 0.02442 = 0.03862\ \mathrm{kN/m^2}$$

2 Profilo di profondità sotto lo stesso punto (somma dei due carichi)

z (m)	2	4	6	8	10	12	16	20
$\Delta\sigma_z$ Westergaard	0.0174	0.0276	0.0301	0.0282	0.0247	0.0210	0.0150	0.0108
$\Delta\sigma_z$ Boussinesq	0.0137	0.0386	0.0430	0.0371	0.0298	0.0237	0.0153	0.0105

Nel punto A (z = 4 m) i due carichi insieme producono **$\Delta\sigma_z$ = 0.02756 kN/m²**; la somma di Boussinesq vale 0.03862 kN/m². Il totale è la somma dei valori trovati per ciascun carico singolarmente; il valore di un singolo carico (Esempio 1) è una parte di tale totale.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Sintesi

Punti chiave

Mezzo di Westergaard: sottili lastre rigide orizzontali impediscono la deformazione laterale; $\boldsymbol{\Delta\sigma_z = (P/z^2)\, I_5}$, $I_5 = [1/(2\pi\eta^2)]\,[(r/\eta z)^2 + 1]^{-3/2}$, $\eta = \sqrt{[(1 - 2\mu_s)/(2 - 2\mu_s)]}$

Esempio ($P = 5$ kN, $r = 5$ m, $z = 4$ m, $\mu_s = 0.3$): η 0.5345; $r/(\eta z)$ 2.339; I_5 0.03386 → **$\Delta\sigma_z = 0.01058$ kN/m²**; Boussinesq 0.01419

Sull'asse del carico $I_5 = 1/(2\pi\eta^2)$: per $\mu_s = 0$, $1/\pi = 0.3183$ (Boussinesq $3/2\pi = 0.4775$); la tensione aumenta con μ_s e per $\mu_s = 0.5$ la soluzione perde validità

Profondità: a profondità intermedie la tensione di Westergaard è minore, a grande profondità le due soluzioni si avvicinano; la tensione massima si ha per $z = r/(\sqrt{2}\,\eta) = 6.61$ m (Boussinesq: $r\sqrt{1.5} = 6.12$ m)

Sovrapposizione: ogni carico è considerato con la propria distanza r e le tensioni si sommano (nell'esempio due carichi: 0.02756 kN/m²)

Bibliografia

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Westergaard, H.M. (1938). A problem of elasticity suggested by a problem in soil mechanics: soft material reinforced by numerous strong horizontal sheets. In Contributions to the Mechanics of Solids, Stephen Timoshenko 60th Anniversary Volume. Macmillan, New York, 268–277.

NOTA

Tutti gli esempi numerici sono stati prodotti con il motore di calcolo del modulo stesso; il modulo restituisce gli stessi valori. L'esempio iniziale del modulo è P = 5 kN, r = 5 m, μ_s = 0.3 e z = 4 m.

GeoTerva

Calcoli geotecnici online

Dalla teoria alla pratica

Inserire in GeoTerva i propri carichi concentrati, il punto A e il valore di μ_s; il modulo fornisce insieme η, il valore di influenza I_5, il contributo di ciascun carico, il confronto con Boussinesq, il profilo con la profondità, la soluzione passo per passo e la relazione.

Aprire il modulo → **Pagina di teoria →**

Aprire dallo smartphone
I moduli di prova non richiedono registrazione.

Se si desidera utilizzarli nelle proprie lezioni: info@geoterva.com