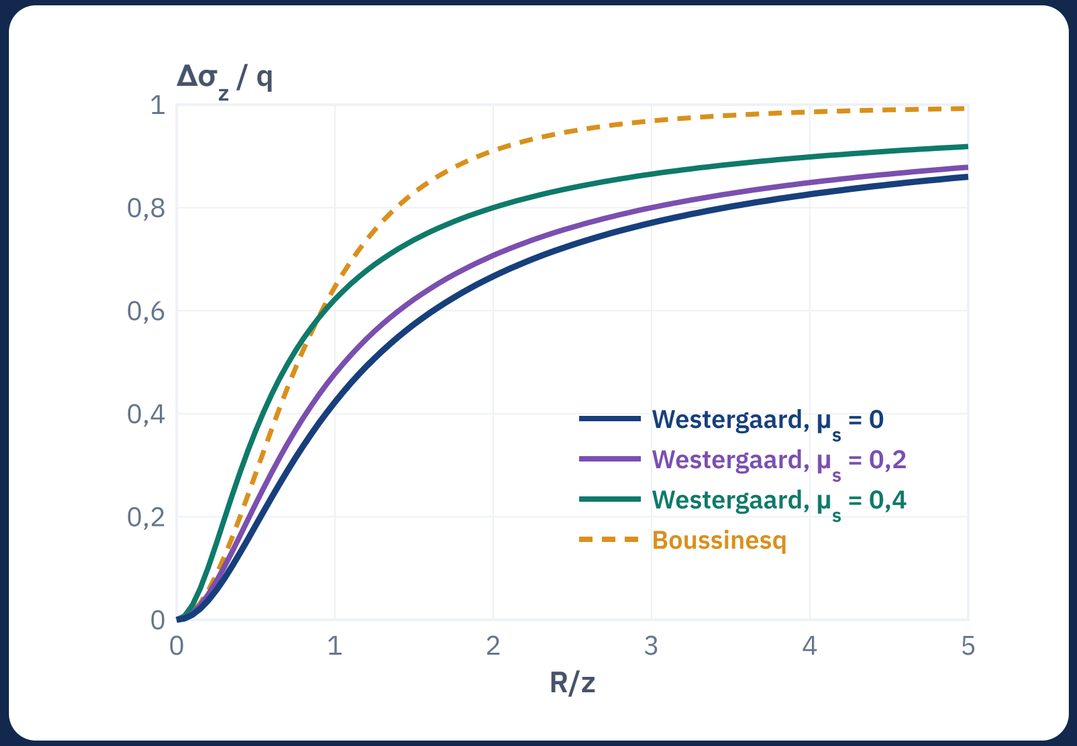
Geoteknik ders sunumu · Zemin kütlesinde gerilmeler

Westergaard: alan yükü altındaki gerilme

Ders anlatımı: Westergaard ortamında düzgün yayılı yüklü daire ve dikdörtgen altındaki gerilme; daire merkezi ve dikdörtgen köşesi elle çözülür.

- Westergaard ortamı
- Daire merkezi
- Dikdörtgen köşesi
- Köşe dikdörtgenleri
- Süperpozisyon



Giriş

Bu derste neler öğreneceğiz?

- Westergaard tekil yük çözümünün **yüklü bir alan üzerinde integre edilmesini**: iki kapalı sonuç
- **Dairenin merkezi** altında: $\Delta\sigma_z = q\,\{1 - \eta/[\eta^2 + (R/z)^2]^{1/2}\}$
- **Dikdörtgenin köşesi** altında: $\Delta\sigma_z = q\,I_W$; diğer noktalar için işaretli **dört köşe dikdörtgeni**
- Westergaard ve **Boussinesq** gerilmelerinin karşılaştırılması; Poisson oranı **μ_s**'nin etkisi
- Birden çok alanın **süperpozisyonu**; derinlikle değişim

DERS AKIŞI

Her konu **üç adımda** işlenir:

1 · **Kuram**: formül ve gerekçesi

2 · **Soru**: verilenler ve istenen

3 · **Çözüm**: adım adım, sayılarla

Örnek: esnek daire, R = 4 m, q = 300 kN/m²; merkezin altında z = 4 m; levhalar arasındaki zeminde $\mu_s = 0$.

Westergaard ortamında yüklü alanlar

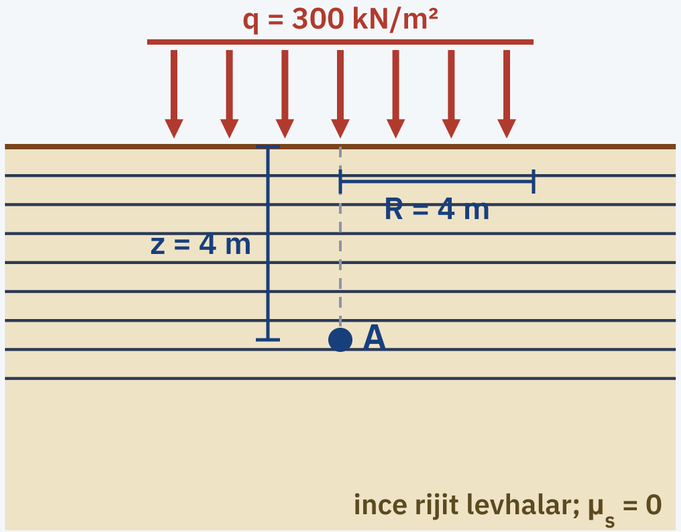
KURAM

Westergaard tekil yük çözümü, Boussinesq çözümünün daire ve dikdörtgen için yapıldığı gibi, yüklü bir **alan üzerinde integre** edilebilir

Esnek ve düzgün yayılı yüklü bir alan için **iki kapalı sonuç** elde edilir: **dairenin merkezi** altındaki ve **dikdörtgenin köşesi** altındaki gerilme

μ_s, rijit tabakalar arasındaki zeminin Poisson oranıdır; $\mu_s = 0$ için $\eta = 1/\sqrt{2}$

$$\eta = \sqrt{\frac{1 - 2\mu_s}{2 - 2\mu_s}}$$



Merkez altında

KURAM

Düzgün yayılı yüklü, **R** yarıçaplı esnek bir dairenin merkezi altında:

$$\Delta\sigma_z = q\left\{1 - \frac{\eta}{\left[\eta^2 + (R/z)^2\right]^{1/2}}\right\}$$

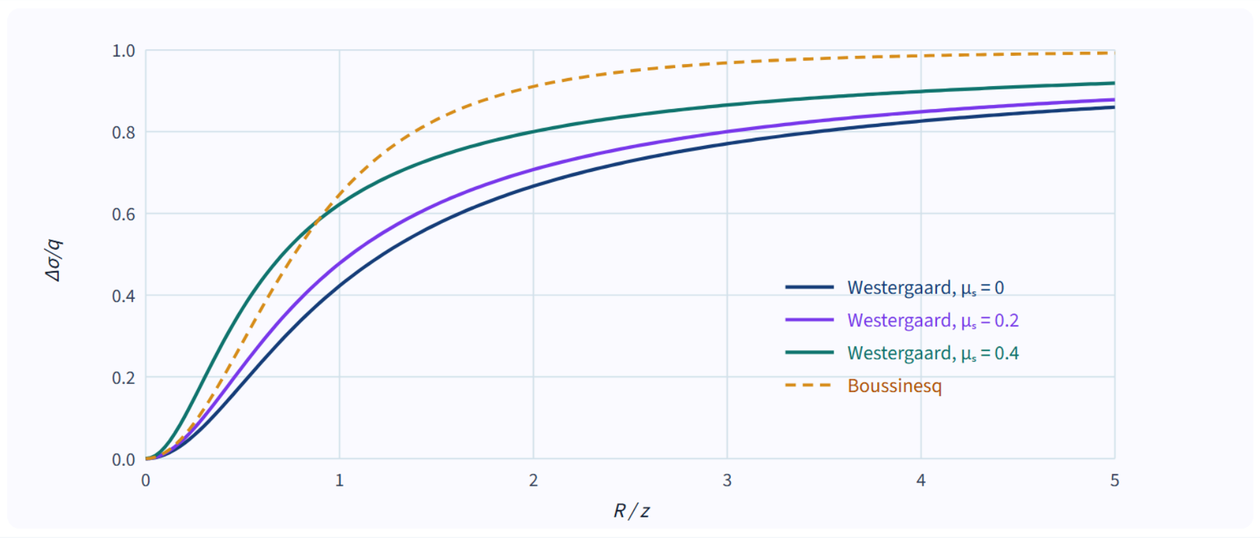
Bağıntı tekil yük çözümünden elde edilir: **r dr dα** elemanı **q r dr dα** yük taşır; tekil yükün $\mathbf{I_5}$ etki değeri ile r integrali temel fonksiyonlarla alınır

$$\Delta\sigma_z = q\int_0^R \frac{r\,dr}{\eta^2 z^2}\left[\left(\frac{r}{\eta z}\right)^2 + 1\right]^{-3/2} = q\left\{1 - \left[\left(\frac{R}{\eta z}\right)^2 + 1\right]^{-1/2}\right\}$$

$\Delta\sigma_z/q$ değerinin R/z ile değişimi

KURAM

R/z	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	2	2,5	3	4	5	10
Westergaard ($\mu_s = 0$)	0,0572	0,1835	0,3140	0,4226	0,5076	0,5736	0,6667	0,7278	0,7706	0,8259	0,8600	0,9295
Boussinesq	0,0869	0,2845	0,4880	0,6464	0,7562	0,8293	0,9106	0,9488	0,9684	0,9857	0,9925	0,9990



Köşe altında: I_w

KURAM

Düzgün yayılı yüklü, **B × L** boyutlarındaki esnek bir dikdörtgenin köşesi altında, **m = B/z** ve **n = L/z** olmak üzere:

$$\Delta\sigma_z = \frac{q}{2\pi}\left[\cot^{-1}\sqrt{\eta^2\left(\frac{1}{m^2}+\frac{1}{n^2}\right)+\eta^4\left(\frac{1}{m^2n^2}\right)}\right] = q\,I_w$$

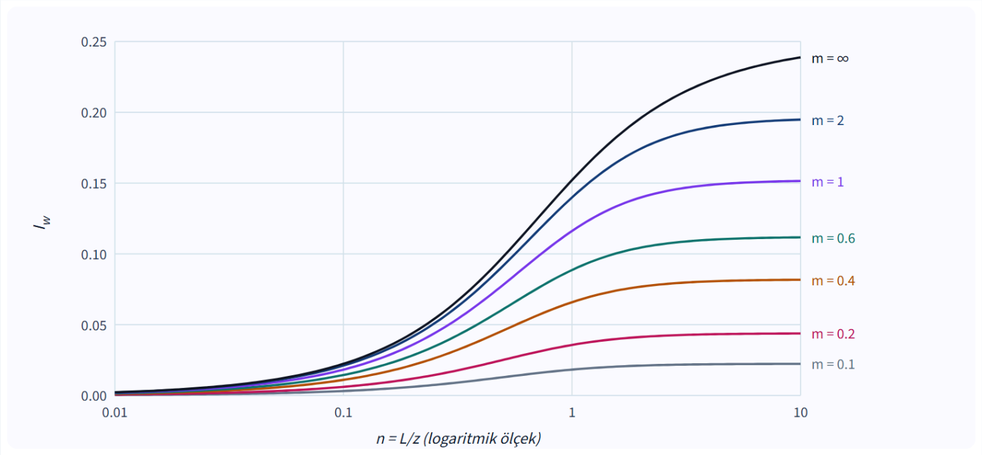
Diğer tüm noktalar için, Boussinesq dikdörtgeninde olduğu gibi, **işaretli dört köşe dikdörtgeni** kullanılır; modül bu işlemi yapar

$$\Delta\sigma_z = q\,\left[\pm I_w(m_1,n_1) \pm I_w(m_2,n_2) \pm I_w(m_3,n_3) \pm I_w(m_4,n_4)\right]$$

I_w değerleri ($\mu_s = 0$)

KURAM

m	n = 0,1	n = 0,4	n = 1	n = 2	n = 5	n = 10
0,1	0,0031	0,0110	0,0182	0,0211	0,0221	0,0223
0,2	0,0061	0,0214	0,0357	0,0413	0,0434	0,0438
0,5	0,0129	0,0459	0,0781	0,0916	0,0969	0,0977
1	0,0182	0,0658	0,1161	0,1398	0,1498	0,1515
2	0,0211	0,0768	0,1398	0,1743	0,1916	0,1948
10	0,0223	0,0817	0,1515	0,1948	0,2250	0,2341



Daire için kutupsal integral

KURAM

Dairenin merkezi dışındaki noktalar için kapalı bir bağıntı yoktur: modül Westergaard tekil yük çözümünü daire üzerinde, A noktasının altındaki noktaya göre **kutupsal koordinatlarda** integre eder

Her ışın boyunca radyal integral kapalıdır; yalnız açı integrali sayısaldır. Merkezde (r = 0) bu sonuç yukarıdaki kapalı bağıntıya indirgenir

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{1}{2\pi}\oint \left[G(\rho_1) - G(\rho_2)\right] d\varphi \qquad G(\rho) = \left[\left(\frac{\rho}{\eta z}\right)^2 + 1\right]^{-1/2}$$

Süperpozisyon

KURAM

Her biri kendi **q** değeri, boyutu ve zemin üzerindeki merkezi ile tanımlanan daireler ve dikdörtgenler girilebilir (en fazla sekiz); iki alan birbirine değebilir ancak çakışamaz

Westergaard ortamı **elastik** olduğundan her alanın gerilmesi A noktasına olan kendi uzaklığı ile bulunur ve gerilmeler **toplanır**; Boussinesq karşılaştırma değeri de aynı biçimde toplanır

$$\Delta\sigma_z = \sum_k \Delta\sigma_{z(k)} \qquad \Delta\sigma_{z(k)} = q_k \left\{ 1 - \frac{\eta}{\sqrt{\eta^2 + (R_k/z)^2}} \right\} \text{ ya da } q_k \sum \pm I_w$$

Soru

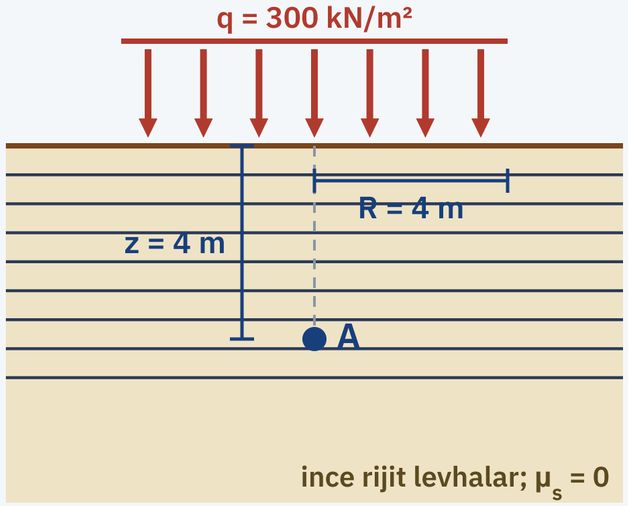
SORU

Verilenler

Yük	**esnek, düzgün yayılı daire: $q = 300$ kN/m², $R = 4$ m**
A noktası	**dairenin merkezinin altında, $z = 4$ m**
Zemin	**levhalar arasında $\mu_s = 0$**

İSTENEN

η, R/z, $\Delta\sigma_z/q$, $\Delta\sigma_z$ ve Boussinesq gerilmesiyle karşılaştırma.



Çözüm (1/2)

ÇÖZÜM

1 Westergaard sabiti η

$$\eta = \sqrt{\frac{1-2\mu_s}{2-2\mu_s}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \mathbf{0{,}7071} \qquad \eta^2 = 0{,}5000$$

2 Oran ve gerilme

$$\frac{R}{z} = \frac{4}{4} = 1 \qquad \sqrt{\eta^2 + (R/z)^2} = \sqrt{0{,}5000 + 1} = 1{,}2247$$

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = 1 - \frac{\eta}{\sqrt{\eta^2 + (R/z)^2}} = 1 - \frac{0{,}7071}{1{,}2247} = \mathbf{0{,}4226}$$

$$\Delta\sigma_z = q\,\frac{\Delta\sigma_z}{q} = 300\,(0{,}4226) = \mathbf{126{,}79}\ \mathrm{kN/m^2}$$

Westergaard gerilmesi **126,79 kN/m²** (q'nun %42,3'i) bulunur.

Çözüm (2/2)

ÇÖZÜM

4 Boussinesq (karşılaştırma)

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = 1 - \frac{1}{\left[(R/z)^2 + 1\right]^{3/2}} = 1 - \frac{1}{2^{3/2}} = \mathbf{0{,}6464}$$

$$\Delta\sigma_{z,B} = 300\,(0{,}6464) = \mathbf{193{,}93}\ \mathrm{kN/m^2} \qquad \frac{\Delta\sigma_z}{\Delta\sigma_{z,B}} = \frac{126{,}79}{193{,}93} = 0{,}654$$

Westergaard **126,79 kN/m²**, Boussinesq **193,93 kN/m²**: rijit levhalar yükü yanlara yaydığından merkez altında Westergaard gerilmesi Boussinesq'inkinin yalnız **%65,4**'i kadardır.

Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Soru

SORU

Verilenler

Yük	**daire** $R = 4$ **m,** $q = 300$ **kN/m²,** $\mu_s = 0$
Derinlikler	$z = 0{,}4;\ 2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10;\ 12$ **m (**$z/R = 0{,}1 \ldots 3$**)**

İSTENEN

Her derinlikte **$\Delta\sigma_z/q$**, Westergaard ve Boussinesq gerilmeleri; z = 2 m ve 12 m için elle kontrol.

Çözüm (1/2)

ÇÖZÜM

z (m)	z/R	R/z	$\Delta\sigma_z/q$	$\Delta\sigma_z$ Westergaard	$\Delta\sigma_z$ Boussinesq	Oran W/B
0,4	0,1	10,00	0,9295	**278,84**	299,70	0,930
2	0,5	2,00	0,6667	**200,00**	273,17	0,732
4	1,0	1,00	0,4226	**126,79**	193,93	0,654
6	1,5	0,67	0,2724	**81,72**	127,19	0,642
8	2,0	0,50	0,1835	**55,05**	85,34	0,645
10	2,5	0,40	0,1296	**38,88**	59,88	0,649
12	3,0	0,33	0,0955	**28,64**	43,86	0,653

Westergaard gerilmesi her derinlikte Boussinesq'inkinden küçüktür (z = 4 m: 126,79 ve 193,93 kN/m²; z = 12 m: 28,64 ve 43,86 kN/m²). Oran yüzeye yakın 0,930'dan başlar, z = 4 m'de 0,654 olur ve derinlikte 0,65 dolayında kalır.

Çözüm (2/2)

ÇÖZÜM

1 z = 2 m (R/z = 2)

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = 1 - \frac{0{,}7071}{\sqrt{0{,}5000 + 4}} = 1 - \frac{0{,}7071}{2{,}1213} = \mathbf{0{,}6667}$$

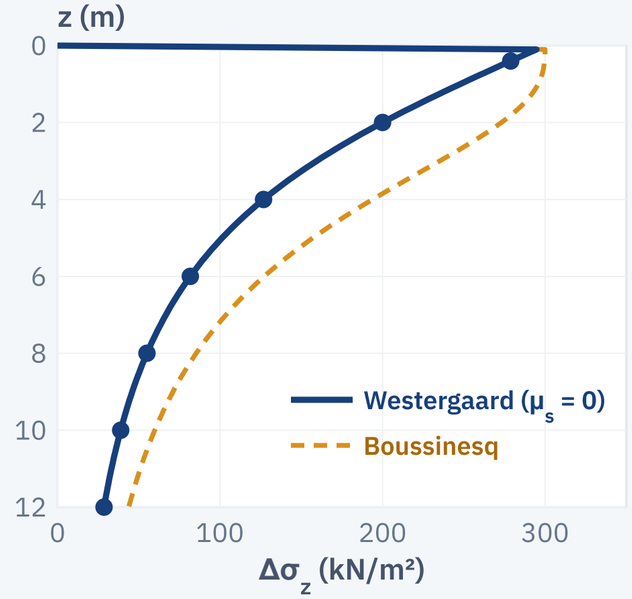
$$\Delta\sigma_z = 300\,(0{,}6667) = \mathbf{200{,}00}\ \mathrm{kN/m^2}$$

2 z = 12 m (R/z = 1/3)

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = 1 - \frac{0{,}7071}{\sqrt{0{,}5000 + 0{,}1111}} = 1 - \frac{0{,}7071}{0{,}7817} = \mathbf{0{,}0955}$$

$$\Delta\sigma_z = 300\,(0{,}0955) = \mathbf{28{,}64}\ \mathrm{kN/m^2}$$

z = 2 m'de gerilme tam **2q/3 = 200,00 kN/m²** (Boussinesq: 273,17); z = 12 m'de **28,64 kN/m²** (Boussinesq: 43,86).



Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Soru

SORU

Verilenler

Yük ve nokta	**daire $R = 4$ m, $q = 300$ kN/m², merkezin altında $z = 4$ m**
Değişen	$\mu_s = 0;\ 0{,}1;\ 0{,}2;\ 0{,}3;\ 0{,}4;\ 0{,}49$

İSTENEN

Her μ_s için **η**, **$\Delta\sigma_z/q$**, **$\Delta\sigma_z$** ve Boussinesq'e oran; μ_s = 0,2 ve 0,4 için elle.

Çözüm (1/2)

ÇÖZÜM

μ_s	η	$\Delta\sigma_z/q$	$\Delta\sigma_z$ Westergaard	$\Delta\sigma_z$ / Boussinesq
0,00	0,7071	0,4226	**126,79**	0,654
0,10	0,6667	0,4453	**133,59**	0,689
0,20	0,6124	0,4778	**143,33**	0,739
0,30	0,5345	0,5286	**158,58**	0,818
0,40	0,4082	0,6220	**186,61**	0,962
0,49	0,1400	0,8613	**258,40**	1,332

μ_s büyüdükçe merkez altındaki Westergaard gerilmesi **artar**: μ_s = 0'da 126,79, μ_s = 0,4'te 186,61 kN/m² (Boussinesq: 193,93). μ_s = 0,49'da 258,40 kN/m² ile Boussinesq değerini **aşar**.

Çözüm (2/2)

ÇÖZÜM

1 μ_s = 0,2

$$\eta^2 = \frac{1-0{,}4}{2-0{,}4} = 0{,}3750\,, \quad \eta = 0{,}6124\,, \quad \sqrt{\eta^2+1} = 1{,}1726$$

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = 1 - \frac{0{,}6124}{1{,}1726} = 0{,}4778 \;\Rightarrow\; \Delta\sigma_z = 300\,(0{,}4778) = \mathbf{143{,}33}\ \mathrm{kN/m^2}$$

2 μ_s = 0,4

$$\eta^2 = \frac{1-0{,}8}{2-0{,}8} = 0{,}1667\,, \quad \eta = 0{,}4082\,, \quad \sqrt{\eta^2+1} = 1{,}0801$$

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = 1 - \frac{0{,}4082}{1{,}0801} = 0{,}6220 \;\Rightarrow\; \Delta\sigma_z = 300\,(0{,}6220) = \mathbf{186{,}61}\ \mathrm{kN/m^2}$$

η küçüldükçe gerilme büyür: **143,33 → 186,61 kN/m²** (μ_s = 0,2 → 0,4).

Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Soru

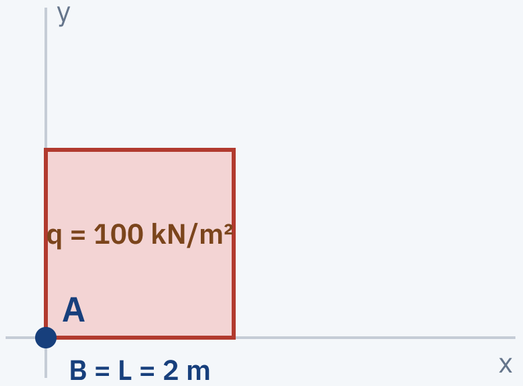
SORU

Verilenler

Yük	**esnek, düzgün yayılı kare:** $B = L = 2$ **m,** $q = 100$ **kN/m²**
A noktası	**karenin bir köşesinin altında,** $z = 2$ **m**
Zemin	**levhalar arasında** $\mu_s = 0$

İSTENEN

m, **n**, $\mathbf{I_W}$, $\mathbf{\Delta\sigma_z}$; Boussinesq değeriyle karşılaştırma; μ_s'nin etkisi.



Çözüm (1/2)

ÇÖZÜM

1 m, n ve η

$$m = \frac{B}{z} = \frac{2}{2} = 1\,, \quad n = \frac{L}{z} = 1\,, \quad \eta^2 = \frac{1}{2} = 0{,}5000$$

2 Etki değeri I_w

$$\sqrt{\eta^2\left(\frac{1}{m^2}+\frac{1}{n^2}\right)+\frac{\eta^4}{m^2n^2}} = \sqrt{0{,}5\,(2)+0{,}25} = \sqrt{1{,}25} = 1{,}1180$$

$$I_w = \frac{1}{2\pi}\cot^{-1}(1{,}1180) = \frac{0{,}7297}{2\pi} = \mathbf{0{,}1161}$$

Karenin köşesi altında, z = 2 m'de **I_W = 0,1161** bulunur (sayfadaki tablo değeri: $I_W(1; 1)$ = 0,1161).

Çözüm (2/2)

ÇÖZÜM

3 Gerilme ve Boussinesq

$$\Delta\sigma_z = q\, I_w = 100\,(0{,}1161) = \mathbf{11{,}61}\ \mathrm{kN/m^2}$$

$$\text{Boussinesq: } I_3(1;1) = 0{,}1752 \ \Rightarrow\ \Delta\sigma_{z,B} = \mathbf{17{,}52}\ \mathrm{kN/m^2}$$

μ_s	η	I_w (m = n = 1)	$\Delta\sigma_z = q\, I_w$ (kN/m²)	Boussinesq I_3	$\Delta\sigma_{z,B}$ (kN/m²)
0,0	0,7071	0,1161	**11,61**	0,1752	17,52
0,2	0,6124	0,1296	**12,96**	0,1752	17,52
0,3	0,5345	0,1418	**14,18**	0,1752	17,52
0,4	0,4082	0,1639	**16,39**	0,1752	17,52

Karenin köşesi altında Westergaard gerilmesi **11,61 kN/m²**, Boussinesq gerilmesi 17,52 kN/m² (oran 0,663). μ_s arttıkça I_W büyür: 0,1161 → 0,1639 (μ_s = 0 → 0,4); Boussinesq değeri I_3 = 0,1752'dir.

Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Soru

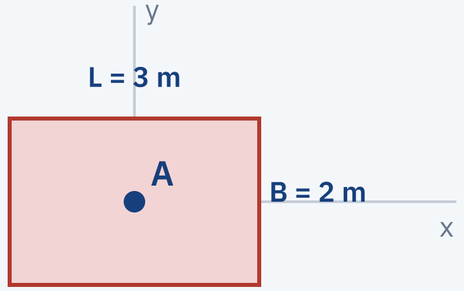
SORU

Verilenler

Yük	**esnek dikdörtgen: $L = 3$ m (x yönü), $B = 2$ m, $q = 300$ kN/m²**
A noktası	**merkezin altında, $z = 4$ m; $\mu_s = 0$**
İpucu	**merkez, dört eş köşe dikdörtgeninin ortak köşesidir**

İSTENEN

Dört köşe dikdörtgeniyle **$\Delta\sigma_z$** ve Boussinesq değeri; derinlikle değişim tablosu.



Çözüm (1/2)

ÇÖZÜM

1 Dört eş köşe dikdörtgeni (1,5 m × 1,0 m)

$$m = \frac{1{,}0}{4} = 0{,}2500\,, \quad n = \frac{1{,}5}{4} = 0{,}3750\,, \quad \eta^2 = 0{,}5000$$

2 I_w (her köşe dikdörtgeni için)

$$\sqrt{\eta^2\left(\frac{1}{m^2}+\frac{1}{n^2}\right)+\frac{\eta^4}{m^2n^2}} = \sqrt{0{,}5\,(23{,}1111)+28{,}4444} = \sqrt{40} = 6{,}3246$$

$$I_w = \frac{1}{2\pi}\cot^{-1}(6{,}3246) = \frac{0{,}15682}{2\pi} = \mathbf{0{,}02496}$$

Her köşe dikdörtgeni için **I_w = 0,02496** bulunur; merkez, dört eş köşe dikdörtgeninin ortak köşesidir.

Çözüm (2/2)

ÇÖZÜM

3 Gerilme (4 köşe dikdörtgeni) ve Boussinesq

$$\Delta\sigma_z = 4\,q\,I_w = 4\,(300)\,(0{,}02496) = \mathbf{29{,}95}\ \mathrm{kN/m^2}$$

$$\Delta\sigma_{z,B} = 4\,q\,I_3(0{,}25;\,0{,}375) = 4\,(300)\,(0{,}03830) = 45{,}96\ \mathrm{kN/m^2}$$

4 Aynı yöntem her derinlikte (m = 1,0/z, n = 1,5/z)

z (m)	1	2	4	6	8	12
$\Delta\sigma_z$ Westergaard (kN/m²)	**158,69**	**82,80**	**29,95**	**14,62**	**8,52**	**3,89**
$\Delta\sigma_z$ Boussinesq (kN/m²)	232,37	128,49	45,96	22,21	12,88	5,86
Oran W/B	0,683	0,644	0,652	0,658	0,662	0,664

Westergaard gerilmesi her derinlikte Boussinesq'inkinden küçüktür: z = 1 m'de 158,69 ve 232,37 kN/m², z = 12 m'de 3,89 ve 5,86 kN/m². Oran z = 1–12 m aralığında 0,644 ile 0,683 arasında kalır.

Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Soru

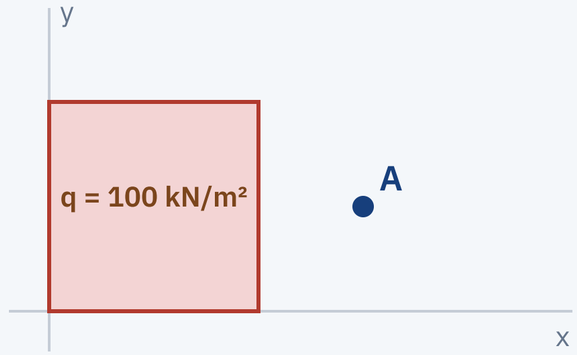
SORU

Verilenler

Yük	**esnek kare** $[0;\,2]\times[0;\,2]$ **m,** $q = 100$ **kN/m²**
A noktası	$x = 3$ **m,** $y = 1$ **m (kenardan 1 m dışarıda),** $z = 2$ **m**
Zemin	**levhalar arasında** $\mu_s = 0$

İSTENEN

İşaretli **dört köşe dikdörtgeni** ile **$\Delta\sigma_z$**; Boussinesq değeriyle karşılaştırma.



Çözüm

ÇÖZÜM

1 A'dan köşelere uzaklıklar a = $x_{köşe} - x_A$, b = $y_{köşe} - y_A$; dört köşe dikdörtgeni

Köşe dikdörtgeni	(a ; b) (m)	m = |a|/z	n = |b|/z	I_w	İşaret
1	(−1 ; 1)	0,50	0,50	0,05409	−
2	(−3 ; 1)	1,50	0,50	0,08745	+
3	(−1 ; −1)	0,50	0,50	0,05409	−
4	(−3 ; −1)	1,50	0,50	0,08745	+

2 Toplam

$$\Delta\sigma_z = q\,[-I_w(0{,}5;0{,}5) + I_w(1{,}5;0{,}5) - I_w(0{,}5;0{,}5) + I_w(1{,}5;0{,}5)]$$

$$= 2q\,[0{,}08745 - 0{,}05409] = 200\,(0{,}03336) = \mathbf{6{,}673}\ \mathrm{kN/m^2}$$

$$\Delta\sigma_{z,B} = 9{,}466\ \mathrm{kN/m^2}$$

A noktası yükün dışında olduğu hâlde **6,67 kN/m²** gerilme alır; Boussinesq değeri 9,47 kN/m². Tek işlem, 3 m × 1 m'lik iki dikdörtgenden 1 m × 1 m'lik ikisini çıkarmaktır.

Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Soru

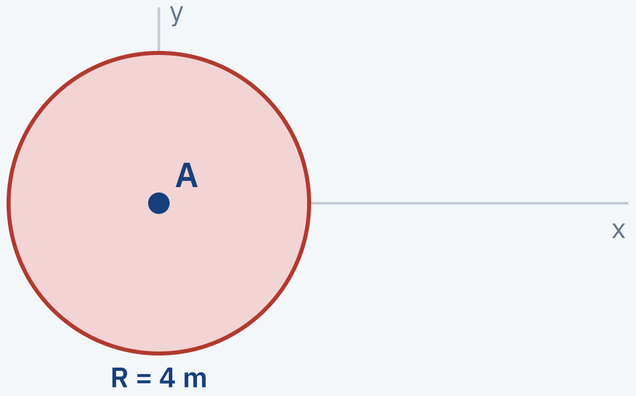
SORU

Verilenler

Yük	**daire** $R = 4$ **m,** $q = 300$ **kN/m²;** $\mu_s = 0$**,** $z = 4$ **m**
A noktası	**merkezden yatay uzaklık** $r = 0;\ 0{,}5R;\ R;\ 1{,}5R;\ 2R;\ 3R$

İSTENEN

Her uzaklıkta Westergaard ve Boussinesq gerilmeleri (modülün kutupsal integrali).



Çözüm

ÇÖZÜM

r (m)	r/R	$\Delta\sigma_z$ Westergaard	$\Delta\sigma_z$ Boussinesq	Oran W/B
0	0,0	**126,79**	193,93	0,654
2	0,5	**111,97**	168,67	0,664
4	1,0	**69,51**	99,67	0,697
6	1,5	**30,71**	37,99	0,808
8	2,0	**13,75**	12,54	1,096
12	3,0	**4,05**	1,87	2,163

Merkezde (r = 0) kapalı bağıntının değeri 126,79 kN/m² bulunur. Daire kenarında (r = R) 69,51 kN/m² (Boussinesq: 99,67); dairenin dışına çıkıldıkça Westergaard gerilmesi daha yavaş azalır ve **r = 1,5R ile 2R arasında** Boussinesq'inkinin üstüne çıkar (r = 12 m: 4,05 ve 1,87 kN/m²).

Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Soru

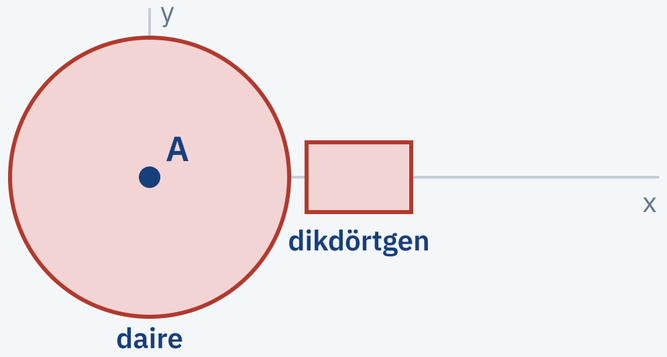
SORU

Verilenler

Alan 1	**daire** $R = 4$ **m,** $q = 300$ **kN/m², merkez** $(0;\ 0)$
Alan 2	**dikdörtgen** 3×2 **m (**x **yönünde 3 m),** $q = 300$ **kN/m², merkez** $(6;\ 0)$
A noktası	$x = 0$**,** $y = 0$**,** $z = 4$ **m;** $\mu_s = 0$ **(alanlar çakışmaz)**

İSTENEN

Her alanın katkısı, toplam gerilme ve Boussinesq toplamı; derinlik tablosu.



Çözüm (1/2)

ÇÖZÜM

1 Alan 1 (daire, merkez altında)

$$\Delta\sigma_{z(1)} = 300\left\{1 - \frac{\eta}{\sqrt{\eta^2 + (R/z)^2}}\right\} = 300\,(0{,}4226) = \mathbf{126{,}79}\ \mathrm{kN/m^2} \quad (\text{Örnek 1})$$

2 Alan 2 (dikdörtgen; A'dan x = 4,5 ve 7,5 m, y = ±1 m)

$$\Delta\sigma_{z(2)} = q\left[I_w\left(\tfrac{7{,}5}{4};\tfrac{1}{4}\right) - I_w\left(\tfrac{4{,}5}{4};\tfrac{1}{4}\right)\right] \times 2 = 600\,[0{,}05048 - 0{,}04553]$$

$$\Delta\sigma_{z(2)} = 600\,(0{,}00495) = \mathbf{2{,}97}\ \mathrm{kN/m^2} \qquad \Delta\sigma_{z(2),B} = 3{,}18$$

Dikdörtgen A noktasından uzak olduğu için katkısı küçüktür: **2,97 kN/m²** (Boussinesq: 3,18). Dairenin katkısı 126,79 kN/m²'dir.

Çözüm (2/2)

ÇÖZÜM

1 Gerilmeler toplanır (z = 4 m)

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(1)} + \Delta\sigma_{z(2)} = 126{,}79 + 2{,}97 = \mathbf{129{,}76}\ \mathrm{kN/m^2}$$

$$\Delta\sigma_{z,B} = 193{,}93 + 3{,}18 = 197{,}11\ \mathrm{kN/m^2}$$

2 Aynı nokta altında derinlik profili

z (m)	2	4	6	8	12
Alan 1 (daire)	200,00	126,79	81,72	55,05	28,64
Alan 2 (dikdörtgen)	1,91	2,97	3,18	2,95	2,17
Toplam Westergaard	**201,91**	**129,76**	**84,90**	**58,00**	**30,81**
Toplam Boussinesq	274,02	197,11	131,63	89,82	47,27

A noktasında iki alan birlikte **129,76 kN/m²** oluşturur (Boussinesq toplamı: 197,11 kN/m²). Yan alanın payı derinlikte artar: z = 12 m'de toplamın yaklaşık %7,0'ü.

Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Özet

Akılda kalacak noktalar

Daire, merkez: $\Delta\sigma_z = q\,\{1 - \eta/[\eta^2 + (R/z)^2]^{1/2}\}$, $\eta = \sqrt{[(1 - 2\mu_s)/(2 - 2\mu_s)]}$; **dikdörtgen, köşe**: $\Delta\sigma_z = q\,I_w$, $I_w = (1/2\pi)\,\cot^{-1}\sqrt{[\eta^2(1/m^2 + 1/n^2) + \eta^4/(m^2n^2)]}$

Örnek (R = 4 m, q = 300, z = 4 m, μ_s = 0): $\eta = 0{,}7071$; $\Delta\sigma_z/q = 0{,}4226$ → **$\Delta\sigma_z$ = 126,79 kN/m²**; Boussinesq 193,93 kN/m²

Dikdörtgen: köşede (2 m × 2 m, z = 2 m) $I_w = 0{,}1161$; merkezde dört eş köşe dikdörtgeni (3 × 2 m, z = 4 m: 29,95 kN/m²); dışarıdaki noktada **işaretli** dört köşe dikdörtgeni (6,67 kN/m²)

μ_s büyüdükçe merkez altındaki gerilme artar (0 → 0,4: 126,79 → 186,61 kN/m²); μ_s = 0'da yükün altında Westergaard gerilmesi Boussinesq'inkinin yaklaşık %65'i kadardır, yükten uzakta bu sıra tersine döner

Süperpozisyon: her alan kendi uzaklığıyla ele alınır, gerilmeler toplanır (daire + dikdörtgen: 129,76 kN/m²)

Kaynaklar

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Westergaard, H.M. (1938). A problem of elasticity suggested by a problem in soil mechanics: soft material reinforced by numerous strong horizontal sheets. In Contributions to the Mechanics of Solids, Stephen Timoshenko 60th Anniversary Volume. Macmillan, New York, 268–277.

NOT

Sayısal örneklerin tümü modülün kendi hesap motoruyla üretilmiştir; modül aynı değerleri verir. Modülün açılış örneği: daire $R = 4$ m, $q = 300$ kN/m², $\mu_s = 0$, merkez altında $z = 4$ m.

GeoTerva

Çevrim içi geoteknik hesaplar

Teoriden uygulamaya

Kendi dairelerinizi ve dikdörtgenlerinizi, A noktasını ve μ_s değerini GeoTerva'da girin; modül η'yı, I_w değerlerini, köşe dikdörtgenlerini, Boussinesq ile karşılaştırmayı, derinlik profilini, adım adım çözümü ve raporu birlikte verir.

Modülü açın →

Teori sayfası →

Telefonla açın
Örnek modüller kayıt gerektirmez.

Derslerinizde kullanmak isterseniz: info@geoterva.com