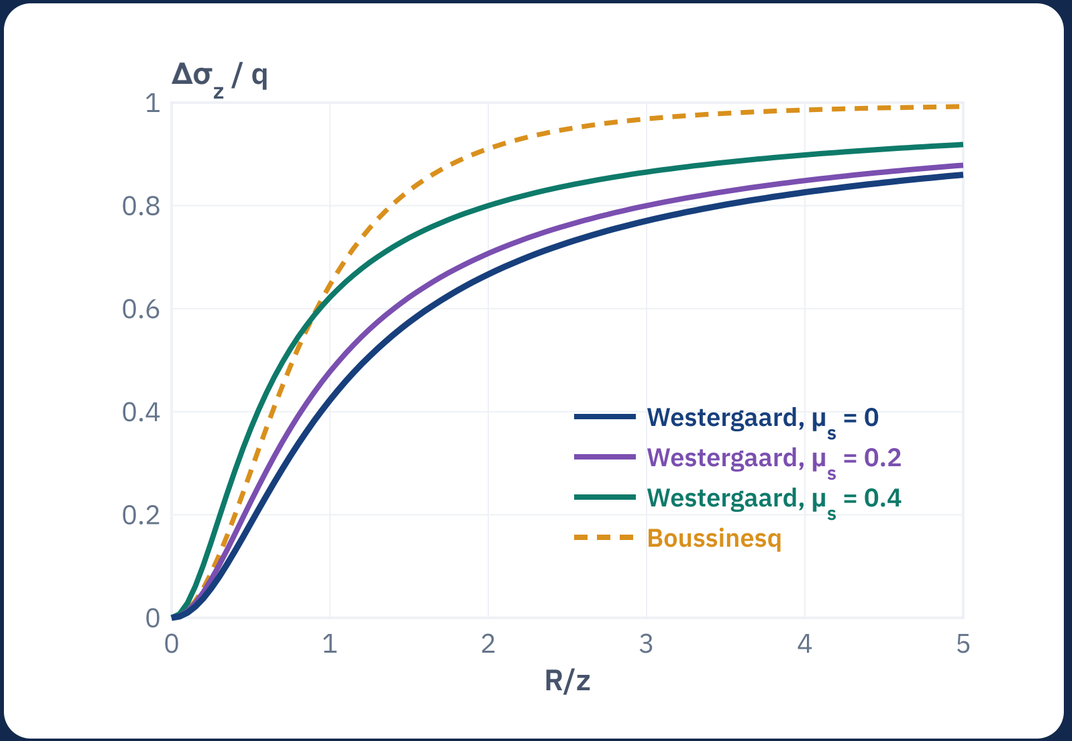
Geotechnisch college · Spanningen in de ondergrond

Westergaard: spanning onder een vlakbelasting

College: de spanning onder een gelijkmatig verdeelde cirkelvormige en rechthoekige belasting in een medium volgens Westergaard; het cirkelmidden en de rechthoekhoek worden met de hand uitgewerkt.

Westergaard-medium | Middelpunt van de cirkel | Hoek van de rechthoek | Hoekrechthoeken | Superpositie



Wat leren we in dit college?

Integratie van de puntlastoplossing van Westergaard over een belast oppervlak: twee gesloten resultaten

Onder het **middelpunt van de cirkel**: $\Delta\sigma_z = q\,\{1 - \eta/[\eta^2 + (R/z)^2]^{1/2}\}$

Onder **de hoek van de rechthoek**: $\Delta\sigma_z = q\,I_w$; voor andere punten de met tekens bepaalde **vierhoekige rechthoek**

Vergelijking van de spanningen volgens Westergaard en **Boussinesq**; invloed van de dwarscontractiecoëfficiënt μ_s

Superpositie van meerdere oppervlakken; verandering met de diepte

COLLEGESTRUCTUUR

Elk onderwerp wordt in **drie stappen** behandeld:

1 · **Theorie**: formule en onderbouwing

2 · **Opgave**: gegeven en gevraagd

3 · **Oplossing**: stap voor stap, met getallen

Voorbeeld: flexibel cirkelvormig gebied, R = 4 m, q = 300 kN/m²; op z = 4 m onder het middelpunt; in de grond tussen de platen $\mu_s = 0$.

Belaste gebieden in een Westergaard-medium

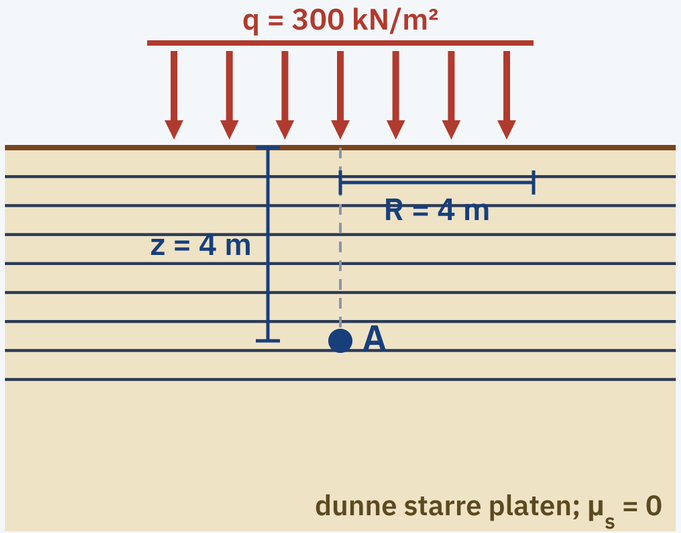
THEORIE

De puntlastoplossing van Westergaard kan, net als de oplossing van Boussinesq voor de cirkel en de rechthoek, **over een belast oppervlak worden geïntegreerd**

Voor een flexibel en gelijkmatig verdeeld belast gebied worden **twee gesloten oplossingen** verkregen: de spanning onder het **midden van de cirkel** en onder de **hoek van de rechthoek**

μ_s is de dwarscontractiecoëfficiënt van de grond tussen starre lagen; voor $\mu_s = 0$ geldt $\eta = 1/\sqrt{2}$

$$\eta = \sqrt{\frac{1 - 2\mu_s}{2 - 2\mu_s}}$$



Onder het midden

THEORIE

Onder het centrum van een flexibel cirkelvormig oppervlak met straal **R** en gelijkmatig verdeelde belasting:

$$\Delta\sigma_z = q\left\{1 - \frac{\eta}{\left[\eta^2 + (R/z)^2\right]^{1/2}}\right\}$$

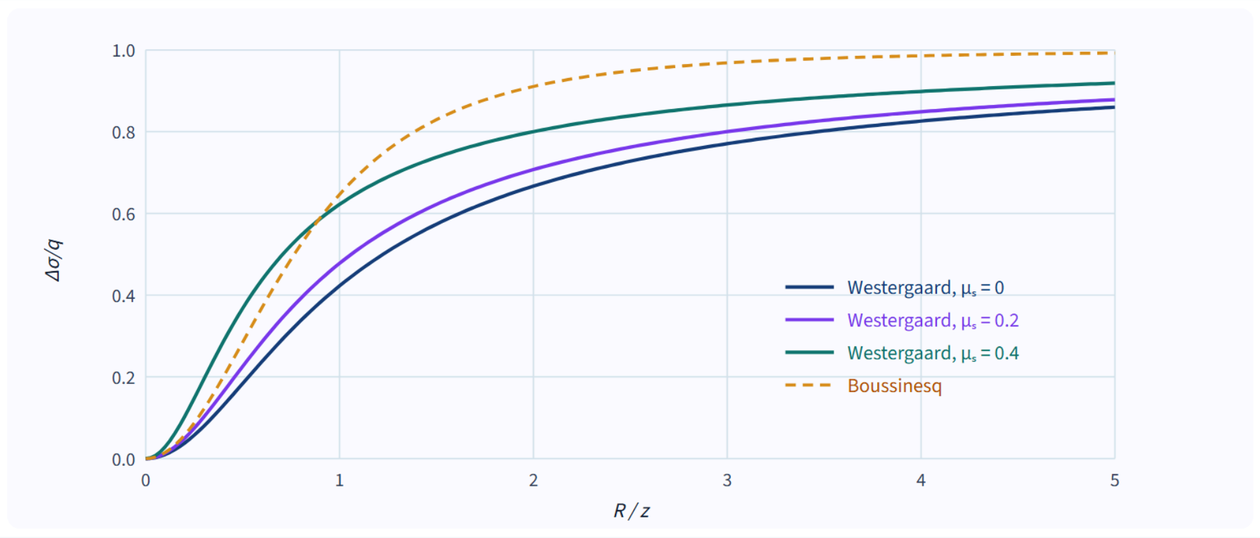
De betrekking volgt uit de oplossing voor de puntlast: het element **r dr dα** draagt een belasting **q r dr dα**; de integraal over r met de invloedsfactor $\mathbf{I_5}$ van de puntlast wordt in elementaire functies uitgedrukt

$$\Delta\sigma_z = q\int_0^R \frac{r\,dr}{\eta^2 z^2}\left[\left(\frac{r}{\eta z}\right)^2 + 1\right]^{-3/2} = q\left\{1 - \left[\left(\frac{R}{\eta z}\right)^2 + 1\right]^{-1/2}\right\}$$

Verloop van $\Delta\sigma_z/q$ met R/z

THEORIE

R/z	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	2	2.5	3	4	5	10
Westergaard ($\mu_s = 0$)	0.0572	0.1835	0.3140	0.4226	0.5076	0.5736	0.6667	0.7278	0.7706	0.8259	0.8600	0.9295
Boussinesq	0.0869	0.2845	0.4880	0.6464	0.7562	0.8293	0.9106	0.9488	0.9684	0.9857	0.9925	0.9990



Onder de hoek: I_w

THEORIE

Onder de hoek van een flexibele rechthoek met afmetingen **B × L** met een gelijkmatig verdeelde belasting, waarbij **m = B/z** en **n = L/z**:

$$\Delta\sigma_z = \frac{q}{2\pi}\left[\cot^{-1}\sqrt{\eta^2\left(\frac{1}{m^2}+\frac{1}{n^2}\right)+\eta^4\left(\frac{1}{m^2 n^2}\right)}\right] = q\,I_w$$

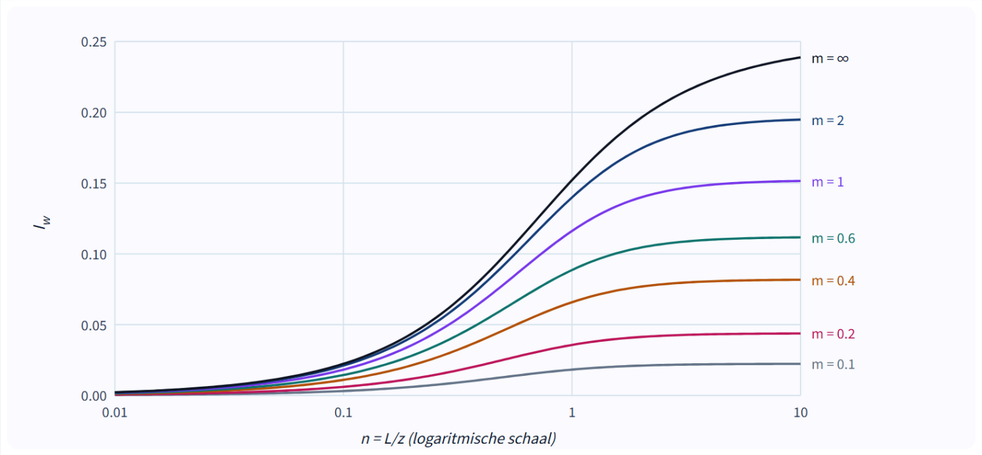
Voor alle andere punten wordt, zoals bij de rechthoek van Boussinesq, een **rechthoek met vier getekende hoeken** gebruikt; de module voert deze bewerking uit

$$\Delta\sigma_z = q\,\left[\pm I_w(m_1,n_1) \pm I_w(m_2,n_2) \pm I_w(m_3,n_3) \pm I_w(m_4,n_4)\right]$$

Waarden van I_w ($\mu_s = 0$)

THEORIE

m	n = 0.1	n = 0.4	n = 1	n = 2	n = 5	n = 10
0.1	0.0031	0.0110	0.0182	0.0211	0.0221	0.0223
0.2	0.0061	0.0214	0.0357	0.0413	0.0434	0.0438
0.5	0.0129	0.0459	0.0781	0.0916	0.0969	0.0977
1	0.0182	0.0658	0.1161	0.1398	0.1498	0.1515
2	0.0211	0.0768	0.1398	0.1743	0.1916	0.1948
10	0.0223	0.0817	0.1515	0.1948	0.2250	0.2341



Poolintegraal voor de cirkel

THEORIE

Voor punten buiten het middelpunt van de cirkel bestaat geen gesloten uitdrukking: de module integreert de puntlastoplossing van Westergaard over de cirkel **in poolcoördinaten** ten opzichte van het punt onder punt A

Langs elke straal is de radiale integraal in gesloten vorm; alleen de hoekintegraal is numeriek. In het centrum (r = 0) reduceert dit resultaat tot de bovenstaande gesloten uitdrukking

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{1}{2\pi}\oint \left[G(\rho_1) - G(\rho_2)\right] d\varphi \qquad G(\rho) = \left[\left(\frac{\rho}{\eta z}\right)^2 + 1\right]^{-1/2}$$

Superpositie

THEORIE

Er kunnen cirkels en rechthoeken worden ingevoerd, elk gedefinieerd door de eigen **q**-waarde, de afmeting en het middelpunt op de ondergrond (maximaal acht); de twee gebieden mogen elkaar raken maar niet overlappen

Omdat het medium van Westergaard **elastisch** is, wordt de spanning van elk gebied bepaald uit de eigen afstand tot punt A en worden de spanningen **gesommeerd**; de vergelijkingswaarde volgens Boussinesq wordt op dezelfde manier gesommeerd

$$\Delta\sigma_z = \sum_k \Delta\sigma_{z(k)} \qquad \Delta\sigma_{z(k)} = q_k \left\{ 1 - \frac{\eta}{\sqrt{\eta^2 + (R_k/z)^2}} \right\} \text{ of } q_k \sum \pm I_w$$

Opgave

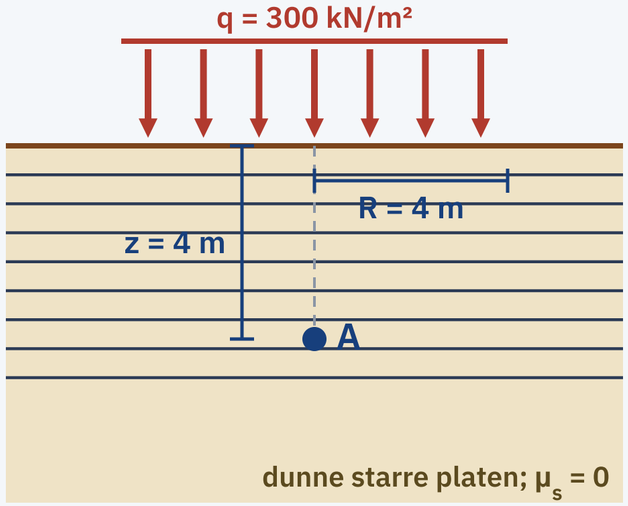
VOORBEELD

Gegeven

Belasting	**flexibel, gelijkmatig verdeeld cirkelvormig vlak: $q = 300$ kN/m², $R = 4$ m**
Punt A	**onder het middelpunt van de cirkel, $z = 4$ m**
Grond	**tussen platen $\mu_s = 0$**

GEVRAAGD

η, **R/z**, **$\Delta\sigma_z/q$**, **$\Delta\sigma_z$** en vergelijking met de spanning volgens Boussinesq.



Oplossing (1/2)

OPLOSSING

1 Westergaard-constante η

$$\eta = \sqrt{\frac{1-2\mu_s}{2-2\mu_s}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \mathbf{0.7071} \qquad \eta^2 = 0.5000$$

2 Verhouding en spanning

$$\frac{R}{z} = \frac{4}{4} = 1 \qquad \sqrt{\eta^2 + (R/z)^2} = \sqrt{0.5000 + 1} = 1.2247$$

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = 1 - \frac{\eta}{\sqrt{\eta^2 + (R/z)^2}} = 1 - \frac{0.7071}{1.2247} = \mathbf{0.4226}$$

$$\Delta\sigma_z = q\,\frac{\Delta\sigma_z}{q} = 300\,(0.4226) = \mathbf{126.79}\ \mathrm{kN/m^2}$$

De Westergaard-spanning wordt gevonden als **126.79 kN/m²** (42.3% van q).

Oplossing (2/2)

OPLOSSING

4 Boussinesq (vergelijking)

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = 1 - \frac{1}{\left[(R/z)^2 + 1\right]^{3/2}} = 1 - \frac{1}{2^{3/2}} = \mathbf{0.6464}$$

$$\Delta\sigma_{z,B} = 300\,(0.6464) = \mathbf{193.93}\ \mathrm{kN/m^2} \qquad \frac{\Delta\sigma_z}{\Delta\sigma_{z,B}} = \frac{126.79}{193.93} = 0.654$$

Westergaard **126.79 kN/m²**, Boussinesq **193.93 kN/m²**: doordat starre platen de belasting naar de zijkanten spreiden, bedraagt de spanning volgens Westergaard onder het midden slechts **65.4%** van die volgens Boussinesq.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

VOORBEELD

Gegeven

Belasting	**cirkel** $R = 4$ **m,** $q = 300$ **kN/m²,** $\mu_s = 0$
Diepten	$z = 0.4;\ 2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10;\ 12$ **m (**$z/R = 0.1 \ldots 3$**)**

GEVRAAGD

Op elke diepte **Δσ$_z$/q**, de spanningen volgens Westergaard en Boussinesq; handmatige controle voor z = 2 m en 12 m.

Oplossing (1/2)

OPLOSSING

z (m)	z/R	R/z	$\Delta\sigma_z/q$	$\Delta\sigma_z$ volgens Westergaard	$\Delta\sigma_z$ Boussinesq	Verhouding W/B
0.4	0.1	10.00	0.9295	**278.84**	299.70	0.930
2	0.5	2.00	0.6667	**200.00**	273.17	0.732
4	1.0	1.00	0.4226	**126.79**	193.93	0.654
6	1.5	0.67	0.2724	**81.72**	127.19	0.642
8	2.0	0.50	0.1835	**55.05**	85.34	0.645
10	2.5	0.40	0.1296	**38.88**	59.88	0.649
12	3.0	0.33	0.0955	**28.64**	43.86	0.653

De spanning volgens Westergaard is op elke diepte kleiner dan die volgens Boussinesq (z = 4 m: 126.79 en 193.93 kN/m²; z = 12 m: 28.64 en 43.86 kN/m²). De verhouding begint nabij het maaiveld op 0.930, wordt 0.654 op z = 4 m en blijft op diepte rond 0.65.

Oplossing (2/2)

OPLOSSING

1 z = 2 m (R/z = 2)

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = 1 - \frac{0.7071}{\sqrt{0.5000 + 4}} = 1 - \frac{0.7071}{2.1213} = \mathbf{0.6667}$$

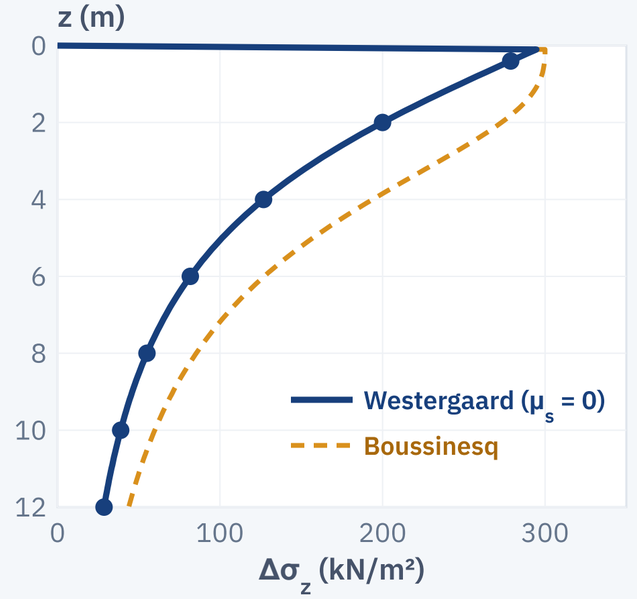
$$\Delta\sigma_z = 300\,(0.6667) = \mathbf{200.00}\ \mathrm{kN/m^2}$$

2 z = 12 m (R/z = 1/3)

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = 1 - \frac{0.7071}{\sqrt{0.5000 + 0.1111}} = 1 - \frac{0.7071}{0.7817} = \mathbf{0.0955}$$

$$\Delta\sigma_z = 300\,(0.0955) = \mathbf{28.64}\ \mathrm{kN/m^2}$$

Op z = 2 m is de spanning precies **2q/3 = 200.00 kN/m²** (Boussinesq: 273.17); op z = 12 m is deze **28.64 kN/m²** (Boussinesq: 43.86).



Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

VOORBEELD

Gegeven

Belasting en punt	**cirkel $R = 4$ m, $q = 300$ kN/m², onder het middelpunt $z = 4$ m**
Variërend	$\mu_s = 0;\ 0.1;\ 0.2;\ 0.3;\ 0.4;\ 0.49$

GEVRAAGD

Voor elke μ_s: **η**, **$\Delta\sigma_z/q$**, **$\Delta\sigma_z$** en de verhouding tot Boussinesq; met de hand voor μ_s = 0.2 en 0.4.

Oplossing (1/2)

OPLOSSING

μ_s	η	$\Delta\sigma_z/q$	$\Delta\sigma_z$ volgens Westergaard	$\Delta\sigma_z$ / Boussinesq
0.00	0.7071	0.4226	**126.79**	0.654
0.10	0.6667	0.4453	**133.59**	0.689
0.20	0.6124	0.4778	**143.33**	0.739
0.30	0.5345	0.5286	**158.58**	0.818
0.40	0.4082	0.6220	**186.61**	0.962
0.49	0.1400	0.8613	**258.40**	1.332

Naarmate μ_s toeneemt, **neemt** de Westergaard-spanning onder het midden **toe**: 126.79 bij $\mu_s = 0$, 186.61 kN/m² bij $\mu_s = 0.4$ (Boussinesq: 193.93). Bij $\mu_s = 0.49$ **overschrijdt** deze met 258.40 kN/m² de Boussinesq-waarde.

Oplossing (2/2)

OPLOSSING

1 $\mu_s = 0.2$

$$\eta^2 = \frac{1 - 0.4}{2 - 0.4} = 0.3750\,, \quad \eta = 0.6124\,, \quad \sqrt{\eta^2 + 1} = 1.1726$$

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = 1 - \frac{0.6124}{1.1726} = 0.4778 \;\Rightarrow\; \Delta\sigma_z = 300\,(0.4778) = \mathbf{143.33}\ \mathrm{kN/m^2}$$

2 $\mu_s = 0.4$

$$\eta^2 = \frac{1 - 0.8}{2 - 0.8} = 0.1667\,, \quad \eta = 0.4082\,, \quad \sqrt{\eta^2 + 1} = 1.0801$$

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = 1 - \frac{0.4082}{1.0801} = 0.6220 \;\Rightarrow\; \Delta\sigma_z = 300\,(0.6220) = \mathbf{186.61}\ \mathrm{kN/m^2}$$

Naarmate η kleiner wordt, neemt de spanning toe: **143.33 → 186.61 kN/m²** (μ_s = 0.2 → 0.4).

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

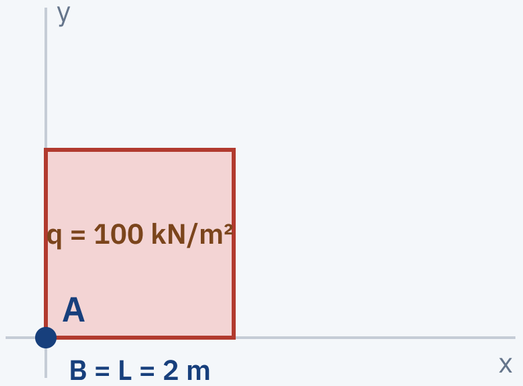
VOORBEELD

Gegeven

Belasting	**flexibel, gelijkmatig verdeeld vierkant:** $B = L = 2$ **m,** $q = 100$ **kN/m²**
Punt A	**onder één hoek van het vierkant,** $z = 2$ **m**
Grond	**tussen platen** $\mu_s = 0$

GEVRAAGD

m, **n**, $\mathbf{I_W}$, $\mathbf{\Delta\sigma_z}$; vergelijking met de waarde volgens Boussinesq; de invloed van μ_s.



Oplossing (1/2)

OPLOSSING

1 m, n en η

$$m = \frac{B}{z} = \frac{2}{2} = 1\,, \quad n = \frac{L}{z} = 1\,, \quad \eta^2 = \frac{1}{2} = 0.5000$$

2 Invloedswaarde I_w

$$\sqrt{\eta^2\left(\frac{1}{m^2}+\frac{1}{n^2}\right)+\frac{\eta^4}{m^2n^2}} = \sqrt{0.5\,(2)+0.25} = \sqrt{1.25} = 1.1180$$

$$I_w = \frac{1}{2\pi}\cot^{-1}(1.1180) = \frac{0.7297}{2\pi} = \mathbf{0.1161}$$

Onder de hoek van het vierkant, op z = 2 m, wordt **I_w = 0.1161** gevonden (tabelwaarde op de pagina: $I_w(1; 1)$ = 0.1161).

Oplossing (2/2)

OPLOSSING

3 Spanning en Boussinesq

$$\Delta\sigma_z = q\, I_w = 100\,(0.1161) = \mathbf{11.61}\ \mathrm{kN/m^2}$$

$$\text{Boussinesq: } I_3(1;1) = 0.1752 \ \Rightarrow\ \Delta\sigma_{z,B} = \mathbf{17.52}\ \mathrm{kN/m^2}$$

μ_s	η	I_w (m = n = 1)	$\Delta\sigma_z = q\, I_w$ (kN/m²)	Boussinesq I_3	$\Delta\sigma_{z,B}$ (kN/m²)
0.0	0.7071	0.1161	**11.61**	0.1752	17.52
0.2	0.6124	0.1296	**12.96**	0.1752	17.52
0.3	0.5345	0.1418	**14.18**	0.1752	17.52
0.4	0.4082	0.1639	**16.39**	0.1752	17.52

Onder de hoek van het vierkant is de spanning volgens Westergaard **11.61 kN/m²** en de spanning volgens Boussinesq 17.52 kN/m² (verhouding 0.663). Naarmate μ_s toeneemt, groeit I_w: 0.1161 → 0.1639 (μ_s = 0 → 0.4); de waarde volgens Boussinesq is I_3 = 0.1752.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

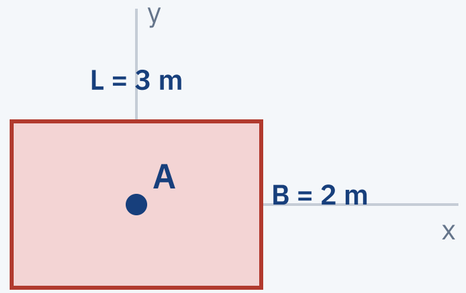
VOORBEELD

Gegeven

Belasting	**flexibele rechthoek: $L = 3$ m (richting x), $B = 2$ m, $q = 300$ kN/m²**
Punt A	**onder het midden, $z = 4$ m; $\mu_s = 0$**
Tip	**het midden is het gemeenschappelijke hoekpunt van vier gelijke rechthoeken**

GEVRAAGD

$\Delta\sigma_z$ met de vier-hoeken-rechthoekmethode en de Boussinesq-waarde; tabel van de variatie met de diepte.



Oplossing (1/2)

OPLOSSING

1 Vier gelijke hoekrechthoeken (1.5 m × 1.0 m)

$$m = \frac{1.0}{4} = 0.2500\,, \quad n = \frac{1.5}{4} = 0.3750\,, \quad \eta^2 = 0.5000$$

2 I_w (voor elke hoekrechthoek)

$$\sqrt{\eta^2\left(\frac{1}{m^2}+\frac{1}{n^2}\right)+\frac{\eta^4}{m^2n^2}} = \sqrt{0.5\,(23.1111)+28.4444} = \sqrt{40} = 6.3246$$

$$I_w = \frac{1}{2\pi}\cot^{-1}(6.3246) = \frac{0.15682}{2\pi} = \mathbf{0.02496}$$

Voor elke hoekrechthoek wordt **I_w = 0.02496** gevonden; het midden is de gemeenschappelijke hoek van de vier gelijke hoekrechthoeken.

Oplossing (2/2)

OPLOSSING

3 Spanning (4 hoekrechthoeken) en Boussinesq

$$\Delta\sigma_z = 4\,q\,I_w = 4\,(300)\,(0.02496) = \mathbf{29.95}\ \mathrm{kN/m^2}$$

$$\Delta\sigma_{z,B} = 4\,q\,I_3(0.25;0.375) = 4\,(300)\,(0.03830) = 45.96\ \mathrm{kN/m^2}$$

4 Dezelfde methode op elke diepte (m = 1.0/z, n = 1.5/z)

z (m)	1	2	4	6	8	12
$\Delta\sigma_z$ volgens Westergaard (kN/m²)	**158.69**	**82.80**	**29.95**	**14.62**	**8.52**	**3.89**
$\Delta\sigma_z$ Boussinesq (kN/m²)	232.37	128.49	45.96	22.21	12.88	5.86
Verhouding W/B	0.683	0.644	0.652	0.658	0.662	0.664

De spanning volgens Westergaard is op elke diepte kleiner dan die volgens Boussinesq: 158.69 en 232.37 kN/m² op z = 1 m, 3.89 en 5.86 kN/m² op z = 12 m. De verhouding blijft in het bereik z = 1–12 m tussen 0.644 en 0.683.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

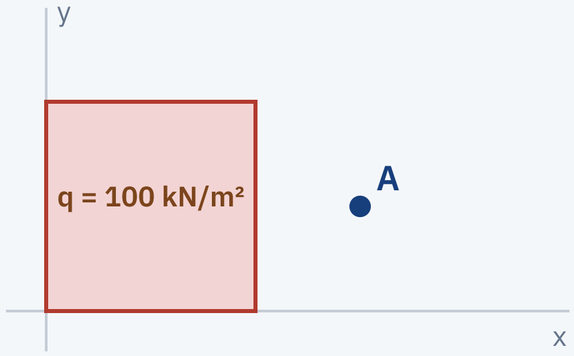
VOORBEELD

Gegeven

Belasting	**flexibel vierkant** $[0;\,2] \times [0;\,2]$ **m,** $q = 100$ **kN/m²**
Punt A	$x = 3$ **m,** $y = 1$ **m (1 m buiten de rand),** $z = 2$ **m**
Grond	**tussen platen** $\mu_s = 0$

GEVRAAGD

Met de gemarkeerde **vierhoek met vier hoekpunten $\Delta\sigma_z$**; vergelijking met de waarde volgens Boussinesq.



Oplossing

OPLOSSING

1 Afstanden van A tot de hoeken a = $x_{hoek} - x_A$, b = $y_{hoek} - y_A$; rechthoek met vier hoeken

Hoekrechthoek	(a ; b) (m)	m = |a|/z	n = |b|/z	I_w	Teken
1	(–1 ; 1)	0.50	0.50	0.05409	–
2	(–3 ; 1)	1.50	0.50	0.08745	+
3	(–1 ; –1)	0.50	0.50	0.05409	–
4	(–3 ; –1)	1.50	0.50	0.08745	+

2 Totaal

$$\Delta\sigma_z = q\,[-I_w(0.5;0.5) + I_w(1.5;0.5) - I_w(0.5;0.5) + I_w(1.5;0.5)]$$

$$= 2q\,[0.08745 - 0.05409] = 200\,(0.03336) = \mathbf{6.673}\ \mathrm{kN/m^2}$$

$$\Delta\sigma_{z,B} = 9.466\ \mathrm{kN/m^2}$$

Hoewel punt A buiten de belasting ligt, ondervindt het een spanning van **6.67 kN/m²**; de waarde volgens Boussinesq is 9.47 kN/m². Eén bewerking volstaat: de twee rechthoeken van 1 m × 1 m aftrekken van de twee rechthoeken van 3 m × 1 m.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

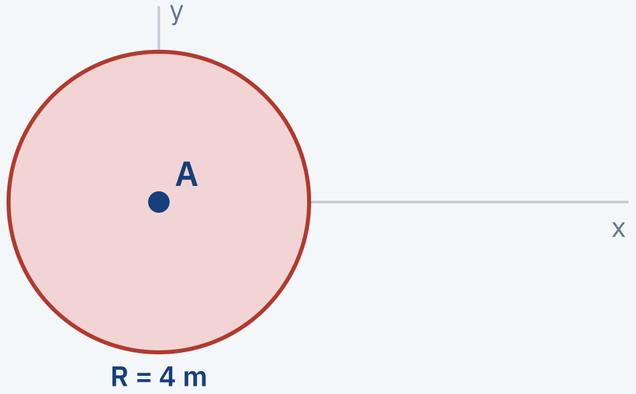
VOORBEELD

Gegeven

Belasting	**cirkel** $R = 4$ **m,** $q = 300$ **kN/m²;** $\mu_s = 0$**,** $z = 4$ **m**
Punt A	**horizontale afstand vanaf het midden** $r = 0;\ 0.5R;\ R;\ 1.5R;\ 2R;\ 3R$

GEVRAAGD

Westergaard- en Boussinesq-spanningen op elke afstand (de poolintegraal van de module).



Oplossing

OPLOSSING

r (m)	r/R	$\Delta\sigma_z$ volgens Westergaard	$\Delta\sigma_z$ Boussinesq	Verhouding W/B
0	0.0	**126.79**	193.93	0.654
2	0.5	**111.97**	168.67	0.664
4	1.0	**69.51**	99.67	0.697
6	1.5	**30.71**	37.99	0.808
8	2.0	**13.75**	12.54	1.096
12	3.0	**4.05**	1.87	2.163

In het midden (r = 0) wordt de waarde van de gesloten uitdrukking gevonden als 126.79 kN/m². Aan de rand van de cirkel (r = R) 69.51 kN/m² (Boussinesq: 99.67); naarmate men buiten de cirkel komt, neemt de Westergaard-spanning langzamer af en **tussen r = 1.5R en 2R** stijgt zij boven die van Boussinesq (r = 12 m: 4.05 en 1.87 kN/m²).

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

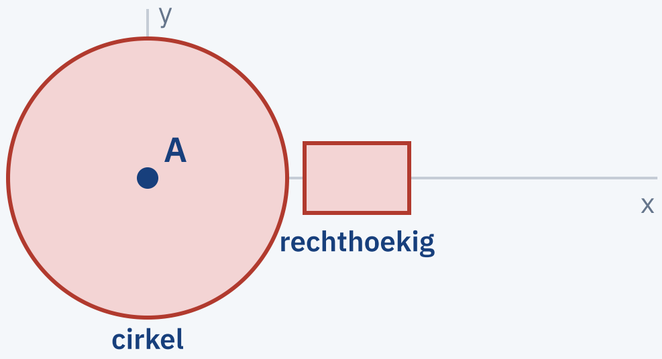
VOORBEELD

Gegeven

Gebied 1	**cirkel $R = 4$ m, $q = 300$ kN/m², middelpunt $(0;\ 0)$**
Gebied 2	**rechthoekig 3×2 m (3 m in de x-richting), $q = 300$ kN/m², middelpunt $(6;\ 0)$**
Punt A	**$x = 0$, $y = 0$, $z = 4$ m; $\mu_s = 0$ (de gebieden overlappen elkaar niet)**

GEVRAAGD

Bijdrage van elk oppervlak, totale spanning en Boussinesq-som; dieptetabel.



Oplossing (1/2)

OPLOSSING

1 Vlak 1 (cirkel, onder het midden)

$$\Delta\sigma_{z(1)} = 300\left\{1 - \frac{\eta}{\sqrt{\eta^2 + (R/z)^2}}\right\} = 300\,(0.4226) = \mathbf{126.79}\ \mathrm{kN/m^2} \quad \text{(Voorbeeld 1)}$$

2 Gebied 2 (rechthoek; x = 4.5 en 7.5 m vanaf A, y = ±1 m)

$$\Delta\sigma_{z(2)} = q\left[I_w\left(\tfrac{7.5}{4};\tfrac{1}{4}\right) - I_w\left(\tfrac{4.5}{4};\tfrac{1}{4}\right)\right] \times 2 = 600\,[0.05048 - 0.04553]$$

$$\Delta\sigma_{z(2)} = 600\,(0.00495) = \mathbf{2.97}\ \mathrm{kN/m^2} \qquad \Delta\sigma_{z(2),B} = 3.18$$

Omdat rechthoek A ver van het punt ligt, is haar bijdrage klein: **2.97 kN/m²** (Boussinesq: 3.18). De bijdrage van de cirkel is 126.79 kN/m².

Oplossing (2/2)

OPLOSSING

1 De spanningen worden gesommeerd (z = 4 m)

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(1)} + \Delta\sigma_{z(2)} = 126.79 + 2.97 = \mathbf{129.76}\ \mathrm{kN/m^2}$$

$$\Delta\sigma_{z,B} = 193.93 + 3.18 = 197.11\ \mathrm{kN/m^2}$$

2 Diepteprofiel onder hetzelfde punt

z (m)	2	4	6	8	12
Gebied 1 (cirkel)	200.00	126.79	81.72	55.05	28.64
Oppervlak 2 (rechthoek)	1.91	2.97	3.18	2.95	2.17
Totaal volgens Westergaard	**201.91**	**129.76**	**84.90**	**58.00**	**30.81**
Totaal volgens Boussinesq	274.02	197.11	131.63	89.82	47.27

Op punt A leveren de twee gebieden samen **129.76 kN/m²** (Boussinesq-som: 197.11 kN/m²). Het aandeel van het zijgebied neemt toe met de diepte: op z = 12 m bedraagt het ongeveer 7.0% van het totaal.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Samenvatting

Belangrijkste punten

Cirkel, middelpunt: $\Delta\sigma_z = q\,\{1 - \eta/[\eta^2 + (R/z)^2]^{1/2}\}$, $\eta = \sqrt{[(1 - 2\mu_s)/(2 - 2\mu_s)]}$; **rechthoek, hoek**: $\Delta\sigma_z = q\,I_w$, $I_w = (1/2\pi)\,\cot^{-1}\sqrt{[\eta^2(1/m^2 + 1/n^2) + \eta^4/(m^2n^2)]}$

Voorbeeld (R = 4 m, q = 300, z = 4 m, μ_s = 0): $\eta = 0.7071$; $\Delta\sigma_z/q = 0.4226$ → **$\Delta\sigma_z$ = 126.79 kN/m²**; Boussinesq 193.93 kN/m²

Rechthoek: in de hoek (2 m × 2 m, z = 2 m) $I_w = 0.1161$; in het midden vier gelijke hoekrechthoeken (3 × 2 m, z = 4 m: 29.95 kN/m²); in het punt buiten de belasting vier **met teken** bepaalde hoekrechthoeken (6.67 kN/m²)

Naarmate **μ_s** toeneemt, neemt de spanning onder het midden toe (0 → 0.4: 126.79 → 186.61 kN/m²); bij $\mu_s = 0$ bedraagt de Westergaard-spanning onder de belasting ongeveer 65% van die van Boussinesq, en op afstand van de belasting keert deze orde om

Superpositie: elk gebied wordt met zijn eigen afstand behandeld, de spanningen worden gesommeerd (cirkel + rechthoek: 129.76 kN/m²)

Literatuur

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Westergaard, H.M. (1938). A problem of elasticity suggested by a problem in soil mechanics: soft material reinforced by numerous strong horizontal sheets. In Contributions to the Mechanics of Solids, Stephen Timoshenko 60th Anniversary Volume. Macmillan, New York, 268–277.

OPMERKING

Alle numerieke voorbeelden zijn gegenereerd met de eigen berekeningsmodule van de module; de module geeft dezelfde waarden. Het openingsvoorbeeld van de module: cirkel R = 4 m, q = 300 kN/m², $\mu_s = 0$, op z = 4 m onder het middelpunt.

GeoTerva

Online geotechnische berekeningen

Van theorie naar praktijk

Voer uw eigen cirkels en rechthoeken, punt A en de waarde van μ_s in GeoTerva in; de module levert samen η, de I_w-waarden, de hoekrechthoeken, de vergelijking met Boussinesq, het diepteprofiel, de stapsgewijze oplossing en het rapport.

Module openen → | **Theoriepagina →**

Openen op de smartphone
Proefmodules vereisen geen registratie.

Wilt u ze in uw colleges gebruiken: info@geoterva.com