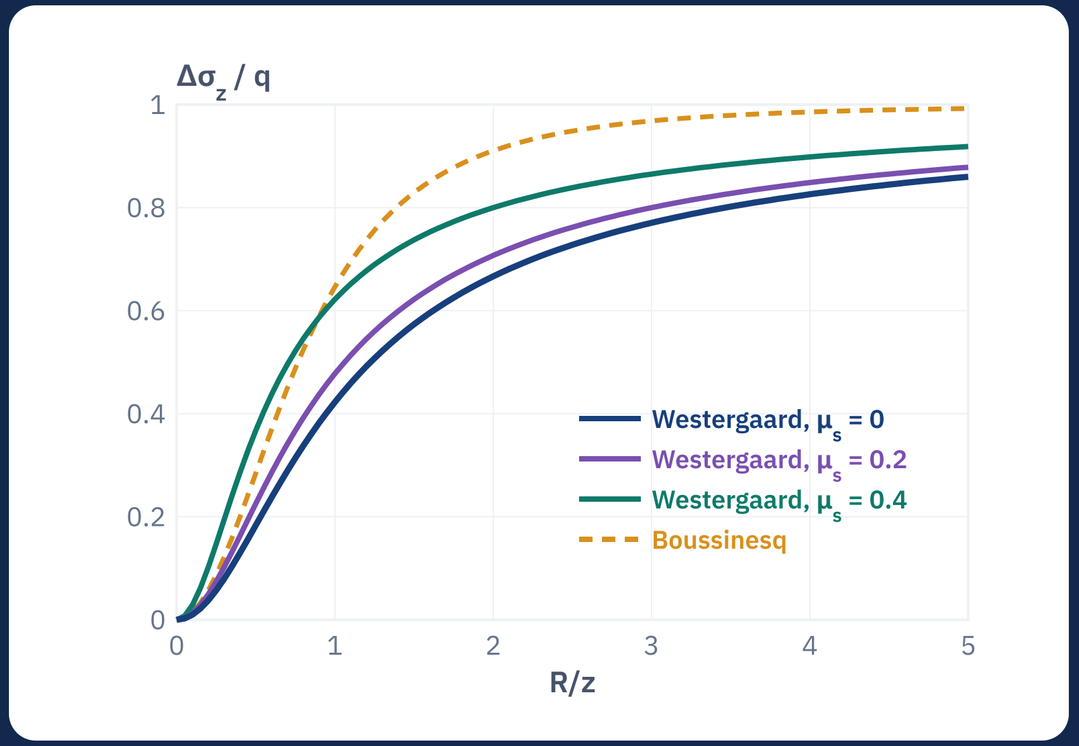
GeoTerva

지반공학 강의 자료 · 지반 내 응력

Westergaard: 면하중 아래의 응력

강의: Westergaard 매질에서 등분포하중을 받는 원형 및 직사각형 하중 아래의 응력; 원의 중심과 직사각형의 모서리를 손계산으로 푼다.

Westergaard 매질 | 원의 중심 | 직사각형의 모서리 | 모서리 직사각형 | 중첩



개요

이 강의에서 다루는 내용

Westergaard 집중하중 해의 **재하 면적에 대한 적분**: 두 가지 폐쇄형 결과

원의 중심 아래: $\Delta\sigma_z = q\,\{1 - \eta/[\eta^2 + (R/z)^2]^{1/2}\}$

직사각형 모서리 아래: $\Delta\sigma_z = q\,I_w$; 그 밖의 점에는 부호를 붙인 **네 모서리 직사각형**

Westergaard 응력과 **Boussinesq** 응력의 비교; 포아송비 μ_s의 영향

여러 영역의 **중첩**; 깊이에 따른 변화

강의 흐름

각 주제는 **세 단계**로 다룬다:

1 · **이론**: 공식과 그 근거

2 · **문제**: 조건과 구하는 값

3 · **풀이**: 단계별 수치 계산

예제: 연성 원형 재하 면적, R = 4 m, q = 300 kN/m²; 중심 아래 z = 4 m; 판 사이의 지반에서 $\mu_s = 0$.

Westergaard 매질에서 하중이 작용하는 면적

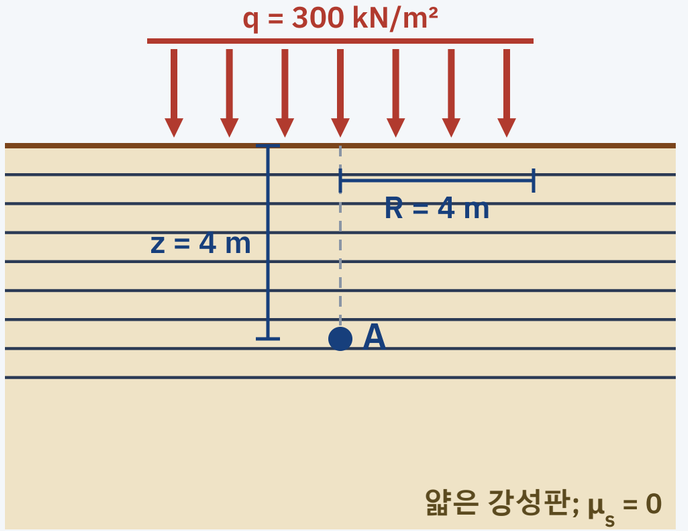
이론

Boussinesq 해를 원과 직사각형에 대해 적분한 것과 마찬가지로, Westergaard 집중하중 해도 하중이 작용하는 **면적에 대해 적분**할 수 있다

연성이고 등분포 하중이 작용하는 면적에 대하여 **두 가지 닫힌 형태의 해**가 얻어진다: **원의 중심** 아래와 **직사각형의 모서리** 아래의 응력

μ_s는 강성 층 사이에 있는 지반의 포아송비이며, $\mu_s = 0$일 때 $\eta = 1/\sqrt{2}$이다

$$\eta = \sqrt{\frac{1 - 2\mu_s}{2 - 2\mu_s}}$$



중심 아래

이론

등분포하중을 받는 반지름 **R**의 연성 원형 재하면 중심 아래:

$$\Delta\sigma_z = q\left\{1 - \frac{\eta}{\left[\eta^2 + (R/z)^2\right]^{1/2}}\right\}$$

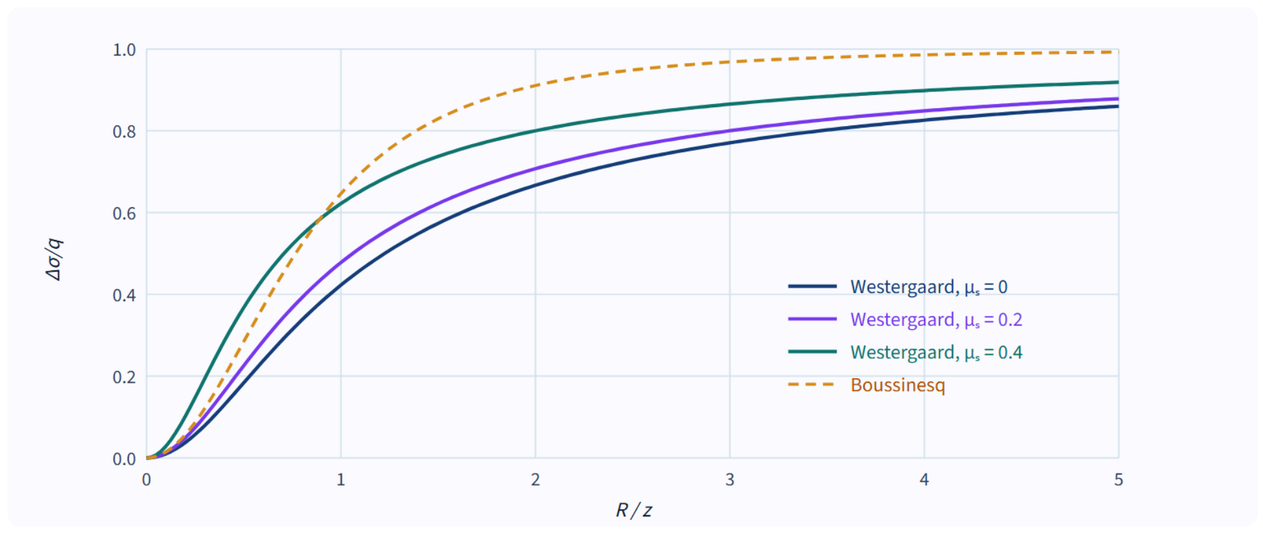
이 관계식은 집중하중의 해로부터 얻는다: **r dr dα** 요소는 **q r dr dα**의 하중을 받으며, 집중하중의 영향값 $\mathbf{I_5}$를 사용한 r에 대한 적분은 기본 함수로 계산된다

$$\Delta\sigma_z = q\int_0^R \frac{r\,dr}{\eta^2 z^2}\left[\left(\frac{r}{\eta z}\right)^2 + 1\right]^{-3/2} = q\left\{1 - \left[\left(\frac{R}{\eta z}\right)^2 + 1\right]^{-1/2}\right\}$$

$\Delta\sigma_z/q$ 값의 R/z에 따른 변화

이론

R/z	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	2	2.5	3	4	5	10
Westergaard ($\mu_s = 0$)	0.0572	0.1835	0.3140	0.4226	0.5076	0.5736	0.6667	0.7278	0.7706	0.8259	0.8600	0.9295
Boussinesq	0.0869	0.2845	0.4880	0.6464	0.7562	0.8293	0.9106	0.9488	0.9684	0.9857	0.9925	0.9990



모서리 아래: I_w

이론

등분포하중을 받는 **B × L** 크기의 연성 직사각형 모서리 아래에서, **m = B/z** 및 **n = L/z**로 놓으면:

$$\Delta\sigma_z = \frac{q}{2\pi}\left[\cot^{-1}\sqrt{\eta^2\left(\frac{1}{m^2}+\frac{1}{n^2}\right)+\eta^4\left(\frac{1}{m^2 n^2}\right)}\right] = q\,I_w$$

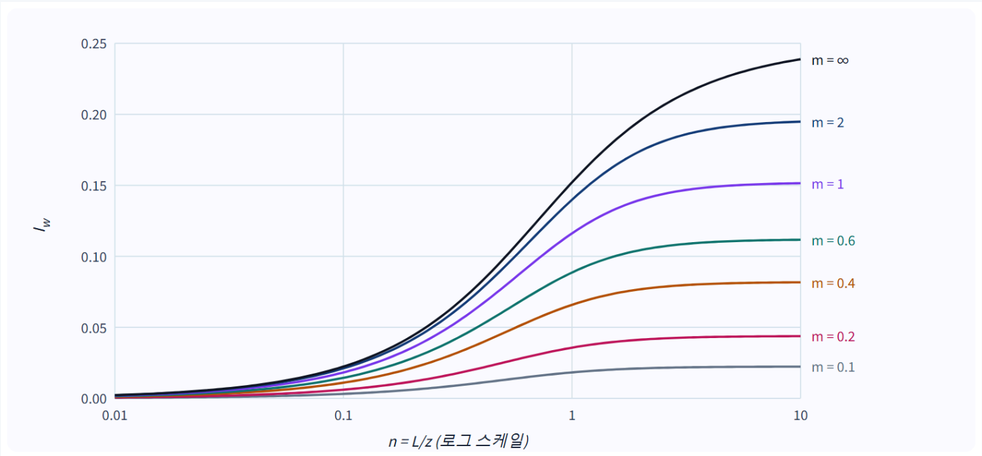
그 밖의 모든 점에 대해서는 Boussinesq 직사각형에서와 같이 **부호가 있는 네 모서리 직사각형**을 사용하며, 모듈이 이 연산을 수행한다

$$\Delta\sigma_z = q\,\left[\pm I_w(m_1,n_1) \pm I_w(m_2,n_2) \pm I_w(m_3,n_3) \pm I_w(m_4,n_4)\right]$$

I_w 값 ($\mu_s = 0$)

이론

m	n = 0.1	n = 0.4	n = 1	n = 2	n = 5	n = 10
0.1	0.0031	0.0110	0.0182	0.0211	0.0221	0.0223
0.2	0.0061	0.0214	0.0357	0.0413	0.0434	0.0438
0.5	0.0129	0.0459	0.0781	0.0916	0.0969	0.0977
1	0.0182	0.0658	0.1161	0.1398	0.1498	0.1515
2	0.0211	0.0768	0.1398	0.1743	0.1916	0.1948
10	0.0223	0.0817	0.1515	0.1948	0.2250	0.2341



원에 대한 극좌표 적분

이론

원의 중심 이외의 점에 대해서는 닫힌 형태의 관계식이 없다. 모듈은 Westergaard 집중하중 해를 A점 바로 아래 점을 기준으로 한 **극좌표**에서 원 위에 걸쳐 적분한다

각 반직선을 따른 반경 방향 적분은 닫힌 형태이며, 각도에 대한 적분만 수치적분이다. 중심(r = 0)에서는 이 결과가 위의 닫힌 형태 식으로 귀착된다

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{1}{2\pi}\oint \left[G(\rho_1) - G(\rho_2)\right] d\varphi \qquad G(\rho) = \left[\left(\frac{\rho}{\eta z}\right)^2 + 1\right]^{-1/2}$$

중첩

이론

각각 고유한 **q** 값, 크기 및 지표 위 중심으로 정의되는 원과 직사각형을 입력할 수 있다(최대 여덟 개). 두 영역은 서로 접할 수 있으나 겹칠 수는 없다

Westergaard 매질은 **탄성**이므로 각 면적 하중의 응력은 A점까지의 자체 거리로 구하고 응력은 **합산**한다. Boussinesq 비교값도 같은 방식으로 합산한다

$$\Delta\sigma_z = \sum_k \Delta\sigma_{z(k)} \qquad \Delta\sigma_{z(k)} = q_k \left\{ 1 - \frac{\eta}{\sqrt{\eta^2 + (R_k/z)^2}} \right\} \text{ 또는 } q_k \sum \pm I_w$$

문제

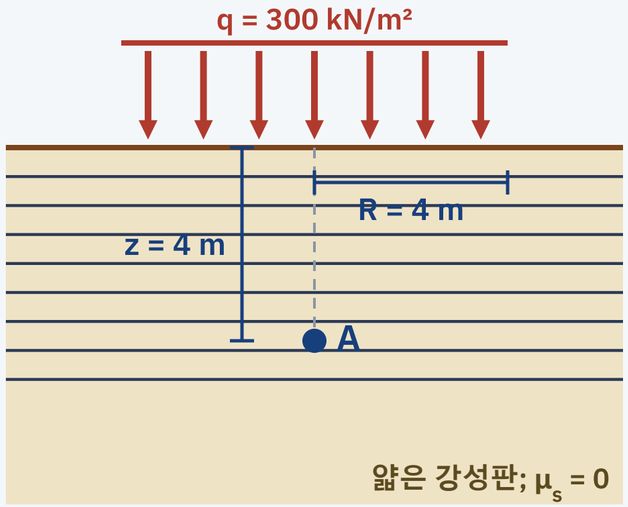
예제

조건

하중	**연성 등분포 원형 하중:** $q = 300$ **kN/m²,** $R = 4$ **m**
점 A	**원의 중심 아래,** $z = 4$ **m**
지반	**판 사이** $\mu_s = 0$

구하는 값

η, R/z, Δσ$_z$/q, Δσ$_z$ 및 Boussinesq 응력과의 비교.



풀이 (1/2)

풀이

1 Westergaard 상수 η

$$\eta = \sqrt{\frac{1-2\mu_s}{2-2\mu_s}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \mathbf{0.7071} \qquad \eta^2 = 0.5000$$

2 비와 응력

$$\frac{R}{z} = \frac{4}{4} = 1 \qquad \sqrt{\eta^2 + (R/z)^2} = \sqrt{0.5000 + 1} = 1.2247$$

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = 1 - \frac{\eta}{\sqrt{\eta^2 + (R/z)^2}} = 1 - \frac{0.7071}{1.2247} = \mathbf{0.4226}$$

$$\Delta\sigma_z = q\,\frac{\Delta\sigma_z}{q} = 300\,(0.4226) = \mathbf{126.79}\ \text{kN/m}^2$$

Westergaard 응력은 **126.79 kN/m²** (q의 42.3%)로 구해진다.

풀이 (2/2)

풀이

4 Boussinesq (비교)

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = 1 - \frac{1}{\left[(R/z)^2+1\right]^{3/2}} = 1 - \frac{1}{2^{3/2}} = \mathbf{0.6464}$$

$$\Delta\sigma_{z,B} = 300\,(0.6464) = \mathbf{193.93}\ \text{kN/m}^2 \qquad \frac{\Delta\sigma_z}{\Delta\sigma_{z,B}} = \frac{126.79}{193.93} = 0.654$$

Westergaard **126.79 kN/m²**, Boussinesq **193.93 kN/m²**: 강성 판이 하중을 측방으로 분산시키므로 중심 아래의 Westergaard 응력은 Boussinesq 응력의 **65.4%**에 불과하다.

GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

문제

예제

조건

하중	**원** $R = 4$ **m,** $q = 300$ **kN/m²,** $\mu_s = 0$
깊이	$z = 0.4;\ 2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10;\ 12$ **m (**$z/R = 0.1 \ldots 3$**)**

구하는 값

각 깊이에서의 **$\Delta\sigma_z/q$**, Westergaard 응력과 Boussinesq 응력; z = 2 m 및 12 m에 대한 수계산 검토.

풀이 (1/2)

풀이

z (m)	z/R	R/z	$\Delta\sigma_z/q$	$\Delta\sigma_z$ Westergaard	$\Delta\sigma_z$ Boussinesq	비 W/B
0.4	0.1	10.00	0.9295	**278.84**	299.70	0.930
2	0.5	2.00	0.6667	**200.00**	273.17	0.732
4	1.0	1.00	0.4226	**126.79**	193.93	0.654
6	1.5	0.67	0.2724	**81.72**	127.19	0.642
8	2.0	0.50	0.1835	**55.05**	85.34	0.645
10	2.5	0.40	0.1296	**38.88**	59.88	0.649
12	3.0	0.33	0.0955	**28.64**	43.86	0.653

Westergaard 응력은 모든 깊이에서 Boussinesq 응력보다 작다(z = 4 m: 126.79 및 193.93 kN/m²; z = 12 m: 28.64 및 43.86 kN/m²). 그 비는 지표면 부근에서 0.930으로 시작하여 z = 4 m에서 0.654가 되고 깊은 곳에서는 0.65 부근에 머문다.

풀이 (2/2)

풀이

1 z = 2 m (R/z = 2)

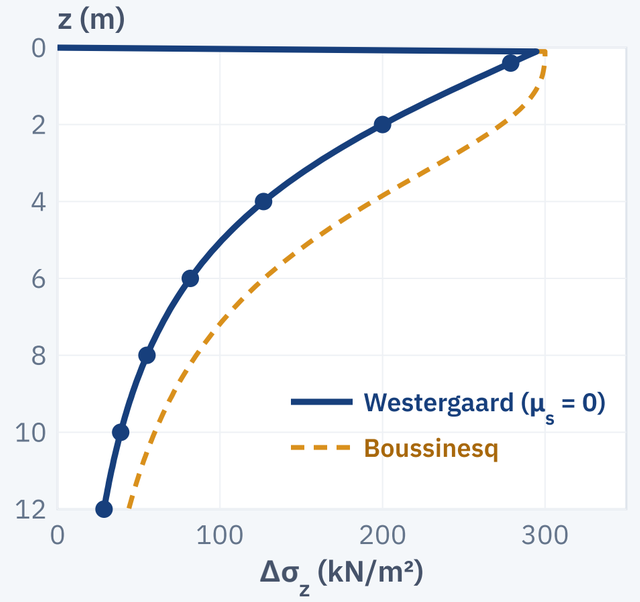
$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = 1 - \frac{0.7071}{\sqrt{0.5000 + 4}} = 1 - \frac{0.7071}{2.1213} = \mathbf{0.6667}$$

$$\Delta\sigma_z = 300\,(0.6667) = \mathbf{200.00}\ \text{kN/m}^2$$

2 z = 12 m (R/z = 1/3)

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = 1 - \frac{0.7071}{\sqrt{0.5000 + 0.1111}} = 1 - \frac{0.7071}{0.7817} = \mathbf{0.0955}$$

$$\Delta\sigma_z = 300\,(0.0955) = \mathbf{28.64}\ \text{kN/m}^2$$



z = 2 m에서 응력은 정확히 **2q/3 = 200.00 kN/m²** (Boussinesq: 273.17); z = 12 m에서는 **28.64 kN/m²** (Boussinesq: 43.86).

GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

문제

예제

조건	
하중과 점	**원 $R = 4$ m, $q = 300$ kN/m², 중심 아래 $z = 4$ m**
변화	$\mu_s = 0;\ 0.1;\ 0.2;\ 0.3;\ 0.4;\ 0.49$

구하는 값

각 μ_s에 대한 **η**, **$\Delta\sigma_z/q$**, **$\Delta\sigma_z$** 및 Boussinesq 응력에 대한 비; μ_s = 0.2와 0.4에 대해서는 손계산.

풀이 (1/2)

풀이

μ_s	η	$\Delta\sigma_z/q$	$\Delta\sigma_z$ Westergaard	$\Delta\sigma_z$ / Boussinesq
0.00	0.7071	0.4226	**126.79**	0.654
0.10	0.6667	0.4453	**133.59**	0.689
0.20	0.6124	0.4778	**143.33**	0.739
0.30	0.5345	0.5286	**158.58**	0.818
0.40	0.4082	0.6220	**186.61**	0.962
0.49	0.1400	0.8613	**258.40**	1.332

μ_s가 커질수록 중심 아래의 Westergaard 응력은 **증가한다**: μ_s = 0에서 126.79, μ_s = 0.4에서 186.61 kN/m²이다(Boussinesq: 193.93). μ_s = 0.49에서는 258.40 kN/m²로 Boussinesq 값을 **초과한다**.

풀이 (2/2)

풀이

1 μ_s = 0.2

$$\eta^2 = \frac{1-0.4}{2-0.4} = 0.3750\,, \quad \eta = 0.6124\,, \quad \sqrt{\eta^2+1} = 1.1726$$

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = 1 - \frac{0.6124}{1.1726} = 0.4778 \;\Rightarrow\; \Delta\sigma_z = 300\,(0.4778) = \mathbf{143.33}\ \text{kN/m}^2$$

2 μ_s = 0.4

$$\eta^2 = \frac{1-0.8}{2-0.8} = 0.1667\,, \quad \eta = 0.4082\,, \quad \sqrt{\eta^2+1} = 1.0801$$

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = 1 - \frac{0.4082}{1.0801} = 0.6220 \;\Rightarrow\; \Delta\sigma_z = 300\,(0.6220) = \mathbf{186.61}\ \text{kN/m}^2$$

η가 작아질수록 응력이 커진다: **143.33 → 186.61 kN/m²** (μ_s = 0.2 → 0.4).

GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

문제

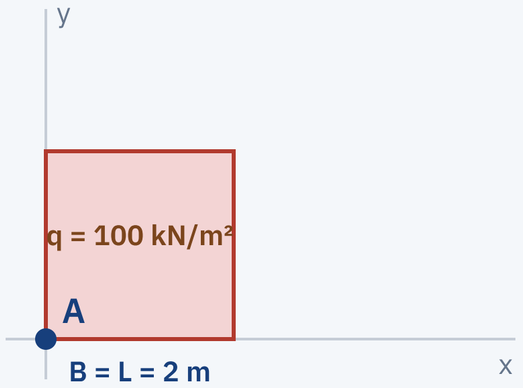
예제

조건

하중	**연성, 등분포 정사각형:** $B = L = 2$ **m,** $q = 100$ **kN/m²**
점 A	**정사각형 한 모서리의 아래,** $z = 2$ **m**
지반	**판 사이** $\mu_s = 0$

구하는 값

m, **n**, $\mathbf{I_W}$, $\mathbf{\Delta\sigma_z}$; Boussinesq 값과의 비교; μ_s의 영향.



풀이 (1/2)

풀이

1 m, n 및 η

$$m = \frac{B}{z} = \frac{2}{2} = 1\,, \quad n = \frac{L}{z} = 1\,, \quad \eta^2 = \frac{1}{2} = 0.5000$$

2 영향값 I_w

$$\sqrt{\eta^2\left(\frac{1}{m^2}+\frac{1}{n^2}\right)+\frac{\eta^4}{m^2 n^2}} = \sqrt{0.5\,(2)+0.25} = \sqrt{1.25} = 1.1180$$

$$I_w = \frac{1}{2\pi}\cot^{-1}(1.1180) = \frac{0.7297}{2\pi} = \mathbf{0.1161}$$

정사각형의 모서리 아래, z = 2 m에서 **I_w = 0.1161**이 구해진다 (페이지의 표 값: $I_w(1; 1)$ = 0.1161).

풀이 (2/2)

풀이

3 응력과 Boussinesq

$$\Delta\sigma_z = q\, I_w = 100\,(0.1161) = \mathbf{11.61}\ \text{kN/m}^2$$

$$\text{Boussinesq: } I_3(1;1) = 0.1752 \;\Rightarrow\; \Delta\sigma_{z,B} = \mathbf{17.52}\ \text{kN/m}^2$$

μ_s	η	I_w (m = n = 1)	$\Delta\sigma_z = q\, I_w$ (kN/m²)	Boussinesq I_3	$\Delta\sigma_{z,B}$ (kN/m²)
0.0	0.7071	0.1161	**11.61**	0.1752	17.52
0.2	0.6124	0.1296	**12.96**	0.1752	17.52
0.3	0.5345	0.1418	**14.18**	0.1752	17.52
0.4	0.4082	0.1639	**16.39**	0.1752	17.52

정사각형의 모서리 아래에서 Westergaard 응력은 **11.61 kN/m²**, Boussinesq 응력은 17.52 kN/m²이다(비 0.663). μ_s가 커질수록 I_w가 커진다: 0.1161 → 0.1639(μ_s = 0 → 0.4); Boussinesq 값은 I_3 = 0.1752이다.

GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

문제

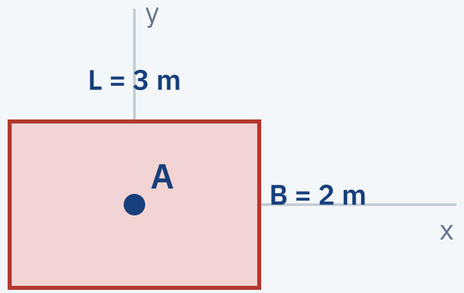
예제

조건

하중	**연성 직사각형: $L = 3$ m (x 방향), $B = 2$ m, $q = 300$ kN/m²**
점 A	**중심 아래, $z = 4$ m; $\mu_s = 0$**
힌트	**중심은 합동인 네 개의 모서리 직사각형이 공유하는 모서리이다**

구하는 값

4개 모서리 직사각형법에 의한 **$\Delta\sigma_z$**와 Boussinesq 값; 깊이에 따른 변화표.



풀이 (1/2)

풀이

1 동일한 모서리 직사각형 4개 (1.5 m × 1.0 m)

$$m = \frac{1.0}{4} = 0.2500\,, \quad n = \frac{1.5}{4} = 0.3750\,, \quad \eta^2 = 0.5000$$

2 I_w (각 모서리 직사각형별)

$$\sqrt{\eta^2\left(\frac{1}{m^2}+\frac{1}{n^2}\right)+\frac{\eta^4}{m^2n^2}} = \sqrt{0.5\,(23.1111)+28.4444} = \sqrt{40} = 6.3246$$

$$I_w = \frac{1}{2\pi}\cot^{-1}(6.3246) = \frac{0.15682}{2\pi} = \mathbf{0.02496}$$

각 모서리 직사각형에 대해 $\mathbf{I_w = 0.02496}$이 구해진다; 중심은 크기가 같은 네 개의 모서리 직사각형의 공통 모서리이다.

풀이 (2/2)

풀이

3 응력 (모서리 직사각형 4개) 및 Boussinesq

$$\Delta\sigma_z = 4\,q\,I_w = 4\,(300)\,(0.02496) = \mathbf{29.95}\ \text{kN/m}^2$$

$$\Delta\sigma_{z,B} = 4\,q\,I_3(0.25;\,0.375) = 4\,(300)\,(0.03830) = 45.96\ \text{kN/m}^2$$

4 모든 깊이에서 동일한 방법 (m = 1.0/z, n = 1.5/z)

z (m)	1	2	4	6	8	12
$\Delta\sigma_z$ Westergaard (kN/m²)	**158.69**	**82.80**	**29.95**	**14.62**	**8.52**	**3.89**
$\Delta\sigma_z$ Boussinesq (kN/m²)	232.37	128.49	45.96	22.21	12.88	5.86
비 W/B	0.683	0.644	0.652	0.658	0.662	0.664

Westergaard 응력은 모든 깊이에서 Boussinesq 응력보다 작다: z = 1 m에서 158.69와 232.37 kN/m², z = 12 m에서 3.89와 5.86 kN/m². 비는 z = 1–12 m 범위에서 0.644와 0.683 사이에 머문다.

GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

문제

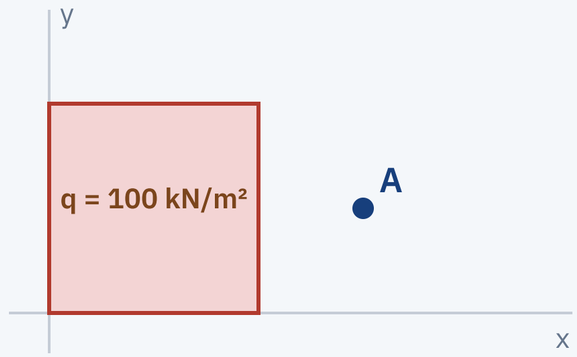
예제

조건

하중	**연성 정사각형** $[0;\,2]\times[0;\,2]$ **m,** $q = 100$ **kN/m²**
점 A	$x = 3$ **m,** $y = 1$ **m (가장자리에서 1 m 바깥),** $z = 2$ **m**
지반	**판 사이** $\mu_s = 0$

구하는 값

표시된 **네 모서리 직사각형**에 의한 $\Delta\sigma_z$; Boussinesq 값과의 비교.



풀이

풀이

1 A에서 모서리까지의 거리 $a = x_{corner} - x_A$, $b = y_{corner} - y_A$; 네 모서리 직사각형

모서리 직사각형	(a ; b) (m)	m = |a|/z	n = |b|/z	I_w	부호
1	(−1 ; 1)	0.50	0.50	0.05409	−
2	(−3 ; 1)	1.50	0.50	0.08745	+
3	(−1 ; −1)	0.50	0.50	0.05409	−
4	(−3 ; −1)	1.50	0.50	0.08745	+

2 합계

$$\Delta\sigma_z = q\,[-I_w(0.5;0.5) + I_w(1.5;0.5) - I_w(0.5;0.5) + I_w(1.5;0.5)]$$

$$= 2q\,[0.08745 - 0.05409] = 200\,(0.03336) = \mathbf{6.673}\ \text{kN/m}^2$$

$$\Delta\sigma_{z,B} = 9.466\ \text{kN/m}^2$$

A점은 하중 바깥에 있음에도 **6.67 kN/m²**의 응력을 받으며, Boussinesq 값은 9.47 kN/m²이다. 필요한 연산은 하나뿐이다. 3 m × 1 m 직사각형 두 개에서 1 m × 1 m 직사각형 두 개를 빼면 된다.

GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

문제

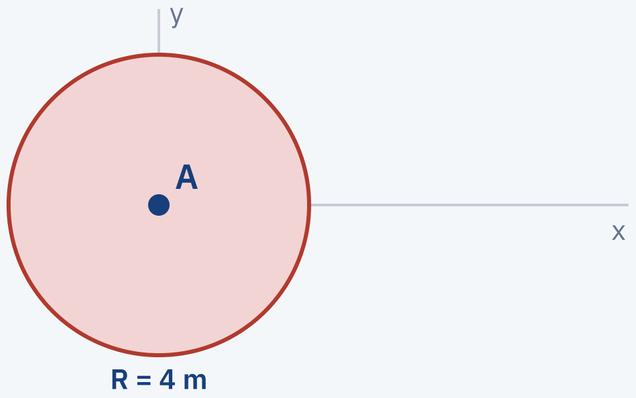
예제

조건

하중	**원형 $R = 4$ m, $q = 300$ kN/m²; $\mu_s = 0$, $z = 4$ m**
점 A	**중심으로부터의 수평 거리 $r = 0;\ 0.5R;\ R;\ 1.5R;\ 2R;\ 3R$**

구하는 값

각 거리에서의 Westergaard 및 Boussinesq 응력 (모듈의 극좌표 적분).



풀이

풀이

r (m)	r/R	$\Delta\sigma_z$ Westergaard	$\Delta\sigma_z$ Boussinesq	비 W/B
0	0.0	**126.79**	193.93	0.654
2	0.5	**111.97**	168.67	0.664
4	1.0	**69.51**	99.67	0.697
6	1.5	**30.71**	37.99	0.808
8	2.0	**13.75**	12.54	1.096
12	3.0	**4.05**	1.87	2.163

중심(r = 0)에서 닫힌 형태 식의 값은 126.79 kN/m²로 구해진다. 원의 가장자리(r = R)에서는 69.51 kN/m²이다(Boussinesq: 99.67). 원 바깥으로 갈수록 Westergaard 응력은 더 느리게 감소하여 **r = 1.5R과 2R 사이에서** Boussinesq 값보다 커진다(r = 12 m: 4.05 및 1.87 kN/m²).

GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

문제

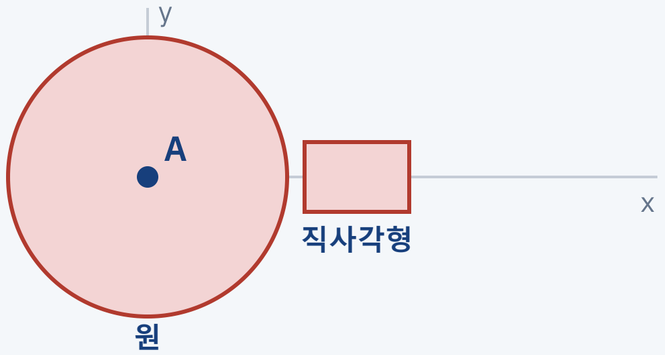
예제

조건

면적 1	**원형** $R = 4$ **m,** $q = 300$ **kN/m²,** **중심** $(0;\ 0)$
면적 2	**직사각형** 3×2 **m (**x **방향 3 m),** $q = 300$ **kN/m², 중심** $(6;\ 0)$
점 A	$x = 0, y = 0, z = 4$ **m;** $\mu_s = 0$ **(영역이 겹치지 않음)**

구하는 값

각 면적의 기여분, 전체 응력 및 Boussinesq 합; 깊이별 표.



풀이 (1/2)

풀이

1 면적 1 (원, 중심 아래)

$$\Delta\sigma_{z(1)} = 300\left\{1 - \frac{\eta}{\sqrt{\eta^2 + (R/z)^2}}\right\} = 300\,(0.4226) = \mathbf{126.79}\ \text{kN/m}^2 \quad (\text{예제 1})$$

2 영역 2 (직사각형; A에서 x = 4.5 및 7.5 m, y = ±1 m)

$$\Delta\sigma_{z(2)} = q\left[I_w\left(\tfrac{7.5}{4};\tfrac{1}{4}\right) - I_w\left(\tfrac{4.5}{4};\tfrac{1}{4}\right)\right] \times 2 = 600\,[0.05048 - 0.04553]$$

$$\Delta\sigma_{z(2)} = 600\,(0.00495) = \mathbf{2.97}\ \text{kN/m}^2 \qquad \Delta\sigma_{z(2),B} = 3.18$$

직사각형이 점 A에서 멀기 때문에 기여도가 작다: **2.97 kN/m²**(Boussinesq: 3.18). 원의 기여도는 126.79 kN/m²이다.

풀이 (2/2)

풀이

1 응력 합산 (z = 4 m)

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(1)} + \Delta\sigma_{z(2)} = 126.79 + 2.97 = \mathbf{129.76}\ \text{kN/m}^2$$

$$\Delta\sigma_{z,B} = 193.93 + 3.18 = 197.11\ \text{kN/m}^2$$

2 동일 지점 아래의 깊이별 분포

z (m)	2	4	6	8	12
면적 1 (원)	200.00	126.79	81.72	55.05	28.64
영역 2 (직사각형)	1.91	2.97	3.18	2.95	2.17
Westergaard 합계	**201.91**	**129.76**	**84.90**	**58.00**	**30.81**
Boussinesq 합계	274.02	197.11	131.63	89.82	47.27

A점에서 두 면적이 함께 **129.76 kN/m²**를 발생시킨다 (Boussinesq 합계: 197.11 kN/m²). 측면 면적의 비중은 깊이에 따라 커져서 z = 12 m에서는 합계의 약 7.0%이다.

GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

요약

핵심 정리

원형, 중심: $\Delta\sigma_z = q\,\{1 - \eta/[\eta^2 + (R/z)^2]^{1/2}\}$, $\eta = \sqrt{[(1 - 2\mu_s)/(2 - 2\mu_s)]}$; **직사각형, 모서리**: $\Delta\sigma_z = q\,I_w$, $I_w = (1/2\pi)\,\cot^{-1}\sqrt{[\eta^2(1/m^2 + 1/n^2) + \eta^4/(m^2n^2)]}$

예제 ($R = 4$ m, $q = 300$, $z = 4$ m, $\mu_s = 0$): $\eta = 0.7071$; $\Delta\sigma_z/q = 0.4226$ → **$\Delta\sigma_z = 126.79$ kN/m²**; Boussinesq 193.93 kN/m²

직사각형 하중: 모서리에서(2 m × 2 m, $z = 2$ m) $I_w = 0.1161$; 중심에서는 크기가 같은 네 개의 모서리 직사각형(3 × 2 m, $z = 4$ m: 29.95 kN/m²); 바깥에 있는 점에서는 **부호를 고려한** 네 개의 모서리 직사각형(6.67 kN/m²)

μ_s가 커질수록 중심 아래의 응력이 증가한다(0 → 0.4: 126.79 → 186.61 kN/m²). $\mu_s = 0$에서 하중 바로 아래의 Westergaard 응력은 Boussinesq 응력의 약 65%이며, 하중에서 멀어지면 이 순서가 뒤바뀐다

중첩: 각 면적을 자신의 거리로 취급하여 응력을 합산한다(원 + 직사각형: 129.76 kN/m²)

참고문헌

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Westergaard, H.M. (1938). A problem of elasticity suggested by a problem in soil mechanics: soft material reinforced by numerous strong horizontal sheets. In Contributions to the Mechanics of Solids, Stephen Timoshenko 60th Anniversary Volume. Macmillan, New York, 268–277.

참고

수치 예제는 모두 모듈 자체의 계산 엔진으로 산출하였으며, 모듈은 동일한 값을 제공한다. 모듈의 초기 예제: 원형 하중 $R = 4$ m, $q = 300$ kN/m², $\mu_s = 0$, 중심 아래 $z = 4$ m.

온라인 지반공학 계산

이론에서 실무로

자신의 원과 직사각형, A점, μ_s 값을 GeoTerva에 입력한다; 모듈은 η, I_w 값, 모서리 직사각형, Boussinesq와의 비교, 깊이 프로필, 단계별 풀이와 보고서를 함께 제공한다.

모듈 열기 → **이론 페이지 →**

스마트폰으로 열기
체험 모듈은 가입 없이 이용할 수 있습니다.

강의에서 사용하려면: info@geoterva.com