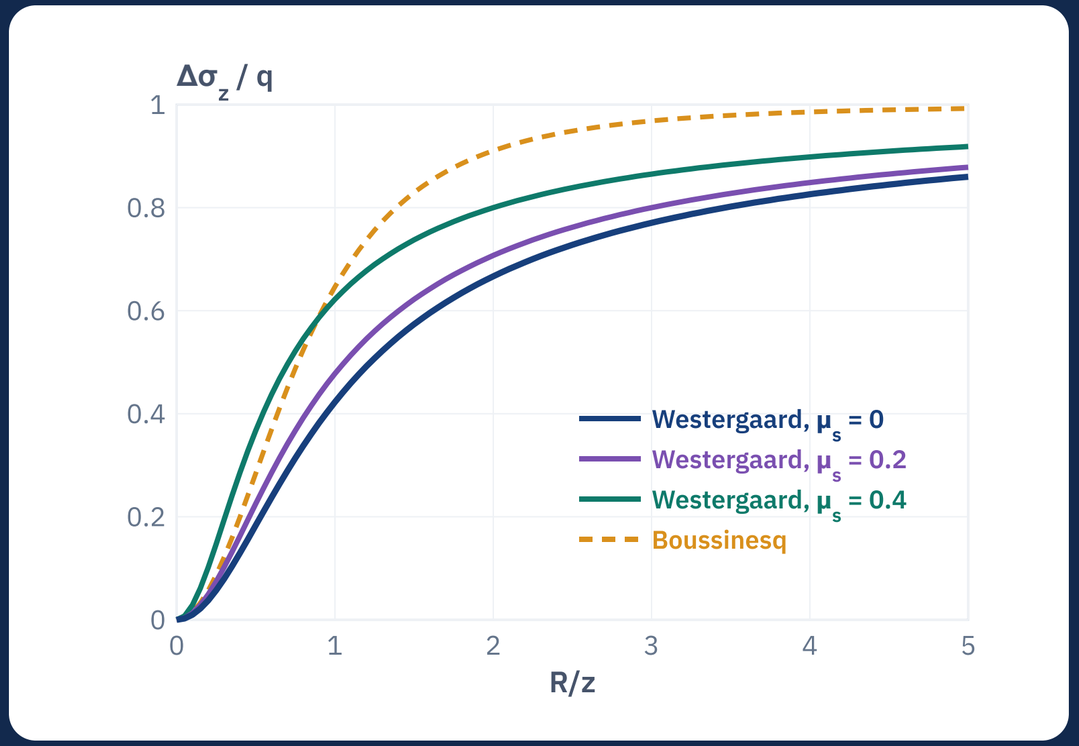
GeoTerva

भू-तकनीकी व्याख्यान स्लाइड · मृदा पिंड में प्रतिबल

Westergaard: क्षेत्र भार के नीचे प्रतिबल

व्याख्यान: Westergaard माध्यम में एकसमान भारित वृत्त और आयत के नीचे प्रतिबल; वृत्त का केंद्र और आयत का कोना हाथ से हल किया जाता है।

Westergaard माध्यम | वृत्त का केंद्र | आयत का कोना | कोने के आयत | अध्यारोपण



परिचय

इस व्याख्यान में हम क्या सीखेंगे?

- Westergaard बिंदु-भार हल का **भारित क्षेत्र पर समाकलन**: दो संवृत-रूप परिणाम
- **वृत्त के केंद्र** के नीचे: $\Delta\sigma_z = q\,\{1 - \eta/[\eta^2 + (R/z)^2]^{1/2}\}$
- **आयत के कोने** के नीचे: $\Delta\sigma_z = q\,I_W$; अन्य बिंदुओं के लिए चिह्न-सहित **चार कोना-आयत**
- Westergaard और **Boussinesq** प्रतिबलों की तुलना; पॉइसन अनुपात $\boldsymbol{\mu_s}$ का प्रभाव
- कई क्षेत्रों का **अध्यारोपण**; गहराई के साथ परिवर्तन

व्याख्यान प्रवाह

प्रत्येक विषय **तीन चरणों में** पढ़ाया जाता है:

1 · **सिद्धांत**: सूत्र और उसका औचित्य

2 · **प्रश्न**: दिया गया है और ज्ञात करना है

3 · **हल**: चरण-दर-चरण, संख्याओं सहित

उदाहरण: लचीला वृत्त, R = 4 m, q = 300 kN/m²; केंद्र के नीचे z = 4 m; प्लेटों के बीच की मृदा में $\mu_s = 0$।

Westergaard माध्यम में भारित क्षेत्र

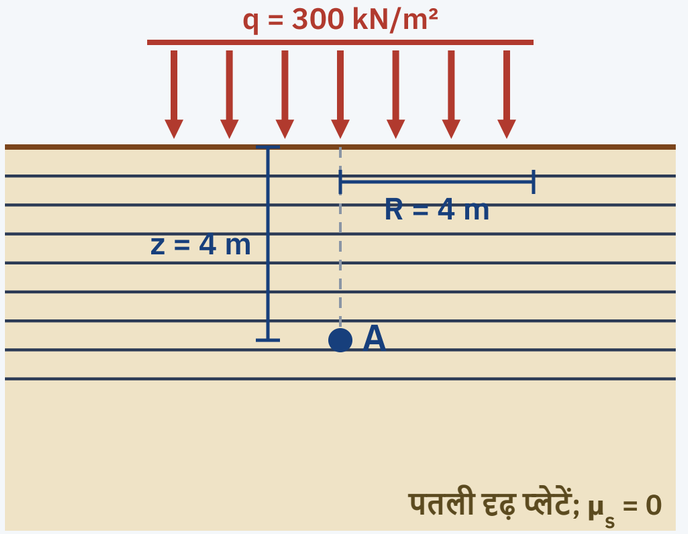
सिद्धांत

जिस प्रकार Boussinesq हल को वृत्त और आयत के लिए किया गया, उसी प्रकार Westergaard बिंदु भार हल को किसी भारित **क्षेत्र पर समाकलित** किया जा सकता है

लचीले और एकसमान वितरित भार वाले क्षेत्र के लिए **दो संवृत रूप के परिणाम** प्राप्त होते हैं: **वृत्त के केंद्र** के नीचे और **आयत के कोने** के नीचे का प्रतिबल

μ_s, दृढ़ परतों के बीच की मृदा का पॉइसन अनुपात है; $\mu_s = 0$ के लिए $\eta = 1/\sqrt{2}$

$$\eta = \sqrt{\frac{1 - 2\mu_s}{2 - 2\mu_s}}$$



केंद्र के नीचे

सिद्धांत

एकसमान वितरित भार वाले, **R** त्रिज्या के लचीले वृत्ताकार क्षेत्र के केंद्र के नीचे:

$$\Delta\sigma_z = q\left\{1 - \frac{\eta}{\left[\eta^2 + (R/z)^2\right]^{1/2}}\right\}$$

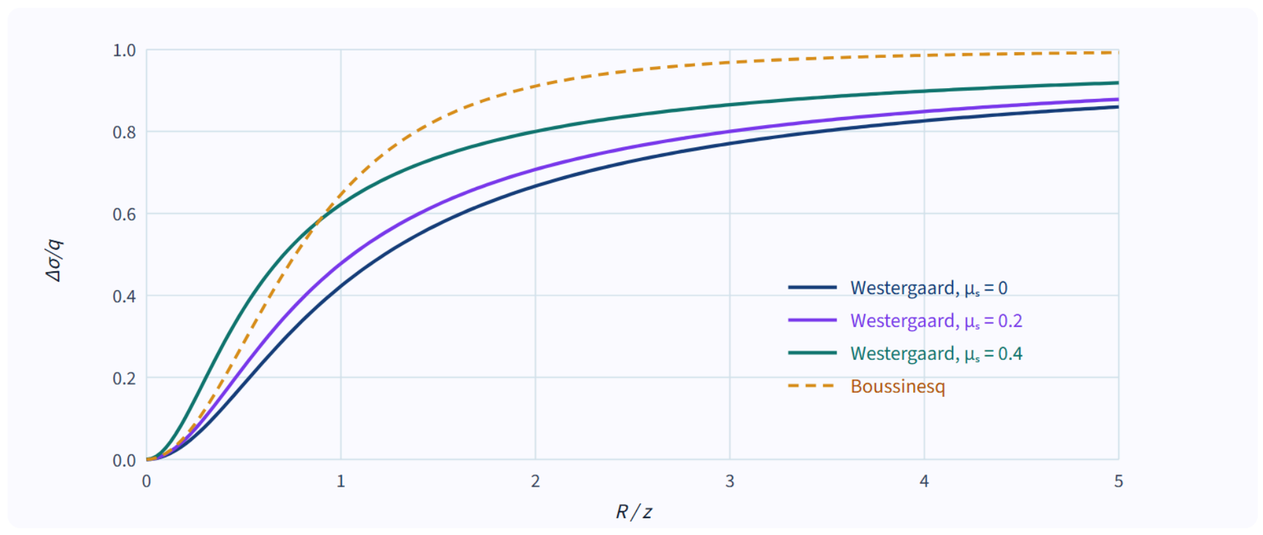
संबंध बिंदु भार के हल से प्राप्त होता है: अवयव **r dr dα** भार **q r dr dα** वहन करता है; बिंदु भार के **I_5** प्रभाव मान के साथ r पर समाकल मूलभूत फलनों के रूप में लिया जाता है

$$\Delta\sigma_z = q\int_0^R \frac{r\,dr}{\eta^2 z^2}\left[\left(\frac{r}{\eta z}\right)^2 + 1\right]^{-3/2} = q\left\{1 - \left[\left(\frac{R}{\eta z}\right)^2 + 1\right]^{-1/2}\right\}$$

$\Delta\sigma_z/q$ का R/z के साथ परिवर्तन

सिद्धांत

R/z	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	2	2.5	3	4	5	10
Westergaard ($\mu_s = 0$)	0.0572	0.1835	0.3140	0.4226	0.5076	0.5736	0.6667	0.7278	0.7706	0.8259	0.8600	0.9295
Boussinesq	0.0869	0.2845	0.4880	0.6464	0.7562	0.8293	0.9106	0.9488	0.9684	0.9857	0.9925	0.9990



कोने के नीचे: I_W

सिद्धांत

एकसमान वितरित भार वाले, **B × L** आकार के एक लचीले आयत के कोने के नीचे, जहाँ **m = B/z** और **n = L/z** है:

$$\Delta\sigma_z = \frac{q}{2\pi}\left[\cot^{-1}\sqrt{\eta^2\left(\frac{1}{m^2}+\frac{1}{n^2}\right)+\eta^4\left(\frac{1}{m^2n^2}\right)}\right] = q\,I_w$$

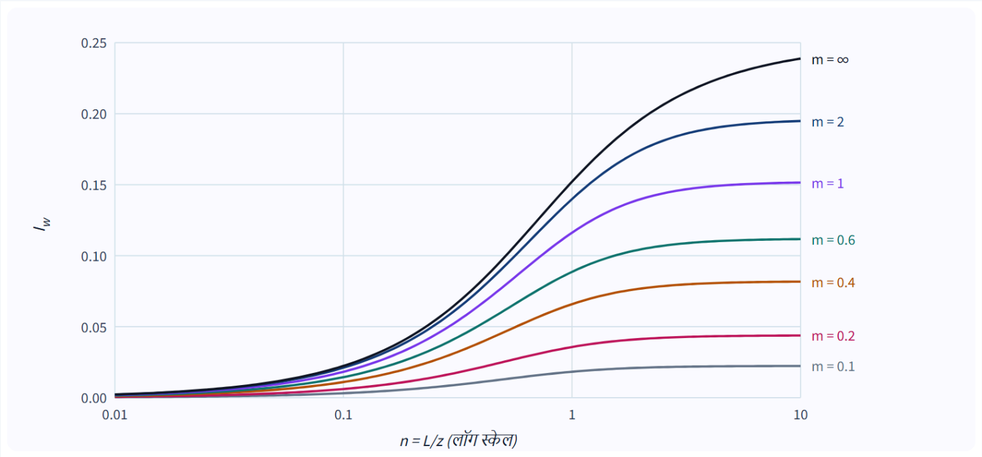
अन्य सभी बिंदुओं के लिए, Boussinesq आयत की भाँति, **चिह्न सहित चार-कोने वाले आयत** प्रयुक्त किए जाते हैं; मॉड्यूल यह प्रक्रिया स्वयं करता है

$$\Delta\sigma_z = q\,\left[\pm I_w(m_1,n_1) \pm I_w(m_2,n_2) \pm I_w(m_3,n_3) \pm I_w(m_4,n_4)\right]$$

I_W मान ($\mu_s = 0$)

सिद्धांत

m	n = 0.1	n = 0.4	n = 1	n = 2	n = 5	n = 10
0.1	0.0031	0.0110	0.0182	0.0211	0.0221	0.0223
0.2	0.0061	0.0214	0.0357	0.0413	0.0434	0.0438
0.5	0.0129	0.0459	0.0781	0.0916	0.0969	0.0977
1	0.0182	0.0658	0.1161	0.1398	0.1498	0.1515
2	0.0211	0.0768	0.1398	0.1743	0.1916	0.1948
10	0.0223	0.0817	0.1515	0.1948	0.2250	0.2341



वृत्त के लिए ध्रुवीय समाकल

सिद्धांत

वृत्त के केंद्र से बाहर के बिंदुओं के लिए कोई संवृत संबंध नहीं है: मॉड्यूल Westergaard बिंदु भार हल को वृत्त पर, बिंदु A के नीचे वाले बिंदु के सापेक्ष **ध्रुवीय निर्देशांकों में** समाकलित करता है

प्रत्येक किरण के अनुदिश त्रिज्यीय समाकल संवृत-रूप में है; केवल कोणीय समाकल संख्यात्मक है। केंद्र पर (r = 0) यह परिणाम ऊपर के संवृत-रूप संबंध में परिवर्तित हो जाता है

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{1}{2\pi}\oint \left[G(\rho_1) - G(\rho_2)\right] d\varphi \qquad G(\rho) = \left[\left(\frac{\rho}{\eta z}\right)^2 + 1\right]^{-1/2}$$

अध्यारोपण

सिद्धांत

प्रत्येक के अपने **q** मान, आकार और भूमि पर केंद्र द्वारा परिभाषित वृत्त और आयत दर्ज किए जा सकते हैं (अधिकतम आठ); दो क्षेत्र एक-दूसरे को छू सकते हैं, परंतु अतिव्यापित नहीं हो सकते

Westergaard माध्यम **प्रत्यास्थ** होने के कारण प्रत्येक क्षेत्र का प्रतिबल बिंदु A से उसकी अपनी दूरी के आधार पर निकाला जाता है और प्रतिबलों का **योग** किया जाता है; Boussinesq तुलना मान का योग भी इसी प्रकार किया जाता है

$$\Delta\sigma_z = \sum_k \Delta\sigma_{z(k)} \qquad \Delta\sigma_{z(k)} = q_k \left\{ 1 - \frac{\eta}{\sqrt{\eta^2 + (R_k/z)^2}} \right\} \text{ या } q_k \sum \pm I_w$$

प्रश्न

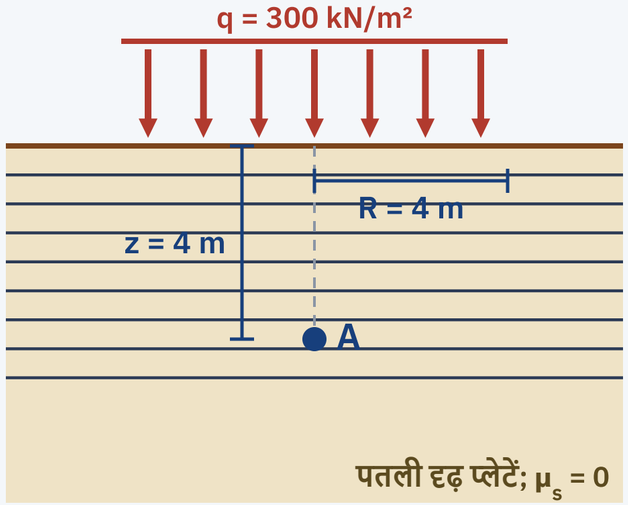
उदाहरण

दिया गया है

भार	**लचीला, एकसमान वितरित वृत्ताकार क्षेत्र:** $q = 300$ **kN/m²,** $R = 4$ **m**
बिंदु A	**वृत्त के केंद्र के नीचे,** $z = 4$ **m**
मृदा	**प्लेटों के बीच** $\mu_s = 0$

ज्ञात करना है

η, **R/z**, **$\Delta\sigma_z/q$**, **$\Delta\sigma_z$** और Boussinesq प्रतिबल से तुलना।



हल (1/2)

हल

1 Westergaard स्थिरांक η

$$\eta = \sqrt{\frac{1-2\mu_s}{2-2\mu_s}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \mathbf{0.7071} \qquad \eta^2 = 0.5000$$

2 अनुपात और प्रतिबल

$$\frac{R}{z} = \frac{4}{4} = 1 \qquad \sqrt{\eta^2 + (R/z)^2} = \sqrt{0.5000 + 1} = 1.2247$$

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = 1 - \frac{\eta}{\sqrt{\eta^2 + (R/z)^2}} = 1 - \frac{0.7071}{1.2247} = \mathbf{0.4226}$$

$$\Delta\sigma_z = q\,\frac{\Delta\sigma_z}{q} = 300\,(0.4226) = \mathbf{126.79}\ \text{kN/m}^2$$

Westergaard प्रतिबल **126.79 kN/m²** (q का 42.3%) प्राप्त होता है।

हल (2/2)

हल

4 Boussinesq (तुलना)

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = 1 - \frac{1}{\left[(R/z)^2 + 1\right]^{3/2}} = 1 - \frac{1}{2^{3/2}} = \mathbf{0.6464}$$

$$\Delta\sigma_{z,B} = 300\,(0.6464) = \mathbf{193.93}\ \text{kN/m}^2 \qquad \frac{\Delta\sigma_z}{\Delta\sigma_{z,B}} = \frac{126.79}{193.93} = 0.654$$

Westergaard **126.79 kN/m²**, Boussinesq **193.93 kN/m²**: दृढ़ प्लेटें भार को पार्श्व में फैला देती हैं, इसलिए केंद्र के नीचे Westergaard प्रतिबल Boussinesq के प्रतिबल का केवल **65.4%** है।

हल की जाँच GeoTerva में करें ↗

प्रश्न

उदाहरण

दिया गया है

भार	**वृत्त** $R = 4$ **m,** $q = 300$ **kN/m²,** $\mu_s = 0$
गहराइयाँ	$z = 0.4;\ 2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10;\ 12$ **m (**$z/R = 0.1 \ldots 3$**)**

ज्ञात करना है

प्रत्येक गहराई पर $\Delta\sigma_z/q$, Westergaard और Boussinesq प्रतिबल; z = 2 m और 12 m के लिए हाथ से जाँच।

हल (1/2)

हल

z (m)	z/R	R/z	$\Delta\sigma_z/q$	$\Delta\sigma_z$ Westergaard	$\Delta\sigma_z$ Boussinesq	अनुपात W/B
0.4	0.1	10.00	0.9295	**278.84**	299.70	0.930
2	0.5	2.00	0.6667	**200.00**	273.17	0.732
4	1.0	1.00	0.4226	**126.79**	193.93	0.654
6	1.5	0.67	0.2724	**81.72**	127.19	0.642
8	2.0	0.50	0.1835	**55.05**	85.34	0.645
10	2.5	0.40	0.1296	**38.88**	59.88	0.649
12	3.0	0.33	0.0955	**28.64**	43.86	0.653

Westergaard प्रतिबल प्रत्येक गहराई पर Boussinesq प्रतिबल से कम है (z = 4 m: 126.79 और 193.93 kN/m²; z = 12 m: 28.64 और 43.86 kN/m²)। अनुपात सतह के निकट 0.930 से आरंभ होता है, z = 4 m पर 0.654 होता है और गहराई में लगभग 0.65 बना रहता है।

हल (2/2)

हल

1 z = 2 m (R/z = 2)

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = 1 - \frac{0.7071}{\sqrt{0.5000 + 4}} = 1 - \frac{0.7071}{2.1213} = \mathbf{0.6667}$$

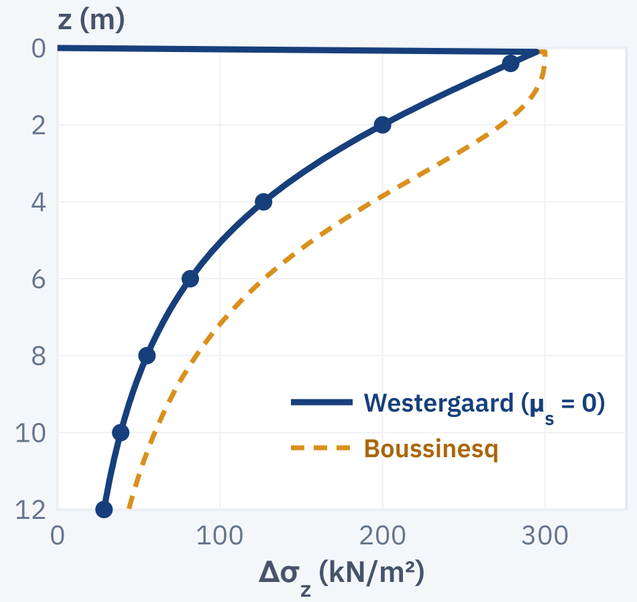
$$\Delta\sigma_z = 300\,(0.6667) = \mathbf{200.00}\ \text{kN/m}^2$$

2 z = 12 m (R/z = 1/3)

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = 1 - \frac{0.7071}{\sqrt{0.5000 + 0.1111}} = 1 - \frac{0.7071}{0.7817} = \mathbf{0.0955}$$

$$\Delta\sigma_z = 300\,(0.0955) = \mathbf{28.64}\ \text{kN/m}^2$$

z = 2 m पर प्रतिबल ठीक **2q/3 = 200.00 kN/m²** है (Boussinesq: 273.17); z = 12 m पर **28.64 kN/m²** (Boussinesq: 43.86)।



हल की जाँच GeoTerva में करें ↗

प्रश्न

उदाहरण

दिया गया है

भार और बिंदु	**वृत्त** $R = 4$ **m,** $q = 300$ **kN/m², केंद्र के नीचे** $z = 4$ **m**
परिवर्ती	$\mu_s = 0;\ 0.1;\ 0.2;\ 0.3;\ 0.4;\ 0.49$

ज्ञात करना है

प्रत्येक μ_s के लिए **η**, **$\Delta\sigma_z/q$**, **$\Delta\sigma_z$** और Boussinesq से अनुपात; μ_s = 0.2 और 0.4 के लिए हाथ से।

हल (1/2)

हल

μ_s	η	$\Delta\sigma_z/q$	$\Delta\sigma_z$ Westergaard	$\Delta\sigma_z$ / Boussinesq
0.00	0.7071	0.4226	**126.79**	0.654
0.10	0.6667	0.4453	**133.59**	0.689
0.20	0.6124	0.4778	**143.33**	0.739
0.30	0.5345	0.5286	**158.58**	0.818
0.40	0.4082	0.6220	**186.61**	0.962
0.49	0.1400	0.8613	**258.40**	1.332

μ_s बढ़ने पर केंद्र के नीचे Westergaard प्रतिबल **बढ़ता है**: μ_s = 0 पर 126.79, μ_s = 0.4 पर 186.61 kN/m² (Boussinesq: 193.93)। μ_s = 0.49 पर 258.40 kN/m² के साथ यह Boussinesq मान से **अधिक हो जाता है**।

हल (2/2)

हल

1 μ_s = 0.2

$$\eta^2 = \frac{1 - 0.4}{2 - 0.4} = 0.3750\,, \quad \eta = 0.6124\,, \quad \sqrt{\eta^2 + 1} = 1.1726$$

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = 1 - \frac{0.6124}{1.1726} = 0.4778 \;\Rightarrow\; \Delta\sigma_z = 300\,(0.4778) = \mathbf{143.33}\ \text{kN/m}^2$$

2 μ_s = 0.4

$$\eta^2 = \frac{1 - 0.8}{2 - 0.8} = 0.1667\,, \quad \eta = 0.4082\,, \quad \sqrt{\eta^2 + 1} = 1.0801$$

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = 1 - \frac{0.4082}{1.0801} = 0.6220 \;\Rightarrow\; \Delta\sigma_z = 300\,(0.6220) = \mathbf{186.61}\ \text{kN/m}^2$$

η घटने पर प्रतिबल बढ़ता है: **143.33 → 186.61 kN/m²** (μ_s = 0.2 → 0.4)।

हल की जाँच GeoTerva में करें ↗

प्रश्न

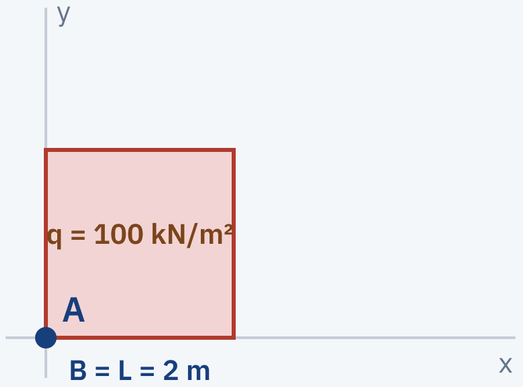
उदाहरण

दिया गया है

भार	**लचीला, एकसमान वितरित वर्ग:** $B = L = 2$ **m,** $q = 100$ **kN/m²**
बिंदु A	**वर्ग के एक कोने के नीचे,** $z = 2$ **m**
मृदा	**प्लेटों के बीच** $\mu_s = 0$

ज्ञात करना है

m, **n**, $\mathbf{I_W}$, $\mathbf{\Delta\sigma_z}$; Boussinesq मान से तुलना; μ_s का प्रभाव।



हल (1/2)

हल

1 m, n और η

$$m = \frac{B}{z} = \frac{2}{2} = 1\,, \quad n = \frac{L}{z} = 1\,, \quad \eta^2 = \frac{1}{2} = 0.5000$$

2 प्रभाव मान I_w

$$\sqrt{\eta^2\left(\frac{1}{m^2}+\frac{1}{n^2}\right)+\frac{\eta^4}{m^2n^2}} = \sqrt{0.5\,(2)+0.25} = \sqrt{1.25} = 1.1180$$

$$I_w = \frac{1}{2\pi}\cot^{-1}(1.1180) = \frac{0.7297}{2\pi} = \mathbf{0.1161}$$

वर्ग के कोने के नीचे, z = 2 m पर **I_w = 0.1161** प्राप्त होता है (पृष्ठ की तालिका का मान: $I_w(1; 1) = 0.1161$)।

हल (2/2)

हल

3 प्रतिबल और Boussinesq

$$\Delta\sigma_z = q\, I_w = 100\,(0.1161) = \mathbf{11.61}\ \text{kN/m}^2$$

$$\text{Boussinesq: } I_3(1;1) = 0.1752 \;\Rightarrow\; \Delta\sigma_{z,B} = \mathbf{17.52}\ \text{kN/m}^2$$

μ_s	η	I_w (m = n = 1)	$\Delta\sigma_z = q\, I_w$ (kN/m²)	Boussinesq I_3	$\Delta\sigma_{z,B}$ (kN/m²)
0.0	0.7071	0.1161	**11.61**	0.1752	17.52
0.2	0.6124	0.1296	**12.96**	0.1752	17.52
0.3	0.5345	0.1418	**14.18**	0.1752	17.52
0.4	0.4082	0.1639	**16.39**	0.1752	17.52

वर्ग के कोने के नीचे Westergaard प्रतिबल **11.61 kN/m²** है और Boussinesq प्रतिबल 17.52 kN/m² (अनुपात 0.663)। μ_s बढ़ने पर I_w बढ़ता है: 0.1161 → 0.1639 (μ_s = 0 → 0.4); Boussinesq मान I_3 = 0.1752 है।

हल की जाँच GeoTerva में करें ↗

प्रश्न

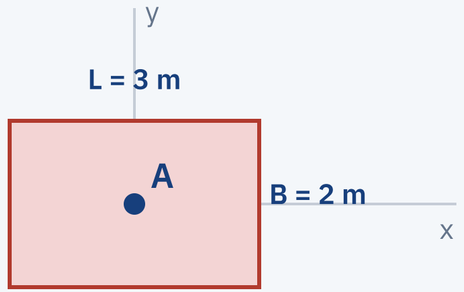
उदाहरण

दिया गया है

भार	**लचीला आयत: $L = 3$ m (x दिशा), $B = 2$ m, $q = 300$ kN/m²**
बिंदु A	**केंद्र के नीचे, $z = 4$ m; $\mu_s = 0$**
संकेत	**केंद्र चार समान कोना-आयतों का उभयनिष्ठ कोना होता है**

ज्ञात करना है

चार-कोने आयत विधि से **$\Delta\sigma_z$** और Boussinesq मान; गहराई के साथ परिवर्तन की तालिका।



हल (1/2)

हल

1 चार समान कोना-आयत (1.5 m × 1.0 m)

$$m = \frac{1.0}{4} = 0.2500\,, \quad n = \frac{1.5}{4} = 0.3750\,, \quad \eta^2 = 0.5000$$

2 I_w (प्रत्येक कोना-आयत के लिए)

$$\sqrt{\eta^2\left(\frac{1}{m^2}+\frac{1}{n^2}\right)+\frac{\eta^4}{m^2n^2}} = \sqrt{0.5\,(23.1111)+28.4444} = \sqrt{40} = 6.3246$$

$$I_w = \frac{1}{2\pi}\cot^{-1}(6.3246) = \frac{0.15682}{2\pi} = \mathbf{0.02496}$$

प्रत्येक कोना-आयत के लिए **I_w = 0.02496** प्राप्त होता है; केंद्र चार सर्वसम कोना-आयतों का उभयनिष्ठ कोना है।

हल (2/2)

हल

3 प्रतिबल (4 कोना-आयत) और Boussinesq

$$\Delta\sigma_z = 4\,q\,I_w = 4\,(300)\,(0.02496) = \mathbf{29.95}\ \text{kN/m}^2$$

$$\Delta\sigma_{z,B} = 4\,q\,I_3(0.25;\,0.375) = 4\,(300)\,(0.03830) = 45.96\ \text{kN/m}^2$$

4 प्रत्येक गहराई पर वही विधि (m = 1.0/z, n = 1.5/z)

z (m)	1	2	4	6	8	12
$\Delta\sigma_z$ Westergaard (kN/m²)	**158.69**	**82.80**	**29.95**	**14.62**	**8.52**	**3.89**
$\Delta\sigma_z$ Boussinesq (kN/m²)	232.37	128.49	45.96	22.21	12.88	5.86
अनुपात W/B	0.683	0.644	0.652	0.658	0.662	0.664

Westergaard प्रतिबल प्रत्येक गहराई पर Boussinesq के प्रतिबल से कम है: z = 1 m पर 158.69 और 232.37 kN/m², z = 12 m पर 3.89 और 5.86 kN/m²। अनुपात z = 1–12 m के परास में 0.644 और 0.683 के बीच रहता है।

हल की जाँच GeoTerva में करें ↗

प्रश्न

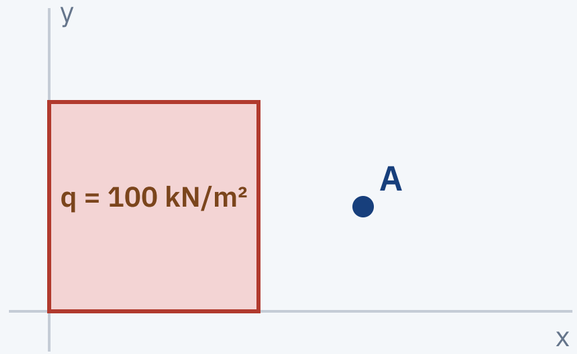
उदाहरण

दिया गया है

भार	**लचीली वर्गाकार** $[0;\,2]\times[0;\,2]$ **m,** $q = 100$ **kN/m²**
बिंदु A	$x = 3$ **m,** $y = 1$ **m (किनारे से 1 m बाहर),** $z = 2$ **m**
मृदा	**प्लेटों के बीच** $\mu_s = 0$

ज्ञात करना है

चिह्नित **चार कोनों वाले आयत** से $\Delta\sigma_z$;
Boussinesq मान से तुलना।



हल

हल

1 A से कोनों की दूरियाँ $a = x_{corner} - x_A$, $b = y_{corner} - y_A$; चार कोना-आयत

कोने का आयत	(a ; b) (m)	m = |a|/z	n = |b|/z	I_w	चिह्न
1	(−1 ; 1)	0.50	0.50	0.05409	−
2	(−3 ; 1)	1.50	0.50	0.08745	+
3	(−1 ; −1)	0.50	0.50	0.05409	−
4	(−3 ; −1)	1.50	0.50	0.08745	+

2 कुल

$$\Delta\sigma_z = q\,[-I_w(0.5;0.5) + I_w(1.5;0.5) - I_w(0.5;0.5) + I_w(1.5;0.5)]$$

$$= 2q\,[0.08745 - 0.05409] = 200\,(0.03336) = \mathbf{6.673}\ \text{kN/m}^2$$

$$\Delta\sigma_{z,B} = 9.466\ \text{kN/m}^2$$

बिंदु A भार के बाहर होने पर भी **6.67 kN/m²** प्रतिबल प्राप्त करता है; Boussinesq मान 9.47 kN/m² है। केवल एक संक्रिया पर्याप्त है: 3 m × 1 m के दो आयतों में से 1 m × 1 m के दो आयतों को घटाना।

हल की जाँच GeoTerva में करें ↗

प्रश्न

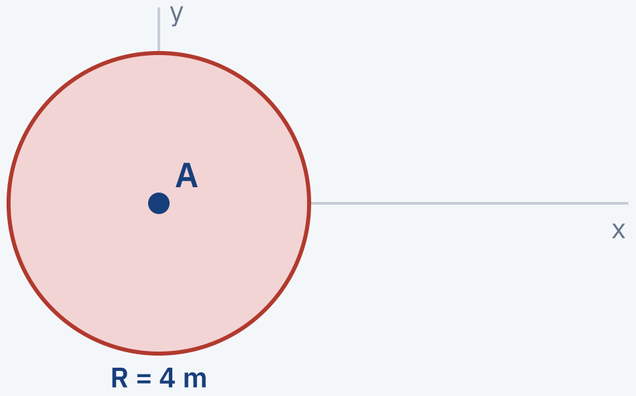
उदाहरण

दिया गया है

भार	**वृत्त** $R = 4$ **m,** $q = 300$ **kN/m²;** $\mu_s = 0$**,** $z = 4$ **m**
बिंदु A	**केंद्र से क्षैतिज दूरी** $r = 0;\ 0.5R;\ R;\ 1.5R;\ 2R;\ 3R$

ज्ञात करना है

प्रत्येक दूरी पर Westergaard और Boussinesq प्रतिबल (मॉड्यूल का ध्रुवीय समाकल)।



हल

हल

r (m)	r/R	$\Delta\sigma_z$ Westergaard	$\Delta\sigma_z$ Boussinesq	अनुपात W/B
0	0.0	**126.79**	193.93	0.654
2	0.5	**111.97**	168.67	0.664
4	1.0	**69.51**	99.67	0.697
6	1.5	**30.71**	37.99	0.808
8	2.0	**13.75**	12.54	1.096
12	3.0	**4.05**	1.87	2.163

केंद्र पर (r = 0) संवृत सूत्र का मान 126.79 kN/m² प्राप्त होता है। वृत्त के किनारे पर (r = R) यह 69.51 kN/m² है (Boussinesq: 99.67); वृत्त के बाहर जाने पर Westergaard प्रतिबल अधिक धीरे घटता है और **r = 1.5R तथा 2R के बीच** Boussinesq के प्रतिबल से अधिक हो जाता है (r = 12 m पर: 4.05 और 1.87 kN/m²)।

हल की जाँच GeoTerva में करें ↗

प्रश्न

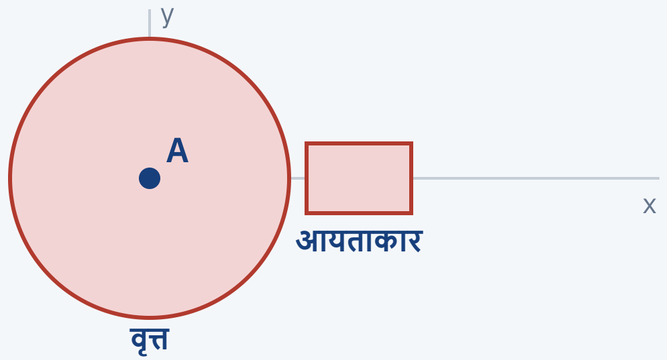
उदाहरण

दिया गया है

क्षेत्र 1	**वृत्त** $R = 4$ **m,** $q = 300$ **kN/m²,** **केंद्र** $(0;\ 0)$
क्षेत्र 2	**आयत** 3×2 **m (**x **दिशा में 3 m),** $q = 300$ **kN/m²,** **केंद्र** $(6;\ 0)$
बिंदु A	$x = 0,\ y = 0,\ z = 4$ **m;** $\mu_s = 0$ **(क्षेत्र परस्पर आच्छादित नहीं होते)**

ज्ञात करना है

प्रत्येक क्षेत्र का योगदान, कुल प्रतिबल और Boussinesq योग; गहराई तालिका।



हल (1/2)

हल

1 क्षेत्र 1 (वृत्त, केंद्र के नीचे)

$$\Delta\sigma_{z(1)} = 300\left\{1 - \frac{\eta}{\sqrt{\eta^2 + (R/z)^2}}\right\} = 300\,(0.4226) = \mathbf{126.79}\ \text{kN/m}^2 \quad \text{(उदाहरण 1)}$$

2 क्षेत्र 2 (आयत; A से x = 4.5 और 7.5 m, y = ±1 m)

$$\Delta\sigma_{z(2)} = q\left[I_w\left(\tfrac{7.5}{4};\tfrac{1}{4}\right) - I_w\left(\tfrac{4.5}{4};\tfrac{1}{4}\right)\right] \times 2 = 600\,[0.05048 - 0.04553]$$

$$\Delta\sigma_{z(2)} = 600\,(0.00495) = \mathbf{2.97}\ \text{kN/m}^2 \qquad \Delta\sigma_{z(2),B} = 3.18$$

आयत बिंदु A से दूर होने के कारण उसका योगदान कम है: **2.97 kN/m²** (Boussinesq: 3.18)। वृत्त का योगदान 126.79 kN/m² है।

हल (2/2)

हल

1 प्रतिबल जोड़े जाते हैं (z = 4 m)

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(1)} + \Delta\sigma_{z(2)} = 126.79 + 2.97 = \mathbf{129.76}\ \text{kN/m}^2$$

$$\Delta\sigma_{z,B} = 193.93 + 3.18 = 197.11\ \text{kN/m}^2$$

2 उसी बिंदु के नीचे गहराई प्रोफ़ाइल

z (m)	2	4	6	8	12
क्षेत्र 1 (वृत्त)	200.00	126.79	81.72	55.05	28.64
क्षेत्र 2 (आयताकार)	1.91	2.97	3.18	2.95	2.17
कुल Westergaard	**201.91**	**129.76**	**84.90**	**58.00**	**30.81**
कुल Boussinesq	274.02	197.11	131.63	89.82	47.27

बिंदु A पर दोनों क्षेत्र मिलकर **129.76 kN/m²** उत्पन्न करते हैं (Boussinesq योग: 197.11 kN/m²)। पार्श्व क्षेत्र का अंश गहराई के साथ बढ़ता है: z = 12 m पर यह कुल का लगभग 7.0% है।

हल की जाँच GeoTerva में करें ↗

सारांश

याद रखने योग्य बिंदु

वृत्त, केंद्र: $\Delta\sigma_z = q\,\{1 - \eta/[\eta^2 + (R/z)^2]^{1/2}\}$, $\eta = \sqrt{[(1 - 2\mu_s)/(2 - 2\mu_s)]}$; **आयत, कोना**: $\Delta\sigma_z = q\,I_w$, $I_w = (1/2\pi)\,\cot^{-1}\sqrt{[\eta^2(1/m^2 + 1/n^2) + \eta^4/(m^2n^2)]}$

उदाहरण (R = 4 m, q = 300, z = 4 m, $\mu_s = 0$): $\eta = 0.7071$; $\Delta\sigma_z/q = 0.4226 \rightarrow$ **$\Delta\sigma_z = 126.79$ kN/m²**; Boussinesq 193.93 kN/m²

आयत: कोने पर (2 m × 2 m, z = 2 m) $I_w = 0.1161$; केंद्र पर चार समान कोनीय आयत (3 × 2 m, z = 4 m: 29.95 kN/m²); बाहरी बिंदु पर **चिह्न सहित** चार कोनीय आयत (6.67 kN/m²)

μ_s बढ़ने पर केंद्र के नीचे प्रतिबल बढ़ता है (0 → 0.4: 126.79 → 186.61 kN/m²); $\mu_s = 0$ पर भार के नीचे Westergaard प्रतिबल Boussinesq प्रतिबल का लगभग 65% होता है, भार से दूर यह क्रम उलट जाता है

अध्यारोपण: प्रत्येक क्षेत्र को उसकी अपनी दूरी के साथ लिया जाता है और प्रतिबल जोड़े जाते हैं (वृत्त + आयत: 129.76 kN/m²)

संदर्भ

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Westergaard, H.M. (1938). A problem of elasticity suggested by a problem in soil mechanics: soft material reinforced by numerous strong horizontal sheets. In Contributions to the Mechanics of Solids, Stephen Timoshenko 60th Anniversary Volume. Macmillan, New York, 268–277.

टिप्पणी

सभी संख्यात्मक उदाहरण मॉड्यूल के अपने गणना इंजन से तैयार किए गए हैं; मॉड्यूल वही मान देता है। मॉड्यूल का प्रारंभिक उदाहरण: वृत्त $R = 4$ m, $q = 300$ kN/m², $\mu_s = 0$, केंद्र के नीचे $z = 4$ m।

GeoTerva

ऑनलाइन भू-तकनीकी गणनाएँ

सिद्धांत से अनुप्रयोग तक

अपने वृत्त और आयत, बिंदु A तथा μ_s मान GeoTerva में दर्ज करें; मॉड्यूल η, I_w मान, कोने के आयत, Boussinesq से तुलना, गहराई प्रोफ़ाइल, चरण-दर-चरण हल और रिपोर्ट एक साथ प्रदान करता है।

मॉड्यूल खोलें →

सिद्धांत पृष्ठ →

फ़ोन पर खोलें

नमूना मॉड्यूल के लिए पंजीकरण आवश्यक नहीं है।