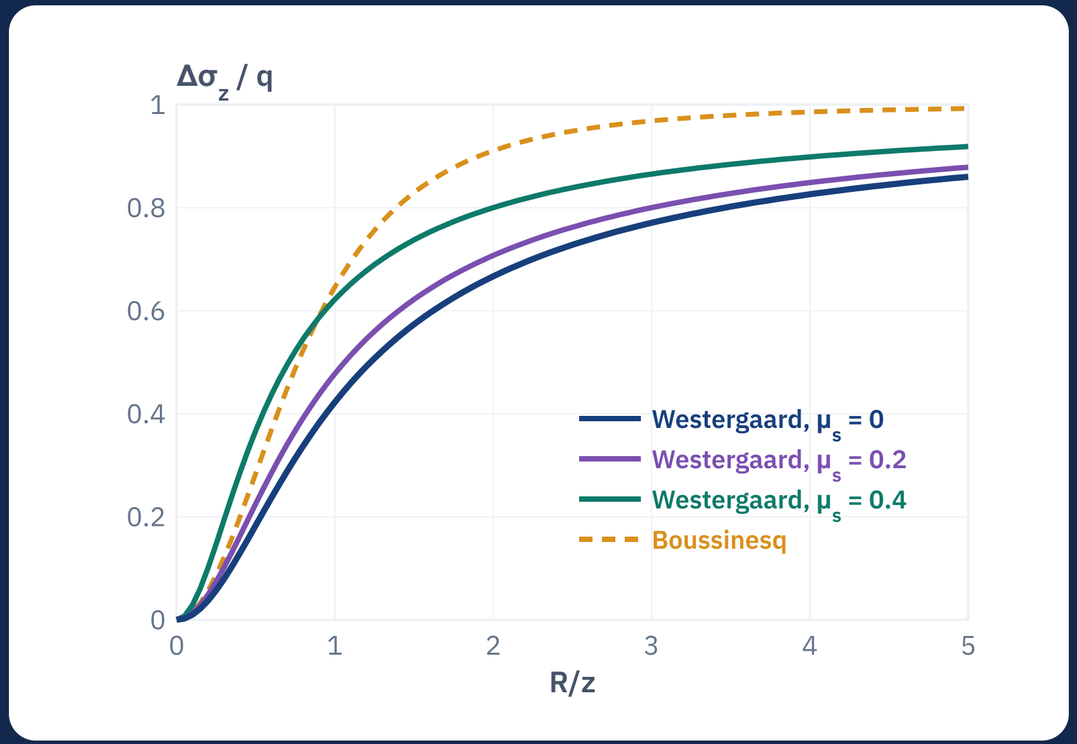
Presentación de clase de geotecnia · Tensiones en la masa de suelo

Westergaard: tensión bajo una carga sobre un área

Clase: tensión bajo un círculo y un rectángulo con carga uniformemente distribuida en un medio de Westergaard; el centro del círculo y la esquina del rectángulo se resuelven a mano.

- Medio de Westergaard
- Centro del círculo
- Esquina del rectángulo
- Rectángulos de esquina
- Superposición



¿Qué aprenderemos en esta clase?

- La **integración de la solución de Westergaard para la carga puntual sobre un área cargada**: dos resultados de forma cerrada
- Bajo el **centro del círculo**: $\Delta\sigma_z = q\,\{1 - \eta/[\eta^2 + (R/z)^2]^{1/2}\}$
- Bajo **la esquina del rectángulo**: $\Delta\sigma_z = q\,I_W$; para otros puntos, los **cuatro rectángulos de esquina** con signo
- Comparación de las tensiones de Westergaard y de **Boussinesq**; efecto del coeficiente de Poisson $\boldsymbol{\mu_s}$
- **Superposición** de varias áreas; variación con la profundidad

DESARROLLO DE LA CLASE

Cada tema se desarrolla en **tres pasos**:

1 · **Teoría**: fórmula y su justificación

2 · **Enunciado**: datos y se pide

3 · **Solución**: paso a paso, con números

Ejemplo: círculo flexible, R = 4 m, q = 300 kN/m²; bajo el centro, z = 4 m; en el terreno entre las láminas μ_s = 0.

Áreas cargadas en un medio de Westergaard

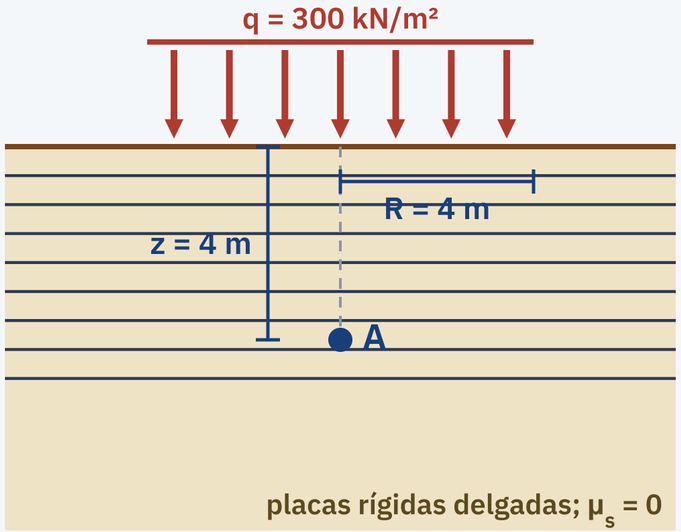
TEORÍA

La solución de Westergaard para una carga puntual puede **integrarse sobre un área** cargada, igual que se hizo con la solución de Boussinesq para el círculo y el rectángulo

Para un área flexible con carga uniformemente distribuida se obtienen **dos resultados en forma cerrada**: la tensión bajo el **centro del círculo** y bajo la **esquina del rectángulo**

μ_s es el coeficiente de Poisson del suelo comprendido entre estratos rígidos; para $\mu_s = 0$, $\eta = 1/\sqrt{2}$

$$\eta = \sqrt{\frac{1 - 2\mu_s}{2 - 2\mu_s}}$$



Bajo el centro

TEORÍA

Bajo el centro de un círculo flexible de radio **R** con carga uniformemente distribuida:

$$\Delta\sigma_z = q\left\{1 - \frac{\eta}{[\eta^2 + (R/z)^2]^{1/2}}\right\}$$

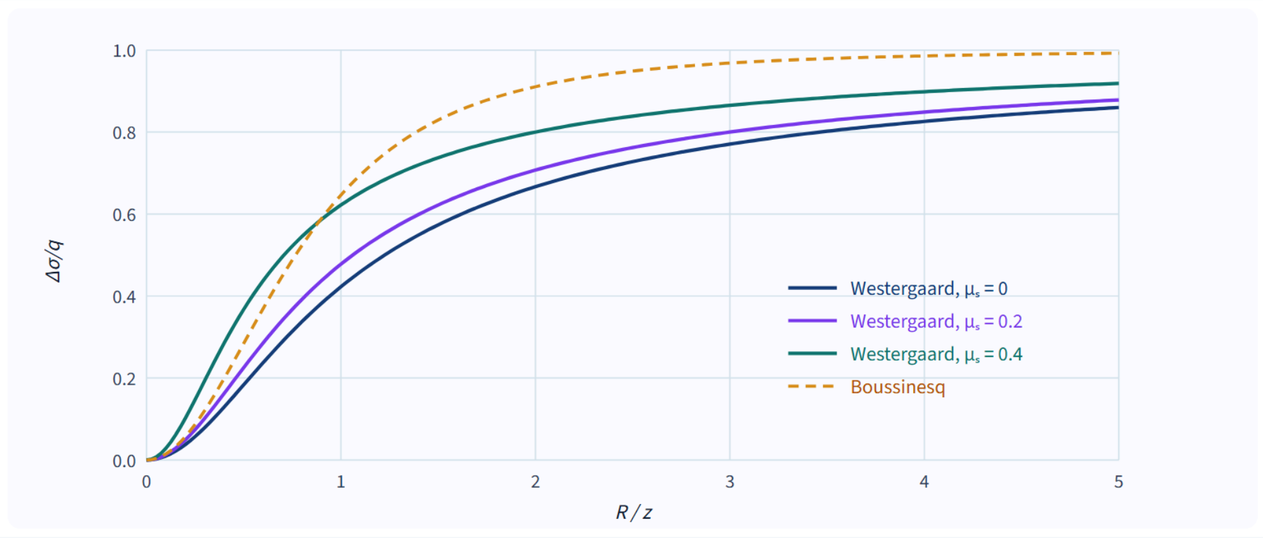
La relación se obtiene de la solución de la carga puntual: el elemento **r dr dα** soporta la carga **q r dr dα**; la integral en r con el valor de influencia $\mathbf{I_5}$ de la carga puntual se resuelve con funciones elementales

$$\Delta\sigma_z = q\int_0^R \frac{r\,dr}{\eta^2 z^2}\left[\left(\frac{r}{\eta z}\right)^2 + 1\right]^{-3/2} = q\left\{1 - \left[\left(\frac{R}{\eta z}\right)^2 + 1\right]^{-1/2}\right\}$$

Variación de $\Delta\sigma_z/q$ con R/z

TEORÍA

R/z	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	2	2.5	3	4	5	10
Westergaard ($\mu_s = 0$)	0.0572	0.1835	0.3140	0.4226	0.5076	0.5736	0.6667	0.7278	0.7706	0.8259	0.8600	0.9295
Boussinesq	0.0869	0.2845	0.4880	0.6464	0.7562	0.8293	0.9106	0.9488	0.9684	0.9857	0.9925	0.9990



Bajo la esquina: I_w

TEORÍA

Bajo la esquina de un rectángulo flexible de dimensiones **B × L** con carga uniformemente distribuida, siendo **m = B/z** y **n = L/z**:

$$\Delta\sigma_z = \frac{q}{2\pi}\left[\cot^{-1}\sqrt{\eta^2\left(\frac{1}{m^2}+\frac{1}{n^2}\right)+\eta^4\left(\frac{1}{m^2n^2}\right)}\right] = q\,I_w$$

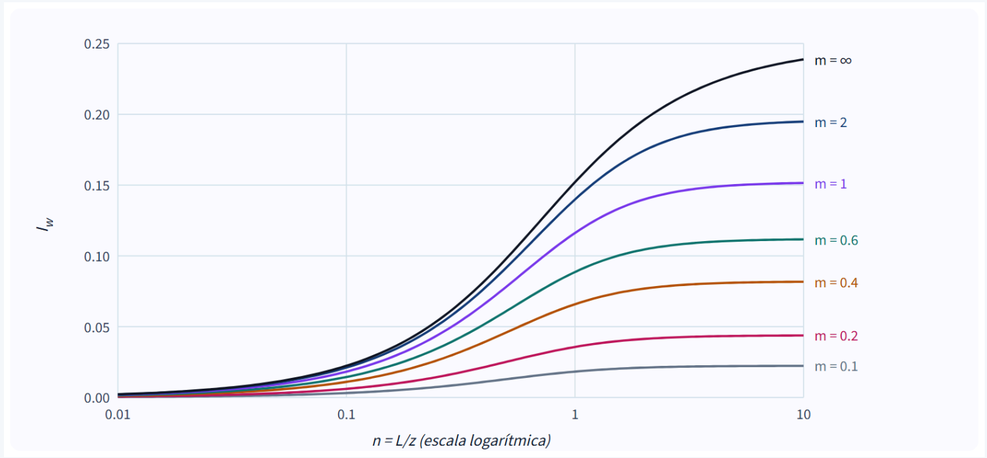
Para todos los demás puntos, como en el rectángulo de Boussinesq, se utiliza un **rectángulo de cuatro esquinas con signo**; el módulo realiza esta operación

$$\Delta\sigma_z = q\,\left[\pm I_w(m_1,n_1) \pm I_w(m_2,n_2) \pm I_w(m_3,n_3) \pm I_w(m_4,n_4)\right]$$

Valores de I_w ($\mu_s = 0$)

TEORÍA

m	n = 0.1	n = 0.4	n = 1	n = 2	n = 5	n = 10
0.1	0.0031	0.0110	0.0182	0.0211	0.0221	0.0223
0.2	0.0061	0.0214	0.0357	0.0413	0.0434	0.0438
0.5	0.0129	0.0459	0.0781	0.0916	0.0969	0.0977
1	0.0182	0.0658	0.1161	0.1398	0.1498	0.1515
2	0.0211	0.0768	0.1398	0.1743	0.1916	0.1948
10	0.0223	0.0817	0.1515	0.1948	0.2250	0.2341



Integral polar para el círculo

TEORÍA

No existe una relación cerrada para los puntos situados fuera del centro del círculo: el módulo integra la solución de Westergaard para carga puntual sobre el círculo, **en coordenadas polares**, respecto al punto situado bajo el punto A

A lo largo de cada rayo la integral radial es de forma cerrada; solo la integral angular es numérica. En el centro (r = 0) este resultado se reduce a la expresión cerrada anterior

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{1}{2\pi}\oint \left[G(\rho_1) - G(\rho_2)\right] d\varphi \qquad G(\rho) = \left[\left(\frac{\rho}{\eta z}\right)^2 + 1\right]^{-1/2}$$

Superposición

TEORÍA

Pueden introducirse círculos y rectángulos (como máximo ocho), cada uno definido por su propio valor de **q**, su tamaño y su centro sobre el terreno; dos áreas pueden tocarse, pero no solaparse

Como el medio de Westergaard es **elástico**, la tensión de cada área se obtiene a partir de su propia distancia al punto A y las tensiones se **suman**; el valor de comparación de Boussinesq se suma del mismo modo

$$\Delta\sigma_z = \sum_k \Delta\sigma_{z(k)} \qquad \Delta\sigma_{z(k)} = q_k \left\{ 1 - \frac{\eta}{\sqrt{\eta^2 + (R_k/z)^2}} \right\} \text{ o } \; q_k \sum \pm I_w$$

Enunciado

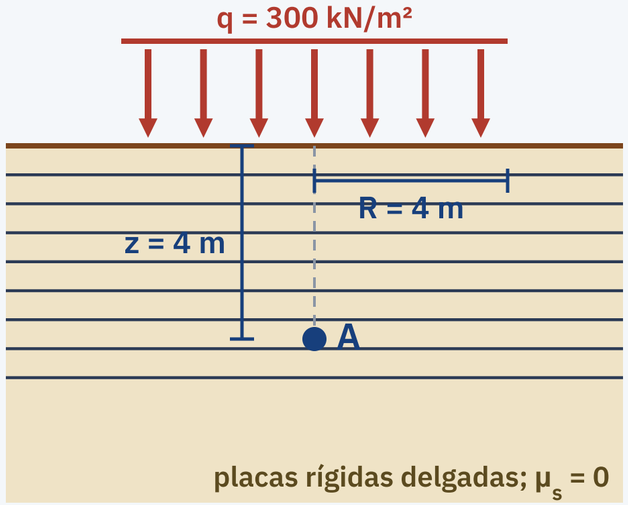
EJEMPLO

SE PIDE

η, **R/z**, **$\Delta\sigma_z/q$**, **$\Delta\sigma_z$** y comparación con la tensión de Boussinesq.

Datos

Carga	**área circular flexible con carga uniforme: $q = 300$ kN/m², $R = 4$ m**
Punto A	**bajo el centro del círculo, $z = 4$ m**
Suelo	**entre placas $\mu_s = 0$**



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Constante de Westergaard η

$$\eta = \sqrt{\frac{1-2\mu_s}{2-2\mu_s}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \mathbf{0.7071} \qquad \eta^2 = 0.5000$$

2 Relación y tensión

$$\frac{R}{z} = \frac{4}{4} = 1 \qquad \sqrt{\eta^2 + (R/z)^2} = \sqrt{0.5000 + 1} = 1.2247$$

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = 1 - \frac{\eta}{\sqrt{\eta^2 + (R/z)^2}} = 1 - \frac{0.7071}{1.2247} = \mathbf{0.4226}$$

$$\Delta\sigma_z = q\,\frac{\Delta\sigma_z}{q} = 300\,(0.4226) = \mathbf{126.79}\ \mathrm{kN/m^2}$$

La tensión de Westergaard resulta **126.79 kN/m²** (el 42.3% de q).

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

4 Boussinesq (comparación)

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = 1 - \frac{1}{\left[(R/z)^2 + 1\right]^{3/2}} = 1 - \frac{1}{2^{3/2}} = \mathbf{0.6464}$$

$$\Delta\sigma_{z,B} = 300\,(0.6464) = \mathbf{193.93}\ \mathrm{kN/m^2} \qquad \frac{\Delta\sigma_z}{\Delta\sigma_{z,B}} = \frac{126.79}{193.93} = 0.654$$

Westergaard **126.79 kN/m²**, Boussinesq **193.93 kN/m²**: como las placas rígidas reparten la carga lateralmente, bajo el centro la tensión de Westergaard es solo el **65.4%** de la de Boussinesq.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

EJEMPLO

Datos

Carga	**círculo** $R = 4$ **m,** $q = 300$ **kN/m²,** $\mu_s = 0$
Profundidades	$z = 0.4;\ 2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10;\ 12$ **m (**$z/R = 0.1 \ldots 3$**)**

SE PIDE

En cada profundidad, **$\Delta\sigma_z/q$**, tensiones de Westergaard y de Boussinesq; comprobación a mano para z = 2 m y 12 m.

Solución (1/2)

SOLUCIÓN

z (m)	z/R	R/z	$\Delta\sigma_z/q$	$\Delta\sigma_z$ Westergaard	$\Delta\sigma_z$ Boussinesq	Relación W/B
0.4	0.1	10.00	0.9295	**278.84**	299.70	0.930
2	0.5	2.00	0.6667	**200.00**	273.17	0.732
4	1.0	1.00	0.4226	**126.79**	193.93	0.654
6	1.5	0.67	0.2724	**81.72**	127.19	0.642
8	2.0	0.50	0.1835	**55.05**	85.34	0.645
10	2.5	0.40	0.1296	**38.88**	59.88	0.649
12	3.0	0.33	0.0955	**28.64**	43.86	0.653

La tensión de Westergaard es menor que la de Boussinesq a cualquier profundidad (z = 4 m: 126.79 y 193.93 kN/m²; z = 12 m: 28.64 y 43.86 kN/m²). La relación parte de 0.930 cerca de la superficie, vale 0.654 en z = 4 m y se mantiene en torno a 0.65 en profundidad.

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

1 z = 2 m (R/z = 2)

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = 1 - \frac{0.7071}{\sqrt{0.5000 + 4}} = 1 - \frac{0.7071}{2.1213} = \mathbf{0.6667}$$

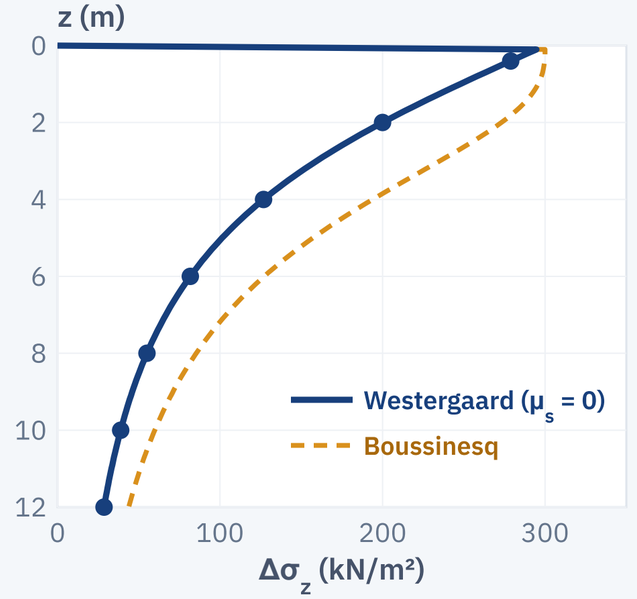
$$\Delta\sigma_z = 300\,(0.6667) = \mathbf{200.00}\ \mathrm{kN/m^2}$$

2 z = 12 m (R/z = 1/3)

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = 1 - \frac{0.7071}{\sqrt{0.5000 + 0.1111}} = 1 - \frac{0.7071}{0.7817} = \mathbf{0.0955}$$

$$\Delta\sigma_z = 300\,(0.0955) = \mathbf{28.64}\ \mathrm{kN/m^2}$$

A z = 2 m la tensión es exactamente **2q/3 = 200.00 kN/m²** (Boussinesq: 273.17); a z = 12 m es **28.64 kN/m²** (Boussinesq: 43.86).



Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

EJEMPLO

Datos

Carga y punto	**círculo $R = 4$ m, $q = 300$ kN/m², bajo el centro $z = 4$ m**
Variable	$\mu_s = 0;\ 0.1;\ 0.2;\ 0.3;\ 0.4;\ 0.49$

SE PIDE

Para cada μ_s, **η**, **$\Delta\sigma_z/q$**, **$\Delta\sigma_z$** y la razón con respecto a Boussinesq; a mano para μ_s = 0.2 y 0.4.

Solución (1/2)

SOLUCIÓN

μ_s	η	$\Delta\sigma_z/q$	$\Delta\sigma_z$ Westergaard	$\Delta\sigma_z$ / Boussinesq
0.00	0.7071	0.4226	**126.79**	0.654
0.10	0.6667	0.4453	**133.59**	0.689
0.20	0.6124	0.4778	**143.33**	0.739
0.30	0.5345	0.5286	**158.58**	0.818
0.40	0.4082	0.6220	**186.61**	0.962
0.49	0.1400	0.8613	**258.40**	1.332

Al aumentar μ_s, la tensión de Westergaard bajo el centro **aumenta**: 126.79 para $\mu_s = 0$, 186.61 kN/m² para $\mu_s = 0.4$ (Boussinesq: 193.93). Para $\mu_s = 0.49$, con 258.40 kN/m², **supera** el valor de Boussinesq.

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

1 μ_s = 0.2

$$\eta^2 = \frac{1 - 0.4}{2 - 0.4} = 0.3750\,, \quad \eta = 0.6124\,, \quad \sqrt{\eta^2 + 1} = 1.1726$$

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = 1 - \frac{0.6124}{1.1726} = 0.4778 \;\Rightarrow\; \Delta\sigma_z = 300\,(0.4778) = \mathbf{143.33}\ \mathrm{kN/m^2}$$

2 μ_s = 0.4

$$\eta^2 = \frac{1 - 0.8}{2 - 0.8} = 0.1667\,, \quad \eta = 0.4082\,, \quad \sqrt{\eta^2 + 1} = 1.0801$$

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = 1 - \frac{0.4082}{1.0801} = 0.6220 \;\Rightarrow\; \Delta\sigma_z = 300\,(0.6220) = \mathbf{186.61}\ \mathrm{kN/m^2}$$

Al disminuir η, la tensión aumenta: **143.33 → 186.61 kN/m²** (μ_s = 0.2 → 0.4).

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

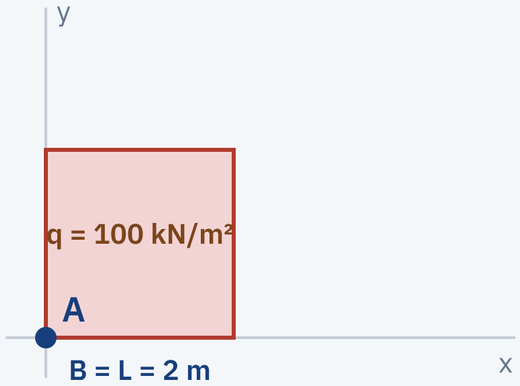
EJEMPLO

Datos

Carga	**cuadrada flexible con carga uniformemente distribuida: $B = L = 2$ m, $q = 100$ kN/m²**
Punto A	**bajo una esquina del cuadrado, $z = 2$ m**
Suelo	**entre placas $\mu_s = 0$**

SE PIDE

m, **n**, **I_W**, **$\Delta\sigma_z$**; comparación con el valor de Boussinesq; efecto de μ_s.



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 m, n y η

$$m = \frac{B}{z} = \frac{2}{2} = 1\,, \quad n = \frac{L}{z} = 1\,, \quad \eta^2 = \frac{1}{2} = 0.5000$$

2 Valor de influencia I_w

$$\sqrt{\eta^2\left(\frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2}\right) + \frac{\eta^4}{m^2 n^2}} = \sqrt{0.5\,(2) + 0.25} = \sqrt{1.25} = 1.1180$$

$$I_w = \frac{1}{2\pi}\cot^{-1}(1.1180) = \frac{0.7297}{2\pi} = \mathbf{0.1161}$$

Bajo la esquina del cuadrado, a z = 2 m, se obtiene **I_w = 0.1161** (valor de la tabla de la página: $I_w(1; 1)$ = 0.1161).

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

3 Tensión y Boussinesq

$$\Delta\sigma_z = q\, I_w = 100\,(0.1161) = \mathbf{11.61}\ \mathrm{kN/m^2}$$

$$\text{Boussinesq: } I_3(1;1) = 0.1752 \ \Rightarrow\ \Delta\sigma_{z,B} = \mathbf{17.52}\ \mathrm{kN/m^2}$$

μ_s	η	I_w (m = n = 1)	$\Delta\sigma_z = q\, I_w$ (kN/m²)	Boussinesq I_3	$\Delta\sigma_{z,B}$ (kN/m²)
0.0	0.7071	0.1161	**11.61**	0.1752	17.52
0.2	0.6124	0.1296	**12.96**	0.1752	17.52
0.3	0.5345	0.1418	**14.18**	0.1752	17.52
0.4	0.4082	0.1639	**16.39**	0.1752	17.52

Bajo la esquina del cuadrado, la tensión de Westergaard es **11.61 kN/m²** y la de Boussinesq, 17.52 kN/m² (relación 0.663). Al aumentar μ_s, I_W crece: 0.1161 → 0.1639 (μ_s = 0 → 0.4); el valor de Boussinesq es I_3 = 0.1752.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

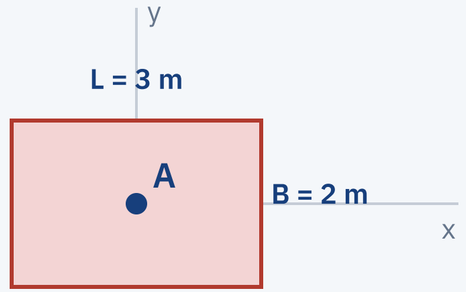
EJEMPLO

Datos

Carga	**rectángulo flexible: $L = 3$ m (dirección x), $B = 2$ m, $q = 300$ kN/m²**
Punto A	**bajo el centro, $z = 4$ m; $\mu_s = 0$**
Sugerencia	**el centro es la esquina común de cuatro rectángulos iguales**

SE PIDE

$\Delta\sigma_z$ por el método de las cuatro esquinas y valor de Boussinesq; tabla de variación con la profundidad.



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Cuatro rectángulos de esquina iguales (1.5 m × 1.0 m)

$$m = \frac{1.0}{4} = 0.2500\,, \quad n = \frac{1.5}{4} = 0.3750\,, \quad \eta^2 = 0.5000$$

2 I_W (para cada rectángulo de esquina)

$$\sqrt{\eta^2\left(\frac{1}{m^2}+\frac{1}{n^2}\right)+\frac{\eta^4}{m^2n^2}} = \sqrt{0.5\,(23.1111)+28.4444} = \sqrt{40} = 6.3246$$

$$I_w = \frac{1}{2\pi}\cot^{-1}(6.3246) = \frac{0.15682}{2\pi} = \mathbf{0.02496}$$

Para cada rectángulo de esquina se obtiene **I_W = 0.02496**; el centro es la esquina común de los cuatro rectángulos de esquina iguales.

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

3 Tensión (4 rectángulos de esquina) y Boussinesq

$$\Delta\sigma_z = 4\,q\,I_w = 4\,(300)\,(0.02496) = \mathbf{29.95}\ \mathrm{kN/m^2}$$

$$\Delta\sigma_{z,B} = 4\,q\,I_3(0.25;0.375) = 4\,(300)\,(0.03830) = 45.96\ \mathrm{kN/m^2}$$

4 El mismo método a cada profundidad (m = 1.0/z, n = 1.5/z)

z (m)	1	2	4	6	8	12
$\Delta\sigma_z$ Westergaard (kN/m²)	**158.69**	**82.80**	**29.95**	**14.62**	**8.52**	**3.89**
$\Delta\sigma_z$ de Boussinesq (kN/m²)	232.37	128.49	45.96	22.21	12.88	5.86
Relación W/B	0.683	0.644	0.652	0.658	0.662	0.664

La tensión de Westergaard es menor que la de Boussinesq a cualquier profundidad: 158.69 y 232.37 kN/m² en z = 1 m, 3.89 y 5.86 kN/m² en z = 12 m. La relación se mantiene entre 0.644 y 0.683 en el intervalo z = 1–12 m.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

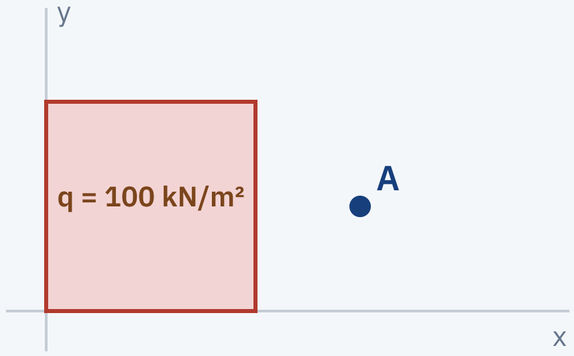
EJEMPLO

Datos

Carga	**cuadrado flexible** $[0;\,2]\times[0;\,2]$ **m,** $q = 100$ **kN/m²**
Punto A	$x = 3$ **m,** $y = 1$ **m (1 m fuera del borde),** $z = 2$ **m**
Suelo	**entre placas** $\mu_s = 0$

SE PIDE

$\Delta\sigma_z$ mediante los **cuatro rectángulos de esquina** señalados; comparación con el valor de Boussinesq.



Solución

SOLUCIÓN

1 Distancias de A a las esquinas a = $x_{esq} - x_A$, b = $y_{esq} - y_A$; rectángulo de cuatro esquinas

Rectángulo de esquina	(a ; b) (m)	m = |a|/z	n = |b|/z	I_w	Signo
1	(−1 ; 1)	0.50	0.50	0.05409	−
2	(−3 ; 1)	1.50	0.50	0.08745	+
3	(−1 ; −1)	0.50	0.50	0.05409	−
4	(−3 ; −1)	1.50	0.50	0.08745	+

2 Total

$$\Delta\sigma_z = q\,[-I_w(0.5;0.5) + I_w(1.5;0.5) - I_w(0.5;0.5) + I_w(1.5;0.5)]$$

$$= 2q\,[0.08745 - 0.05409] = 200\,(0.03336) = \mathbf{6.673}\ \mathrm{kN/m^2}$$

$$\Delta\sigma_{z,B} = 9.466\ \mathrm{kN/m^2}$$

Aunque el punto A queda fuera de la carga, recibe una tensión de **6.67 kN/m²**; el valor de Boussinesq es 9.47 kN/m². Basta una sola operación: restar los dos rectángulos de 1 m × 1 m de los dos rectángulos de 3 m × 1 m.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

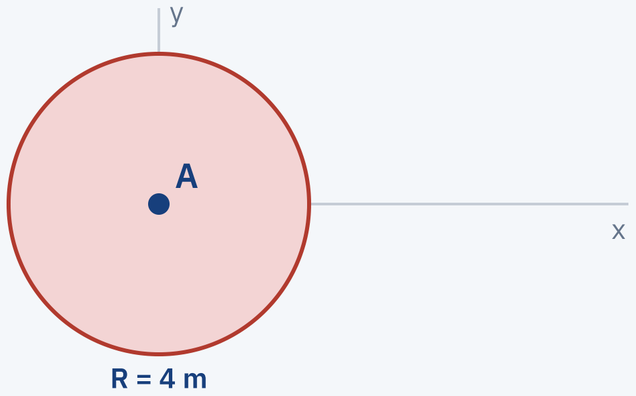
EJEMPLO

Datos

Carga	**círculo** $R = 4$ **m,** $q = 300$ **kN/m²;** $\mu_s = 0$**,** $z = 4$ **m**
Punto A	**distancia horizontal desde el centro** $r = 0;\ 0.5R;\ R;\ 1.5R;\ 2R;\ 3R$

SE PIDE

Tensiones de Westergaard y de Boussinesq a cada distancia (integral polar del módulo).



Solución

SOLUCIÓN

r (m)	r/R	$\Delta\sigma_z$ Westergaard	$\Delta\sigma_z$ Boussinesq	Relación W/B
0	0.0	**126.79**	193.93	0.654
2	0.5	**111.97**	168.67	0.664
4	1.0	**69.51**	99.67	0.697
6	1.5	**30.71**	37.99	0.808
8	2.0	**13.75**	12.54	1.096
12	3.0	**4.05**	1.87	2.163

En el centro (r = 0) el valor de la expresión cerrada resulta 126.79 kN/m². En el borde del círculo (r = R) 69.51 kN/m² (Boussinesq: 99.67); al alejarse del círculo la tensión de Westergaard disminuye más lentamente y **entre r = 1.5R y 2R** supera a la de Boussinesq (r = 12 m: 4.05 y 1.87 kN/m²).

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

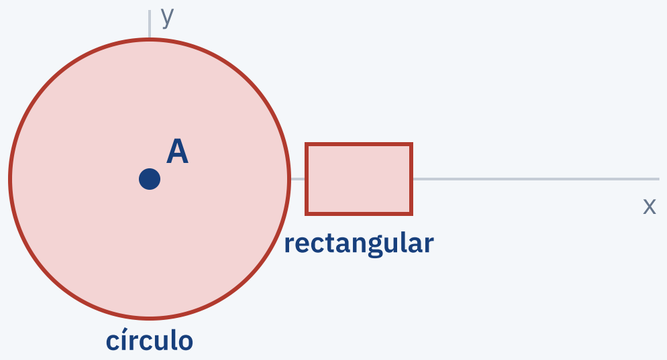
EJEMPLO

Datos

Área 1	**círculo** $R = 4$ **m,** $q = 300$ **kN/m², centro** $(0;\ 0)$
Área 2	**rectángulo** 3×2 **m (3 m en la dirección** x**),** $q = 300$ **kN/m², centro** $(6;\ 0)$
Punto A	$x = 0$**,** $y = 0$**,** $z = 4$ **m;** $\mu_s = 0$ **(las áreas no se solapan)**

SE PIDE

Contribución de cada área, tensión total y suma de Boussinesq; tabla en profundidad.



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Área 1 (círculo, bajo el centro)

$$\Delta\sigma_{z(1)} = 300\left\{1 - \frac{\eta}{\sqrt{\eta^2 + (R/z)^2}}\right\} = 300\,(0.4226) = \mathbf{126.79}\ \mathrm{kN/m^2} \quad (\text{Ejemplo 1})$$

2 Área 2 (rectángulo; x = 4.5 y 7.5 m desde A, y = ±1 m)

$$\Delta\sigma_{z(2)} = q\left[I_w\left(\tfrac{7.5}{4};\tfrac{1}{4}\right) - I_w\left(\tfrac{4.5}{4};\tfrac{1}{4}\right)\right] \times 2 = 600\,[0.05048 - 0.04553]$$

$$\Delta\sigma_{z(2)} = 600\,(0.00495) = \mathbf{2.97}\ \mathrm{kN/m^2} \qquad \Delta\sigma_{z(2),B} = 3.18$$

Como el rectángulo A está lejos del punto, su contribución es pequeña: **2.97 kN/m²** (Boussinesq: 3.18). La contribución del círculo es de 126.79 kN/m².

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

1 Las tensiones se suman (z = 4 m)

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(1)} + \Delta\sigma_{z(2)} = 126.79 + 2.97 = \mathbf{129.76}\ \mathrm{kN/m^2}$$

$$\Delta\sigma_{z,B} = 193.93 + 3.18 = 197.11\ \mathrm{kN/m^2}$$

2 Perfil de profundidad bajo el mismo punto

z (m)	2	4	6	8	12
Área 1 (círculo)	200.00	126.79	81.72	55.05	28.64
Área 2 (rectangular)	1.91	2.97	3.18	2.95	2.17
Westergaard total	**201.91**	**129.76**	**84.90**	**58.00**	**30.81**
Boussinesq total	274.02	197.11	131.63	89.82	47.27

En el punto A, las dos áreas producen conjuntamente **129.76 kN/m²** (suma de Boussinesq: 197.11 kN/m²). La contribución del área lateral aumenta con la profundidad: en z = 12 m es aproximadamente el 7.0% del total.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Resumen

Puntos clave

Círculo, centro: $\Delta\sigma_z = q\,\{1 - \eta/[\eta^2 + (R/z)^2]^{1/2}\}$, $\eta = \sqrt{[(1 - 2\mu_s)/(2 - 2\mu_s)]}$; **rectángulo, esquina**: $\Delta\sigma_z = q\,I_w$, $I_w = (1/2\pi)\,\cot^{-1}\sqrt{[\eta^2(1/m^2 + 1/n^2) + \eta^4/(m^2n^2)]}$

Ejemplo (R = 4 m, q = 300, z = 4 m, $\mu_s = 0$): $\eta = 0.7071$; $\Delta\sigma_z/q = 0.4226 \rightarrow$ **$\Delta\sigma_z$ = 126.79 kN/m²**; Boussinesq 193.93 kN/m²

Rectángulo: en la esquina (2 m × 2 m, z = 2 m) $I_w = 0.1161$; en el centro, cuatro rectángulos de esquina iguales (3 × 2 m, z = 4 m: 29.95 kN/m²); en el punto exterior, cuatro rectángulos de esquina **con signo** (6.67 kN/m²)

A medida que aumenta **μ_s**, aumenta la tensión bajo el centro (0 → 0.4: 126.79 → 186.61 kN/m²); para $\mu_s = 0$, la tensión de Westergaard bajo la carga es aproximadamente el 65 % de la de Boussinesq, y lejos de la carga este orden se invierte

Superposición: cada área se considera con su propia distancia y las tensiones se suman (círculo + rectángulo: 129.76 kN/m²)

Referencias bibliográficas

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Westergaard, H.M. (1938). A problem of elasticity suggested by a problem in soil mechanics: soft material reinforced by numerous strong horizontal sheets. In Contributions to the Mechanics of Solids, Stephen Timoshenko 60th Anniversary Volume. Macmillan, New York, 268–277.

NOTA

Todos los ejemplos numéricos se han obtenido con el propio motor de cálculo del módulo; el módulo da los mismos valores. Ejemplo con el que se abre el módulo: círculo R = 4 m, q = 300 kN/m², μ_s = 0, a z = 4 m bajo el centro.

GeoTerva

Cálculos geotécnicos en línea

De la teoría a la práctica

Introducir en GeoTerva los propios círculos y rectángulos, el punto A y el valor de μ_s; el módulo proporciona conjuntamente η, los valores de I_W, los rectángulos de esquina, la comparación con Boussinesq, el perfil en profundidad, la solución paso a paso y el informe.

Abrir en el teléfono
Los módulos de prueba no requieren registro.

Abrir el módulo →

Página de teoría →

Si desea utilizarlas en sus clases: info@geoterva.com