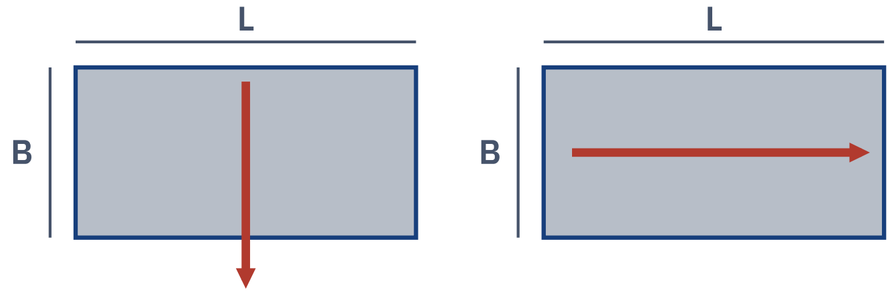
Apresentação de aula de geotecnia · Fundações

Equação de capacidade de carga de Vesic

Aula: os coeficientes adotados por Vesic e a sua contribuição própria: o expoente de inclinação, que considera a forma da sapata e a direção da carga, a inclinação da base e a inclinação do terreno; exemplo resolvido em cada tópico.

- Expoente de inclinação m
- Carga inclinada
- Inclinação da base
- Inclinação do terreno
- Coincidência com Meyerhof
- Exemplos resolvidos



Introdução

O que veremos nesta aula?

- Distinguir quais coeficientes **a equação de Vesic** adota e quais **lhe são próprios**
- Calcular o **expoente m** dos coeficientes de inclinação em função da relação B/L da sapata e da direção da carga
- Determinar os **fatores de inclinação** com as cargas reais h e v e verificar os limites de deslizamento
- Aplicar os fatores de **inclinação da base** e de **inclinação do terreno** (formas de Vesic); compará-los com os de Hansen
- Tratar a forma não drenada ($\varphi = 0$) e as condições de água subterrânea
- Ver que, na ausência de inclinação da carga, da base e do terreno, a equação se reduz à **equação geral de Meyerhof**

ROTEIRO DA AULA

Cada tópico é tratado em **três etapas**:

1 · **Teoria**: qual é a regra e por que é assim?

2 · **Enunciado**: dados e o que se pede

3 · **Solução**: passo a passo, com números

Sapata do exemplo inicial, o modelo com que o módulo é aberto: sapata quadrada de 1.2 m × 1.2 m em areia, D_f = 1 m, nível do lençol freático a 0.5 m, c = 0, $\varphi' = 32°$.

Coeficientes adotados e coeficientes próprios

TEORIA

A equação de Vesic tem **a mesma estrutura** que a de Hansen: em cada termo, correções de forma, profundidade, inclinação, inclinação da base e inclinação do terreno:

$$\begin{aligned} q_u = {} & c\,N_c\,F_{cs}F_{cd}\,i_c b_c g_c \\ & + q\,N_q\,F_{qs}F_{qd}\,i_q b_q g_q \\ & + \tfrac{1}{2}\gamma B\,N_\gamma\,F_{\gamma s}F_{\gamma d}\,i_\gamma b_\gamma g_\gamma \end{aligned}$$

Vesic **não deduziu tudo novamente**: adotou tal como estavam os fatores de **forma de De Beer** e de **profundidade de Hansen**; N_γ também é uma expressão fechada dele: $N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi$.

Contribuição própria: os fatores de inclinação da carga (o expoente depende da forma da sapata e da direção da carga) e os fatores de inclinação da base e do terreno.

Sem inclinação da carga, inclinação da base nem inclinação do terreno (valores padrão do módulo), i = b = g = 1 e a equação é **exatamente igual à equação geral de Meyerhof**.

ORIGEM DOS COEFICIENTES

Coeficiente	Fonte
N_c, N_q	Prandtl, Reissner
N_γ	Vesic
F_s (forma)	De Beer
F_d (profundidade)	Hansen
i (inclinação)	**Vesic**
b (inclinação da base)	**Vesic**
g (inclinação do terreno)	**Vesic**

Enunciado

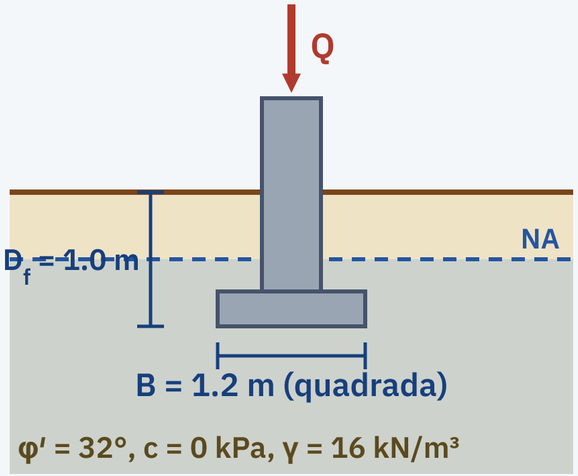
EXEMPLO

Dados

Fundação	**quadrada, B = L = 1.2 m, profundidade da base D_f = 1.0 m**
Solo	**areia:** $\varphi' = 32^\circ,\ c = 0$
Peso específico	$\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3}$ **(acima),** $\gamma_{sat} = 19.5\ \mathrm{kN/m^3}$ **(abaixo do nível do lençol freático)**
Carga	**vertical, centrada**

PEDE-SE

Determinar os valores de **N_c, N_q, N_γ,** bem como de **F_{cs}, F_{qs}, $F_{\gamma s}$** e **F_{qd}, F_{cd}.**



Solução

SOLUÇÃO

1 Fatores de capacidade de carga (φ′ = 32°, tan 32° = 0.6249)

$$N_q = e^{\pi \tan 32^\circ} \tan^2(61^\circ) = 23.18 \qquad N_c = \frac{23.18 - 1}{0.6249} = 35.49$$

$$N_\gamma = 2(23.18 + 1)(0.6249) = \mathbf{30.21}$$

2 Fatores de forma (De Beer; B/L = 1)

$$F_{cs} = 1 + \frac{23.18}{35.49} = \mathbf{1.653} \qquad F_{qs} = 1 + \tan 32^\circ = \mathbf{1.625} \qquad F_{\gamma s} = 1 - 0.4 = \mathbf{0.600}$$

3 Fatores de profundidade (Hansen; $D_f/B = 1.0/1.2 = 0.833 \leq 1$)

$$F_{qd} = 1 + 2(0.6249)(0.2210)(0.833) = \mathbf{1.230} \qquad F_{cd} = F_{qd} - \frac{1 - F_{qd}}{N_c \tan \varphi} = \mathbf{1.241}$$

Idênticos aos coeficientes da apresentação sobre Meyerhof: Vesic não os alterou.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Expoente que leva em conta a forma da sapata e a direção da carga

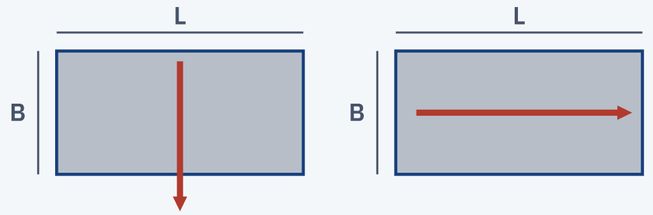
TEORIA

Nos fatores de inclinação de Meyerhof, o expoente é constante (2), e nos de Hansen também (5). O de Vesic depende da **razão B/L** da sapata e do **lado ao qual a carga horizontal é paralela**:

$$m_B = \frac{2 + B/L}{1 + B/L} \quad (h \parallel B) \qquad m_L = \frac{2 + L/B}{1 + L/B} \quad (h \parallel L)$$

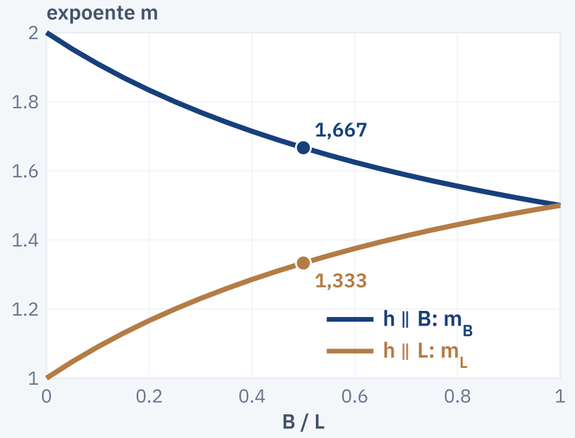
Sapata corrida (B/L → 0): **m_B = 2**, **m_L = 1**. Na sapata quadrada, as duas direções são iguais: m = 1.5.

Quando a mesma sapata retangular é carregada em duas direções, m é diferente: **para carga paralela ao lado curto, o expoente é maior** e os coeficientes decrescem mais rapidamente. Nenhum dos demais métodos desta seção faz essa distinção.



carga paralela a B
m = m_B = 1,667

carga paralela a L
m = m_L = 1,333



Enunciado

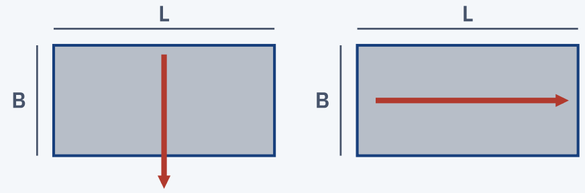
EXEMPLO

Dados

Fundações	**(a) quadrada 1.2 × 1.2 m · (b) corrida · (c) retangular 1.2 × 2.4 m (B/L = 0.5)**
Carga	**componente horizontal paralela a B e paralela a L**

PEDE-SE

Determinar o valor de **m** para cada sapata e cada direção.



Solução

SOLUÇÃO

1 (a) Quadrado (B/L = 1) e (b) faixa (B/L → 0)

$$(\text{a}):\ m = \frac{2+1}{1+1} = \mathbf{1.500}\ \ (\text{nas duas direções})$$

$$(\text{b}):\ m_B = \frac{2+0}{1+0} = \mathbf{2.000}, \quad m_L = \mathbf{1.000}$$

2 (c) Retângulo 1.2 × 2.4 m (B/L = 0.5; L/B = 2)

$$m_B = \frac{2+0.5}{1+0.5} = \mathbf{1.667} \qquad m_L = \frac{2+2}{1+2} = \mathbf{1.333}$$

Para a mesma sapata retangular, se a carga é paralela ao lado menor, m = 1.667, e se paralela ao lado maior, 1.333. Se a carga atua na direção do lado menor, o fator de inclinação $(1 - x)^m$ diminui mais rapidamente: essa direção é **mais desfavorável**.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Vesic: $(1 - h/(v + c \cot \varphi))^m$

TEORIA

h = H/A e v = V/A, na mesma forma que em Hansen, são as pressões do **mesmo caso de carregamento** (v = q_{app}; q_{app} é necessário quando h > 0):

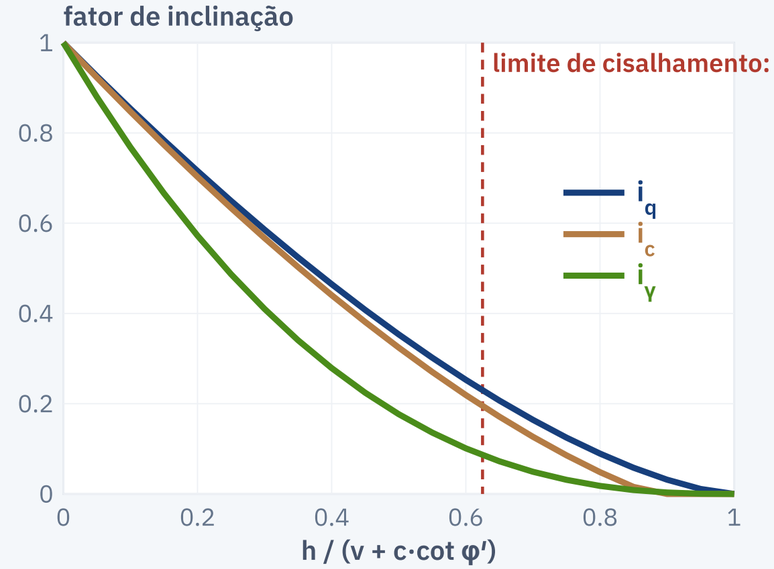
$$i_q = \left(1 - \frac{h}{v + c\cot\varphi}\right)^m \qquad i_\gamma = \left(1 - \frac{h}{v + c\cot\varphi}\right)^{m+1}$$

$$i_c = i_q - \frac{1 - i_q}{N_q - 1} \; (\geq 0)$$

$$\varphi = 0: \quad i_c = 1 - \frac{m\,h}{c\,N_c}, \qquad i_q = i_\gamma = 1$$

h > v tan φ + c: a base desliza; o módulo emite aviso (o deslizamento também é verificado separadamente). **h ≥ v + c cot φ** (para φ = 0, **h ≥ c**): o módulo interrompe o cálculo.

i_C não se torna negativo; é mantido em zero. No gráfico, o limite de deslizamento é a reta h/(v + c cot φ) = tan φ.



Enunciado

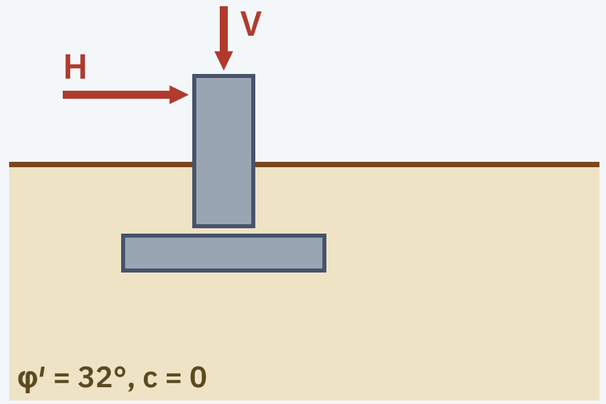
EXEMPLO

Dados

Fundação, solo	**quadrada 1.2 × 1.2 m,** $\varphi' = 32^\circ,\ c = 0$ **(modelo do módulo);** $N_q = 23.18$
Caso de carga	$v = q_{apply} = 150\ \mathrm{kPa},\ h = 30\ \mathrm{kPa}$ **(ek: 60, 90, 120)**
Direção da carga	**sapata quadrada: m = 1.5**

PEDE-SE

Determinar os fatores i_q, i_c, i_γ e verificar o limite de deslizamento.



Solução (1/2)

SOLUÇÃO

1 Razão (c = 0: v + c cot φ = v = 150 kPa)

$$x = \frac{h}{v + c\cot\varphi} = \frac{30}{150} = \mathbf{0.200} \qquad m = 1.5$$

2 Coeficientes

$$i_q = (1 - 0.2)^{1.5} = \mathbf{0.716} \qquad i_\gamma = (1 - 0.2)^{2.5} = \mathbf{0.572}$$

$$i_c = i_q - \frac{1 - i_q}{N_q - 1} = 0.716 - \frac{0.284}{22.18} = \mathbf{0.703}$$

3 Limite de deslizamento

$$v\tan\varphi + c = 150(0.6249) = \mathbf{93.7}\ \text{kPa} \geq h = 30 \ \Rightarrow\ \text{sem deslizamento}$$

$$(h \geq v = 150 \text{ interrompe o módulo})$$

Solução (2/2)

SOLUÇÃO

h (kPa)	h/(v + c cot φ)	i_c	i_q	i_γ	verificação de deslizamento
0	0.00	1.000	1.000	1.000	passa
30	0.20	0.703	0.716	0.572	passa
60	0.40	0.441	0.465	0.279	passa
90	0.60	0.219	0.253	0.101	passa
120	0.80	0.048	0.089	0.018	**aviso: h > 93.7**

h = 30 kPa (20% de v) reduz o termo em q em **28%** e o termo do peso próprio em **43%**. Como o expoente é m + 1, o **termo do peso próprio é sempre mais afetado**. Se fosse c = 5 kPa, ter-se-ia v + c cot φ = 158.0 kPa e i_q = 0.729.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Enunciado

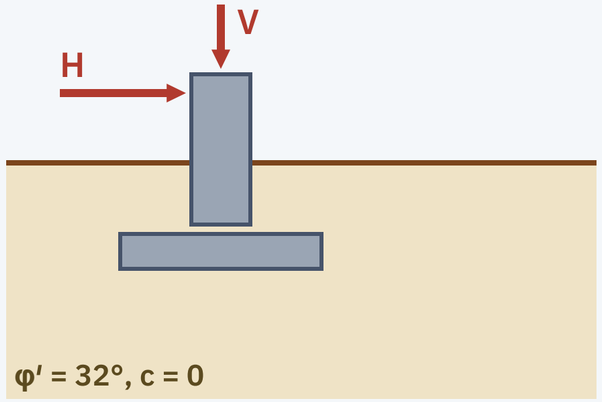
EXEMPLO

Dados

Fundação, solo	**quadrada 1.2 m,** $\varphi' = 32°,\ c = 0$
Caso de carga	$v = 150\ \text{kPa},\ h = 30\ \text{kPa}$**: em relação à vertical** $\beta = \tan^{-1}(30/150) = 11.31°$

PEDE-SE

Determinar os valores de i_q e i_γ pelos métodos de Meyerhof, Hansen e Vesic e compará-los.



Solução

SOLUÇÃO

1 Meyerhof (com o ângulo β), Hansen (x = h/v = 0.2) e Vesic (m = 1.5)

$$\text{Meyerhof}: F_{qi} = \left(1 - \frac{11.31}{90}\right)^2 = \mathbf{0.764}, \quad F_{\gamma i} = \left(1 - \frac{11.31}{32}\right)^2 = \mathbf{0.418}$$

$$\text{Hansen}: i_q = (1 - 0.5x)^5 = \mathbf{0.590}, \quad i_\gamma = (1 - 0.7x)^5 = \mathbf{0.470}$$

$$\text{Vesic}: i_q = (1 - 0.2)^{1.5} = \mathbf{0.716}, \quad i_\gamma = (1 - 0.2)^{2.5} = \mathbf{0.572}$$

	i_q	i_γ
Meyerhof	0.764	0.418
Hansen	0.590	0.470
Vesic	**0.716**	**0.572**

Cada fator deve ser usado em conjunto com o seu próprio N_γ e com os fatores de forma. O valor de i_q de Vesic é próximo ao de Meyerhof, e o de i_γ é o mais alto dos três.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Coeficientes próprios de Vesic

TEORIA

Vesic (1975) propôs também seus próprios fatores para a inclinação da base e a inclinação do terreno. Para φ > 0, o fator de coesão é derivado do fator de sobrecarga (η e ω no expoente, em radianos):

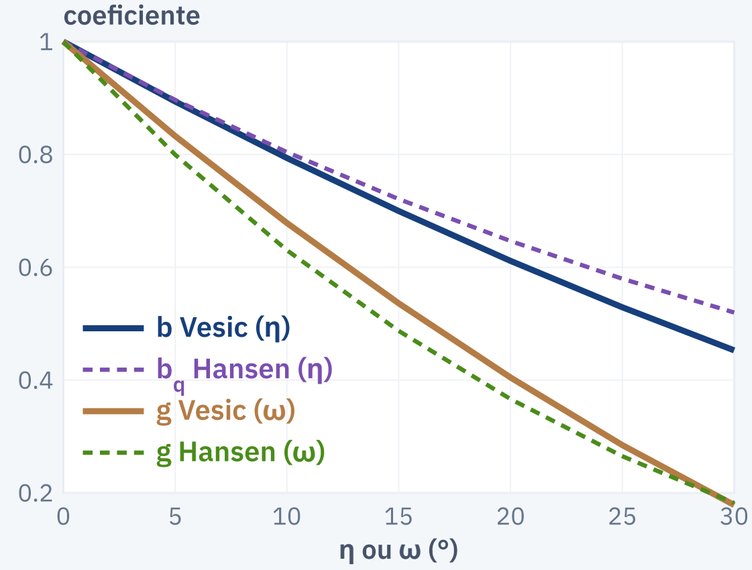
$$b_q = b_\gamma = (1 - \eta \tan\varphi)^2 \qquad g_q = g_\gamma = (1 - \tan\omega)^2$$

$$\varphi > 0: \quad b_c = b_q - \frac{1 - b_q}{N_q - 1} \qquad g_c = g_q - \frac{1 - g_q}{N_q - 1}$$

$$\varphi = 0: \quad b_c = 1 - \frac{2\eta}{\pi + 2} \quad g_c = 1 - \frac{2\omega}{\pi + 2} \quad b_q = b_\gamma = 1$$

Os fatores b_q, b_γ de Hansen são exponenciais ($e^{-2\eta \tan \varphi}$) e $g_q = (1 - 0.5 \tan \omega)^5$; para ângulos pequenos são próximos e se afastam à medida que ω aumenta (gráfico).

Se ω > φ, o talude não está em equilíbrio por si só: o módulo é interrompido. η e ω podem ser inseridos até no máximo 45° ($(1 - \tan \omega)^2$ se anula nesse valor).



Enunciado

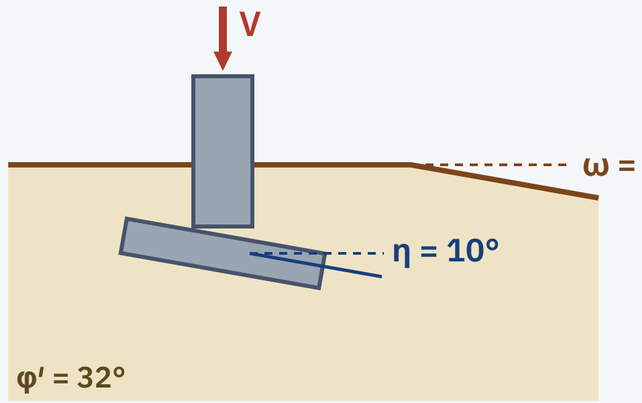
EXEMPLO

Dados

Solo	$\varphi' = 32^\circ,\ \tan\varphi = 0.6249,\ N_q = 23.18$
Inclinação da base	**η = 10° (0.1745 rad)**
Inclinação do terreno	**ω = 10°**
Comparação	**Fatores de Hansen**

PEDE-SE

Determinar os valores de b_c, b_q, b_γ e g_c, g_q, g_γ de Vesic; compará-los com os de Hansen; escrever as formas para φ = 0.



Solução (1/2)

SOLUÇÃO

1 Inclinação da base η = 10° (Vesic)

$$b_q = b_\gamma = (1 - 0.1745 \cdot 0.6249)^2 = \mathbf{0.7938} \qquad b_c = 0.7938 - \frac{1 - 0.7938}{23.18 - 1} = \mathbf{0.7845}$$

2 Inclinação do terreno ω = 10° (tan 10° = 0.1763)

$$g_q = g_\gamma = (1 - 0.1763)^2 = \mathbf{0.6784} \qquad g_c = 0.6784 - \frac{1 - 0.6784}{23.18 - 1} = \mathbf{0.6639}$$

3 Formas com φ = 0 (para 10°)

$$b_c = 1 - \frac{2(0.1745)}{\pi + 2} = \mathbf{0.932} \qquad g_c = 1 - \frac{2(0.1745)}{\pi + 2} = \mathbf{0.932} \qquad b_q = b_\gamma = 1$$

Solução (2/2)

SOLUÇÃO

	b_c	b_q	b_γ	g_c	$g_q = g_\gamma$
Vesic	0.784	0.794	0.794	0.664	0.678
Hansen	0.932	0.804	0.745	0.932	0.630

b_q e g_q são **próximos** nos dois métodos (0.794 e 0.804; 0.678 e 0.630), mas **os fatores de coesão diferem muito**: os valores b_c e g_c de Vesic derivam do fator de sobrecarga (0.784 e 0.664), os de Hansen são 1 – ângulo/147° (0.932). Em areia com c = 0, essa diferença não afeta o resultado.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Combinação da equação e verificação

TEORIA

Embora as seis correções pareçam intimidadoras, **no caso comum todas valem 1**: com os valores padrão do módulo (h = 0, η = 0, ω = 0), i = b = g = 1 e a equação é idêntica à equação geral de Meyerhof. q_u é a tensão vertical na ruptura; o módulo mantém separadas a tensão bruta e a líquida:

$$q_{u,net} = q_u - q \qquad q_{all,g} = \frac{q_u}{FS} \qquad q_{all,n} = \frac{q_{u,net}}{FS}$$

A tensão aplicada $q_{applied}$ é a **tensão vertical bruta** na base para o mesmo caso de carregamento (V/A). A sapata é aprovada nas seguintes condições:

$$q_{apply} \le q_{all,g} \qquad FS_{\text{actual}} = \frac{q_u}{q_{apply}} \qquad q_{apply} - q \le q_{all,n}$$

Carga vertical admissível $Q_{all} = q_{all,g} \cdot A$. Quando h > 0, deve-se informar $q_{applied}$.

QUANDO O FATOR É 1?

Coeficiente	caso em que é igual a 1
F_s	sapata corrida (B/L = 0)
F_d	D_f = 0 (base na superfície)
i	h = 0 (carga vertical)
b	η = 0 (base horizontal)
g	ω = 0 (terreno plano)

Os coeficientes não mudam; q e γ mudam

TEORIA

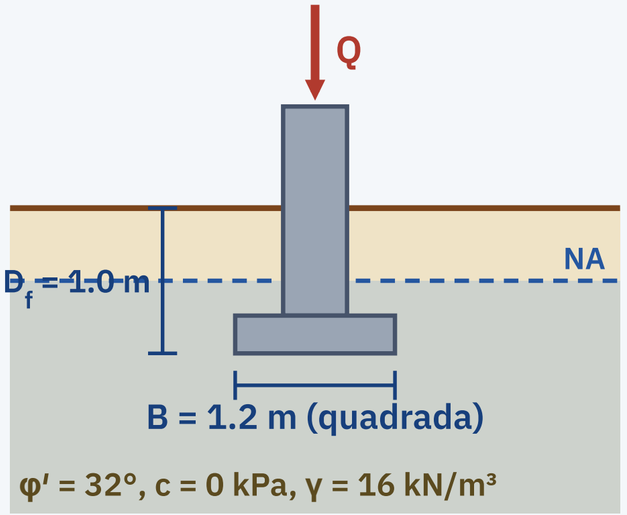
A água subterrânea é tratada com **os mesmos dois casos** dos demais módulos desta seção. Abaixo do nível do lençol freático, o peso específico efetivo é $\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$ ($\gamma_w = 9.81$). D_w é a profundidade do lençol freático a partir da superfície:

$$\text{I } (D_w \le D_f):\ q = \gamma D_w + \gamma'(D_f - D_w),\ \ \gamma \to \gamma' \text{ (terceiro termo)}$$

$$\text{III } (D_f < D_w \le D_f + B):\ q = \gamma D_f,\ \ \bar{\gamma} = \frac{1}{B}\left[\gamma D + \gamma'(B - D)\right],\ D = D_w - D_f$$

Para $D_w = D_f$, adota-se $q = \gamma D_f$ e utiliza-se γ' no terceiro termo.

A água a mais de B abaixo da base é **ineficaz**. A água entra apenas por meio de **q e γ**; F, i, b, g permanecem os mesmos.



Enunciado

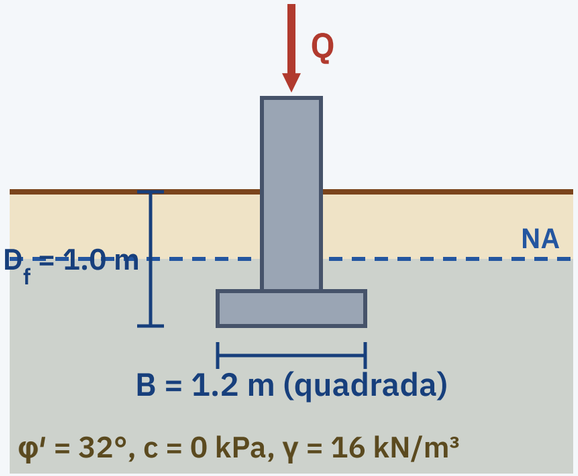
EXEMPLO

Dados

Fundação	**quadrada, B = L = 1.2 m, profundidade da base D_f = 1.0 m**
Solo	**areia:** $\varphi' = 32^\circ,\ c = 0$
Peso específico	$\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3}$ **(acima),** $\gamma_{sat} = 19.5\ \mathrm{kN/m^3}$ **(abaixo do nível do lençol freático)**
Água subterrânea	**D_W = 0.5 m (caso I)**
Carga	**vertical, centrada**
Segurança	**FS = 3**

PEDE-SE

q_u, q_{all} bruta e líquida e a carga admissível **Q_{all}**; depois, q_u para c = 5 kPa.



Solução (1/2)

SOLUÇÃO

1 Coeficientes (Exemplo 1: φ′ = 32°; B/L = 1; D_f/B = 0.833; h = η = ω = 0)

$$N_q = 23.18,\ N_\gamma = 30.21 \qquad F_{qs} = 1.625,\ F_{\gamma s} = 0.6,\ F_{qd} = 1.230 \qquad i = b = g = 1$$

2 Caso I: q = 16(0.5) + (19.5 – 9.81)(0.5); γ′ = 9.69 kN/m³ (no terceiro termo)

$$q = \mathbf{12.845}\ \mathrm{kPa} \qquad \gamma' = \mathbf{9.69}\ \mathrm{kN/m^3}$$

Solução (2/2)

SOLUÇÃO

3 Capacidade de carga (c = 0: sem termo de coesão)

$$q_u = (12.845)(23.18)(1.625)(1.230) + \tfrac{1}{2}(9.69)(1.2)(30.21)(0.6)$$
$$= 595.1 + 105.4 = \mathbf{700.46}\ \text{kPa}$$

4 Tensão admissível e carga (A = 1.2² = 1.44 m²)

$$q_{all,g} = \frac{700.46}{3} = \mathbf{233.49}\ \text{kPa} \qquad q_{all,n} = \frac{700.46 - 12.845}{3} = 229.20\ \text{kPa}$$

$$Q_{all} = 233.49(1.44) = \mathbf{336.2}\ \text{kN}$$

Com os mesmos dados de entrada (β = 0), a equação geral de Meyerhof fornece q_u = **700.46 kPa**: as duas equações são **rigorosamente idênticas**. Se c = 5 kPa, o termo de coesão acrescentaria 363.9 kPa e q_u seria 1,064.3 kPa.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Enunciado

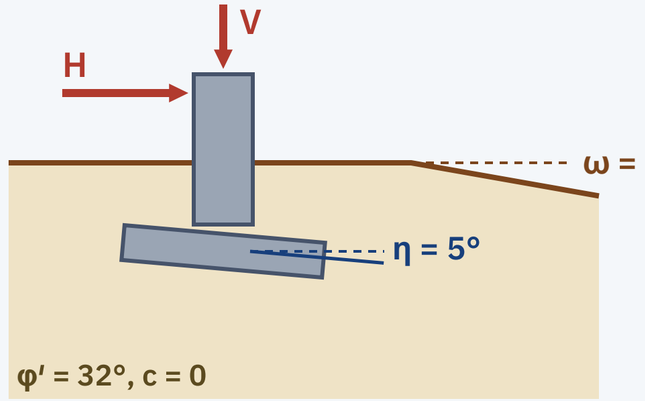
EXEMPLO

Dados

Fundação	**quadrada, B = L = 1.2 m, profundidade da base D_f = 1.0 m**
Solo	**areia:** $\varphi' = 32^\circ,\ c = 0$
Peso específico	$\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3}$ **(acima),** $\gamma_{sat} = 19.5\ \mathrm{kN/m^3}$ **(abaixo do nível do lençol freático)**
Água subterrânea	**D_w = 0.5 m**
Caso de carga	$v = q_{apply} = 90\ \mathrm{kPa},\ h = 18\ \mathrm{kPa}$ **(h ∥ B)**
Base, solo	**η = 5°, ω = 10°**
Segurança	**FS = 3**

PEDE-SE

Determinar **q_u** e **q_{all}**; verificar se a sapata atende para q_{app} = 90 kPa e verificar o deslizamento.



Solução (1/3)

SOLUÇÃO

1 Coeficientes de inclinação (x = h/v = 18/90 = 0.2; m = 1.5)

$$i_q = (1 - 0.2)^{1.5} = \mathbf{0.716} \qquad i_\gamma = (1 - 0.2)^{2.5} = \mathbf{0.572} \qquad i_c = 0.703$$

2 Fatores de inclinação da base e do terreno (η = 5° = 0.0873 rad; ω = 10°)

$$b_q = b_\gamma = (1 - 0.0873 \cdot 0.6249)^2 = \mathbf{0.894} \qquad b_c = 0.889$$

$$g_q = g_\gamma = (1 - \tan 10^\circ)^2 = \mathbf{0.678} \qquad g_c = 0.664$$

Solução (2/3)

SOLUÇÃO

3 Três termos (c = 0; coeficientes F como no Exemplo 6)

$$q\text{ termo} = (12.845)(23.18)(1.625)(1.230)(0.716)(0.894)(0.678) = 258.2$$

$$\gamma\text{ termo} = \tfrac{1}{2}(9.69)(1.2)(30.21)(0.6)(0.572)(0.894)(0.678) = 36.6$$

4 Capacidade de carga e tensão admissível

$$q_u = 258.2 + 36.6 = \mathbf{294.8}\ \text{kPa} \qquad q_{all,g} = \frac{294.8}{3} = \mathbf{98.3}\ \text{kPa}$$

Solução (3/3)

SOLUÇÃO

5 Verificação (q_{appl} = 90 kPa)

$$q_{apply} = 90 \leq q_{all,g} = 98.3 \;\Rightarrow\; \textbf{atende}$$

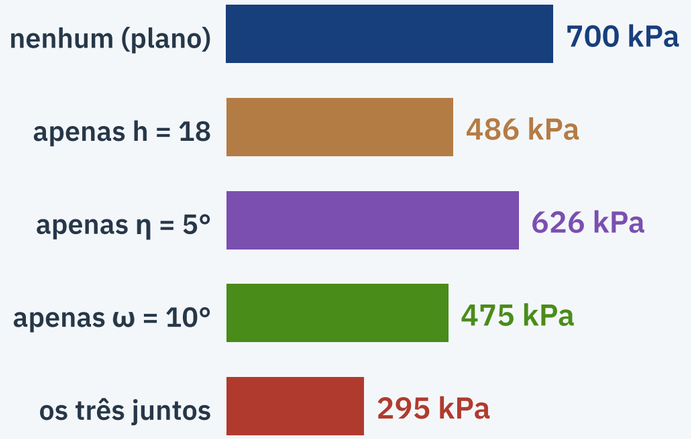
$$FS_{\text{actual}} = \frac{294.8}{90} = \mathbf{3.28} \geq 3$$

$$q_{apply} - q = 77.2 \leq q_{all,n} = 94.0 \;\Rightarrow\; \textbf{atende}$$

6 Limite de deslizamento

$$h = 18 \leq v \tan\varphi = 56.2\ \text{kPa} \;\Rightarrow\; \text{sem deslizamento}$$

O q_u de 700 kPa no modelo plano cai para **295 kPa** (58% a menos) nesta condição de carregamento. Individualmente: inclinação do terreno −32%, carga horizontal −31%, inclinação da base −11%. A sapata atende nas três condições (FS = 3.28).



Verificar a solução no GeoTerva ↗

φ = 0: as próprias formas dos coeficientes de coesão

TEORIA

Para φ = 0, tem-se $N_c = 5.14$, $N_q = 1$, $N_\gamma = 0$; o termo do peso próprio desaparece e o termo de sobrecarga passa a ser apenas q g_q. Neste módulo, o termo de coesão permanece **multiplicativo** (diferentemente da forma aditiva de Hansen):

$$q_u = c\,N_c\,F_{cs}F_{cd}\,i_c\,b_c\,g_c + q\,g_q$$

As formas de φ = 0 dos fatores de coesão estão na tabela: para a inclinação da carga, **$i_c = 1 - m\,h/(c\,N_c)$**; para a inclinação da base e do terreno, **1 − 2·ângulo/(π + 2)** (ângulo em radianos).

Se **h ≥ c**, a base desliza e o módulo é interrompido. Para φ = 0, $F_{cs} = 1 + (B/L)/5.14$ ($N_q/N_c = 1/5.14$) e $F_{cd} = 1 + 0.4\,k$.

CASOS φ = 0

Coeficiente	Valor
N_c	5.14
F_{cs}	1 + (B/L)/5.14
F_{cd}	1 + 0.4 k
i_c	1 − m h/(c N_c)
b_c	1 − 2η/(π + 2)
g_c	1 − 2ω/(π + 2)
g_q	(1 − tan ω)²

Enunciado

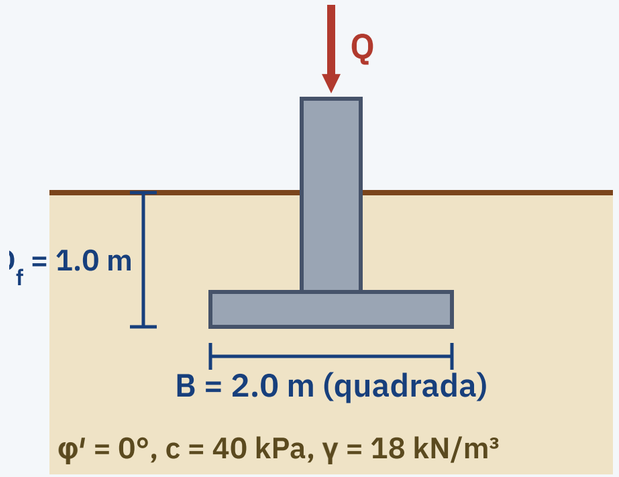
EXEMPLO

Dados

Fundação	**quadrada B = L = 2 m, D_f = 1 m**
Solo	**argila:** $\varphi = 0,\ c_u = 40\ \mathrm{kPa},\ \gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$**; sem lençol freático**
Casos	**(a) carga vertical · (b)** $v = 100,\ h = 10\ \mathrm{kPa}$ **· (c)** $h = 10$ **e** $\eta = \omega = 10^\circ$

PEDE-SE

Determinar o valor de $\mathbf{q_u}$ para cada caso.



Solução (1/2)

SOLUÇÃO

1 (a) Carga vertical: F_{cs} = 1 + 1/5.14; F_{cd} = 1 + 0.4(0.5); q = 18 kPa

$$q_u = 40(5.14)(1.195)(1.200) + 18 = 294.72 + 18 = \mathbf{312.72}\ \text{kPa}$$

2 (b) h = 10 kPa, c = 40 (m = 1.5)

$$i_c = 1 - \frac{1.5(10)}{40(5.14)} = \mathbf{0.927} \;\Rightarrow\; q_u = 273.22 + 18 = \mathbf{291.22}\ \text{kPa}$$

Solução (2/2)

SOLUÇÃO

3 (c) h = 10, η = ω = 10°: $b_c = g_c = 1 - 2(0.1745)/(\pi + 2) = 0.932$; $g_q = (1 - \tan 10°)^2$

$$q_u = 40(5.14)(1.195)(1.200)(0.927)(0.932)(0.932) + 18(0.678) = 237.4 + 12.2 = \mathbf{249.6}\ \text{kPa}$$

Situação	$c\,N_c F_{cs} F_{cd} \cdot (i\ b\ g)$	$q\,g_q$	q_u (kPa)
(a) vertical	294.7	18.0	**312.7**
(b) h = 10	273.2	18.0	**291.2**
(c) h, η, ω	237.4	12.2	**249.6**

Somente h = 10 kPa reduz a capacidade de carga em 7%; h em conjunto com a inclinação da base e do terreno a reduz em 20%. A forma aditiva de Hansen fornece 305.84 kPa para o mesmo caso vertical (apresentação de Hansen): os dois métodos concordam dentro de 2%.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Enunciado

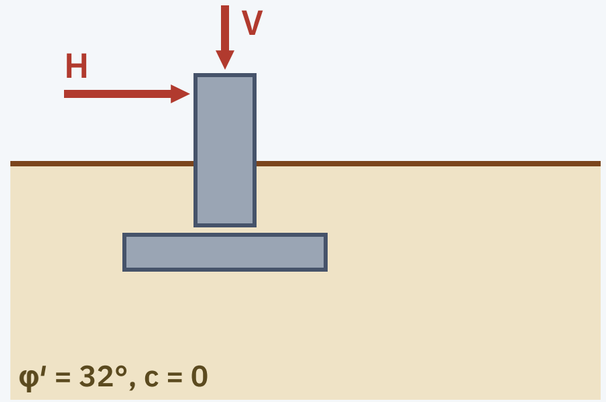
EXEMPLO

Dados

Fundação	**quadrada, B = L = 1.2 m, profundidade da base D_f = 1.0 m**
Solo	**areia:** $\varphi' = 32^\circ,\ c = 0$
Peso específico	$\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3}$ **(acima),** $\gamma_{sat} = 19.5\ \mathrm{kN/m^3}$ **(abaixo do nível do lençol freático)**
Água subterrânea	**D_w = 0.5 m**
Caso de carga	$v = 150\ \mathrm{kPa},\ h = 30\ \mathrm{kPa}$**;** $\beta = 11.31^\circ$ **para Meyerhof**

PEDE-SE

Comparar, termo a termo, os valores de $\mathbf{q_u}$ das duas equações para a carga vertical e para esta carga inclinada.



Solução (1/2)

SOLUÇÃO

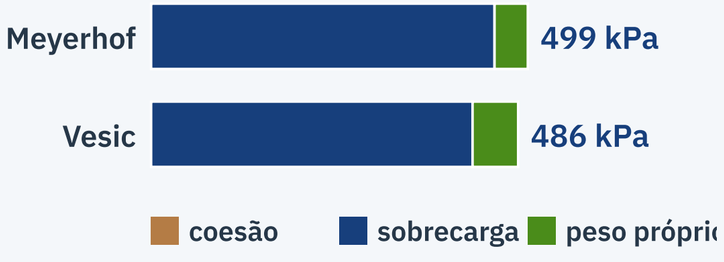
Carga vertical	Vesic	Meyerhof
termo q	595.1	595.1
termo γ	105.4	105.4
q_u (kPa)	**700.46**	**700.46**

Sem inclinação da carga, da base ou do terreno, a equação de Vesic é **exatamente igual** à equação geral de Meyerhof (700.46 kPa): a divergência de Vesic começa apenas nos casos inclinados. Esta é a própria via de verificação do módulo.

Solução (2/2)

SOLUÇÃO

Carga inclinada	Vesic (m = 1.5)	Meyerhof (β = 11.31°)
i_q / F_{qi}	0.716	0.764
i_γ / $F_{\gamma i}$	0.572	0.418
termo q	425.8	454.9
termo γ	60.3	44.1
q_u (kPa)	**486.1**	**499.0**



Sob carga inclinada, a diferença é pequena: **2.6%** (Vesic é menor). O $F_{\gamma i}$ de Meyerhof reduz mais e o F_{qi}, menos; como o termo q predomina, os resultados são próximos.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Resumo

Pontos-chave

A **equação de Vesic** tem a mesma estrutura da equação de Hansen; adota sem modificação os fatores de **forma de De Beer** e de **profundidade de Hansen**, bem como $N_\gamma = 2(N_q + 1) \tan \varphi$

Contribuição própria: o expoente de inclinação m e os fatores de inclinação da base b e de inclinação do terreno g

Inclinação: $i_q = (1 - h/(v + c \cot \varphi))^m$, $i_\gamma = (\ldots)^{m+1}$; $m = (2 + B/L)/(1 + B/L)$ ($h \parallel B$) ou $(2 + L/B)/(1 + L/B)$ ($h \parallel L$); na sapata corrida, $m_B = 2$, $m_L = 1$

Inclinação da base $b_q = b_\gamma = (1 - \eta \tan \varphi)^2$; **inclinação do terreno** $g_q = g_\gamma = (1 - \tan \omega)^2$; para $\varphi > 0$, b_c e g_c obtêm-se a partir do fator de sobrecarga; para $\varphi = 0$, 1 − 2·ângulo/(π + 2)

Limites: $h > v \tan \varphi + c$, aviso de deslizamento; $h \geq v + c \cot \varphi$ (com $\varphi = 0$, $h \geq c$): o módulo para; $\omega > \varphi$: o módulo para

Com i = b = g = 1, a equação é a **equação geral de Meyerhof**; o **nível do lençol freático** altera apenas q e γ

Verificação: $q_{app} \leq q_{all,g}$, FS_{actual} e líquido; os coeficientes de cada método são usados em conjunto com o seu próprio N_γ

Referências bibliográficas

A equação completa de capacidade de carga de Vesic — contemplando o expoente de inclinação dependente de B/L e os fatores próprios de inclinação da base — segue Vesic, A.S., "Analysis of Ultimate Loads of Shallow Foundations," Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 1973, conforme reapresentado de forma consistente em referências bibliográficas geotécnicas padrão (junto à equação correlata de Hansen — ver o módulo de Hansen nesta seção). A forma fechada de Nγ utilizada em toda esta seção é a de Vesic, conforme apresentada em Das, B.M., Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed., Cengage Learning, 2018 (Capítulo 16); os fatores de profundidade são de Hansen, conforme reapresentados em Das, B.M., Principles of Foundation Engineering, 8th ed., Cengage Learning, 2016 (Tabela 4.3). No texto desta página, "a referência" indica a primeira obra e "a segunda referência", a segunda.

NOTA

Todos os exemplos numéricos foram obtidos com a própria biblioteca de cálculo do módulo; o módulo fornece os mesmos valores.

GeoTerva

Cálculos geotécnicos on-line

Da teoria à prática

Calcular passo a passo, no GeoTerva, a fundação do exemplo desta apresentação: o módulo abre com este modelo.

Abrir o módulo →

Página de teoria →

Abrir no celular
Os módulos de teste não exigem cadastro.