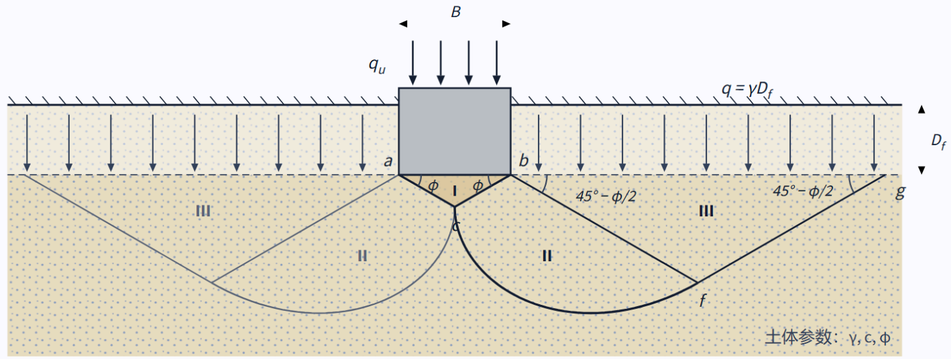
GeoTerva

岩土工程讲义 · 基础

Terzaghi地基承载力

讲义：从Terzaghi的破坏机制及其推导到N_q、N_c、N_γ系数，从方形和圆形基础到局部剪切破坏和地下水；每个专题均配有工程算例。

三个区域 | 对数螺旋线 | $N_c \cdot N_q \cdot N_\gamma$ | 方形和圆形基础 | 局部剪切破坏 | 工程算例



本讲内容

- 明确Terzaghi公式的**基本假定**，并区分**整体/局部剪切**破坏
- 理解破坏机制（**三个区域**、对数螺旋线）以及被动土压力合力分解为三部分的过程
- 由闭合表达式求N_q**和**N_c系数，由Kumbhojkar表查得N_γ
- 写出**条形、正方形、圆形**基础的公式；处理不排水($\varphi = 0$)情形
- 对**局部剪切破坏**，以c'和φ'应用同一方程
- 计算**地下水**的三种情形及总/净容许基底压力，并对基础进行**验算**

讲授流程

每个主题按**三个步骤**讲解：

1 · **理论**：规则是什么，为什么如此?

2 · **题目**：已知条件与所求

3 · **解答**：逐步计算，代入数值

算例基础，即模块打开时的模型：1.5 m × 1.5 m 方形基础，位于$c = 15.2$ kPa、$\varphi' = 20°$、$\gamma = 17.8$ kN/m³的土中，$D_f = 1$ m，地下水位在2 m 处。

Terzaghi公式的依据是什么?

理论

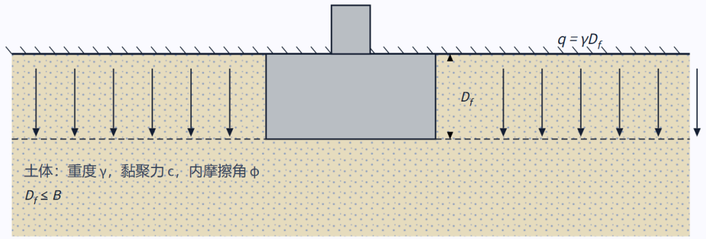
Terzaghi（1943）通过假定的破坏机制及其各部分的平衡，得到极限承载力q_u，即基础下土体发生剪切破坏时的平均压力。该推导基于以下假定：

基础为**长条形**（平面应变），刚性且**基底粗糙**：其下土体在基底处不能滑动，随基础一同作为整体下沉。

基底以下土体**均质**且很深；荷载**竖向且居中**。

基础为**浅基础**，$D_f \le B$：基底以上的土体不参与破坏机制，仅作为**超载$q = \gamma D_f$**作用；不计其抗剪强度（偏安全的简化）。

土体发生**整体剪切破坏**；局部剪切破坏随后用折减参数处理。



抗剪强度服从Mohr–Coulomb准则：

$$s = c + \sigma' \tan \varphi$$

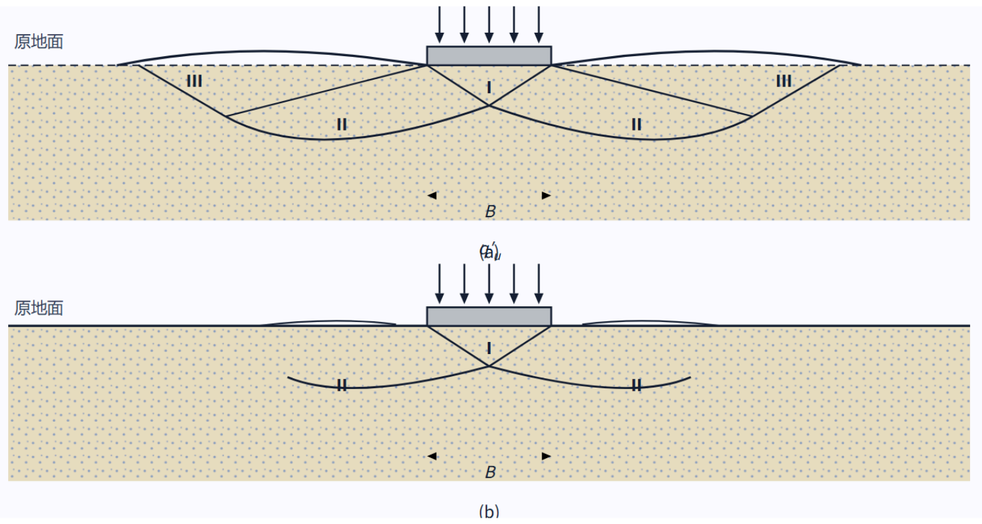
基础如何破坏?

理论

对密砂或硬黏土上的条形基础分级加载。沉降起初增长缓慢；随后在某一压力下，**荷载不再增加**而沉降急剧发展：自基础边缘至地表形成了连续的滑动面，基础旁的地面隆起。这属于**整体剪切**破坏，该压力即q_u。

松砂和软黏土中曲线无峰值点：在q'_u之后转为更陡但仍上升的直线；滑裂面保持在土体内部，隆起量很小：**局部剪切破坏**。

基础下方有三个区：像单一整体一样下沉的**土楔(I)**、被土楔推挤的**径向区(II)**，以及向上和向侧向推出的**被动区(III)**。局部剪切时土楔同样形成，但II区和III区在到达地表之前就在土体中消散。



三个区域与对数螺旋线

理论

Terzaghi将两侧土体划分为三个区域：

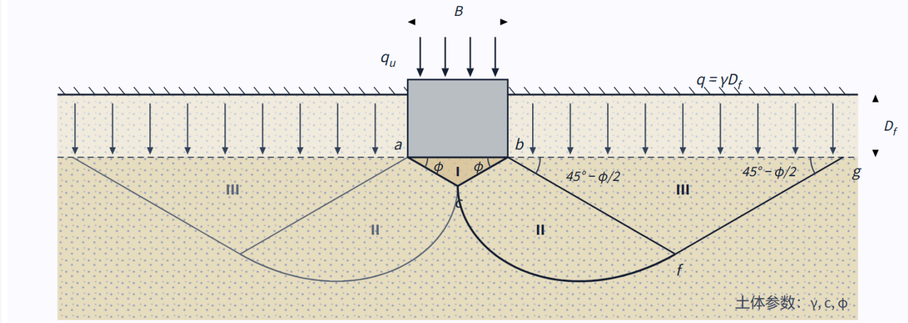
I · 土楔abc：基底粗糙，土楔与之粘结；随基础一起整体刚性下沉。边ac和bc与水平方向的夹角为**α = φ**。

II · 径向区bcf（Prandtl）：自b点引出的每条射线均为滑移线；边界cf为以b为极点的**对数螺线**弧。

III · 被动Rankine区bfg：bf和fg为与水平方向成45° − φ/2角的直线滑移线。

$$r = r_0\, e^{\theta \tan\varphi} \qquad \theta_1 = \angle cbf = 180^\circ - \varphi - \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) = \frac{3\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$$

对数螺旋线的性质：在每一点处，由极点引出的半径与曲线法线成φ角。因此螺旋线上的摩擦力对极点**不产生力矩**，平衡方程对该极点取力矩来建立。



方向竖直，分为三部分

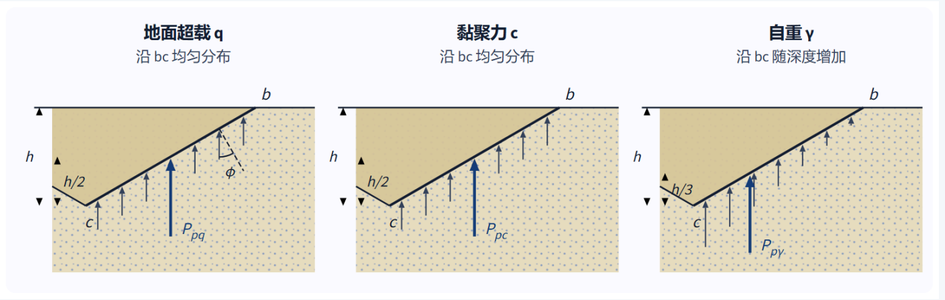
理论

基础将楔体向下推；II区和III区的土体在各面上以**被动力P_p**抵抗。由于是土体沿土体滑动，作用的是完整的摩擦角：P_p与该面法线成φ角。由于bc面与水平面成φ角，其法线与竖直方向成φ角；偏离该法线φ角的力**恰好竖直**。

P_p同时取决于q、c和γ，三者合在一起不存在闭式解。Terzaghi在假定另外两项为零的情况下分别求出各项，再将其**相加**（叠加原理）：

$$P_p = P_{pq} + P_{pc} + P_{p\gamma} \qquad h = \frac{B}{2}\tan\varphi$$

- P_{pq}：仅考虑超载(γ = 0, c = 0) → **N_q**
- P_{pc}：仅考虑黏聚力(γ = 0, q = 0) → **N_c**
- $P_{p\gamma}$：仅考虑土体自重(q = 0, c = 0) → **N_γ**



绕极点b的力矩

理论

仅有超载时，极点位于b处。作用于土体bcfj的有：bc面上的P_{pq}，bj面上的q，jf面上的Rankine被动土压力，以及螺旋线上的合力F；F通过极点，在力矩方程中消去：

$$P_{p(1)} = q\,H_d \tan^2\!\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right) \qquad P_{pq}\frac{B}{4} = q\,\overline{bj}\,\frac{\overline{bj}}{2} + P_{p(1)}\frac{H_d}{2}$$

$$r_0 = \frac{B}{2}\sec\varphi \quad r_1 = r_0\, e^{\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\tan\varphi} \quad \overline{bj} = r_1\cos\left(45^\circ - \tfrac{\varphi}{2}\right) \quad H_d = r_1\sin\left(45^\circ - \tfrac{\varphi}{2}\right)$$

由于$\tan(45^\circ + \varphi/2) = \cot(45^\circ - \varphi/2)$，两项相等：$P_{pq} = (4/B)\, q\, r_1^2 \cos^2(45^\circ - \varphi/2)$。由土楔平衡**$q_q B = 2 P_{pq}$**，得：

$$q_q = qN_q \qquad N_q = \frac{e^{2\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\tan\varphi}}{2\cos^2\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right)}$$

结果

$\varphi = 0$时$N_q = 1$：无摩擦时超载原样传递。

$\varphi = 30^\circ$时**$N_q = 22.46$**。

题目

算例

已知条件

土　　$\varphi' = 30^\circ$**与**$\varphi' = 20^\circ$**（模量模型）**

公式　　$$N_q = \frac{e^{2(3\pi/4 - \varphi/2)\tan\varphi}}{2\cos^2(45^\circ + \varphi/2)}$$

求

按闭合公式求各φ′对应的N_q值。

解答

解答

1 φ′ = 30° (3π/4 − φ/2 = 2.0944 rad; tan 30° = 0.5774; 45° + 15° = 60°)

$$N_q = \frac{e^{2(2.0944)(0.5774)}}{2\cos^2 60^\circ} = \frac{e^{2.4184}}{2(0.25)} = \frac{11.228}{0.5} = \mathbf{22.46}$$

2 φ′ = 20° (3π/4 − φ/2 = 2.1817 rad; tan 20° = 0.3640; 45° + 10° = 55°)

$$N_q = \frac{e^{2(2.1817)(0.3640)}}{2\cos^2 55^\circ} = \frac{e^{1.5881}}{2(0.3290)} = \frac{4.895}{0.6580} = \mathbf{7.44}$$

$N_q(30°)$ = **22.46**，$N_q(20°)$ = **7.44**；φ′ = 0时N_q = 1。以上为模块表格中的数值。

在GeoTerva中验算解答 ↗

$\cot\varphi\,(N_q-1)$

理论

仅考虑黏聚力时，极点仍位于b点。在bcfj土体中作用有黏聚力C = c·bc（沿一条半径方向，不产生力矩），在jf上作用有含黏聚力的Rankine被动力，沿螺线作用有c。螺线微元为ds = r sec φ dθ，其力矩为c r² dθ：

$$P_{p(2)} = 2cH_d\tan\left(45^\circ+\tfrac{\varphi}{2}\right) \qquad M_c = \int_0^{\theta_1} c\,r^2 d\theta = \frac{c}{2\tan\varphi}\left(r_1^2-r_0^2\right)$$

由力矩平衡P_{pc} B/4 = $P_{p(2)}$ H_d/2 + M_c求得P_{pc}；由土楔平衡得**q_c B = 2 C sin φ + 2 P_{pc}**（C的竖向分量）。利用两个恒等式，括号内各项得以化简：

$$q_c = c\cot\varphi\left[\frac{e^{2\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\tan\varphi}}{2\cos^2\left(45^\circ+\frac{\varphi}{2}\right)}-1\right] = c\cot\varphi\,(N_q-1) = cN_c$$

$$N_c = \cot\varphi\,(N_q-1)$$

结果

当φ → 0时，N_c → 3π/2 + 1 = 5.71；Terzaghi在φ = 0时的取值为**5.7**（与Prandtl的5.14所用方法不同）。φ = 30°时，**N_c = 37.16**。

题目

算例

已知条件

土	$\varphi' = 30^\circ$与$\varphi' = 20^\circ$
前一算例	$N_q(30^\circ) = 22.46,\ N_q(20^\circ) = 7.44$

求

用$N_c = \cot\varphi\,(N_q - 1)$求**$N_c$**值；写出$\varphi \to 0$时的极限。

解答

解答

1 φ′ = 30°和φ′ = 20°

$$N_c(30^\circ) = \frac{22.46 - 1}{0.5774} = \mathbf{37.16} \qquad N_c(20^\circ) = \frac{7.44 - 1}{0.3640} = \mathbf{17.69}$$

2 φ → 0极限

$$N_c \to \frac{3\pi}{2} + 1 = \mathbf{5.71} \approx 5.7 \quad \text{（Terzaghi取值）}$$

$N_c(30°)$ = **37.16**, $N_c(20°)$ = **17.69**。在相同的φ′下，N_c远大于N_q：φ较小时黏聚力项起主导作用。

试算极点及无闭式解的系数

理论

考虑自重后，极点b处的螺旋线不再是最危险的：极点O沿fb线在b之外的延长线上**试算**移动；每个位置给出一条新的螺旋线和一个新的bcfj块体。对O点取矩：

$$P_{p\gamma} = \frac{W\, l_w + P_{p(3)}\, l_R}{l_p} \qquad P_{p(3)} = \tfrac{1}{2}\gamma H_d^2 \tan^2\!\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right)$$

最小的$P_{p\gamma}$是土体所发挥的值。楔体此时还承担自身重量：W_w = ½ B h γ = (B²/4) γ tan φ。若写成$P_{p\gamma}$ = ⅛ γ B² $K_{p\gamma}$ tan²φ（$K_{p\gamma}$仅与φ有关）：

$$q_\gamma B = 2P_{p\gamma} - W_w \;\Rightarrow\; q_\gamma = \tfrac{1}{2}\gamma B\, N_\gamma \qquad N_\gamma = \tfrac{1}{2}K_{p\gamma}\tan^2\varphi - \tfrac{1}{2}\tan\varphi$$

由于$K_{p\gamma}$由试算极小化得出，**N_γ没有闭合表达式**；对每个φ值均需数值计算。模块采用**Kumbhojkar (1993)**的数值（表1），中间值按线性插值确定：φ = 30°时，N_γ = 19.13。

为什么用表格?

N_c和N_q可由闭式表达式得出。N_γ则是一个极小化问题的结果：尽管采用同一方法推导，仍没有被普遍采用的统一公式。

题目

算例

已知条件

土	$\varphi' = 20^\circ$（模块模型）和30°；另有22.5°
来源	Kumbhojkar (1993)表1：$N_\gamma(22°) = 5.09$，$N_\gamma(23°) = 6.00$

求

$N_\gamma(20°)$，$N_\gamma(30°)$；由它们得出$K_{p\gamma}$；以及$N_\gamma(22.5°)$（线性插值）。

解答

解答

1 表1($N_\gamma = ½\ K_{p\gamma} \tan^2\varphi - ½ \tan\varphi \Rightarrow K_{p\gamma} = (2N_\gamma + \tan\varphi)/\tan^2\varphi$)

$$N_\gamma(20^\circ) = 3.64 \ \Rightarrow \ K_{p\gamma} = \frac{2(3.64) + 0.3640}{0.3640^2} = 57.7$$

$$N_\gamma(30^\circ) = 19.13 \ \Rightarrow \ K_{p\gamma} = \frac{2(19.13) + 0.5774}{0.5774^2} = 116.5$$

2 $\varphi' = 22.5°$：位于22°与23°的中点(t = 0.5)

$$N_\gamma = 5.09 + 0.5(6.00 - 5.09) = \mathbf{5.545}$$

$N_\gamma(20°) = \mathbf{3.64}$，$N_\gamma(30°) = \mathbf{19.13}$；$K_{p\gamma}$ 57.7 → 116.5。模块对N_c和N_q也按同一张表线性内插：22.5°时，$N_c = 21.01$，$N_q = 9.71$。

在GeoTerva中验算解答 ↗

三部分之和与表1

理论

三项相加，得到**条形基础**在兼有黏聚力、内摩擦角且计自重的土中的承载力：

$$q_u = q_c + q_q + q_\gamma = c\,N_c + q\,N_q + \tfrac{1}{2}\gamma B\,N_\gamma$$

N_q、N_c、N_γ**仅取决于φ**；表1给出模块所读取的数值。

叠加并不严格成立：N_q和N_c由极点位于基础边缘的对数螺旋线得出，N_γ由极点位于O点的对数螺旋线得出。分别求极小值的各部分之和不会超过联合问题的极小值；误差**偏于安全**。

试验表明，楔体边缘的角度并非φ，而约为**45° + φ/2**。Terzaghi的系数（以及本模块）保持α = φ；45° + φ/2的楔体是Prandtl–Reissner系数（Meyerhof、Hansen、Vesic模块）的基础，因此其N_c、N_q值有所不同。

表1(Terzaghi)

φ′ (°)	N_c	N_q	N_γ
0	5.70	1.00	0.00
5	7.34	1.64	0.14
10	9.60	2.69	0.56
15	12.86	4.45	1.52
20	17.69	7.44	3.64
25	25.13	12.72	8.34
30	37.16	22.46	19.13
35	57.75	41.44	45.41
40	95.66	81.27	116.31
45	172.29	173.29	325.34
50	347.51	415.15	1,072.80

题目

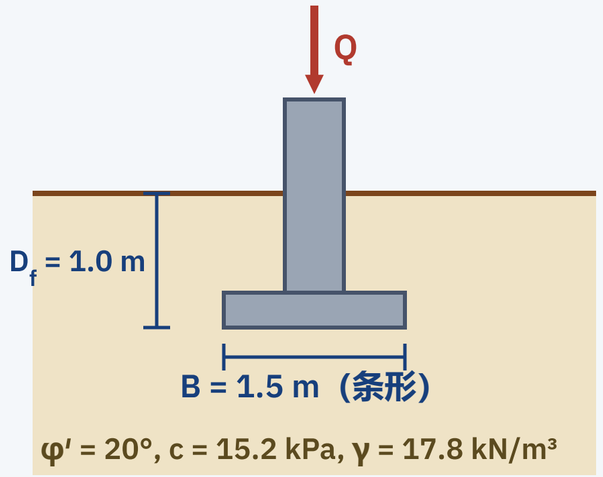
算例

已知条件

基础	**条形基础（连续），B = 1.5 m，D_f = 1.0 m**
土	$c = 15.2$ kPa, $\varphi' = 20^\circ$, $\gamma = 17.8$ kN/m^3
地下水	**无（深处）**
表1(20°)	**N_c = 17.69, N_q = 7.44, N_γ = 3.64**

求

求q_u及单位长度的Q_u值。



解答

解答

1 超载q = γ D_f = 17.8 × 1.0 = 17.8 kPa；条形基础无形状系数

$$q_u = 15.2(17.69) + 17.8(7.44) + \tfrac{1}{2}(17.8)(1.5)(3.64)$$
$$= 268.89 + 132.43 + 48.59 = \mathbf{449.91}\ \text{kPa}$$

2 单位长度荷载

$$Q_u = q_u B = 449.91(1.5) = \mathbf{674.9}\ \text{kN/m}$$

条形基础的承载力为**449.9 kPa**：黏聚力项占60%，超载项占29%，自重项占11%。

在GeoTerva中验算解答 ↗

半经验形状系数

理论

方形或圆形基础下方的土体并非处于平面应变状态；推导不能直接套用。Terzaghi对黏聚力项和重度项提出了**半经验系数**：

$$q_u = 1.3\,c\,N_c + q\,N_q + 0.4\,\gamma B\,N_\gamma \qquad \text{（正方形，B × B）}$$

$$q_u = 1.3\,c\,N_c + q\,N_q + 0.3\,\gamma B\,N_\gamma \qquad \text{（圆形，直径B）}$$

饱和黏土中的不排水加载($\varphi = 0$, $c = c_u$; $N_c = 5.7$, $N_q = 1$, $N_\gamma = 0$)：

$$q_u = 5.7\,c_u + q \quad \text{（条形）} \qquad q_u = 1.3 \times 5.7\,c_u + q = 7.41\,c_u + q \quad \text{（正方形，圆形）}$$

模块的**形状**选项用于选取这些系数。Terzaghi未给出矩形基础的系数；该情形由带形状系数的一般地基承载力公式（Meyerhof、Hansen、Vesic）涵盖。

系数

基础	c N_c	γ B N_γ	B
条形	1	0.5	宽度
正方形	1.3	0.4	边
圆	1.3	0.3	直径

题目

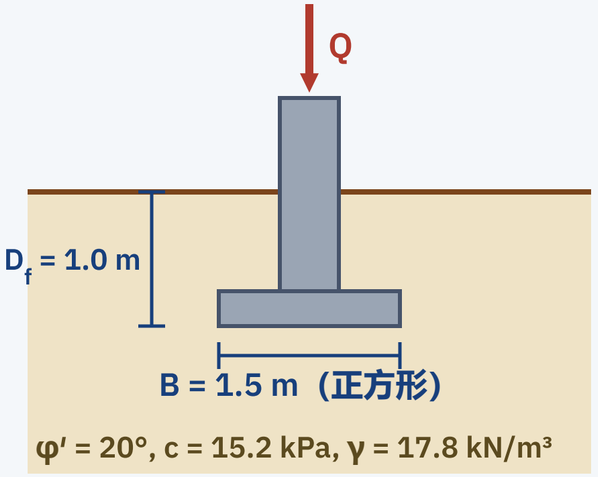
算例

已知条件

基础	**正方形，B = L = 1.5 m，基底埋深D_f = 1.0 m**
土	$c = 15.2$ kPa, $\varphi' = 20^\circ$
重度	$\gamma = 17.8$ kN/m^3 **(顶部)**
地下水	**无（深处）**
对比	**圆形基础，直径B = 1.5 m；另有黏土：φ = 0，c_u = 40 kPa，γ = 18 kN/m³，D_f = 1 m**

求

对于方形和圆形，q_u和Q_u；对于黏土，条形和方形的q_u。



解答 (1/2)

解答

1 正方形(0.4)和圆形(0.3)；$N_c = 17.69$，$N_q = 7.44$，$N_\gamma = 3.64$

$$\text{正方形：}\ q_u = 1.3(15.2)(17.69) + 17.8(7.44) + 0.4(17.8)(1.5)(3.64)$$
$$= 349.55 + 132.43 + 38.88 = \mathbf{520.86}\ \text{kPa}$$
$$\text{圆：}\ q_u = 349.55 + 132.43 + 0.3(17.8)(1.5)(3.64) = \mathbf{511.14}\ \text{kPa}$$

2 荷载

$$Q_u^{square} = q_u B^2 = 520.86(2.25) = \mathbf{1{,}171.9}\ \text{kN}$$
$$Q_u^{circle} = q_u \frac{\pi B^2}{4} = 511.14(1.767) = \mathbf{903.3}\ \text{kN}$$

正方形基础的q_u仅比圆形基础的高1.9%（仅γ项不同）。

解答 (2/2)

解答

3 不排水黏土($q = 18 \times 1 = 18$ kPa; $N_c = 5.7$)

$$\text{条形：}\ q_u = 5.7(40) + 18 = \mathbf{246.0}\ \text{kPa}$$

$$\text{正方形、圆形：}\ q_u = 1.3(5.7)(40) + 18 = 7.41(40) + 18 = \mathbf{314.4}\ \text{kPa}$$

基础	c N_c项	q	q_u (kPa)
条形	228.0	18.0	**246.0**
正方形/圆形	296.4	18.0	**314.4**

黏土中的承载力几乎完全来自黏聚力；方形和圆形基础的承载力比条形基础高**28%**（系数1.3）。

在GeoTerva中验算解答 ↗

同一公式，折减后的c与φ

理论

当土体发生局部剪切破坏时，破坏机构不能充分形成，仅有部分强度得到发挥。Terzaghi保留了**同样的方程**，而将抗剪强度参数加以折减：

$$c' = \frac{2}{3}\,c \qquad \varphi' = \tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\tan\varphi\right)$$

修正后的N'_c, N'_q, N'_γ即同一组函数在φ′处的取值（表3）：

$$q_u = c' N'_c + q N'_q + \tfrac{1}{2}\gamma B N'_\gamma \quad \text{（条形）} \qquad q_u = 1.3\,c' N'_c + q N'_q + 0.4\,\gamma B N'_\gamma \quad \text{（正方形）}$$

由于c′ = ⅔ c，正方形和圆形基础的黏聚力项为1.3 × ⅔ = **0.867 c N'_c**。

对于砂土，Vesic (1973)提出以随相对密实度变化的折减取代固定的⅔：**φ′ = tan⁻¹(k tan φ)**，k = 0.67 + D_r − 0.75 D_r^2，适用于0 ≤ D_r ≤ 0.67。

表3（局部剪切破坏）

φ (°)	φ′ (°)	N'_c	N'_q	N'_γ
10	6.70	8.03	1.94	0.25
15	10.13	9.67	2.73	0.58
20	13.64	11.86	3.88	1.18
25	17.27	14.82	5.61	2.29
30	21.05	18.99	8.31	4.35
35	25.02	25.18	12.75	8.38
40	29.22	34.89	20.53	16.84

题目

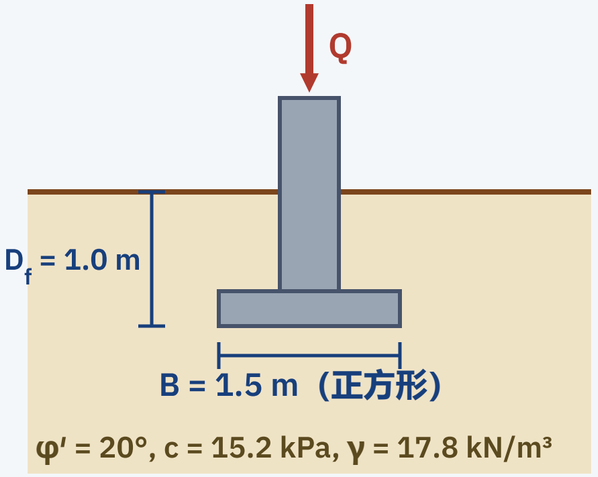
算例

已知条件

基础	**正方形，B = L = 1.5 m，基底埋深D_f = 1.0 m**
土	$c = 15.2$ kPa, $\varphi' = 20^\circ$
重度	$\gamma = 17.8$ kN/m^3 **（顶部）**
地下水	**无（深处）**
破坏模式	**局部剪切破坏**

求

c′、φ′、修正后的系数及q_u；与整体剪切破坏的比值。



解答 (1/2)

解答

1 折减强度(tan 20° = 0.3640)

$$\varphi' = \tan^{-1}\left(\tfrac{2}{3}\cdot 0.3640\right) = \mathbf{13.64}^\circ \qquad c' = \tfrac{2}{3}(15.2) = \mathbf{10.13}\ \text{kPa}$$

2 表3（φ′ = 13.64°，插值）

$$N_c' = \mathbf{11.86} \qquad N_q' = \mathbf{3.88} \qquad N_\gamma' = \mathbf{1.18}$$

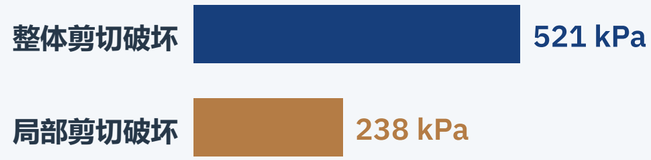
解答 (2/2)

解答

3 正方形基础(q = 17.8 kPa)

$$q_u = 1.3(10.13)(11.86) + 17.8(3.88) + 0.4(17.8)(1.5)(1.18)$$
$$= 156.20 + 69.05 + 12.61 = \mathbf{237.86}\ \text{kPa}$$

局部剪切破坏时q_u = **237.86 kPa**，仅为整体剪切破坏(520.86 kPa)的**46%**。在松散或软弱土中，这一折减会使承载力损失**一半以上**。



在GeoTerva中验算解答 ↗

水仅改变q与γ

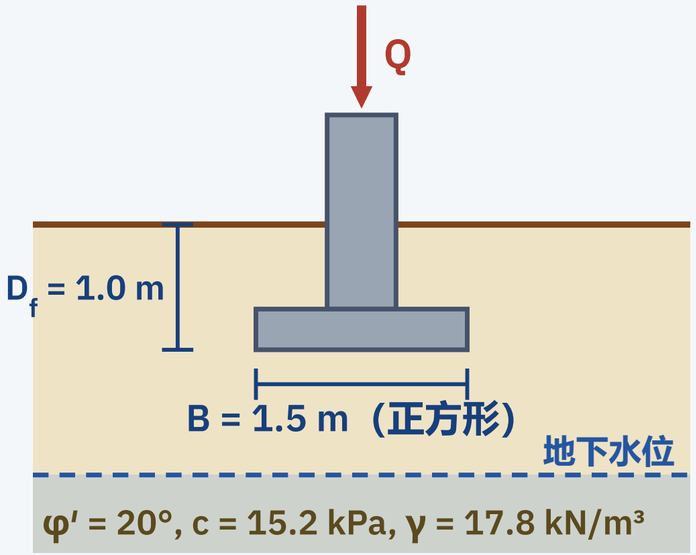
理论

推导假定地下水位很深。靠近基底的水改变两项内容：**超载q**和½γBN$_\gamma$项中的**重度**；系数则始终不变。地下水位以下取有效重度γ′ = γ$_{sat}$ − γ$_w$ (γ$_w$ = 9.81)。模块区分三种情形（D$_w$为自地表起算的深度）：

I ($D_w \le D_f$): $q = \gamma D_w + \gamma'(D_f - D_w)$, $\gamma \to \gamma'$ (第三项)

III ($D_w > D_f$): $q = \gamma D_f$, $\bar{\gamma} = \frac{1}{B}\left[\gamma D + \gamma'(B - D)\right]$, $D = D_w - D_f \le B$

D$_w$ = D$_f$（情形II）是情形I的特例：q = γ D$_f$，第三项中取γ′。当水位位于基底以下超过一倍B的深度处(D > B)时，水位处于破坏区之下，方程按无水情形使用。



题目

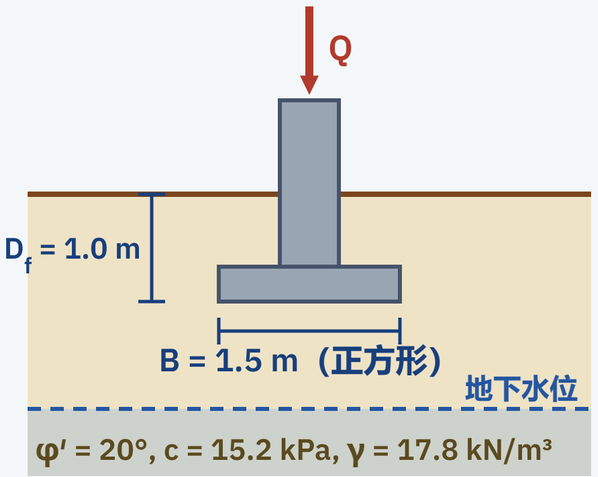
算例

已知条件

基础	**正方形，B = L = 1.5 m，基底埋深D_f = 1.0 m**
土	$c = 15.2$ kPa, $\varphi' = 20^\circ$
重度	$\gamma = 17.8$ kN/m^3 **(顶部)**
地下水	$\gamma_{sat} = 19$ kN/m^3；$D_w = 0.5;\ 1.0;\ 2.0$ **和**3.5 m

求

对每种情况，求q、第三项中的重度以及正方形基础的q_u。



解答 (1/3)

解答

1 γ′ = 19 − 9.81 = 9.19 kN/m³。情形I (D_w = 0.5)和II (D_w = D_f = 1.0)

$$D_w = 0.5: \ q = 17.8(0.5) + 9.19(0.5) = \mathbf{13.495}\ \text{kPa},\ \gamma' = 9.19$$

$$D_w = 1.0: \ q = 17.8(1.0) = \mathbf{17.8}\ \text{kPa},\ \gamma' = 9.19$$

2 情形III (D_w = 2.0 ⇒ D = 1.0 ≤ B = 1.5)与水无影响的情形(D_w = 3.5 ⇒ D = 2.5 > B)

$$D_w = 2.0: \ \bar{\gamma} = \frac{1}{1.5}\left[17.8(1.0) + 9.19(0.5)\right] = \mathbf{14.93}\ \text{kN/m}^3,\ q = 17.8\ \text{kPa}$$

$$D_w = 3.5: \ q = 17.8,\ \gamma = 17.8$$

解答 (2/3)

解答

3 D_w = 2.0 m时的q_u（正方形基础；第一项和第二项不变）

$$q_u = 1.3(15.2)(17.69) + 17.8(7.44) + 0.4(14.93)(1.5)(3.64)$$
$$= 349.55 + 132.43 + 32.61 = \mathbf{514.59}\ \text{kPa}$$

模块打开时的模型（D_w = 2 m，情形III）：q_u = **514.59 kPa**；若无水则为520.86 kPa。

解答 (3/3)

解答

D_w (m)	状态	q (kPa)	γ第三项	q_u (kPa)
0.5	I	13.50	9.19	**470.0**
1.0	II	17.80	9.19	**502.1**
2.0	III	17.80	14.93	**514.6**
3.5	可忽略	17.80	17.80	**520.9**

水位位于0.5 m时q_u = 470，水位较深时为521 kPa（相差10%）。黏聚力项(349.6 kPa)始终不变：**水仅通过q和γ起作用。**

在GeoTerva中验算解答 ↗

总作用压力与净作用压力

理论

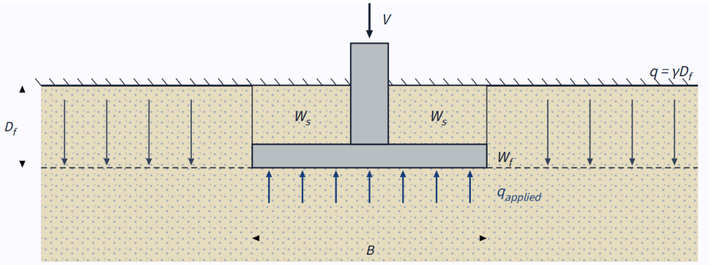
q_u为破坏时的压力。模块将其除以安全系数FS，并将**总**压力与**净**压力分别列出。净压力是基础在开挖前基底处已存在的超载q之上**增加**的压力：

$$q_{u,net} = q_u - q \qquad q_{all,g} = \frac{q_u}{FS} \qquad q_{all,n} = \frac{q_{u,net}}{FS}$$

作用压力$q_{applied}$为正常使用荷载下基底处的**竖向总压力**：柱荷载V、基础自重W_f与基础上方土重W_s之和除以基底面积（正方形B^2，圆形$\pi B^2/4$，条形B）。基础在下列条件下满足要求：

$$q_{apply} = \frac{V + W_f + W_s}{A} \le q_{all,g} \qquad FS_{实际} = \frac{q_u}{q_{apply}} \qquad q_{apply} - q \le q_{all,n}$$

若q ≥ 0且FS ≥ 1，则**总压力验算起控制作用**：总压力验算通过，则净压力验算也通过。若未输入q_{app}，模块仅给出各承载力。FS ≈ 3是常用取值；它所涵盖的，主要是强度参数的不确定性，而非理论本身的不确定性。



题目

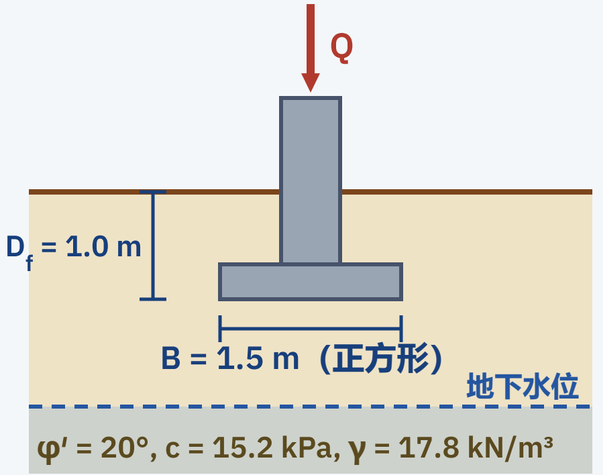
算例

已知条件

基础	**正方形，B = L = 1.5 m，基底埋深D_f = 1.0 m**
土	$c = 15.2$ kPa, $\varphi' = 20^\circ$
重度	$\gamma = 17.8$ kN/m^3 **(顶部)**
地下水	$\gamma_{sat} = 19$ kN/m^3, $D_w = 2$ m **(算例7：$q_u = 514.59$ kPa)**
安全性	**FS = 3**
作用压力	**(a) q_{app} = 150 kPa · (b) q_{app} = 200 kPa**

求

$q_{u,net}$、$q_{all,g}$、$q_{all,n}$、Q_{all}，以及对每个$q_{applied}$的验算。



解答

解答

1 容许压力(q = 17.8 kPa)

$$q_{u,net} = 514.59 - 17.8 = 496.79 \text{ kPa}$$

$$q_{all,g} = \frac{514.59}{3} = \mathbf{171.53} \text{ kPa} \qquad q_{all,n} = \frac{496.79}{3} = \mathbf{165.60} \text{ kPa}$$

$$Q_{all} = 171.53(1.5^2) = \mathbf{385.9} \text{ kN}$$

2 验算

$$\text{(a) } 150 \le 171.53 \Rightarrow \textbf{满足},\ FS_{\text{实际}} = \frac{514.59}{150} = 3.43 \ge 3$$

$$\text{(b) } 200 > 171.53 \Rightarrow \textbf{不满足},\ FS_{\text{实际}} = \frac{514.59}{200} = 2.57 < 3$$

q_{app} = 150 kPa时，净承载力条件同样满足(132.2 ≤ 165.6 kPa)；200 kPa时，总承载力条件和净承载力条件均不满足。总承载力条件满足时，净承载力条件总是满足。

在GeoTerva中验算解答 ↗

小结

要点回顾

Terzaghi (1943)：条形、粗糙基底的浅基础($D_f \le B$)；整体剪切破坏；楔形区(I)、辐射区(II)和被动区(III)；楔体侧边$\alpha = \varphi$

叠加原理：$P_p = P_{pq} + P_{pc} + P_{p\gamma}$；$q_u = cN_c + qN_q + \frac{1}{2}\gamma B N_\gamma$

$\mathbf{N_q = e^{2(3\pi/4 - \varphi/2)\tan\varphi}/[2\cos^2(45° + \varphi/2)]}$，$\mathbf{N_c = \cot\varphi\,(N_q - 1)}$（闭式），$\mathbf{N_\gamma}$取自Kumbhojkar表（$\varphi = 20°$：17.69；7.44；3.64）

方形：$1.3\,cN_c + qN_q + 0.4\,\gamma B N_\gamma$；**圆形**：0.3；**不排水**：$N_c = 5.7$，条形$5.7\,c_u + q$，方形$7.41\,c_u + q$

局部剪切：采用同一公式，取$c' = \frac{2}{3}\,c$，$\varphi' = \tan^{-1}(\frac{2}{3}\tan\varphi)$（算例：520.86 → 237.86 kPa）

地下水仅改变q和γ（3种情形）：例如514.59 kPa

验算：$q_{app} \le q_{all,g}$，FS_{actual}及净值；$Q_{all} = q_{all,g} \cdot A$

参考文献

Terzaghi, K. (1943). Theoretical Soil Mechanics. Wiley, New York.

Das, B.M. (2017). Shallow Foundations: Bearing Capacity and Settlement, 3rd ed. CRC Press, Boca Raton — 第 2.2–2.3 节；本页面遵循其推导顺序。

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning — 第 16 章：地下水工况、安全系数及表 16.1。

Kumbhojkar, A.S. (1993). Numerical evaluation of Terzaghi's Nγ. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 119(3), 598–607.

Prandtl, L. (1921). Über die Eindringungsfestigkeit (Härte) plastischer Baustoffe und die Festigkeit von Schneiden. ZAMM, 1(1), 15–20.

Vesic, A.S. (1973). Analysis of ultimate loads of shallow foundations. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 99(SM1), 45–73.

本页图示均根据破坏机构绘制；文中公式、图表编号均为本页自主编号。

注

部分图形取自GeoTerva理论页面；所有数值算例均由模块自身的计算库和表格生成，模块给出相同的数值。

在线岩土工程计算

从理论到应用

在GeoTerva中逐步计算本讲义中的算例基础：模块将以该模型打开。

打开模块→

理论页面 →

用手机打开

试用模块无需注册。