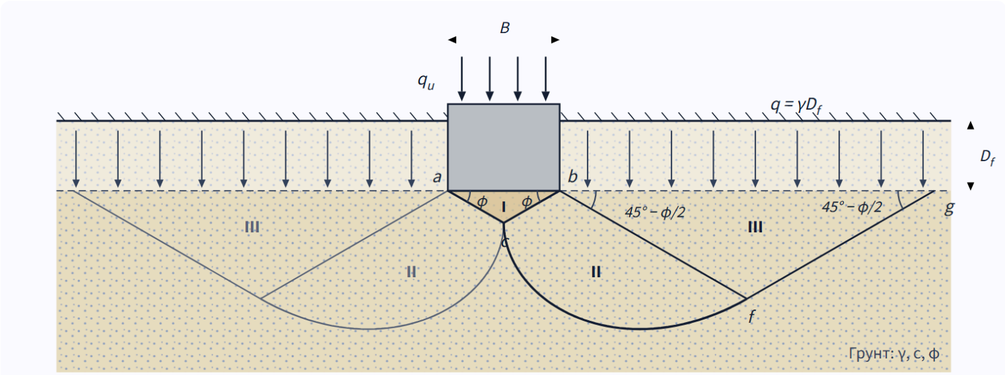
GeoTerva

Презентация лекции по геотехнике · Фундаменты

Несущая способность по Terzaghi

Лекция: от механизма разрушения Terzaghi и его вывода к коэффициентам N_q, N_c, N_γ, от квадратных и круглых фундаментов к местному сдвигу и грунтовым водам; пример расчёта по каждой теме.



- Три зоны
- Логарифмическая спираль
- $N_c \cdot N_q \cdot N_\gamma$
- Квадратный и круглый фундамент
- Местный сдвиг
- Примеры расчёта

Что мы изучим на этой лекции?

- **Допущения** уравнения Terzaghi и различение разрушения по схеме **общего / местного сдвига**
- Проследить механизм разрушения (**три зоны**, логарифмическая спираль) и разложение пассивной силы на три части
- Определение коэффициентов N_q **и** N_c по замкнутым формулам, а N_γ — по таблице Kumbhojkar
- Запись уравнения для **ленточного, квадратного, круглого** фундамента; рассмотрение недренированного случая ($\varphi = 0$)
- Применение того же уравнения с c' и φ' для **местного сдвига**
- Рассчитывать три случая положения **подземных вод** и допустимое давление брутто/нетто, **проверять** фундамент

ХОД ЛЕКЦИИ

Каждая тема излагается **в три шага**:

1 · **Теория**: в чём правило и почему оно таково?

2 · **Условие**: дано и требуется определить

3 · **Решение**: пошагово, с числами

Фундамент примера — модель, с которой открывается модуль: квадратный фундамент 1.5 m × 1.5 m в грунте с c = 15.2 kPa, φ' = 20°, γ = 17.8 kN/m³, D_f = 1 m, УГВ на глубине 2 m.

На чём основано уравнение Terzaghi?

ТЕОРИЯ

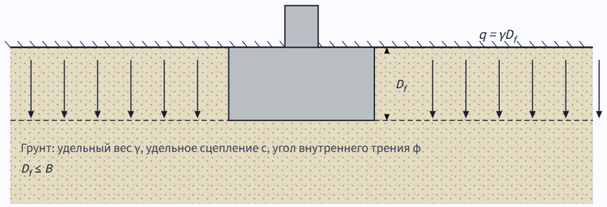
Terzaghi (1943) получил предельное сопротивление основания q_u, то есть среднее давление, при котором грунт под фундаментом разрушается сдвигом, из принятого механизма разрушения и равновесия его частей. Вывод основан на следующих допущениях:

Фундамент — **длинная полоса** (плоская деформация), жёсткая и с **шероховатой подошвой**: грунт под ней не может скользить по подошве и опускается вместе с фундаментом как единое тело.

Грунт под подошвой **однородный** и имеет очень большую мощность; нагрузка **вертикальная и центральная**.

Фундамент **мелкого заложения**, $D_f \le B$: грунт выше подошвы в механизме не участвует и действует лишь как **пригрузка $q = \gamma D_f$**; сопротивление сдвигу не учитывается (упрощение в запас).

Грунт разрушается по схеме **общего сдвига**; местный сдвиг рассматривается позднее с пониженными параметрами.



Сопротивление сдвигу подчиняется условию Mohr–Coulomb:

$$s = c + \sigma' \tan \varphi$$

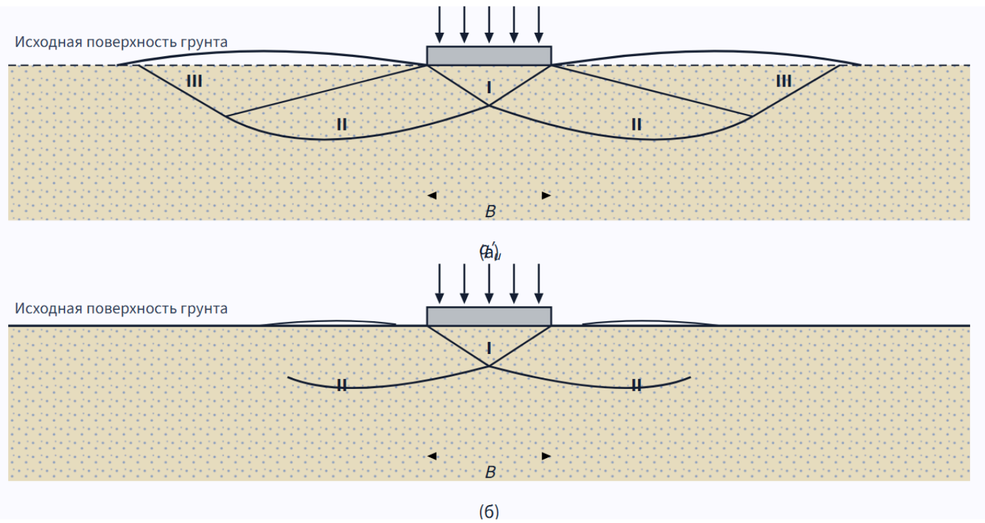
Как разрушается фундамент?

ТЕОРИЯ

Ленточный фундамент на плотном песке или твёрдой глине нагружается ступенями. Осадка сначала растёт медленно; затем при некотором давлении осадка неограниченно нарастает **без увеличения нагрузки**: образовалась сплошная поверхность скольжения, идущая от края фундамента к поверхности, и грунт рядом с фундаментом выпучивается. Это разрушение **общим сдвигом**, а данное давление — q_u.

В **рыхлом песке и мягкой глине** на кривой нет пика: после q'_u она переходит на более крутую, но по-прежнему возрастающую прямую; поверхности скольжения остаются внутри грунта, выпор невелик: **местный сдвиг**.

Под фундаментом три зоны: **клин (I)**, опускающийся как единое тело, **радиальная зона (II)**, выдавливаемая клином, и **пассивная зона (III)**, выдавливаемая вверх и в стороны. При местном сдвиге клин образуется так же, но зоны II и III затухают в грунте, не выходя на поверхность.



Три зоны и логарифмическая спираль

ТЕОРИЯ

Terzaghi разделил грунт по обе стороны стены на три зоны:

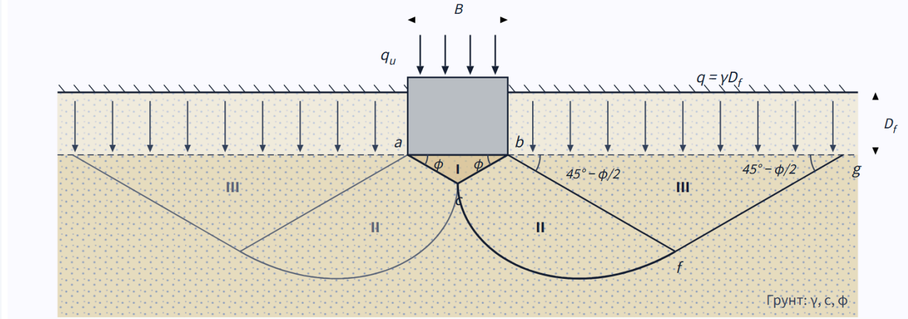
I · призма abc: шероховатая подошва сцеплена с грунтом; призма вместе с фундаментом опускается как жёсткое тело. Её стороны ac и bc составляют с горизонталью угол **α = φ**.

II · радиальная зона bcf (Prandtl): каждый луч, выходящий из b, является линией скольжения; граница cf — дуга **логарифмической спирали** с полюсом b.

III · пассивная зона Rankine bfg: bf и fg — прямые линии скольжения, составляющие с горизонтом угол 45° − φ/2.

$$r = r_0\, e^{\theta \tan\varphi} \qquad \theta_1 = \angle cbf = 180^\circ - \varphi - \left(45^\circ - \tfrac{\varphi}{2}\right) = \frac{3\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$$

Свойство спирали: в каждой точке радиус, проведённый из полюса, составляет с нормалью к кривой угол φ. Следовательно, трение по спирали **не создаёт момента** относительно полюса, и уравнение равновесия записывается в виде моментов относительно этого полюса.



Направлена вертикально и делится на три части

ТЕОРИЯ

Фундамент вдавливает клин вниз; грунт в зонах II и III сопротивляется на каждой грани **пассивной силой P_p**. Поскольку грунт скользит по грунту, действует полный угол трения: P_p составляет с нормалью к грани угол φ. Так как грань bc составляет с горизонталью угол φ, её нормаль составляет с вертикалью угол φ; сила, отклонённая на φ от этой нормали, **строго вертикальна**.

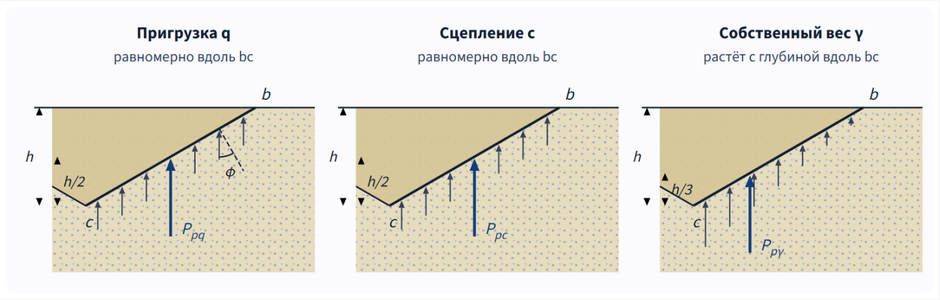
P_p одновременно зависит от q, c и γ, и все три вместе не дают решения в замкнутом виде. Terzaghi находил каждую составляющую так, как если бы две другие были равны нулю, и **складывал** их (суперпозиция):

$$P_p = P_{pq} + P_{pc} + P_{p\gamma} \qquad h = \frac{B}{2}\tan\varphi$$

P_{pq}: только пригрузка (γ = 0, c = 0) → $\mathbf{N_q}$

P_{pc}: только сцепление (γ = 0, q = 0) → $\mathbf{N_c}$

$P_{p\gamma}$: только вес грунта (q = 0, c = 0) → $\mathbf{N_\gamma}$



Моменты относительно полюса b

ТЕОРИЯ

Только при пригрузке полюс находится в точке b. На массу bcfj действуют P_{pq} по bc, q по bj, пассивная сила Rankine по jf и равнодействующая F по спирали; F проходит через полюс и выпадает из уравнения моментов:

$$P_{p(1)} = q\,H_d \tan^2\!\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right) \qquad P_{pq}\frac{B}{4} = q\,\overline{bj}\,\frac{\overline{bj}}{2} + P_{p(1)}\frac{H_d}{2}$$

$$r_0 = \frac{B}{2}\sec\varphi \quad r_1 = r_0\, e^{\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\tan\varphi} \quad \overline{bj} = r_1\cos\left(45^\circ - \tfrac{\varphi}{2}\right) \quad H_d = r_1\sin\left(45^\circ - \tfrac{\varphi}{2}\right)$$

Поскольку tan(45° + φ/2) = cot(45° − φ/2), оба слагаемых оказываются равными: $P_{pq} = (4/B)\, q\, r_1^2 \cos^2(45° - \varphi/2)$. Из равновесия призмы $\mathbf{q_q\, B = 2\, P_{pq}}$ следует:

$$q_q = qN_q \qquad N_q = \frac{e^{2\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\tan\varphi}}{2\cos^2\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right)}$$

РЕЗУЛЬТАТ

При φ = 0 N_q = 1: при отсутствии трения пригрузка передаётся без изменения. При φ = 30° **N_q = 22.46**.

Условие

ПРИМЕР

Дано

Грунт	$\varphi' = 30^\circ$ **и** $\varphi' = 20^\circ$ **(модель модуля)**
Формула	$N_q = \dfrac{e^{2(3\pi/4 - \varphi/2)\tan\varphi}}{2\cos^2(45^\circ + \varphi/2)}$

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Для каждого φ′ найти значение N_q по замкнутой формуле.

Решение

РЕШЕНИЕ

1 φ′ = 30° (3π/4 − φ/2 = 2.0944 rad; tan 30° = 0.5774; 45° + 15° = 60°)

$$N_q = \frac{e^{2(2.0944)(0.5774)}}{2\cos^2 60^\circ} = \frac{e^{2.4184}}{2(0.25)} = \frac{11.228}{0.5} = \mathbf{22.46}$$

2 φ′ = 20° (3π/4 − φ/2 = 2.1817 rad; tan 20° = 0.3640; 45° + 10° = 55°)

$$N_q = \frac{e^{2(2.1817)(0.3640)}}{2\cos^2 55^\circ} = \frac{e^{1.5881}}{2(0.3290)} = \frac{4.895}{0.6580} = \mathbf{7.44}$$

$N_q(30°)$ = **22.46**, $N_q(20°)$ = **7.44**; при φ′ = 0 N_q = 1. Это значения из таблицы модуля.

Проверить решение в GeoTerva ↗

$\cot\varphi\,(N_q - 1)$

ТЕОРИЯ

При учёте только сцепления полюс снова находится в точке b. В массиве bcfj действует сила сцепления C = c·bc (вдоль радиуса, без момента), на jf — пассивная сила Rankine с учётом сцепления, а вдоль спирали — сцепление c. Элемент спирали ds = r sec φ dθ, а его момент — c r² dθ:

$$P_{p(2)} = 2cH_d \tan\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right) \qquad M_c = \int_0^{\theta_1} c\,r^2 d\theta = \frac{c}{2\tan\varphi}\left(r_1^2 - r_0^2\right)$$

Из условия равновесия моментов P_{pc} B/4 = $P_{p(2)}$ H_d/2 + M_c находится P_{pc}; из равновесия призмы — **q_c B = 2 C sin φ + 2 P_{pc}** (вертикальная составляющая C). С помощью двух тождеств выражения в скобках сокращаются:

$$q_c = c\cot\varphi\left[\frac{e^{2\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)\tan\varphi}}{2\cos^2\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right)} - 1\right] = c\cot\varphi\,(N_q - 1) = cN_c$$

$$N_c = \cot\varphi\,(N_q - 1)$$

РЕЗУЛЬТАТ

При φ → 0 N_c → 3π/2 + 1 = 5.71; значение Terzaghi при φ = 0 равно **5.7** (метод, отличный от метода Prandtl с 5.14). При φ = 30° **N_c = 37.16**.

Условие

ПРИМЕР

Дано

Грунт	$\varphi' = 30^\circ$ **и** $\varphi' = 20^\circ$
Предыдущий пример	$N_q(30^\circ) = 22.46,\ N_q(20^\circ) = 7.44$

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Найти значения $\mathbf{N_c}$ по формуле $N_c = \cot\varphi\,(N_q - 1)$; записать предел при $\varphi \to 0$.

Решение

РЕШЕНИЕ

1 φ′ = 30° и φ′ = 20°

$$N_c(30^\circ) = \frac{22.46 - 1}{0.5774} = \mathbf{37.16} \qquad N_c(20^\circ) = \frac{7.44 - 1}{0.3640} = \mathbf{17.69}$$

2 Предел φ → 0

$$N_c \to \frac{3\pi}{2} + 1 = \mathbf{5.71} \approx 5.7 \text{ (значение Terzaghi)}$$

$N_c(30°)$ = **37.16**, $N_c(20°)$ = **17.69**. При том же φ′ N_c значительно больше N_q: слагаемое сцепления становится преобладающим при малых φ′.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Пробный полюс и коэффициент, не выражающийся в замкнутом виде

ТЕОРИЯ

С учётом веса спираль с полюсом в точке b уже не является критической: полюс O перемещается **подбором** по продолжению прямой fb за точку b; каждое положение даёт новую спираль и новую массу bcfj. Моменты относительно O:

$$P_{p\gamma} = \frac{W\, l_w + P_{p(3)}\, l_R}{l_p} \qquad P_{p(3)} = \tfrac{1}{2}\gamma H_d^2 \tan^2\!\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right)$$

Наименьшее $P_{p\gamma}$ — значение, развиваемое грунтом. Клин теперь воспринимает и собственный вес: W_w = ½ B h γ = (B²/4) γ tan φ. Если записать $P_{p\gamma}$ = ⅛ γ B² $K_{p\gamma}$ tan²φ ($K_{p\gamma}$ зависит только от φ):

$$q_\gamma B = 2P_{p\gamma} - W_w \;\Rightarrow\; q_\gamma = \tfrac{1}{2}\gamma B\, N_\gamma \qquad N_\gamma = \tfrac{1}{2}K_{p\gamma}\tan^2\varphi - \tfrac{1}{2}\tan\varphi$$

Поскольку $K_{p\gamma}$ получается из пробного уменьшения, **замкнутого выражения для N_γ не существует**; оно вычисляется численно для каждого φ. Модуль использует значения **Kumbhojkar (1993)** (Таблица 1) и линейно интерполирует между ними: для φ = 30° N_γ = 19.13.

ПОЧЕМУ ТАБЛИЦА?

N_c и N_q получаются из выражений в замкнутом виде. N_γ же является результатом минимизации: хотя оно записано тем же методом, единой формулы, которой пользовались бы все, не существует.

Условие

ПРИМЕР

Дано

Грунт	$\varphi' = 20^\circ$ **(модель модуля) и** 30°**; также** 22.5°
Источник	**Kumbhojkar (1993), таблица 1: $N_\gamma(22°) = 5.09$, $N_\gamma(23°) = 6.00$**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

$N_\gamma(20°)$, $N_\gamma(30°)$; по ним $K_{p\gamma}$; и $N_\gamma(22.5°)$ (линейная интерполяция).

Решение

РЕШЕНИЕ

1 Таблица 1 ($N_\gamma = ½\ K_{p\gamma} \tan^2\varphi - ½ \tan\varphi \Rightarrow K_{p\gamma} = (2N_\gamma + \tan\varphi)/\tan^2\varphi$)

$$N_\gamma(20^\circ) = 3.64 \ \Rightarrow \ K_{p\gamma} = \frac{2(3.64) + 0.3640}{0.3640^2} = 57.7$$

$$N_\gamma(30^\circ) = 19.13 \ \Rightarrow \ K_{p\gamma} = \frac{2(19.13) + 0.5774}{0.5774^2} = 116.5$$

2 $\varphi' = 22.5°$: посередине между 22° и 23° (t = 0.5)

$$N_\gamma = 5.09 + 0.5(6.00 - 5.09) = \mathbf{5.545}$$

$N_\gamma(20°) = \mathbf{3.64}$, $N_\gamma(30°) = \mathbf{19.13}$; $K_{p\gamma}$ 57.7 → 116.5. Модуль также линейно интерполирует N_c и N_q по той же таблице: при 22.5° N_c = 21.01, N_q = 9.71.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Сумма трёх частей и таблица 1

ТЕОРИЯ

Сумма трёх слагаемых даёт несущую способность **ленточного фундамента** на весомом грунте со сцеплением и трением:

$$q_u = q_c + q_q + q_\gamma = c\,N_c + q\,N_q + \tfrac{1}{2}\gamma B\,N_\gamma$$

N_q, N_c, N_γ зависят **только от φ**; в таблице 1 приведены значения, которые использует модуль.

Суперпозиция не является точной: N_q и N_c получаются из спиралей с полюсом на краю фундамента, N_γ — из спирали с полюсом в точке O. Сумма отдельно минимизированных частей не может превысить минимум совместной задачи; погрешность **идёт в запас**.

Эксперименты показывают, что грани клина наклонены не под углом φ, а примерно под углом **45° + φ/2**. Коэффициенты Terzaghi (и данный модуль) сохраняют α = φ; клин с углом 45° + φ/2 лежит в основе коэффициентов Prandtl–Reissner (модули Meyerhof, Hansen, Vesic), и поэтому значения N_c, N_q у них иные.

ТАБЛИЦА 1 (Terzaghi)

φ′ (°)	N_c	N_q	N_γ
0	5.70	1.00	0.00
5	7.34	1.64	0.14
10	9.60	2.69	0.56
15	12.86	4.45	1.52
20	17.69	7.44	3.64
25	25.13	12.72	8.34
30	37.16	22.46	19.13
35	57.75	41.44	45.41
40	95.66	81.27	116.31
45	172.29	173.29	325.34
50	347.51	415.15	1,072.80

Условие

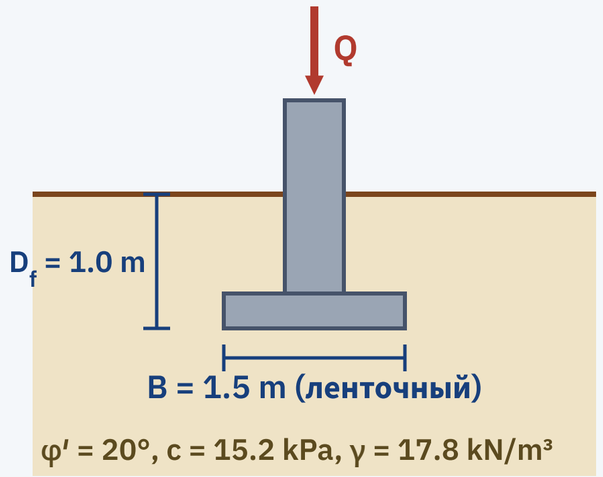
ПРИМЕР

Дано

Фундамент	**ленточный фундамент (непрерывный), B = 1.5 m, D_f = 1.0 m**
Грунт	$c = 15.2$ kPa, $\varphi' = 20°$, $\gamma = 17.8$ kN/m^3
Грунтовые воды	**нет (на глубине)**
Таблица 1 (20°)	**N_c = 17.69, N_q = 7.44, N_γ = 3.64**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Определить значения q_u и Q_u на единицу длины.



Решение

РЕШЕНИЕ

1 Пригрузка q = γ D_f = 17.8 × 1.0 = 17.8 kPa; для ленточного фундамента коэффициента формы нет

$$q_u = 15.2(17.69) + 17.8(7.44) + \tfrac{1}{2}(17.8)(1.5)(3.64)$$
$$= 268.89 + 132.43 + 48.59 = \mathbf{449.91}\ \text{kPa}$$

2 Нагрузка на единицу длины

$$Q_u = q_u B = 449.91(1.5) = \mathbf{674.9}\ \text{kN/m}$$

Несущая способность ленточного фундамента **449.9 kPa**: слагаемое сцепления 60%, пригрузки 29%, собственного веса 11%.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Полуэмпирические коэффициенты формы

ТЕОРИЯ

Под квадратным или круглым фундаментом грунт не находится в состоянии плоской деформации; вывод напрямую применить нельзя. Terzaghi предложил для членов сцепления и удельного веса **полуэмпирические коэффициенты**:

$$q_u = 1.3\,c\,N_c + q\,N_q + 0.4\,\gamma B\,N_\gamma \qquad \text{(квадрат, B × B)}$$

$$q_u = 1.3\,c\,N_c + q\,N_q + 0.3\,\gamma B\,N_\gamma \qquad \text{(круг, диаметр B)}$$

Недренированное нагружение в водонасыщенной глине ($\varphi = 0$, $c = c_u$; $N_c = 5.7$, $N_q = 1$, $N_\gamma = 0$):

$$q_u = 5.7\,c_u + q \text{ (полоса)} \qquad q_u = 1.3 \times 5.7\,c_u + q = 7.41\,c_u + q \text{ (квадрат, круг)}$$

Опция **Форма** модуля выбирает эти коэффициенты. Terzaghi не привёл коэффициентов для прямоугольного фундамента; этот случай охватывается общим уравнением несущей способности с коэффициентами формы (Meyerhof, Hansen, Vesic).

КОЭФФИЦИЕНТЫ

Фундамент	c N_c	γ B N_γ	B
ленточный	1	0.5	ширина
квадратный	1.3	0.4	край
круг	1.3	0.3	диаметр

Условие

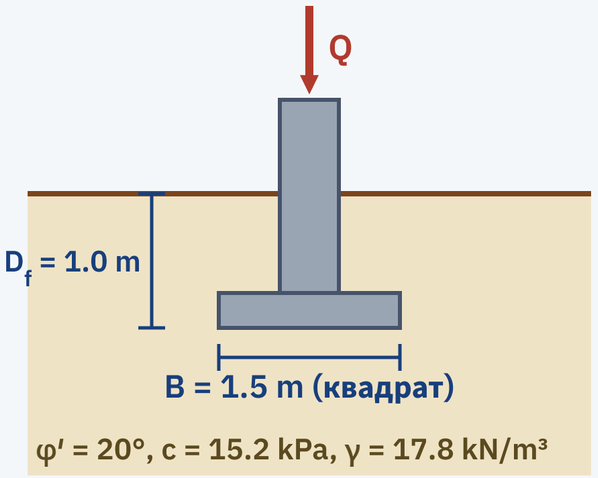
ПРИМЕР

Дано

Фундамент	**квадратный фундамент, B = L = 1.5 m, глубина заложения D_f = 1.0 m**
Грунт	$c = 15.2$ kPa, $\varphi' = 20^\circ$
Удельный вес	$\gamma = 17.8$ kN/m^3 **(сверху)**
Грунтовые воды	**нет (на глубине)**
Сравнение	**круг, диаметр B = 1.5 m; также глина: φ = 0, c_u = 40 kPa, γ = 18 kN/m³, D_f = 1 m**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

q_u и **Q_u** для квадратного и круглого фундаментов; **q_u** для ленточного и квадратного фундаментов на глине.



Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

1 Квадрат (0.4) и круг (0.3); $N_c = 17.69$, $N_q = 7.44$, $N_\gamma = 3.64$

$$\text{квадратный}: \quad q_u = 1.3(15.2)(17.69) + 17.8(7.44) + 0.4(17.8)(1.5)(3.64)$$
$$= 349.55 + 132.43 + 38.88 = \mathbf{520.86}\ \text{kPa}$$
$$\text{круг}: \quad q_u = 349.55 + 132.43 + 0.3(17.8)(1.5)(3.64) = \mathbf{511.14}\ \text{kPa}$$

2 Нагрузки

$$Q_u^{square} = q_u B^2 = 520.86(2.25) = \mathbf{1{,}171.9}\ \text{kN}$$
$$Q_u^{circle} = q_u \frac{\pi B^2}{4} = 511.14(1.767) = \mathbf{903.3}\ \text{kN}$$

q_u квадратного фундамента лишь на 1.9% больше, чем круглого (отличается только слагаемое с γ).

Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

3 Недренированная глина (q = 18 × 1 = 18 kPa; N_c = 5.7)

$$\text{ленточный}: \quad q_u = 5.7(40) + 18 = \mathbf{246.0}\ \text{kPa}$$

$$\text{квадрат, круг}: \quad q_u = 1.3(5.7)(40) + 18 = 7.41(40) + 18 = \mathbf{314.4}\ \text{kPa}$$

Фундамент	Слагаемое с N_c	q	q_u (kPa)
ленточный	228.0	18.0	**246.0**
квадрат / круг	296.4	18.0	**314.4**

В глине несущая способность обусловлена почти исключительно сцеплением; квадратный и круглый фундаменты воспринимают на **28%** больше, чем ленточный (коэффициент 1.3).

Проверить решение в GeoTerva ↗

То же уравнение с уменьшенными c и φ

ТЕОРИЯ

Когда грунт разрушается по местному сдвигу, механизм развивается не полностью, и мобилизуется лишь часть прочности. Terzaghi сохранил **те же уравнения**, уменьшив параметры прочности:

$$c' = \frac{2}{3}\,c \qquad \varphi' = \tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\tan\varphi\right)$$

Скорректированные N'_c, N'_q, N'_γ — те же функции, вычисленные при φ′ (Таблица 3):

$$q_u = c' N'_c + q N'_q + \tfrac{1}{2}\gamma B N'_\gamma \text{ (полоса)} \qquad q_u = 1.3\,c' N'_c + q N'_q + 0.4\,\gamma B N'_\gamma \text{ (квадрат)}$$

Так как c′ = ⅔ c, слагаемое сцепления для квадратного и круглого фундаментов становится 1.3 × ⅔ = **0.867 c N'_c**.

Для песков Vesic (1973) вместо постоянного значения ⅔ предложил понижение, зависящее от относительной плотности: **φ′ = tan⁻¹(k tan φ)**, k = 0.67 + D_r − 0.75 D_r^2 (0 ≤ D_r ≤ 0.67).

ТАБЛИЦА 3 (местный сдвиг)

φ (°)	φ′ (°)	N'_c	N'_q	N'_γ
10	6.70	8.03	1.94	0.25
15	10.13	9.67	2.73	0.58
20	13.64	11.86	3.88	1.18
25	17.27	14.82	5.61	2.29
30	21.05	18.99	8.31	4.35
35	25.02	25.18	12.75	8.38
40	29.22	34.89	20.53	16.84

Условие

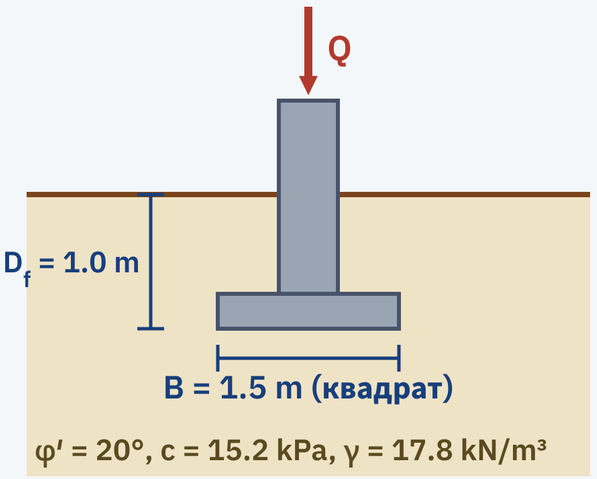
ПРИМЕР

Дано

Фундамент	**квадратный фундамент, B = L = 1.5 m, глубина заложения D_f = 1.0 m**
Грунт	$c = 15.2$ kPa, $\varphi' = 20^\circ$
Удельный вес	$\gamma = 17.8$ kN/m^3 **(сверху)**
Грунтовые воды	**нет (на глубине)**
Форма разрушения	**местный сдвиг**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

c′, φ′, скорректированные коэффициенты и q_u; отношение к общему сдвигу.



Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

1 Пониженная прочность (tan 20° = 0.3640)

$$\varphi' = \tan^{-1}\left(\tfrac{2}{3}\cdot 0.3640\right) = \mathbf{13.64}^\circ \qquad c' = \tfrac{2}{3}(15.2) = \mathbf{10.13}\ \text{kPa}$$

2 Таблица 3 (φ′ = 13.64°, интерполяцией)

$$N_c' = \mathbf{11.86} \qquad N_q' = \mathbf{3.88} \qquad N_\gamma' = \mathbf{1.18}$$

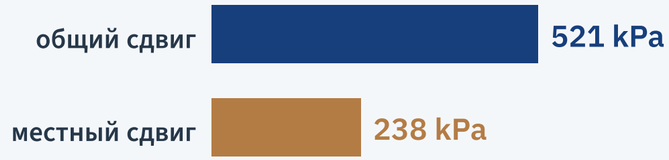
Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

3 Квадратный фундамент (q = 17.8 kPa)

$$q_u = 1.3(10.13)(11.86) + 17.8(3.88) + 0.4(17.8)(1.5)(1.18)$$
$$= 156.20 + 69.05 + 12.61 = \mathbf{237.86}\ \text{kPa}$$

При местном сдвиге q_u = **237.86 kPa**, всего **46%** от значения при общем сдвиге (520.86 kPa). В рыхлом или мягком грунте такое снижение уносит **более половины**.



Проверить решение в GeoTerva ↗

Вода изменяет только q и γ

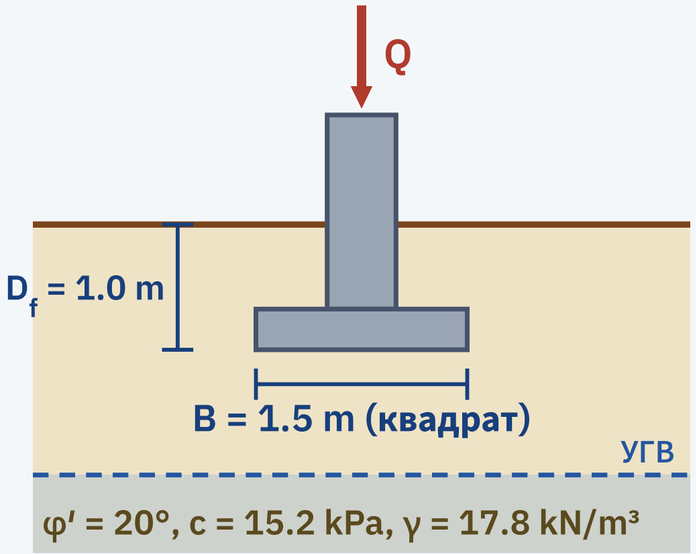
ТЕОРИЯ

В выводе предполагается очень глубокое залегание грунтовых вод. Вода вблизи подошвы изменяет две величины: **пригрузку q** и **удельный вес** в члене ½γBN$_\gamma$; коэффициенты — никогда. Ниже УГВ принимается удельный вес грунта с учётом взвешивающего действия воды γ′ = γ$_{sat}$ − γ$_w$ (γ$_w$ = 9.81). Модуль различает три случая (D$_w$ — глубина от поверхности):

I ($D_w \le D_f$): $q = \gamma D_w + \gamma'(D_f - D_w)$, $\gamma \to \gamma'$ (третье слагаемое)

III ($D_w > D_f$): $q = \gamma D_f$, $\bar{\gamma} = \frac{1}{B}\left[\gamma D + \gamma'(B - D)\right]$, $D = D_w - D_f \le B$

D$_w$ = D$_f$ (случай II) — частный случай I: q = γ D$_f$, в третьем слагаемом γ′. Когда вода расположена глубже, чем на B ниже подошвы (D > B), она находится ниже зоны разрушения, и уравнение применяется так, как если бы воды не было.



Условие

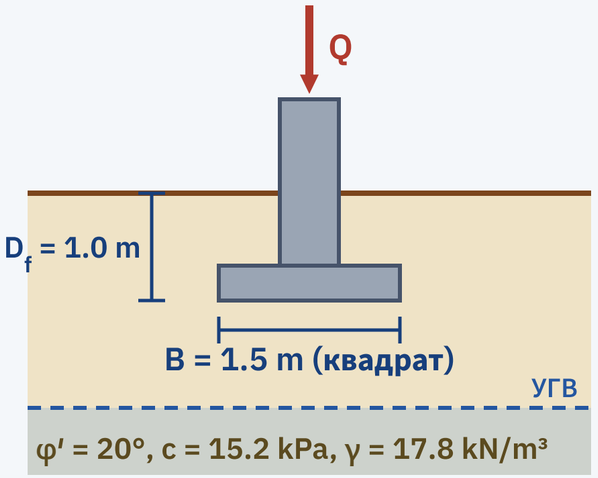
ПРИМЕР

Дано

Фундамент	**квадратный фундамент, B = L = 1.5 m, глубина заложения D_f = 1.0 m**
Грунт	$c = 15.2$ kPa, $\varphi' = 20^\circ$
Удельный вес	$\gamma = 17.8$ kN/m^3 **(сверху)**
Грунтовые воды	$\gamma_{sat} = 19$ kN/m^3; $D_w = 0.5;\ 1.0;\ 2.0$ и 3.5 m

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Для каждого случая найти **q**, удельный вес в третьем члене и $\mathbf{q_u}$ квадратного фундамента.



Решение (1/3)

РЕШЕНИЕ

1 $\gamma' = 19 - 9.81 = 9.19$ kN/m³. Случай I ($D_w = 0.5$) и II ($D_w = D_f = 1.0$)

$$D_w = 0.5: \; q = 17.8(0.5) + 9.19(0.5) = \mathbf{13.495}\ \text{kPa},\ \gamma' = 9.19$$

$$D_w = 1.0: \; q = 17.8(1.0) = \mathbf{17.8}\ \text{kPa},\ \gamma' = 9.19$$

2 Случай III ($D_w = 2.0 \Rightarrow D = 1.0 \le B = 1.5$) и вода не влияет ($D_w = 3.5 \Rightarrow D = 2.5 > B$)

$$D_w = 2.0: \; \bar{\gamma} = \frac{1}{1.5}\left[17.8(1.0) + 9.19(0.5)\right] = \mathbf{14.93}\ \text{kN/m}^3,\ q = 17.8\ \text{kPa}$$

$$D_w = 3.5: \; q = 17.8,\ \gamma = 17.8$$

Решение (2/3)

РЕШЕНИЕ

3 q_u при D_w = 2.0 m (квадратный; первый и второй члены не меняются)

$$q_u = 1.3(15.2)(17.69) + 17.8(7.44) + 0.4(14.93)(1.5)(3.64)$$
$$= 349.55 + 132.43 + 32.61 = \mathbf{514.59}\ \text{kPa}$$

Начальная модель модуля (D_w = 2 m, случай III): q_u = **514.59 kPa**; без воды было бы 520.86 kPa.

Решение (3/3)

РЕШЕНИЕ

D_w (m)	Состояние	q (kPa)	γ, третье слагаемое	q_u (kPa)
0.5	I	13.50	9.19	**470.0**
1.0	II	17.80	9.19	**502.1**
2.0	III	17.80	14.93	**514.6**
3.5	не влияет	17.80	17.80	**520.9**

При уровне воды на глубине 0.5 m q_u = 470, при глубоком залегании воды — 521 kPa (разница 10%). Слагаемое сцепления (349.6 kPa) не меняется вообще: **вода входит в расчёт только через q и γ**.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Брутто и нетто, приложенное давление

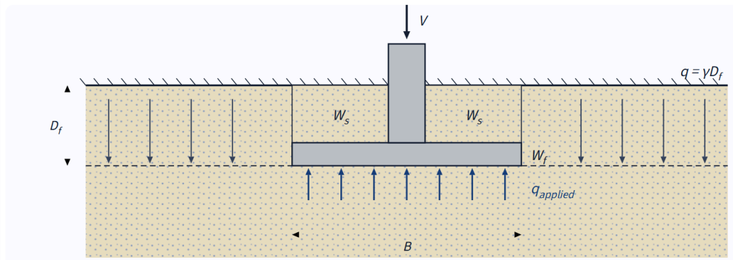
ТЕОРИЯ

q_u — давление в момент разрушения. Модуль делит его на коэффициент запаса FS и раздельно учитывает давление **брутто** и **нетто**. Давление нетто — это давление, которое фундамент **добавляет** к пригрузке q, существовавшей на отметке подошвы до разработки котлована:

$$q_{u,net} = q_u - q \qquad q_{all,g} = \frac{q_u}{FS} \qquad q_{all,n} = \frac{q_{u,net}}{FS}$$

Приложенное давление $q_{applied}$ — это **вертикальное давление брутто** на уровне подошвы при эксплуатационных нагрузках: нагрузка от колонны V, вес фундамента W_f и вес грунта над фундаментом W_s, делённые на площадь подошвы (квадрат B^2, круг $\pi B^2/4$, лента B). Фундамент удовлетворяет требованиям при следующих условиях:

$$q_{apply} = \frac{V + W_f + W_s}{A} \le q_{all,g} \qquad FS_{\text{фактический}} = \frac{q_u}{q_{apply}} \qquad q_{apply} - q \le q_{all,n}$$



Если q ≥ 0 и FS ≥ 1, **определяющей является проверка по давлению брутто**: если она выполняется, проверка по давлению нетто тоже выполняется. Если q_{app} не введено, модуль выдаёт только несущие способности. FS ≈ 3 — обычное значение; оно покрывает неопределённость параметров прочности в большей мере, чем неопределённость теории.

Условие

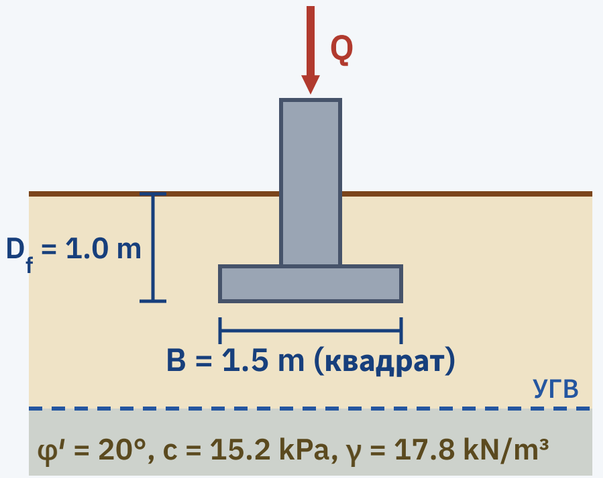
ПРИМЕР

Дано

Фундамент	**квадратный фундамент, B = L = 1.5 m, глубина заложения D_f = 1.0 m**
Грунт	$c = 15.2$ kPa, $\varphi' = 20^\circ$
Удельный вес	$\gamma = 17.8$ kN/m^3 **(сверху)**
Грунтовые воды	$\gamma_{sat} = 19$ kN/m^3, $D_w = 2$ m **(Пример 7: $q_u = 514.59$ kPa)**
Безопасность	**FS = 3**
Приложенное давление	**(a) q_{app} = 150 kPa · (b) q_{app} = 200 kPa**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

$q_{u,net}$, $q_{all,g}$, $q_{all,n}$, Q_{all} и проверка для каждого $q_{applied}$.



Решение

РЕШЕНИЕ

1 Допускаемые давления (q = 17.8 kPa)

$$q_{u,net} = 514.59 - 17.8 = 496.79 \text{ kPa}$$

$$q_{all,g} = \frac{514.59}{3} = \mathbf{171.53} \text{ kPa} \qquad q_{all,n} = \frac{496.79}{3} = \mathbf{165.60} \text{ kPa}$$

$$Q_{all} = 171.53(1.5^2) = \mathbf{385.9} \text{ kN}$$

2 Проверка

(a) $150 \leq 171.53 \Rightarrow$ **выполняется**, $FS_{\text{фактический}} = \frac{514.59}{150} = 3.43 \geq 3$

(b) $200 > 171.53 \Rightarrow$ **не выполняется**, $FS_{\text{фактический}} = \frac{514.59}{200} = 2.57 < 3$

Для q_{app} = 150 kPa условие по нетто-давлению также выполняется (132.2 ≤ 165.6 kPa); при 200 kPa не выполняются ни условие по брутто-давлению, ни условие по нетто-давлению. Когда выполняется условие по брутто, условие по нетто выполняется всегда.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Резюме

Главное

Terzaghi (1943): ленточный шероховатый фундамент мелкого заложения ($D_f \le B$); общий сдвиг; клиновая (I), радиальная (II) и пассивная (III) зоны; грани клина при $\alpha = \varphi$

Суперпозиция: $P_p = P_{pq} + P_{pc} + P_{p\gamma}$; $q_u = cN_c + qN_q + \frac{1}{2}\gamma B N_\gamma$

$\mathbf{N_q = e^{2(3\pi/4 - \varphi/2)\tan\varphi}/[2\cos^2(45° + \varphi/2)]}$, $\mathbf{N_c = \cot\varphi\,(N_q - 1)}$ (в замкнутом виде), $\mathbf{N_\gamma}$ — из таблицы Kumbhojkar ($\varphi = 20°$: 17.69; 7.44; 3.64)

Квадратный: $1.3\,cN_c + qN_q + 0.4\,\gamma B N_\gamma$; **круглый**: 0.3; **недренированный случай**: $N_c = 5.7$, ленточный $5.7\,c_u + q$, квадратный $7.41\,c_u + q$

Местный сдвиг: то же уравнение с $c' = \frac{2}{3}\,c$, $\varphi' = \tan^{-1}(\frac{2}{3}\tan\varphi)$ (пример: 520.86 → 237.86 kPa)

Грунтовые воды изменяют только q и γ (3 случая): пример 514.59 kPa

Проверка: $q_{app} \le q_{all,g}$, FS_{actual} и значения нетто; $Q_{all} = q_{all,g} \cdot A$

Список литературы

Terzaghi, K. (1943). Theoretical Soil Mechanics. Wiley, New York.

Das, B.M. (2017). Shallow Foundations: Bearing Capacity and Settlement, 3rd ed. CRC Press, Boca Raton — Разделы 2.2–2.3; эта страница следует порядку вывода данного источника.

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning — Глава 16: случаи расположения подземных вод, коэффициент запаса, Таблица 16.1.

Kumbhojkar, A.S. (1993). Numerical evaluation of Terzaghi's Nγ. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 119(3), 598–607.

Prandtl, L. (1921). Über die Eindringungsfestigkeit (Härte) plastischer Baustoffe und die Festigkeit von Schneiden. ZAMM, 1(1), 15–20.

Vesic, A.S. (1973). Analysis of ultimate loads of shallow foundations. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 99(SM1), 45–73.

Рисунки на этой странице построены непосредственно по расчетным схемам; нумерация формул, рисунков и таблиц соответствует оригиналу.

ПРИМЕЧАНИЕ

Часть рисунков взята со страницы теории GeoTerva; все числовые примеры получены с помощью собственной расчётной библиотеки и таблицы модуля, модуль даёт те же значения.

GeoTerva

Геотехнические расчёты онлайн

От теории к практике

Рассчитать фундамент из примера этой презентации в GeoTerva шаг за шагом: модуль открывается с этой моделью.

Открыть модуль →

Страница теории →

Открыть на телефоне
Для пробных модулей регистрация не требуется.