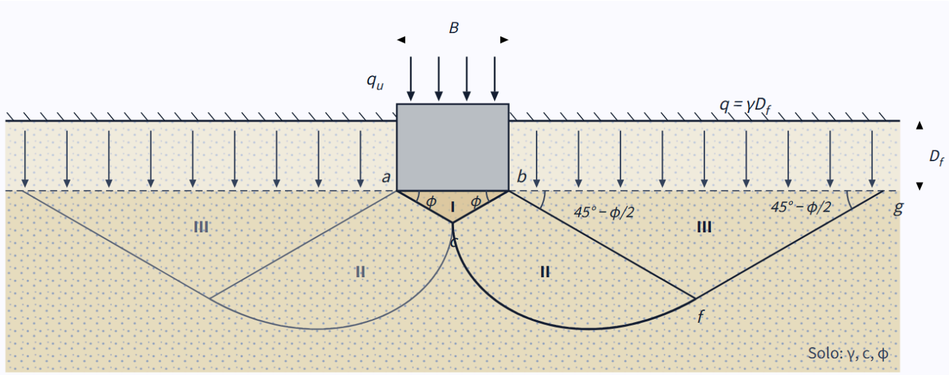
Apresentação de aula de geotecnia · Fundações

Capacidade de carga de Terzaghi

Aula: do mecanismo de ruptura de Terzaghi e de sua dedução até os fatores N_q, N_c, N_γ, das sapatas quadradas e circulares à ruptura local e à água subterrânea; exemplo resolvido em cada tópico.



Três zonas · Espiral logarítmica · $N_c \cdot N_q \cdot N_\gamma$ · Sapatas quadrada e circular · Ruptura local · Exemplos resolvidos

Introdução

O que veremos nesta aula?

- As **hipóteses** da equação de Terzaghi e a distinção entre **ruptura geral / local**
- Acompanhar o mecanismo de ruptura (**três zonas**, espiral logarítmica) e a decomposição da força passiva em três parcelas
- Determinar os fatores N_q **e** N_c por expressões fechadas e N_γ pela tabela de Kumbhojkar
- Escrever a equação da sapata **corrida, quadrada e circular**; tratar o caso não drenado ($\varphi = 0$)
- Aplicar a mesma equação, com c' e φ', para a **ruptura local**
- Calcular os três casos do **lençol freático** e a tensão admissível bruta/líquida, e **verificar** a sapata

ROTEIRO DA AULA

Cada tópico é tratado em **três etapas**:

1 · **Teoria**: qual é a regra e por que é assim?

2 · **Enunciado**: dados e o que se pede

3 · **Solução**: passo a passo, com números

Fundação do exemplo, modelo inicial do módulo: sapata quadrada de 1.5 m × 1.5 m em solo com $c = 15.2$ kPa, $\varphi' = 20°$, $\gamma = 17.8$ kN/m³, $D_f = 1$ m, nível do lençol freático a 2 m.

Em que se baseia a equação de Terzaghi?

TEORIA

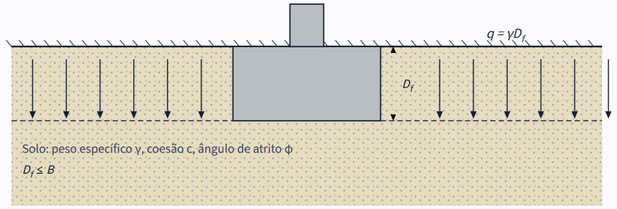
Terzaghi (1943) obteve a capacidade de carga q_u, isto é, a tensão média na qual o solo sob a sapata rompe por cisalhamento, a partir de um mecanismo de ruptura por ele admitido e do equilíbrio de suas partes. A dedução baseia-se nas seguintes hipóteses:

A fundação é uma **sapata corrida longa** (estado plano de deformação), rígida e de **base rugosa**: o solo sob ela não pode deslizar na base e desce como um único corpo junto com a fundação.

O solo abaixo da base é **homogêneo** e muito profundo; a carga é **vertical e centrada**.

A sapata é **rasa**, $D_f \leq B$: o solo acima da base não participa do mecanismo e atua apenas como **sobrecarga $q = \gamma D_f$**; a resistência ao cisalhamento é desprezada (uma simplificação a favor da segurança).

A ruptura do solo é **geral**; a ruptura local é tratada depois, com parâmetros reduzidos.



A resistência ao cisalhamento segue Mohr–Coulomb:

$$s = c + \sigma' \tan \varphi$$

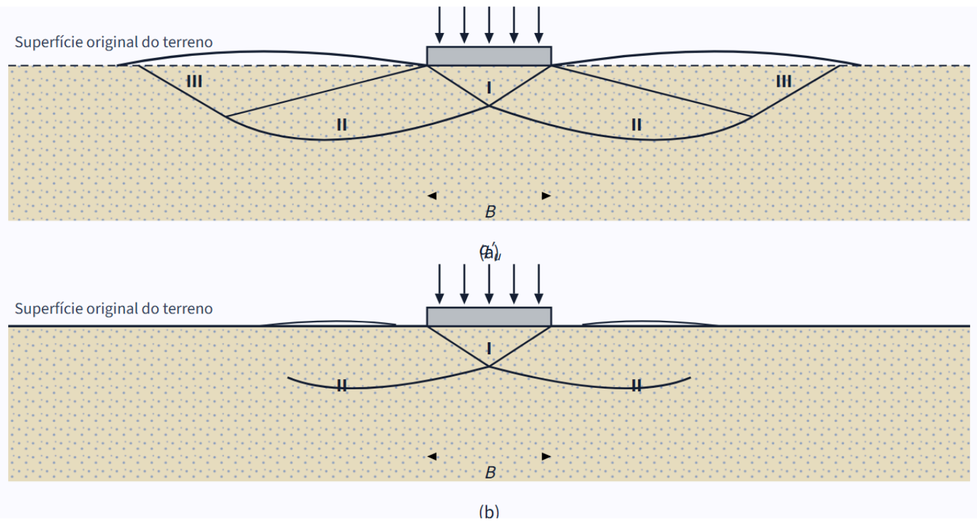
Como uma sapata rompe?

TEORIA

Seja uma sapata corrida sobre areia compacta ou argila rija, carregada em etapas. O recalque aumenta lentamente no início; depois, a uma certa pressão, o recalque dispara **sem aumento de carga**: formou-se uma superfície de ruptura contínua que vai da borda da sapata até a superfície, e o terreno se levanta ao lado da sapata. Esta é a **ruptura geral**, e essa pressão é q_u.

Em **areia fofa e argila mole** a curva não tem ponto de pico: após q'_u, passa a uma reta mais inclinada, porém ainda ascendente; as superfícies de ruptura permanecem dentro do solo, o levantamento da superfície é pequeno: **ruptura local**.

Sob a fundação há três zonas: a **cunha (I)**, que desce como um corpo único, a **zona radial (II)**, empurrada pela cunha, e a **zona passiva (III)**, empurrada para cima e para os lados. Na ruptura local, a cunha se forma da mesma maneira, mas as zonas II e III se dissipam no solo sem atingir a superfície.



Três zonas e espiral logarítmica

TEORIA

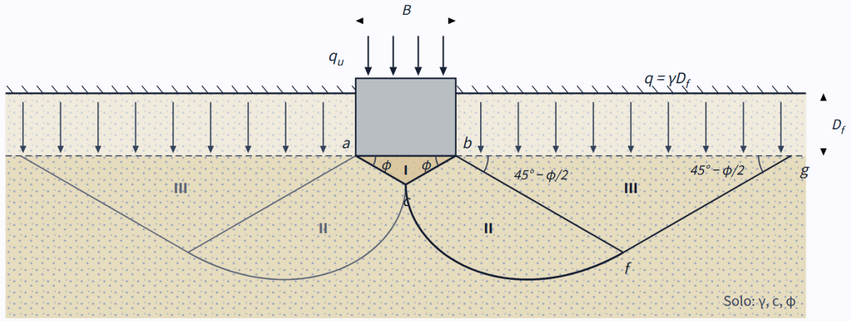
Terzaghi dividiu o solo de cada lado em três zonas:

I · cunha abc: a base rugosa adere; a cunha desce rigidamente junto com a sapata. Seus lados ac e bc formam **α = φ** com a horizontal.

II · zona radial bcf (Prandtl): cada raio que parte de b é uma linha de deslizamento; o contorno cf é um arco de **espiral logarítmica** com polo em b.

III · zona passiva de Rankine bfg: bf e fg são linhas de deslizamento retas que formam 45° − φ/2 com a horizontal.

$$r = r_0\, e^{\theta \tan\varphi} \qquad \theta_1 = \angle cbf = 180^\circ - \varphi - \left(45^\circ - \tfrac{\varphi}{2}\right) = \frac{3\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$$



Propriedade da espiral: em cada ponto, o raio traçado a partir do polo faz com a normal à curva o ângulo φ. Portanto, o atrito ao longo da espiral **não produz momento** em relação ao polo, e o equilíbrio é escrito com os momentos em torno desse polo.

É vertical e é dividida em três partes

TEORIA

A sapata empurra a cunha para baixo; o solo das zonas II e III resiste em cada face com um **empuxo passivo P_p**. Como o solo desliza contra solo, atua o ângulo de atrito pleno: P_p forma o ângulo φ com a normal à face. Como a face bc forma o ângulo φ com a horizontal, sua normal forma o ângulo φ com a vertical; a força que se desvia de φ dessa normal é **exatamente vertical**.

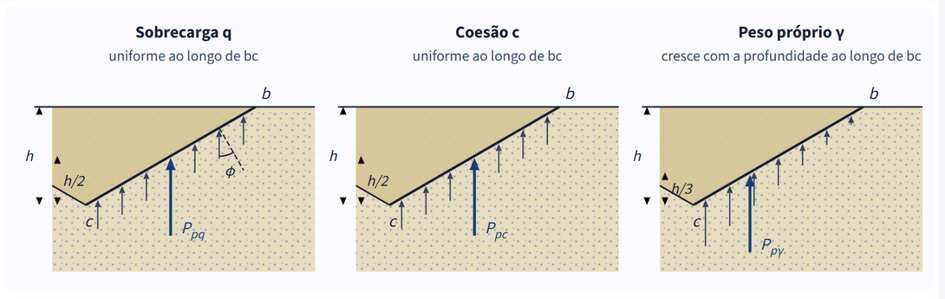
P_p depende simultaneamente de q, c e γ, e os três em conjunto não admitem solução fechada. Terzaghi determinou cada parcela como se as outras duas fossem nulas e as **somou** (superposição):

$$P_p = P_{pq} + P_{pc} + P_{p\gamma} \qquad h = \frac{B}{2}\tan\varphi$$

P_{pq}: somente sobrecarga (γ = 0, c = 0) → **N_q**

P_{pc}: somente coesão (γ = 0, q = 0) → **N_c**

$P_{p\gamma}$: somente o peso do solo (q = 0, c = 0) → **N_γ**



Momentos em torno do polo b

TEORIA

Apenas com a sobrecarga, o polo está em b. Sobre a massa bcfj atuam P_{pq} em bc, q em bj, o empuxo passivo de Rankine em jf e a resultante F sobre a espiral; F passa pelo polo e sai da equação de momentos:

$$P_{p(1)} = q\,H_d \tan^2\!\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right) \qquad P_{pq}\frac{B}{4} = q\,\overline{bj}\,\frac{\overline{bj}}{2} + P_{p(1)}\frac{H_d}{2}$$

$$r_0 = \frac{B}{2}\sec\varphi \quad r_1 = r_0\, e^{\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\tan\varphi} \quad \overline{bj} = r_1\cos\left(45^\circ - \tfrac{\varphi}{2}\right) \quad H_d = r_1\sin\left(45^\circ - \tfrac{\varphi}{2}\right)$$

Como tan(45° + φ/2) = cot(45° − φ/2), os dois termos resultam iguais: $P_{pq} = (4/B)\, q\, r_1^2 \cos^2(45° - \varphi/2)$. Com o equilíbrio da cunha $\mathbf{q_q\, B = 2\, P_{pq}}$:

$$q_q = qN_q \qquad N_q = \frac{e^{2\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\tan\varphi}}{2\cos^2\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right)}$$

RESULTADO

Para φ = 0, $N_q = 1$: sem atrito, a sobrecarga é transmitida integralmente. Para φ = 30°, $\mathbf{N_q = 22.46}$.

Enunciado

EXEMPLO

Dados

Solo — $\varphi' = 30^\circ$ **e** $\varphi' = 20^\circ$ **(modelo do módulo)**

Fórmula — $$N_q = \frac{e^{2(3\pi/4 - \varphi/2)\tan\varphi}}{2\cos^2(45^\circ + \varphi/2)}$$

PEDE-SE

Determinar, para cada φ′, o valor de **N_q** pela forma fechada.

Solução

SOLUÇÃO

1 $\varphi' = 30°$ ($3\pi/4 - \varphi/2 = 2.0944$ rad; $\tan 30° = 0.5774$; $45° + 15° = 60°$)

$$N_q = \frac{e^{2(2.0944)(0.5774)}}{2\cos^2 60°} = \frac{e^{2.4184}}{2(0.25)} = \frac{11.228}{0.5} = \mathbf{22.46}$$

2 $\varphi' = 20°$ ($3\pi/4 - \varphi/2 = 2.1817$ rad; $\tan 20° = 0.3640$; $45° + 10° = 55°$)

$$N_q = \frac{e^{2(2.1817)(0.3640)}}{2\cos^2 55°} = \frac{e^{1.5881}}{2(0.3290)} = \frac{4.895}{0.6580} = \mathbf{7.44}$$

$N_q(30°) = \mathbf{22.46}$, $N_q(20°) = \mathbf{7.44}$; para $\varphi' = 0$, $N_q = 1$. Esses são os valores da tabela do módulo.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

$\cot \varphi\,(N_q - 1)$

TEORIA

Apenas com coesão, o polo situa-se novamente em b. Na massa bcfj atuam a força de coesão C = c·bc (ao longo de um raio, sem momento), sobre jf o empuxo passivo de Rankine com coesão e, ao longo da espiral, c. O elemento da espiral é ds = r sec φ dθ e seu momento é c r² dθ:

$$P_{p(2)} = 2cH_d \tan\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right) \qquad M_c = \int_0^{\theta_1} c\, r^2 d\theta = \frac{c}{2\tan\varphi}\left(r_1^2 - r_0^2\right)$$

Do equilíbrio de momentos P_{pc} B/4 = $P_{p(2)}$ H_d/2 + M_c obtém-se P_{pc}; do equilíbrio da cunha, **q_c B = 2 C sin φ + 2 P_{pc}** (componente vertical de C). Com as duas identidades, os termos entre parênteses se simplificam:

$$q_c = c\cot\varphi\left[\frac{e^{2\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\tan\varphi}}{2\cos^2\left(45^\circ+\frac{\varphi}{2}\right)} - 1\right] = c\cot\varphi\,(N_q - 1) = cN_c$$

$$N_c = \cot\varphi\,(N_q - 1)$$

RESULTADO

Quando φ → 0, N_c → 3π/2 + 1 = 5.71; o valor de Terzaghi para φ = 0 é **5.7** (método distinto do valor 5.14 de Prandtl). Para φ = 30°, **N_c = 37.16**.

Enunciado

EXEMPLO

Dados

Solo	$\varphi' = 30^\circ$ **e** $\varphi' = 20^\circ$
Exemplo anterior	$N_q(30^\circ) = 22.46,\ N_q(20^\circ) = 7.44$

PEDE-SE

Determinar os valores de **N_c** por $N_c = \cot \varphi\ (N_q - 1)$; escrever o limite para $\varphi \to 0$.

Solução

SOLUÇÃO

1 $\varphi' = 30°$ e $\varphi' = 20°$

$$N_c(30^\circ) = \frac{22.46 - 1}{0.5774} = \mathbf{37.16} \qquad N_c(20^\circ) = \frac{7.44 - 1}{0.3640} = \mathbf{17.69}$$

2 limite $\varphi \to 0$

$$N_c \to \frac{3\pi}{2} + 1 = \mathbf{5.71} \approx 5.7 \text{ (valor de Terzaghi)}$$

$N_c(30°) = \mathbf{37.16}$, $N_c(20°) = \mathbf{17.69}$. Para o mesmo φ', N_c é muito maior que N_q: o termo de coesão predomina para φ' baixo.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Polo de tentativa e o coeficiente sem forma fechada

TEORIA

Com o peso, a espiral com polo em b deixa de ser crítica: o polo O é deslocado **por tentativas** ao longo do prolongamento da reta fb, além de b; cada posição fornece uma nova espiral e uma nova massa bcfj. Momentos em relação a O:

$$P_{p\gamma} = \frac{W\, l_w + P_{p(3)}\, l_R}{l_p} \qquad P_{p(3)} = \tfrac{1}{2}\gamma H_d^2 \tan^2\!\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right)$$

O menor $P_{p\gamma}$ é o valor desenvolvido pelo solo. A cunha passa a suportar também o seu próprio peso: W_w = ½ B h γ = (B²/4) γ tan φ. Escrevendo-se $P_{p\gamma}$ = ⅛ γ B² $K_{p\gamma}$ tan²φ ($K_{p\gamma}$ depende apenas de φ):

$$q_\gamma B = 2P_{p\gamma} - W_w \;\Rightarrow\; q_\gamma = \tfrac{1}{2}\gamma B\, N_\gamma \qquad N_\gamma = \tfrac{1}{2}K_{p\gamma}\tan^2\varphi - \tfrac{1}{2}\tan\varphi$$

Como $K_{p\gamma}$ resulta de uma redução por tentativas, **N_γ não tem forma fechada**; é calculado numericamente para cada φ. O módulo utiliza os valores de **Kumbhojkar (1993)** (Tabela 1) e interpola linearmente entre eles: para φ = 30°, N_γ = 19.13.

PORQUÊ UMA TABELA?

N_c e N_q resultam de expressões fechadas. N_γ, por sua vez, é o resultado de uma minimização: embora escrito pelo mesmo método, não existe uma fórmula utilizada por todos.

Enunciado

EXEMPLO

Dados

Solo	$\varphi' = 20^\circ$ **(modelo do módulo) e** 30°**; também** 22.5°
Fonte	**Kumbhojkar (1993) Tabela 1: $N_\gamma(22°) = 5.09$, $N_\gamma(23°) = 6.00$**

PEDE-SE

$N_\gamma(20°)$, $N_\gamma(30°)$; a partir deles, $K_{p\gamma}$; e $N_\gamma(22.5°)$ (interpolação linear).

Solução

SOLUÇÃO

1 Tabela 1 ($N_\gamma = ½\ K_{p\gamma} \tan^2\varphi - ½ \tan\varphi \Rightarrow K_{p\gamma} = (2N_\gamma + \tan\varphi)/\tan^2\varphi$)

$$N_\gamma(20^\circ) = 3.64 \ \Rightarrow \ K_{p\gamma} = \frac{2(3.64) + 0.3640}{0.3640^2} = 57.7$$

$$N_\gamma(30^\circ) = 19.13 \ \Rightarrow \ K_{p\gamma} = \frac{2(19.13) + 0.5774}{0.5774^2} = 116.5$$

2 $\varphi' = 22.5°$: a meio caminho entre 22° e 23° (t = 0.5)

$$N_\gamma = 5.09 + 0.5(6.00 - 5.09) = \mathbf{5.545}$$

$N_\gamma(20°)$ = **3.64**, $N_\gamma(30°)$ = **19.13**; $K_{p\gamma}$ 57.7 → 116.5. O módulo também interpola linearmente N_c e N_q a partir da mesma tabela: a 22.5°, N_c = 21.01, N_q = 9.71.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Soma das três partes e Tabela 1

TEORIA

Somando-se as três parcelas, a capacidade de carga da **sapata corrida** em solo com coesão, atrito e peso resulta em:

$$q_u = q_c + q_q + q_\gamma = c\,N_c + q\,N_q + \tfrac{1}{2}\gamma B\,N_\gamma$$

N_q, N_c, N_γ dependem **apenas de φ**; a Tabela 1 fornece os valores lidos pelo módulo.

A superposição não é exata: N_q e N_c provêm de espirais com polo na borda da fundação, e N_γ de uma espiral com polo em O. A soma de parcelas minimizadas separadamente não pode superar o mínimo do problema combinado; o erro está **a favor da segurança**.

Os ensaios mostram que as arestas da cunha formam com a horizontal um ângulo não de φ, mas de aproximadamente **45° + φ/2**. Os fatores de Terzaghi (e este módulo) mantêm α = φ; a cunha de 45° + φ/2 é a base dos fatores de Prandtl–Reissner (módulos de Meyerhof, Hansen e Vesic), e por isso os valores de N_c e N_q desses módulos são diferentes.

TABELA 1 (Terzaghi)

φ′ (°)	N_c	N_q	N_γ
0	5.70	1.00	0.00
5	7.34	1.64	0.14
10	9.60	2.69	0.56
15	12.86	4.45	1.52
20	17.69	7.44	3.64
25	25.13	12.72	8.34
30	37.16	22.46	19.13
35	57.75	41.44	45.41
40	95.66	81.27	116.31
45	172.29	173.29	325.34
50	347.51	415.15	1,072.80

Enunciado

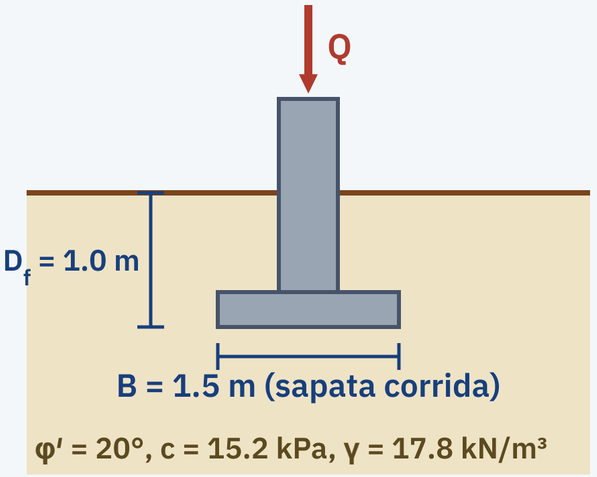
EXEMPLO

Dados

Fundação	**sapata corrida (contínua), B = 1.5 m, D_f = 1.0 m**
Solo	$c = 15.2\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 20^\circ,\ \gamma = 17.8\ \mathrm{kN/m^3}$
Água subterrânea	**nenhum (em profundidade)**
Tabela 1 (20°)	**N_c = 17.69, N_q = 7.44, N_γ = 3.64**

PEDE-SE

Determinar os valores de **q_u** e de **Q_u** por unidade de comprimento.



Solução

SOLUÇÃO

1 Sobrecarga q = γ D_f = 17.8 × 1.0 = 17.8 kPa; sem fator de forma para a sapata corrida

$$q_u = 15.2(17.69) + 17.8(7.44) + \tfrac{1}{2}(17.8)(1.5)(3.64)$$
$$= 268.89 + 132.43 + 48.59 = \mathbf{449.91}\ \mathrm{kPa}$$

2 Carga por unidade de comprimento

$$Q_u = q_u B = 449.91(1.5) = \mathbf{674.9}\ \mathrm{kN/m}$$

Na sapata corrida, a capacidade de carga é de **449.9 kPa**: termo de coesão 60%, sobrecarga 29%, peso próprio 11%.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Fatores de forma semiempíricos

TEORIA

Sob uma sapata quadrada ou circular, o solo não se encontra em estado plano de deformação; a dedução não pode ser aplicada diretamente. Terzaghi propôs **coeficientes semiempíricos** para os termos de coesão e de peso específico:

$$q_u = 1.3\,c\,N_c + q\,N_q + 0.4\,\gamma B\,N_\gamma \qquad (\text{quadrada, B} \times \text{B})$$

$$q_u = 1.3\,c\,N_c + q\,N_q + 0.3\,\gamma B\,N_\gamma \qquad (\text{circular, diâmetro B})$$

Carregamento não drenado em argila saturada ($\varphi = 0$, $c = c_u$; $N_c = 5.7$, $N_q = 1$, $N_\gamma = 0$):

$$q_u = 5.7\,c_u + q\ (\text{corrida}) \qquad q_u = 1.3 \times 5.7\,c_u + q = 7.41\,c_u + q\ (\text{quadrada, circular})$$

A opção **Forma** do módulo seleciona esses fatores. Terzaghi não forneceu coeficientes para a sapata retangular; esse caso é coberto pela equação geral de capacidade de carga com fatores de forma (Meyerhof, Hansen, Vesic).

COEFICIENTES

Fundação	c N_c	γ B N_γ	B
faixa	1	0.5	largura
quadrada	1.3	0.4	borda
círculo	1.3	0.3	diâmetro

Enunciado

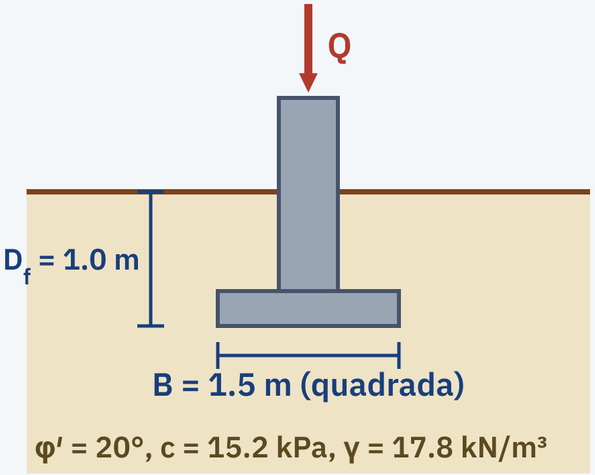
EXEMPLO

Dados

Fundação	**quadrada, B = L = 1.5 m, profundidade da base D_f = 1.0 m**
Solo	$c = 15.2\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 20^\circ$
Peso específico	$\gamma = 17.8\ \mathrm{kN/m^3}$ **(no topo)**
Água subterrânea	**nenhum (em profundidade)**
Comparação	**círculo, diâmetro B = 1.5 m; também argila: φ = 0, c_u = 40 kPa, γ = 18 kN/m³, D_f = 1 m**

PEDE-SE

q_u e Q_u para a sapata quadrada e a circular; q_u para a sapata corrida e a quadrada em argila.



Solução (1/2)

SOLUÇÃO

1 Quadrada (0.4) e circular (0.3); $N_c = 17.69$, $N_q = 7.44$, $N_\gamma = 3.64$

$$\begin{aligned}\text{quadrada}: \quad q_u &= 1.3(15.2)(17.69) + 17.8(7.44) + 0.4(17.8)(1.5)(3.64) \\ &= 349.55 + 132.43 + 38.88 = \mathbf{520.86}\ \text{kPa} \\ \text{círculo}: \quad q_u &= 349.55 + 132.43 + 0.3(17.8)(1.5)(3.64) = \mathbf{511.14}\ \text{kPa}\end{aligned}$$

2 Cargas

$$Q_u^{square} = q_u B^2 = 520.86(2.25) = \mathbf{1{,}171.9}\ \text{kN}$$

$$Q_u^{circle} = q_u \frac{\pi B^2}{4} = 511.14(1.767) = \mathbf{903.3}\ \text{kN}$$

O q_u da sapata quadrada é apenas 1.9% maior que o da circular (só o termo γ difere).

Solução (2/2)

SOLUÇÃO

3 Argila não drenada (q = 18 × 1 = 18 kPa; N_c = 5.7)

$$\text{faixa}: \quad q_u = 5.7(40) + 18 = \mathbf{246.0}\ \text{kPa}$$

$$\text{quadrada, circular}: \quad q_u = 1.3(5.7)(40) + 18 = 7.41(40) + 18 = \mathbf{314.4}\ \text{kPa}$$

Fundação	Termo c N_c	q	q_u (kPa)
faixa	228.0	18.0	**246.0**
quadrada / circular	296.4	18.0	**314.4**

Em argila, a capacidade de carga provém quase exclusivamente da coesão; sapatas quadradas e circulares suportam **28%** mais do que a sapata corrida (coeficiente 1.3).

Verificar a solução no GeoTerva ↗

A mesma equação, com c e φ reduzidos

TEORIA

Quando a ruptura do solo é local, o mecanismo não se desenvolve por completo e apenas uma parte da resistência é mobilizada. Terzaghi manteve **as mesmas equações** e reduziu os parâmetros de resistência:

$$c' = \tfrac{2}{3}\,c \qquad \varphi' = \tan^{-1}\left(\tfrac{2}{3}\tan\varphi\right)$$

Os N'_c, N'_q, N'_γ corrigidos são as mesmas funções avaliadas em φ′ (Tabela 3):

$$q_u = c' N'_c + q N'_q + \tfrac{1}{2}\gamma B N'_\gamma \ \text{(corrida)} \qquad q_u = 1.3\,c' N'_c + q N'_q + 0.4\,\gamma B N'_\gamma \ \text{(quadrada)}$$

Como c′ = ⅔ c, na sapata quadrada e na circular o termo de coesão passa a 1.3 × ⅔ = **0.867 c N'_c**.

Para areias, Vesic (1973) propôs, em lugar do valor fixo ⅔, uma redução dependente da densidade relativa: **φ′ = tan⁻¹(k tan φ)**, k = 0.67 + D_r − 0.75 D_r^2 (0 ≤ D_r ≤ 0.67).

TABELA 3 (ruptura local)

φ (°)	φ′ (°)	N'_c	N'_q	N'_γ
10	6.70	8.03	1.94	0.25
15	10.13	9.67	2.73	0.58
20	13.64	11.86	3.88	1.18
25	17.27	14.82	5.61	2.29
30	21.05	18.99	8.31	4.35
35	25.02	25.18	12.75	8.38
40	29.22	34.89	20.53	16.84

Enunciado

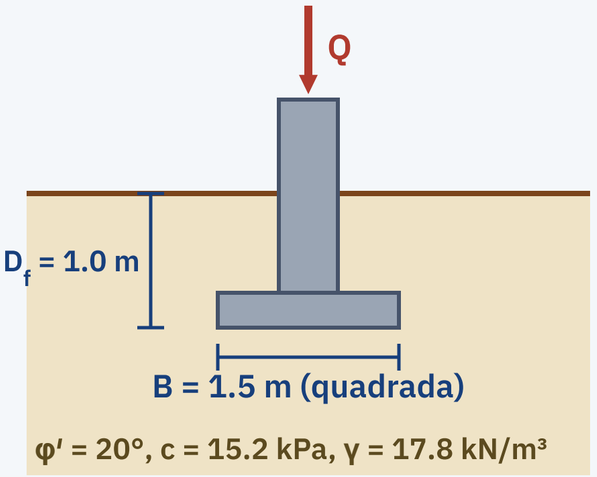
EXEMPLO

Dados

Fundação	**quadrada, B = L = 1.5 m, profundidade da base D_f = 1.0 m**
Solo	$c = 15.2\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 20^\circ$
Peso específico	$\gamma = 17.8\ \mathrm{kN/m^3}$ **(no topo)**
Água subterrânea	**nenhum (em profundidade)**
Modo de ruptura	**ruptura local**

PEDE-SE

c′, φ′, fatores corrigidos e q_u; razão em relação à ruptura geral.



Solução (1/2)

SOLUÇÃO

1 Resistência reduzida (tan 20° = 0.3640)

$$\varphi' = \tan^{-1}\left(\tfrac{2}{3}\cdot 0.3640\right) = \mathbf{13.64}^\circ \qquad c' = \tfrac{2}{3}(15.2) = \mathbf{10.13}\ \mathrm{kPa}$$

2 Tabela 3 (φ′ = 13.64°, por interpolação)

$$N_c' = \mathbf{11.86} \qquad N_q' = \mathbf{3.88} \qquad N_\gamma' = \mathbf{1.18}$$

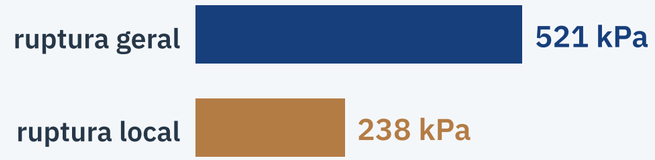
Solução (2/2)

SOLUÇÃO

3 Sapata quadrada (q = 17.8 kPa)

$$q_u = 1.3(10.13)(11.86) + 17.8(3.88) + 0.4(17.8)(1.5)(1.18)$$
$$= 156.20 + 69.05 + 12.61 = \mathbf{237.86}\ \text{kPa}$$

Na ruptura local, q_u = **237.86 kPa**, apenas **46%** do valor da ruptura geral (520.86 kPa). Em solo fofo ou mole, essa redução retira **mais da metade**.



Verificar a solução no GeoTerva ↗

A água altera apenas q e γ

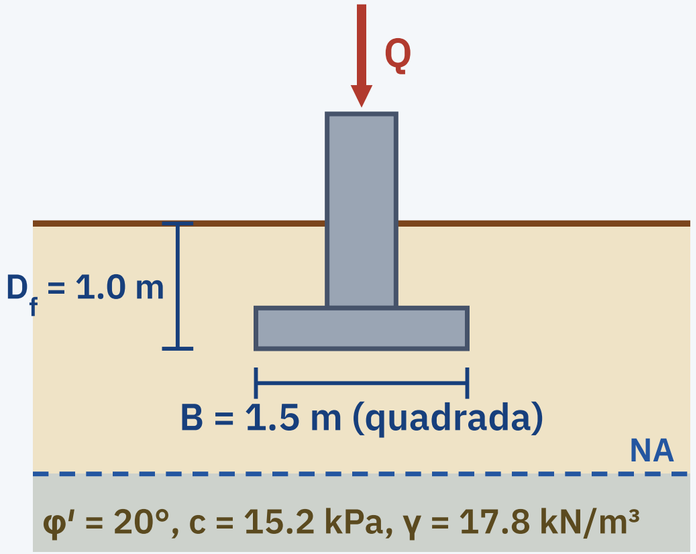
TEORIA

A dedução supõe o lençol freático muito profundo. A água próxima à base altera duas coisas: a **sobrecarga q** e o **peso específico** no termo ½γBN$_\gamma$; nunca os fatores. Abaixo do nível do lençol freático, o peso específico submerso é γ′ = γ$_{sat}$ − γ$_w$ (γ$_w$ = 9.81). O módulo distingue três casos (D$_w$ é a profundidade a partir da superfície):

$$\text{I } (D_w \le D_f):\ q = \gamma D_w + \gamma'(D_f - D_w),\ \ \gamma \to \gamma' \text{ (terceiro termo)}$$

$$\text{III } (D_w > D_f):\ q = \gamma D_f,\ \ \bar{\gamma} = \frac{1}{B}\left[\gamma D + \gamma'(B - D)\right],\ D = D_w - D_f \le B$$

D$_w$ = D$_f$ (caso II) é um caso particular do caso I: q = γ D$_f$, com γ′ no terceiro termo. Quando o nível d'água está a mais de uma largura B abaixo da base (D > B), a água fica abaixo da zona de ruptura e a equação é usada como se não houvesse água.



Enunciado

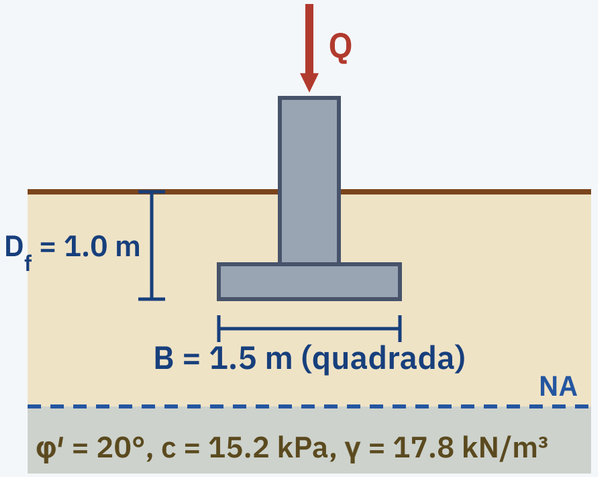
EXEMPLO

Dados

Fundação	**quadrada, B = L = 1.5 m, profundidade da base D_f = 1.0 m**
Solo	$c = 15.2\ \text{kPa},\ \varphi' = 20^\circ$
Peso específico	$\gamma = 17.8\ \text{kN/m}^3$ **(no topo)**
Água subterrânea	$\gamma_{sat} = 19\ \text{kN/m}^3$**;** $D_w = 0.5;\ 1.0;\ 2.0$ **e** $3.5\ \text{m}$

PEDE-SE

Determinar, para cada caso, **q**, o peso específico no terceiro termo e $\mathbf{q_u}$ da sapata quadrada.



Solução (1/3)

SOLUÇÃO

1 γ′ = 19 − 9.81 = 9.19 kN/m³. Caso I (D_w = 0.5) e II (D_w = D_f = 1.0)

$$D_w = 0.5: \;\; q = 17.8(0.5) + 9.19(0.5) = \mathbf{13.495}\ \text{kPa},\ \gamma' = 9.19$$

$$D_w = 1.0: \;\; q = 17.8(1.0) = \mathbf{17.8}\ \text{kPa},\ \gamma' = 9.19$$

2 Caso III (D_w = 2.0 ⇒ D = 1.0 ≤ B = 1.5) e água sem efeito (D_w = 3.5 ⇒ D = 2.5 > B)

$$D_w = 2.0: \;\; \bar{\gamma} = \frac{1}{1.5}\left[17.8(1.0) + 9.19(0.5)\right] = \mathbf{14.93}\ \text{kN/m}^3,\ q = 17.8\ \text{kPa}$$

$$D_w = 3.5: \;\; q = 17.8,\ \gamma = 17.8$$

Solução (2/3)

SOLUÇÃO

3 q_u para D_W = 2.0 m (sapata quadrada; o primeiro e o segundo termos permanecem inalterados)

$$q_u = 1.3(15.2)(17.69) + 17.8(7.44) + 0.4(14.93)(1.5)(3.64)$$
$$= 349.55 + 132.43 + 32.61 = \mathbf{514.59}\ \mathrm{kPa}$$

O modelo com o qual o módulo é iniciado (D_W = 2 m, caso III): q_u = **514.59 kPa**; sem água seria 520.86 kPa.

Solução (3/3)

SOLUÇÃO

D_w (m)	Situação	q (kPa)	terceiro termo (γ)	q_u (kPa)
0.5	I	13.50	9.19	**470.0**
1.0	II	17.80	9.19	**502.1**
2.0	III	17.80	14.93	**514.6**
3.5	desprezível	17.80	17.80	**520.9**

Com o lençol freático a 0.5 m, q_u = 470; com ele profundo, 521 kPa (diferença de 10%). O termo de coesão (349.6 kPa) nunca se altera: **a água entra somente por q e γ**.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Bruta e líquida, tensão aplicada

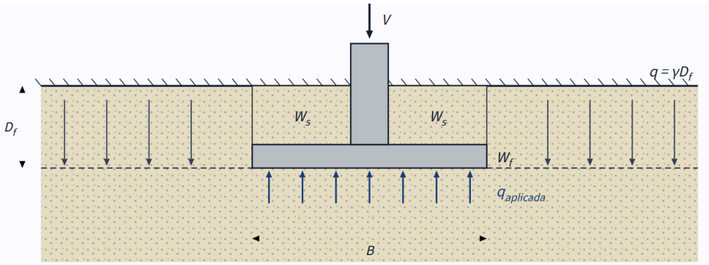
TEORIA

q_u é a tensão na ruptura. O módulo a divide pelo fator de segurança FS e mantém separadas as tensões **bruta** e **líquida**. A tensão líquida é a tensão que a sapata **acrescenta** à sobrecarga q existente na base antes da escavação:

$$q_{u,net} = q_u - q \qquad q_{all,g} = \frac{q_u}{FS} \qquad q_{all,n} = \frac{q_{u,net}}{FS}$$

A tensão aplicada $q_{applied}$ é a **tensão vertical bruta** na base sob as cargas de serviço: a carga do pilar V, o peso da sapata W_f e o solo sobre a sapata W_s, divididos pela área da base (quadrada B^2, circular $\pi B^2/4$, corrida B). A sapata atende nas seguintes condições:

$$q_{apply} = \frac{V + W_f + W_s}{A} \leq q_{all,g} \qquad FS_{\text{actual}} = \frac{q_u}{q_{apply}} \qquad q_{apply} - q \leq q_{all,n}$$



Se q ≥ 0 e FS ≥ 1, **a verificação bruta governa**: se ela é atendida, a verificação líquida também o é. Se q_{app} não for informada, o módulo fornece apenas as capacidades. FS ≈ 3 é usual; cobre a incerteza dos parâmetros de resistência mais do que a da teoria.

Enunciado

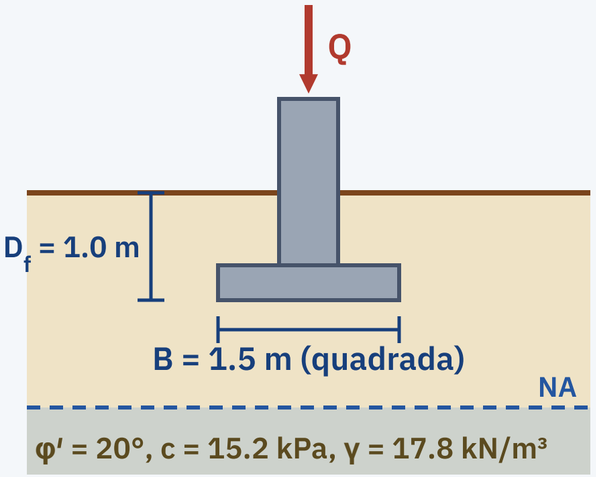
EXEMPLO

Dados

Fundação	**quadrada, B = L = 1.5 m, profundidade da base D_f = 1.0 m**
Solo	$c = 15.2\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 20^\circ$
Peso específico	$\gamma = 17.8\ \mathrm{kN/m^3}$ **(no topo)**
Água subterrânea	$\gamma_{sat} = 19\ \mathrm{kN/m^3},\ D_w = 2\ \mathrm{m}$ **(Exemplo 7: $q_u = 514.59$ kPa)**
Segurança	**FS = 3**
Pressão aplicada	**(a) q_{app} = 150 kPa · (b) q_{app} = 200 kPa**

PEDE-SE

$q_{u,net}$, $q_{all,g}$, $q_{all,n}$, Q_{all} e a verificação para cada $q_{applied}$.



Solução

SOLUÇÃO

1 Tensões admissíveis (q = 17.8 kPa)

$$q_{u,net} = 514.59 - 17.8 = 496.79 \text{ kPa}$$

$$q_{all,g} = \frac{514.59}{3} = \mathbf{171.53} \text{ kPa} \qquad q_{all,n} = \frac{496.79}{3} = \mathbf{165.60} \text{ kPa}$$

$$Q_{all} = 171.53(1.5^2) = \mathbf{385.9} \text{ kN}$$

2 Verificação

$$\text{(a) } 150 \leq 171.53 \Rightarrow \textbf{atende}, \; FS_{\text{actual}} = \frac{514.59}{150} = 3.43 \geq 3$$

$$\text{(b) } 200 > 171.53 \Rightarrow \textbf{não atende}, \; FS_{\text{actual}} = \frac{514.59}{200} = 2.57 < 3$$

Para q_{app} = 150 kPa a condição líquida também é satisfeita (132.2 ≤ 165.6 kPa); para 200 kPa, não são satisfeitas nem a condição bruta nem a líquida. Satisfeita a condição bruta, a condição líquida é sempre satisfeita.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Resumo

Pontos-chave

Terzaghi (1943): sapata corrida, rugosa, superficial ($D_f \leq B$); ruptura geral; zona em cunha (I), radial (II) e passiva (III); lados da cunha com $\alpha = \varphi$

Superposição: $P_p = P_{pq} + P_{pc} + P_{p\gamma}$; $q_u = cN_c + qN_q + \frac{1}{2}\gamma B N_\gamma$

$\mathbf{N_q = e^{2(3\pi/4 - \varphi/2)\tan\varphi}/[2\cos^2(45° + \varphi/2)]}$, $\mathbf{N_c = \cot\varphi\,(N_q - 1)}$ (forma fechada), $\mathbf{N_\gamma}$ da tabela de Kumbhojkar ($\varphi = 20°$: 17.69; 7.44; 3.64)

Sapata quadrada: $1.3\,cN_c + qN_q + 0.4\,\gamma B N_\gamma$; **circular**: 0.3; **não drenada**: $N_c = 5.7$, sapata corrida $5.7\,c_u + q$, sapata quadrada $7.41\,c_u + q$

Ruptura local: a mesma equação com $c' = \frac{2}{3}\,c$, $\varphi' = \tan^{-1}(\frac{2}{3}\tan\varphi)$ (exemplo: 520.86 → 237.86 kPa)

O **lençol freático** altera apenas q e γ (3 casos): exemplo 514.59 kPa

Verificação: $q_{app} \leq q_{all,g}$, FS_{actual} e líquido; $Q_{all} = q_{all,g} \cdot A$

Referências bibliográficas

Terzaghi, K. (1943). Theoretical Soil Mechanics. Wiley, New York.

Das, B.M. (2017). Shallow Foundations: Bearing Capacity and Settlement, 3rd ed. CRC Press, Boca Raton — Seções 2.2–2.3; esta página segue a sequência de sua dedução.

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning — Capítulo 16: os casos de lençol freático, o fator de segurança, Tabela 16.1.

Kumbhojkar, A.S. (1993). Numerical evaluation of Terzaghi's Nγ. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 119(3), 598–607.

Prandtl, L. (1921). Über die Eindringungsfestigkeit (Härte) plastischer Baustoffe und die Festigkeit von Schneiden. ZAMM, 1(1), 15–20.

Vesic, A.S. (1973). Analysis of ultimate loads of shallow foundations. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 99(SM1), 45–73.

As figuras desta página foram geradas a partir do próprio mecanismo; as numerações de equações, figuras e tabelas são próprias.

NOTA

Parte das figuras foi extraída da página de Teoria do GeoTerva; todos os exemplos numéricos foram gerados com a biblioteca de cálculo e a tabela do próprio módulo, e o módulo fornece os mesmos valores.

GeoTerva

Cálculos geotécnicos on-line

Da teoria à prática

Calcular passo a passo, no GeoTerva, a fundação do exemplo desta apresentação: o módulo abre com este modelo.

Abrir o módulo →

Página de teoria →

Abrir no celular
Os módulos de teste não exigem cadastro.