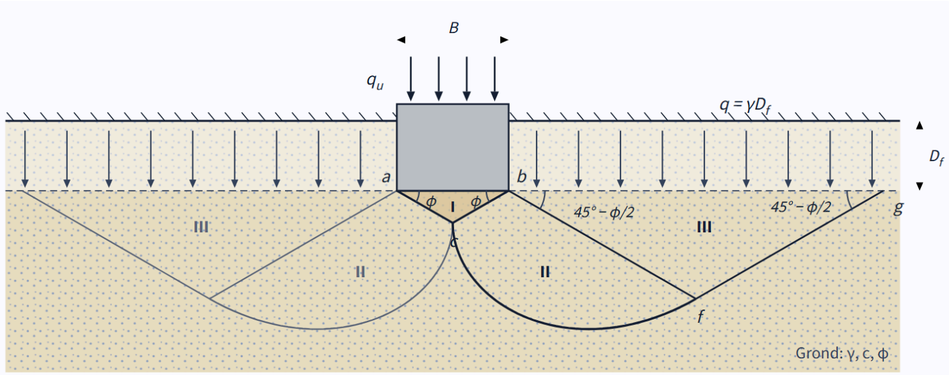
Geotechnische hoorcollegepresentatie · Funderingen

Draagvermogen volgens Terzaghi

College: van het bezwijkmechanisme en de afleiding van Terzaghi naar de coëfficiënten N_q, N_c, N_γ, van vierkante en cirkelvormige funderingen naar lokale afschuiving en grondwater; bij elk onderwerp een rekenvoorbeeld.



- Drie zones
- Logaritmische spiraal
- $N_c \cdot N_q \cdot N_\gamma$
- Vierkante en cirkelvormige fundering
- Lokale afschuiving
- Rekenvoorbeelden

Inleiding

Wat leren we in dit college?

- de **uitgangspunten** van de vergelijking van Terzaghi en het onderscheiden van **algemene / lokale afschuiving** als bezwijkmechanisme
- Het bezwijkmechanisme volgen (**drie zones**, logaritmische spiraal) en de opsplitsing van de passieve kracht in drie delen
- De factoren N_q **en** N_c uit gesloten vormen bepalen en N_γ uit de tabel van Kumbhojkar
- De vergelijking op te schrijven voor een **strook-, vierkante en cirkelvormige** fundering; het ongedraineerde geval ($\varphi = 0$) te behandelen
- Dezelfde vergelijking met c' en φ' toepassen voor **lokale afschuiving**
- De drie gevallen van de **grondwaterstand** en de bruto/netto toelaatbare gronddruk berekenen en de fundering **toetsen**

COLLEGESTRUCTUUR

Elk onderwerp wordt in **drie stappen** behandeld:

1 · **Theorie**: wat is de regel, waarom is dat zo?

2 · **Opgave**: gegeven en gevraagd

3 · **Oplossing**: stap voor stap, met getallen

Voorbeeldfundering, het model dat door de module wordt geopend: een vierkante fundering van 1.5 m × 1.5 m in grond met $c = 15.2$ kPa, $\varphi' = 20°$, $\gamma = 17.8$ kN/m³, $D_f = 1$ m, grondwaterstand op 2 m.

Waarop is de vergelijking van Terzaghi gebaseerd?

THEORIE

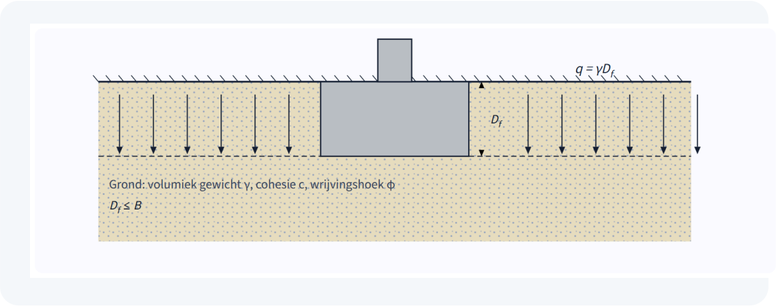
Terzaghi (1943) bepaalde het draagvermogen q_u, dat wil zeggen de gemiddelde druk waarbij de grond onder de fundering door afschuiving bezwijkt, uit een aangenomen bezwijkmechanisme en het evenwicht van de delen daarvan. De afleiding berust op de volgende uitgangspunten:

De fundering is een **lange strook** (vlakke vervormingstoestand), star en met een **ruwe zool**: de grond eronder kan niet langs de zool glijden en zakt als één lichaam samen met de fundering.

De grond onder de zool is **homogeen** en zeer diep; de belasting is **verticaal en centrisch**.

De fundering is **ondiep**, $D_f \leq B$: de grond boven het funderingsvlak neemt niet deel aan het mechanisme en drukt alleen als **deklaagdruk $q = \gamma D_f$**; de schuifsterkte wordt verwaarloosd (een vereenvoudiging aan de veilige kant).

De grond bezwijkt door **algemene afschuiving**; lokale afschuiving wordt daarna behandeld met gereduceerde parameters.



De schuifsterkte volgt Mohr–Coulomb:

$$s = c + \sigma' \tan \varphi$$

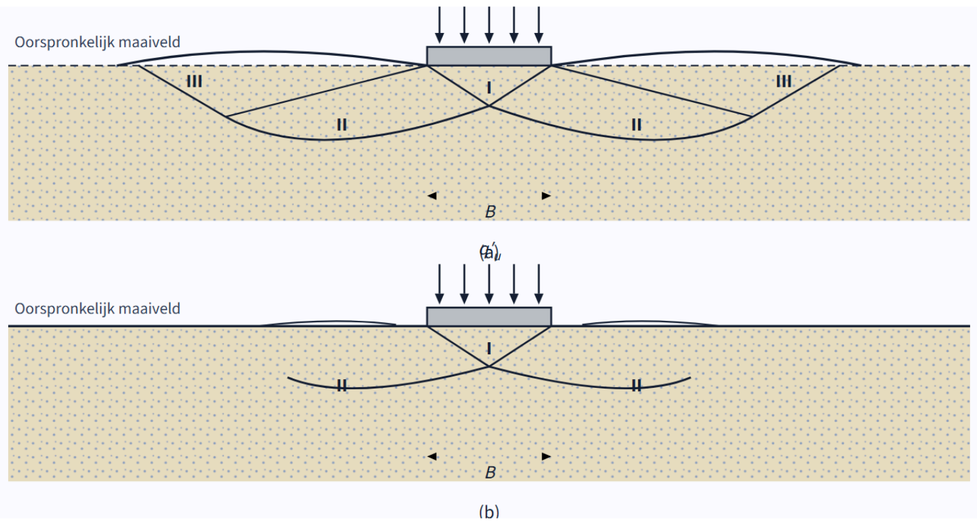
Hoe bezwijkt een fundering?

THEORIE

Belasten we een strookfundering op dicht zand of stijve klei stapsgewijs. De zetting neemt eerst langzaam toe; bij een bepaalde druk loopt de zetting vervolgens weg **zonder toename van de belasting**: er is een doorgaand glijvlak gevormd dat van de rand van de fundering naar het maaiveld loopt, en de grond naast de fundering rijst op. Dit is het bezwijken door **algemene afschuiving** en die druk is $\mathbf{q_u}$.

In **los zand en zachte klei** heeft de curve geen top: na q'_u gaat zij over in een steilere maar nog stijgende rechte; de glijvlakken blijven in de grond, de opbolling is gering: **lokale afschuiving**.

Drie zones onder de fundering: de **wig (I)** die als één lichaam omlaag beweegt, de door de wig weggeduwde **radiale zone (II)** en de omhoog en zijwaarts weggeduwde **passieve zone (III)**. Bij lokale afschuiving ontstaat de wig op dezelfde manier, maar de zones II en III dempen in de grond uit zonder het maaiveld te bereiken.



Drie zones en logaritmische spiraal

THEORIE

Terzaghi verdeelde de grond aan beide zijden in drie zones:

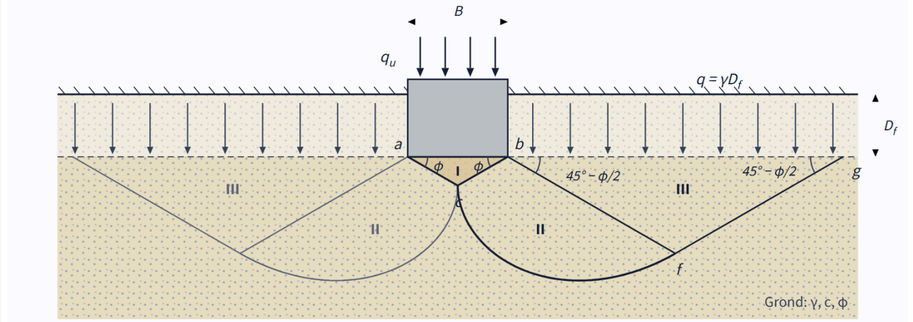
I · wig abc: de ruwe zool is verbonden; de wig zakt rigide mee met de fundering. De zijden ac en bc maken een hoek **α = φ** met de horizontaal.

II · radiale zone bcf (Prandtl): elke straal vanuit b is een glijlijn; de grens cf is een **logaritmische spiraal** met pool b.

III · passieve Rankine-zone bfg: bf en fg zijn rechte glijlijnen die een hoek van 45° − φ/2 met de horizontaal maken.

$$r = r_0\, e^{\theta \tan\varphi} \qquad \theta_1 = \angle cbf = 180^\circ - \varphi - \left(45^\circ - \tfrac{\varphi}{2}\right) = \frac{3\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$$

Eigenschap van de spiraal: in elk punt maakt de straal vanuit de pool een hoek φ met de normaal op de kromme. Daarom **levert de wrijving langs de spiraal geen moment** om de pool en wordt het evenwicht met momenten om deze pool opgesteld.



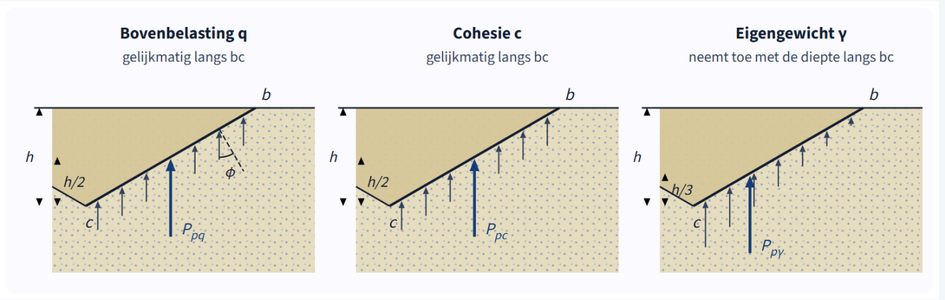
Deze is verticaal en wordt in drie delen gesplitst

THEORIE

De fundering drukt de wig naar beneden; de grond in de zones II en III biedt op elk vlak weerstand met een **passieve kracht P_p**. Omdat de grond langs grond schuift, werkt de volledige wrijvingshoek: P_p maakt een hoek φ met de normaal op het vlak. Omdat vlak bc een hoek φ met de horizontaal maakt, maakt de normaal ervan een hoek φ met de verticaal; de kracht die van deze normaal met φ afwijkt, is **zuiver verticaal**.

P_p is tegelijkertijd afhankelijk van q, c en γ′ en de drie samen leveren geen gesloten oplossing op. Terzaghi bepaalde elk afzonderlijk alsof de andere twee nul waren en **sommeerde** ze (superpositie):

$$P_p = P_{pq} + P_{pc} + P_{p\gamma} \qquad h = \frac{B}{2}\tan\varphi$$



- P_{pq}: alleen bovenbelasting (γ = 0, c = 0) → **N_q**
- P_{pc}: alleen cohesie (γ = 0, q = 0) → **N_c**
- $P_{p\gamma}$: alleen grondgewicht (q = 0, c = 0) → **N_γ**

Momenten om pool b

THEORIE

Bij uitsluitend bovenbelasting ligt de pool in b. Op het massa bcfj werken P_{pq} langs bc, q langs bj, de passieve Rankine-kracht langs jf en de resultante F langs de spiraal; F gaat door de pool en valt uit de momentvergelijking:

$$P_{p(1)} = q\,H_d \tan^2\!\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right) \qquad P_{pq}\frac{B}{4} = q\,\overline{bj}\,\frac{\overline{bj}}{2} + P_{p(1)}\frac{H_d}{2}$$

$$r_0 = \frac{B}{2}\sec\varphi \quad r_1 = r_0\, e^{\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\tan\varphi} \quad \overline{bj} = r_1\cos\left(45^\circ - \tfrac{\varphi}{2}\right) \quad H_d = r_1\sin\left(45^\circ - \tfrac{\varphi}{2}\right)$$

Omdat tan(45° + φ/2) = cot(45° − φ/2), vallen de twee termen gelijk uit: $P_{pq} = (4/B)\, q\, r_1^2 \cos^2(45° - \varphi/2)$. Met het wigewichtevenwicht $\mathbf{q_q\, B = 2\, P_{pq}}$:

$$q_q = qN_q \qquad N_q = \frac{e^{2\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\tan\varphi}}{2\cos^2\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right)}$$

RESULTAAT

Voor φ = 0 is $N_q = 1$: zonder wrijving wordt de bovenbelasting ongewijzigd doorgegeven. Voor φ = 30° is **N_q = 22.46**.

Opgave

VOORBEELD

Gegeven

Grond $\varphi' = 30^\circ$ **en** $\varphi' = 20^\circ$ **(modulesmodel)**

Formule $$N_q = \frac{e^{2(3\pi/4 - \varphi/2)\tan\varphi}}{2\cos^2(45^\circ + \varphi/2)}$$

GEVRAAGD

Zoek voor elke φ′ de waarde van **N_q** uit de gesloten vorm.

Oplossing

OPLOSSING

1 $\varphi' = 30°$ ($3\pi/4 - \varphi/2 = 2.0944$ rad; $\tan 30° = 0.5774$; $45° + 15° = 60°$)

$$N_q = \frac{e^{2(2.0944)(0.5774)}}{2\cos^2 60°} = \frac{e^{2.4184}}{2(0.25)} = \frac{11.228}{0.5} = \mathbf{22.46}$$

2 $\varphi' = 20°$ ($3\pi/4 - \varphi/2 = 2.1817$ rad; $\tan 20° = 0.3640$; $45° + 10° = 55°$)

$$N_q = \frac{e^{2(2.1817)(0.3640)}}{2\cos^2 55°} = \frac{e^{1.5881}}{2(0.3290)} = \frac{4.895}{0.6580} = \mathbf{7.44}$$

$N_q(30°) = \mathbf{22.46}$, $N_q(20°) = \mathbf{7.44}$; voor $\varphi' = 0$ is $N_q = 1$. Dit zijn de waarden uit de tabel van de module.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

$\cot \varphi \, (N_q - 1)$

THEORIE

Bij uitsluitend cohesie ligt de pool opnieuw in b. In het massief bcfj werkt de cohesiekracht C = c·bc (langs een straal, momentloos), op jf werkt de cohesieve passieve Rankine-kracht en langs de spiraal werkt c. Het spiralelement is ds = r sec φ dθ en het moment ervan is c r² dθ:

$$P_{p(2)} = 2cH_d \tan\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right) \qquad M_c = \int_0^{\theta_1} c\, r^2 d\theta = \frac{c}{2\tan\varphi}\left(r_1^2 - r_0^2\right)$$

Uit het momentenevenwicht P_{pc} B/4 = $P_{p(2)}$ H_d/2 + M_c wordt P_{pc} gevonden; uit het wigevenwicht **q_c B = 2 C sin φ + 2 P_{pc}** (de verticale component van C). Met de twee identiteiten vallen de termen tussen haakjes weg:

$$q_c = c\cot\varphi\left[\frac{e^{2\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\tan\varphi}}{2\cos^2\left(45^\circ+\frac{\varphi}{2}\right)} - 1\right] = c\cot\varphi\,(N_q - 1) = cN_c$$

$$N_c = \cot\varphi\,(N_q - 1)$$

RESULTAAT

Voor φ → 0 geldt N_c → 3π/2 + 1 = 5.71; de waarde van Terzaghi bij φ = 0 is **5.7** (een andere methode dan de 5.14 van Prandtl). Voor φ = 30° geldt **N_c = 37.16**.

Opgave

VOORBEELD

Gegeven

Grond	$\varphi' = 30^\circ$ **en** $\varphi' = 20^\circ$
Vorig voorbeeld	$N_q(30^\circ) = 22.46,\ N_q(20^\circ) = 7.44$

GEVRAAGD

Bepaal de waarden van $\mathbf{N_c}$ met $N_c = \cot \varphi\ (N_q - 1)$; schrijf de limiet voor $\varphi \to 0$ op.

Oplossing

OPLOSSING

1 φ′ = 30° en φ′ = 20°

$$N_c(30^\circ) = \frac{22.46 - 1}{0.5774} = \mathbf{37.16} \qquad N_c(20^\circ) = \frac{7.44 - 1}{0.3640} = \mathbf{17.69}$$

2 φ → 0-grens

$$N_c \to \frac{3\pi}{2} + 1 = \mathbf{5.71} \approx 5.7 \text{ (waarde van Terzaghi)}$$

$N_c(30°)$ = **37.16**, $N_c(20°)$ = **17.69**. Bij dezelfde φ′ is N_c veel groter dan N_q: de cohesieterm domineert bij lage φ′.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Proefpool en de coëfficiënt zonder gesloten vorm

THEORIE

Met het gewicht is de spiraal bij pool b niet meer maatgevend: pool O wordt **proefondervindelijk** verschoven langs het verlengde van lijn fb voorbij b; elke positie geeft een nieuwe spiraal en een nieuw massief bcfj. Momenten om O:

$$P_{p\gamma} = \frac{W\, l_w + P_{p(3)}\, l_R}{l_p} \qquad P_{p(3)} = \tfrac{1}{2}\gamma H_d^2 \tan^2\!\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right)$$

De kleinste $P_{p\gamma}$ is de waarde die de grond ontwikkelt. De wig draagt nu ook zijn eigen gewicht: W_W = ½ B h γ = (B²/4) γ tan φ. Als $P_{p\gamma}$ = ⅛ γ B² $K_{p\gamma}$ tan²φ wordt geschreven ($K_{p\gamma}$ hangt alleen van φ af):

$$q_\gamma B = 2P_{p\gamma} - W_w \;\Rightarrow\; q_\gamma = \tfrac{1}{2}\gamma B\, N_\gamma \qquad N_\gamma = \tfrac{1}{2}K_{p\gamma}\tan^2\varphi - \tfrac{1}{2}\tan\varphi$$

Omdat $K_{p\gamma}$ uit een iteratieve verkleining volgt, **bestaat er geen gesloten vorm voor N_γ**; deze wordt voor elke φ numeriek berekend. De module gebruikt de waarden van **Kumbhojkar (1993)** (Tabel 1) en interpoleert lineair ertussen: voor φ = 30° is N_γ = 19.13.

WAAROM EEN TABEL?

N_c en N_q volgen uit gesloten uitdrukkingen. N_γ daarentegen is het resultaat van een minimalisatie: hoewel op dezelfde wijze afgeleid, bestaat er geen algemeen gebruikte formule.

Opgave

VOORBEELD

Gegeven

Grond	$\varphi' = 20^\circ$ **(modulemodel) en** 30°**; tevens** 22.5°
Bron	**Kumbhojkar (1993) Tabel 1: $N_\gamma(22°) = 5.09$, $N_\gamma(23°) = 6.00$**

GEVRAAGD

$N_\gamma(20°)$, $N_\gamma(30°)$; hieruit $K_{p\gamma}$; en $N_\gamma(22.5°)$ (lineaire interpolatie).

Oplossing

OPLOSSING

1 Tabel 1 ($N_\gamma = ½\, K_{p\gamma} \tan^2\varphi - ½ \tan\varphi \Rightarrow K_{p\gamma} = (2N_\gamma + \tan\varphi)/\tan^2\varphi$)

$$N_\gamma(20^\circ) = 3.64 \;\Rightarrow\; K_{p\gamma} = \frac{2(3.64) + 0.3640}{0.3640^2} = 57.7$$

$$N_\gamma(30^\circ) = 19.13 \;\Rightarrow\; K_{p\gamma} = \frac{2(19.13) + 0.5774}{0.5774^2} = 116.5$$

2 $\varphi' = 22.5°$: halverwege tussen 22° en 23° (t = 0.5)

$$N_\gamma = 5.09 + 0.5(6.00 - 5.09) = \mathbf{5.545}$$

$N_\gamma(20°) = \mathbf{3.64}$, $N_\gamma(30°) = \mathbf{19.13}$; $K_{p\gamma}$ 57.7 → 116.5. De module interpoleert N_c en N_q eveneens lineair uit dezelfde tabel: bij 22.5° is $N_c = 21.01$, $N_q = 9.71$.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Som van de drie delen en tabel 1

THEORIE

De som van de drie termen geeft het draagvermogen van de **strookfundering** op een samenhangende, wrijvingsrijke grond met volumiek gewicht:

$$q_u = q_c + q_q + q_\gamma = c\,N_c + q\,N_q + \tfrac{1}{2}\gamma B\,N_\gamma$$

N_q, N_c, N_γ hangen **alleen van φ** af; Tabel 1 geeft de waarden die de module gebruikt.

Superpositie is niet exact: N_q en N_c volgen uit spiralen met de pool aan de rand van de fundering, N_γ uit een spiraal met de pool in O. De som van afzonderlijk geminimaliseerde delen kan niet groter zijn dan het minimum van het gecombineerde probleem; de fout is **aan de veilige kant**.

Proeven tonen aan dat de randen van de wig niet onder φ maar onder ongeveer **45° + φ/2** staan. De coëfficiënten van Terzaghi (en deze module) houden α = φ aan; de wig onder 45° + φ/2 vormt de basis van de Prandtl–Reissner-coëfficiënten (modules Meyerhof, Hansen, Vesic) en daarom verschillen hun waarden voor N_c en N_q.

TABEL 1 (Terzaghi)

φ′ (°)	N_c	N_q	N_γ
0	5.70	1.00	0.00
5	7.34	1.64	0.14
10	9.60	2.69	0.56
15	12.86	4.45	1.52
20	17.69	7.44	3.64
25	25.13	12.72	8.34
30	37.16	22.46	19.13
35	57.75	41.44	45.41
40	95.66	81.27	116.31
45	172.29	173.29	325.34
50	347.51	415.15	1,072.80

Opgave

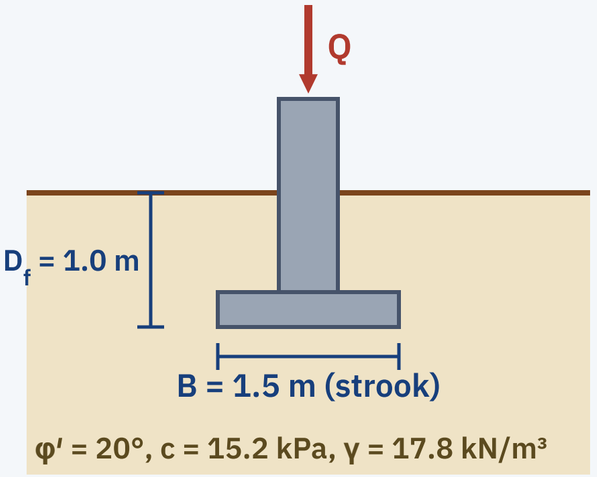
VOORBEELD

Gegeven

Fundering	**strook (continu), B = 1.5 m, D_f = 1.0 m**
Grond	$c = 15.2\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 20^\circ,\ \gamma = 17.8\ \mathrm{kN/m^3}$
Grondwater	**geen (op diepte)**
Tabel 1 (20°)	**N_c = 17.69, N_q = 7.44, N_γ = 3.64**

GEVRAAGD

Bepaal de waarden van **q_u** en **Q_u** per eenheid van lengte.



Oplossing

OPLOSSING

1 Deklaagdruk q = γ D_f = 17.8 × 1.0 = 17.8 kPa; geen vormfactor voor de strook

$$q_u = 15.2(17.69) + 17.8(7.44) + \tfrac{1}{2}(17.8)(1.5)(3.64)$$
$$= 268.89 + 132.43 + 48.59 = \mathbf{449.91}\ \mathrm{kPa}$$

2 Belasting per eenheid van lengte

$$Q_u = q_u B = 449.91(1.5) = \mathbf{674.9}\ \mathrm{kN/m}$$

Draagvermogen van de strookfundering **449.9 kPa**: cohesieterm 60%, bovenbelasting 29%, eigen gewicht 11%.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Semi-empirische vormfactoren

THEORIE

Onder een vierkante of cirkelvormige fundering verkeert de grond niet in een vlakke vervormingstoestand; de afleiding kan niet rechtstreeks worden toegepast. Terzaghi stelde **semi-empirische coëfficiënten** voor bij de cohesie- en volumiek-gewichttermen:

$$q_u = 1.3\,c\,N_c + q\,N_q + 0.4\,\gamma B\,N_\gamma \qquad (\text{vierkant, B} \times \text{B})$$

$$q_u = 1.3\,c\,N_c + q\,N_q + 0.3\,\gamma B\,N_\gamma \qquad (\text{cirkel, diameter B})$$

Ongedraineerde belasting in verzadigde klei (φ = 0, c = c_u; N_c = 5.7, N_q = 1, N_γ = 0):

$$q_u = 5.7\,c_u + q\ (\text{strook}) \qquad q_u = 1.3 \times 5.7\,c_u + q = 7.41\,c_u + q\ (\text{vierkant, cirkel})$$

De optie **Vorm** van de module selecteert deze factoren. Terzaghi heeft geen factoren voor een rechthoekige fundering gegeven; dat geval wordt gedekt door de algemene draagvermogensvergelijking met vormfactoren (Meyerhof, Hansen, Vesic).

COËFFICIËNTEN

Fundering	c N_c	γ B N_γ	B
strook	1	0.5	breedte
vierkant	1.3	0.4	rand
cirkel	1.3	0.3	diameter

Opgave

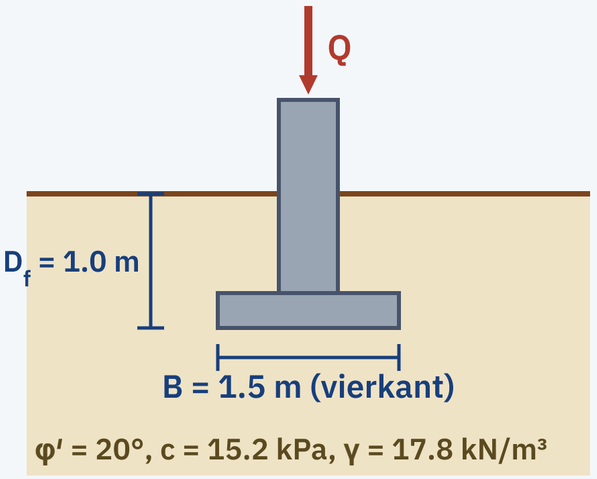
VOORBEELD

Gegeven

Fundering	**vierkant, B = L = 1.5 m, aanlegdiepte D_f = 1.0 m**
Grond	$c = 15.2\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 20^\circ$
Volumiek gewicht	$\gamma = 17.8\ \mathrm{kN/m^3}$ **(boven)**
Grondwater	**geen (op diepte)**
Vergelijking	**cirkel, diameter B = 1.5 m; tevens klei: φ = 0, c_u = 40 kPa, γ = 18 kN/m³, D_f = 1 m**

GEVRAAGD

q_u en **Q_u** voor het vierkant en de cirkel; **q_u** voor de strook en het vierkant in klei.



Oplossing (1/2)

OPLOSSING

1 Vierkant (0.4) en cirkel (0.3); $N_c = 17.69$, $N_q = 7.44$, $N_\gamma = 3.64$

$$\text{vierkant}: \quad q_u = 1.3(15.2)(17.69) + 17.8(7.44) + 0.4(17.8)(1.5)(3.64)$$
$$= 349.55 + 132.43 + 38.88 = \mathbf{520.86}\ \text{kPa}$$
$$\text{cirkel}: \quad q_u = 349.55 + 132.43 + 0.3(17.8)(1.5)(3.64) = \mathbf{511.14}\ \text{kPa}$$

2 Belastingen

$$Q_u^{square} = q_u B^2 = 520.86(2.25) = \mathbf{1{,}171.9}\ \text{kN}$$
$$Q_u^{circle} = q_u \frac{\pi B^2}{4} = 511.14(1.767) = \mathbf{903.3}\ \text{kN}$$

De q_u van de vierkante fundering is slechts 1.9% hoger dan die van de cirkelvormige (alleen de γ-term verschilt).

Oplossing (2/2)

OPLOSSING

3 Ongedraineerde klei (q = 18 × 1 = 18 kPa; N_c = 5.7)

$$\text{strook}: \quad q_u = 5.7(40) + 18 = \mathbf{246.0}\ \text{kPa}$$

$$\text{vierkant, cirkelvormig}: \quad q_u = 1.3(5.7)(40) + 18 = 7.41(40) + 18 = \mathbf{314.4}\ \text{kPa}$$

Fundering	term c N_c	q	q_u (kPa)
strook	228.0	18.0	**246.0**
vierkant / cirkel	296.4	18.0	**314.4**

In klei komt het draagvermogen vrijwel uitsluitend uit de cohesie; vierkante en cirkelvormige funderingen dragen **28%** meer dan een strookfundering (factor 1.3).

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Dezelfde vergelijking, gereduceerde c en φ

THEORIE

Wanneer de grond bezwijkt door lokale afschuiving, ontwikkelt het mechanisme zich niet volledig en wordt slechts een deel van de sterkte gemobiliseerd. Terzaghi behield **dezelfde vergelijkingen** en verlaagde de sterkteparameters:

$$c' = \tfrac{2}{3}\,c \qquad \varphi' = \tan^{-1}\left(\tfrac{2}{3}\tan\varphi\right)$$

De gecorrigeerde N'_c, N'_q, N'_γ zijn dezelfde functies geëvalueerd bij φ′ (tabel 3):

$$q_u = c' N'_c + q N'_q + \tfrac{1}{2}\gamma B N'_\gamma \ \text{(strook)} \qquad q_u = 1.3\,c' N'_c + q N'_q + 0.4\,\gamma B N'_\gamma \ \text{(vierkant)}$$

Omdat c′ = ⅔ c wordt de cohesieterm voor vierkante en cirkelvormige funderingen 1.3 × ⅔ = **0.867 c N'_c**.

Voor zand stelde Vesic (1973) een reductie voor die afhangt van de relatieve dichtheid in plaats van een vaste ⅔: **φ′ = tan⁻¹(k tan φ)**, k = 0.67 + D_r − 0.75 D_r^2 (0 ≤ D_r ≤ 0.67).

TABEL 3 (lokale afschuiving)

φ (°)	φ′ (°)	N'_c	N'_q	N'_γ
10	6.70	8.03	1.94	0.25
15	10.13	9.67	2.73	0.58
20	13.64	11.86	3.88	1.18
25	17.27	14.82	5.61	2.29
30	21.05	18.99	8.31	4.35
35	25.02	25.18	12.75	8.38
40	29.22	34.89	20.53	16.84

Opgave

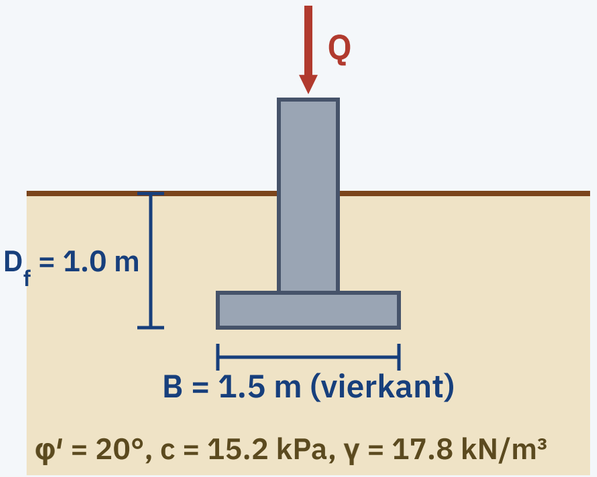
VOORBEELD

Gegeven

Fundering	**vierkant, B = L = 1.5 m, aanlegdiepte D_f = 1.0 m**
Grond	$c = 15.2\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 20^\circ$
Volumiek gewicht	$\gamma = 17.8\ \mathrm{kN/m^3}$ **(boven)**
Grondwater	**geen (op diepte)**
Bezwijkvorm	**lokale afschuiving**

GEVRAAGD

c′, φ′, gecorrigeerde coëfficiënten en q_u; de verhouding tot algemene afschuiving.



Oplossing (1/2)

OPLOSSING

1 Gereduceerde sterkte (tan 20° = 0.3640)

$$\varphi' = \tan^{-1}\left(\tfrac{2}{3}\cdot 0.3640\right) = \mathbf{13.64}^\circ \qquad c' = \tfrac{2}{3}(15.2) = \mathbf{10.13}\ \mathrm{kPa}$$

2 Tabel 3 (φ′ = 13.64°, door interpolatie)

$$N_c' = \mathbf{11.86} \qquad N_q' = \mathbf{3.88} \qquad N_\gamma' = \mathbf{1.18}$$

Oplossing (2/2)

OPLOSSING

3 Vierkante fundering (q = 17.8 kPa)

$$q_u = 1.3(10.13)(11.86) + 17.8(3.88) + 0.4(17.8)(1.5)(1.18)$$
$$= 156.20 + 69.05 + 12.61 = \mathbf{237.86}\ \text{kPa}$$

Bij lokale afschuiving is q_u = **237.86 kPa**, slechts **46%** van die bij algemene afschuiving (520.86 kPa). In losse of zachte grond neemt deze reductie **meer dan de helft** weg.



Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Water wijzigt alleen q en γ

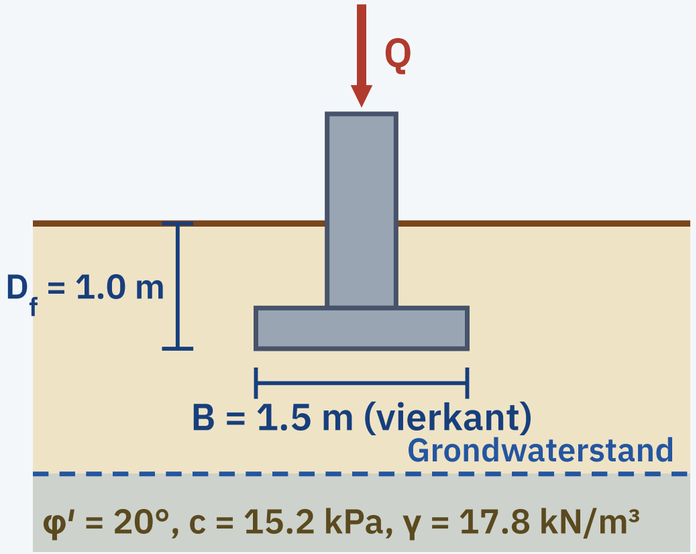
THEORIE

De afleiding veronderstelt de grondwaterstand zeer diep. Water dicht bij het funderingsvlak verandert twee zaken: de **bovenbelasting q** en het **volumiek gewicht** in de term ½γBN$_\gamma$; nooit de factoren. Onder de grondwaterstand is het effectief volumiek gewicht γ′ = γ$_{sat}$ − γ$_w$ (γ$_w$ = 9.81). De module onderscheidt drie gevallen (D$_w$ is de diepte vanaf het maaiveld):

$$\text{I } (D_w \le D_f):\ q = \gamma D_w + \gamma'(D_f - D_w),\ \ \gamma \to \gamma' \text{ (derde term)}$$

$$\text{III } (D_w > D_f):\ q = \gamma D_f,\ \ \bar{\gamma} = \frac{1}{B}\left[\gamma D + \gamma'(B - D)\right],\ D = D_w - D_f \le B$$

D$_w$ = D$_f$ (geval II) is een speciaal geval van I: q = γ D$_f$, met γ′ in de derde term. Wanneer het funderingsvlak dieper dan één B onder het maaiveld ligt (D > B), bevindt het water zich onder de breukzone en wordt de vergelijking gebruikt alsof er geen water is.



Opgave

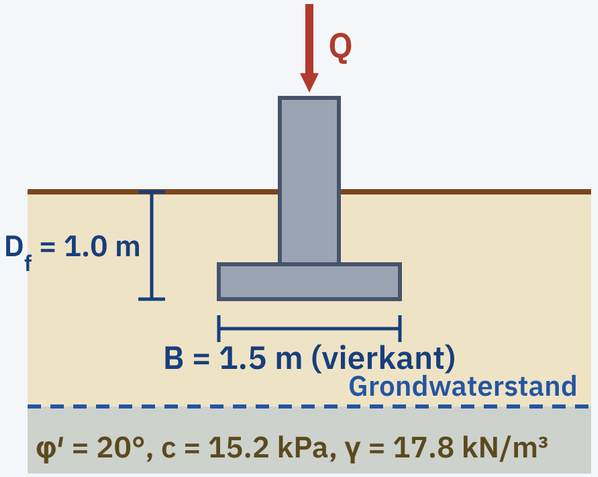
VOORBEELD

Gegeven

Fundering	**vierkant, B = L = 1.5 m, aanlegdiepte D_f = 1.0 m**
Grond	$c = 15.2\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 20^\circ$
Volumiek gewicht	$\gamma = 17.8\ \mathrm{kN/m^3}$ **(boven)**
Grondwater	$\gamma_{sat} = 19\ \mathrm{kN/m^3}$; $D_w = 0.5;\ 1.0;\ 2.0$ **en** $3.5\ \mathrm{m}$

GEVRAAGD

Bepaal voor elk geval **q**, het volumiek gewicht in de derde term en $\mathbf{q_u}$ van de vierkante fundering.



Oplossing (1/3)

OPLOSSING

1 $\gamma' = 19 - 9.81 = 9.19$ kN/m³. Geval I ($D_w = 0.5$) en II ($D_w = D_f = 1.0$)

$$D_w = 0.5: \; q = 17.8(0.5) + 9.19(0.5) = \mathbf{13.495}\ \mathrm{kPa},\ \gamma' = 9.19$$

$$D_w = 1.0: \; q = 17.8(1.0) = \mathbf{17.8}\ \mathrm{kPa},\ \gamma' = 9.19$$

2 Geval III ($D_w = 2.0 \Rightarrow D = 1.0 \leq B = 1.5$) en water zonder invloed ($D_w = 3.5 \Rightarrow D = 2.5 > B$)

$$D_w = 2.0: \; \bar{\gamma} = \frac{1}{1.5}\left[17.8(1.0) + 9.19(0.5)\right] = \mathbf{14.93}\ \mathrm{kN/m^3},\ q = 17.8\ \mathrm{kPa}$$

$$D_w = 3.5: \; q = 17.8,\ \gamma = 17.8$$

Oplossing (2/3)

OPLOSSING

3 q_u voor D_w = 2.0 m (vierkant; eerste en tweede term ongewijzigd)

$$q_u = 1.3(15.2)(17.69) + 17.8(7.44) + 0.4(14.93)(1.5)(3.64)$$
$$= 349.55 + 132.43 + 32.61 = \mathbf{514.59}\ \mathrm{kPa}$$

Het model waarmee de module opent (D_w = 2 m, geval III): q_u = **514.59 kPa**; zonder water zou dit 520.86 kPa zijn.

Oplossing (3/3)

OPLOSSING

D_w (m)	Toestand	q (kPa)	γ derde term	q_u (kPa)
0.5	I	13.50	9.19	**470.0**
1.0	II	17.80	9.19	**502.1**
2.0	III	17.80	14.93	**514.6**
3.5	verwaarloosbaar	17.80	17.80	**520.9**

Bij water op 0.5 m is q_u = 470, bij diep water 521 kPa (10% verschil). De cohesieterm (349.6 kPa) verandert nooit: **water komt alleen binnen via q en γ**.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Bruto en netto, aangebrachte druk

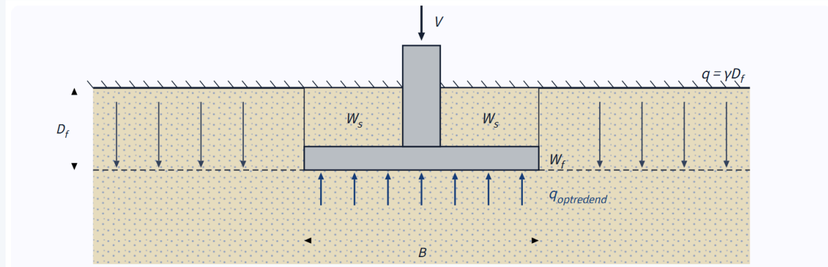
THEORIE

q_u is de druk bij bezwijken. De module deelt deze door de veiligheidsfactor FS en houdt de **bruto** en **netto** druk gescheiden. De netto druk is de druk die de fundering **toevoegt** boven de bovenbelasting q die vóór de ontgraving op het funderingsvlak aanwezig was:

$$q_{u,net} = q_u - q \qquad q_{all,g} = \frac{q_u}{FS} \qquad q_{all,n} = \frac{q_{u,net}}{FS}$$

De aangebrachte druk q_{aan} is de **verticale bruto druk** op de funderingszool onder gebruikslasten: de kolomlast V, het funderingsgewicht W_f en de grond boven de fundering W_s, gedeeld door het oppervlak van de zool (vierkant B^2, cirkel $\pi B^2/4$, strook B). De fundering is toelaatbaar onder de volgende voorwaarden:

$$q_{apply} = \frac{V + W_f + W_s}{A} \leq q_{all,g} \qquad FS_{\text{werkelijk}} = \frac{q_u}{q_{apply}} \qquad q_{apply} - q \leq q_{all,n}$$



Als q ≥ 0 en FS ≥ 1, is **de bruto toets maatgevend**: voldoet deze, dan voldoet de netto toets ook. Als q_{app} niet wordt ingevoerd, geeft de module alleen de capaciteiten. FS ≈ 3 is gebruikelijk; dit ondervangt vooral de onzekerheid van de sterkteparameters, meer dan die van de theorie.

Opgave

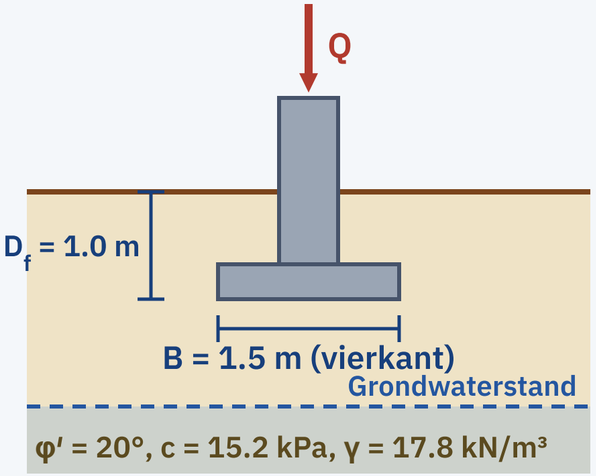
VOORBEELD

Gegeven

Fundering	**vierkant, B = L = 1.5 m, aanlegdiepte D_f = 1.0 m**
Grond	$c = 15.2\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 20^\circ$
Volumiek gewicht	$\gamma = 17.8\ \mathrm{kN/m^3}$ **(boven)**
Grondwater	$\gamma_{sat} = 19\ \mathrm{kN/m^3},\ D_w = 2\ \mathrm{m}$ **(Voorbeeld 7: $q_u = 514.59$ kPa)**
Veiligheid	**FS = 3**
Aangebrachte druk	**(a) q_{app} = 150 kPa · (b) q_{app} = 200 kPa**

GEVRAAGD

$q_{u,net}$, $q_{all,g}$, $q_{all,n}$, Q_{all} en de toets voor elke $q_{opgelegd}$.



Oplossing

OPLOSSING

1 Toelaatbare drukken (q = 17.8 kPa)

$$q_{u,net} = 514.59 - 17.8 = 496.79 \text{ kPa}$$

$$q_{all,g} = \frac{514.59}{3} = \mathbf{171.53} \text{ kPa} \qquad q_{all,n} = \frac{496.79}{3} = \mathbf{165.60} \text{ kPa}$$

$$Q_{all} = 171.53(1.5^2) = \mathbf{385.9} \text{ kN}$$

2 Toets

$$\text{(a) } 150 \leq 171.53 \Rightarrow \textbf{geldig}, \; FS_{\text{werkelijk}} = \frac{514.59}{150} = 3.43 \geq 3$$

$$\text{(b) } 200 > 171.53 \Rightarrow \textbf{voldoet niet}, \; FS_{\text{werkelijk}} = \frac{514.59}{200} = 2.57 < 3$$

Voor q_{uyg} = 150 kPa is ook aan de netto voorwaarde voldaan (132.2 ≤ 165.6 kPa); bij 200 kPa wordt noch aan de bruto noch aan de netto voorwaarde voldaan. Wanneer aan de bruto voorwaarde is voldaan, is altijd aan de netto voorwaarde voldaan.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Samenvatting

Belangrijkste punten

Terzaghi (1943): strookfundering, ruw, ondiep ($D_f \leq B$); algemene afschuiving; wig (I), radiale (II) en passieve (III) zone; wiggrenzen onder $\alpha = \varphi$

Superpositie: $P_p = P_{pq} + P_{pc} + P_{p\gamma}$; $q_u = cN_c + qN_q + \tfrac{1}{2}\gamma B N_\gamma$

$\mathbf{N_q = e^{2(3\pi/4 - \varphi/2)\tan\varphi}/[2\cos^2(45° + \varphi/2)]}$, $\mathbf{N_c = \cot\varphi\,(N_q - 1)}$ (gesloten), $\mathbf{N_\gamma}$ uit de tabel van Kumbhojkar ($\varphi = 20°$: 17.69; 7.44; 3.64)

Vierkant: 1.3 $cN_c + qN_q + 0.4\,\gamma B N_\gamma$; **cirkel**: 0.3; **ongedraineerd**: $N_c = 5.7$, strook $5.7\,c_u + q$, vierkant $7.41\,c_u + q$

Lokale afschuiving: dezelfde vergelijking met $c' = \tfrac{2}{3}\,c$, $\varphi' = \tan^{-1}(\tfrac{2}{3}\tan\varphi)$ (voorbeeld: 520.86 → 237.86 kPa)

Grondwater verandert alleen q en γ (3 gevallen): voorbeeld 514.59 kPa

Toets: $q_{app} \leq q_{all,g}$, $FS_{werkelijk}$ en netto; $Q_{all} = q_{all,g} \cdot A$

Literatuur

Terzaghi, K. (1943). Theoretical Soil Mechanics. Wiley, New York.

Das, B.M. (2017). Shallow Foundations: Bearing Capacity and Settlement, 3rd ed. CRC Press, Boca Raton — Sections 2.2–2.3; deze pagina volgt de volgorde van de daarin opgenomen afleiding.

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning — Chapter 16: de grondwatergevallen, de veiligheidsfactor, Tabel 16.1.

Kumbhojkar, A.S. (1993). Numerical evaluation of Terzaghi's Nγ. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 119(3), 598–607.

Prandtl, L. (1921). Über die Eindringungsfestigkeit (Härte) plastischer Baustoffe und die Festigkeit von Schneiden. ZAMM, 1(1), 15–20.

Vesic, A.S. (1973). Analysis of ultimate loads of shallow foundations. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 99(SM1), 45–73.

De afbeeldingen op deze pagina zijn getekend op basis van het mechanisme zelf; de vergelijkings-, figuur- en tabelnummers zijn eigen aan deze tekst.

OPMERKING

Een deel van de figuren is overgenomen van de Theoriepagina van GeoTerva; alle numerieke voorbeelden zijn geproduceerd met de eigen berekeningsbibliotheek en tabel van de module, en de module geeft dezelfde waarden.

GeoTerva

Online geotechnische berekeningen

Van theorie naar praktijk

Bereken de voorbeeldfundering uit dit college stap voor stap in GeoTerva: de module opent met dit model.

Module openen →

Theoriepagina →

Openen op de smartphone

Proefmodules vereisen geen registratie.

Wilt u ze in uw colleges gebruiken: info@geoterva.com