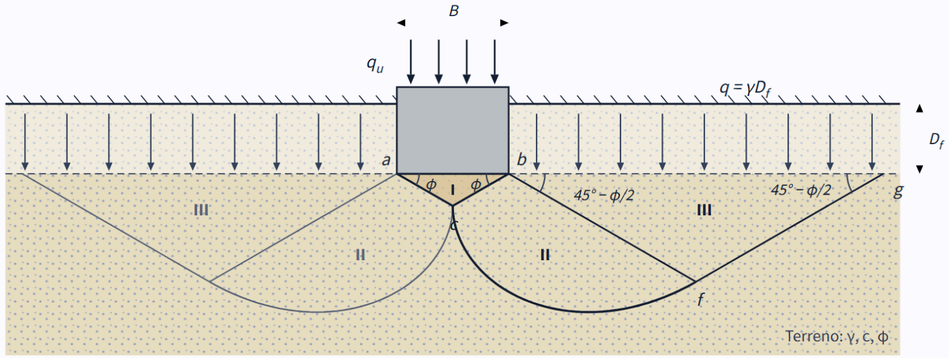
Presentazione didattica di geotecnica · Fondazioni

Capacità portante secondo Terzaghi

Lezione: dal meccanismo di rottura di Terzaghi e dalla sua derivazione ai coefficienti N_q, N_c, N_γ, dalle fondazioni quadrate e circolari alla rottura locale e alla falda freatica; un esempio di calcolo per ogni argomento.

Tre zone · Spirale logaritmica · $N_c \cdot N_q \cdot N_\gamma$ · Fondazione quadrata e circolare · Rottura locale · Esempi di calcolo



Introduzione

Che cosa si impara in questa lezione?

- le **ipotesi** dell'equazione di Terzaghi e come distinguere la rottura per **taglio generale / locale**
- Seguire il meccanismo di collasso (**tre zone**, spirale logaritmica) e la scomposizione della forza passiva in tre parti
- determinare i fattori $\mathbf{N_q}$ **e** $\mathbf{N_c}$ mediante espressioni in forma chiusa e $\mathbf{N_\gamma}$ dalla tabella di Kumbhojkar
- Scrivere l'equazione per la fondazione **continua, quadrata, circolare**; trattare il caso non drenato ($\varphi = 0$)
- Applicare la stessa equazione con c' e φ' per la **rottura locale**
- Calcolare le tre condizioni della **falda freatica** e la pressione ammissibile lorda/netta e **verificare** la fondazione

SVOLGIMENTO DELLA LEZIONE

Ogni argomento è trattato in **tre passaggi**:

1 · **Teoria**: qual è la regola e perché è così?

2 · **Traccia**: dati e richiesto

3 · **Soluzione**: passo per passo, con i numeri

Fondazione di esempio, il modello aperto dal modulo: fondazione quadrata 1.5 m × 1.5 m in un terreno con c = 15.2 kPa, $\varphi' = 20°$, $\gamma = 17.8$ kN/m³, $D_f = 1$ m, falda freatica a 2 m.

Su che cosa si basa l'equazione di Terzaghi?

TEORIA

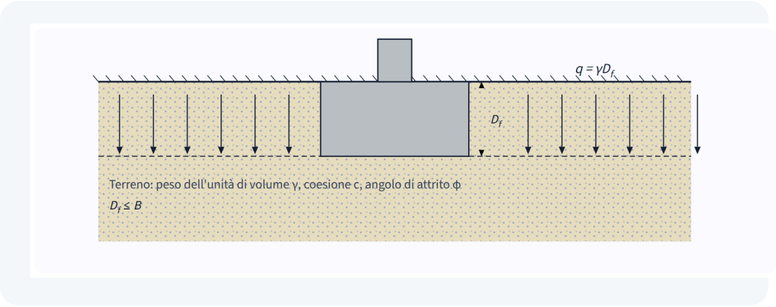
Terzaghi (1943) ricavò la capacità portante q_u, ossia la pressione media alla quale il terreno sotto la fondazione raggiunge la rottura per taglio, da un meccanismo di collasso ipotizzato e dall'equilibrio delle sue parti. La deduzione si basa sulle seguenti ipotesi:

La fondazione è una **striscia lunga** (deformazione piana), rigida e **a base scabra**: il terreno sottostante non può scorrere alla base e discende come un unico corpo insieme alla fondazione.

Il terreno sotto la base è **omogeneo** e molto profondo; il carico è **verticale e centrato**.

La fondazione è **superficiale**, $D_f \le B$: il terreno al di sopra del piano di posa non partecipa al meccanismo e agisce solo come **sovraccarico $q = \gamma D_f$**; la resistenza al taglio è trascurata (semplificazione a favore di sicurezza).

Il terreno collassa per **rottura generale**; la rottura locale è trattata successivamente con parametri ridotti.



La resistenza al taglio segue il criterio di Mohr–Coulomb:

$$s = c + \sigma' \tan \varphi$$

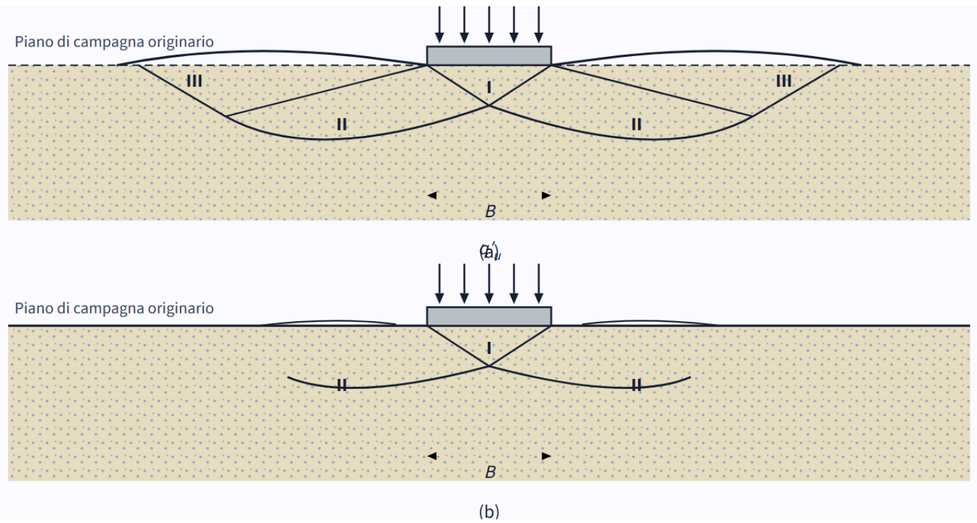
Come giunge a rottura la fondazione?

TEORIA

Si carichi per gradi una fondazione continua su sabbia densa o argilla dura. Il cedimento dapprima aumenta lentamente; poi, a una certa pressione, il cedimento fugge **senza aumento di carico**: si è formata una superficie di scorrimento continua che si estende dal bordo della fondazione alla superficie, e il terreno rigonfia a lato della fondazione. È la rottura per **scorrimento generale** e quella pressione è $\mathbf{q_u}$.

In **sabbia sciolta e argilla tenera** la curva non presenta un picco: dopo q'_u passa a una retta più ripida ma ancora crescente; le superfici di scorrimento restano all'interno del terreno, il rigonfiamento è modesto: **rottura locale**.

Tre zone sotto la fondazione: il **cuneo (I)** che si abbassa come un corpo unico, la **zona radiale (II)** spinta dal cuneo e la **zona passiva (III)** spinta verso l'alto e lateralmente. Nella rottura locale il cuneo si forma allo stesso modo, ma le zone II e III si esauriscono nel terreno senza raggiungere la superficie.



(b)

Tre zone e spirale logaritmica

TEORIA

Terzaghi suddivise il terreno ai due lati in tre zone:

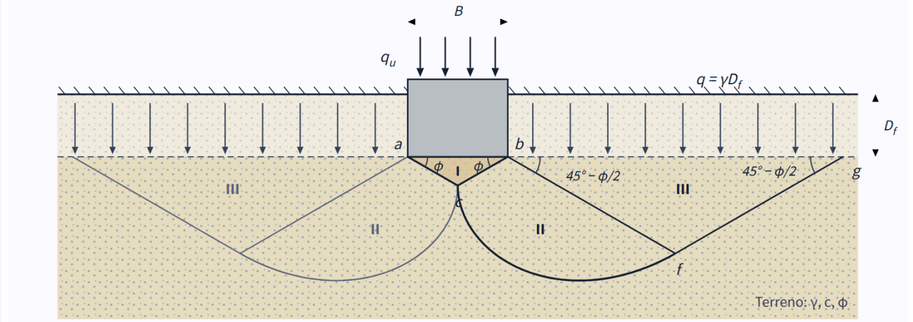
I · cuneo abc: la base scabra è aderente; si abbassa rigidamente insieme alla fondazione. I suoi lati ac e bc formano **α = φ** con l'orizzontale.

II · zona radiale bcf (Prandtl): ogni raggio uscente da b è una linea di scorrimento; il contorno cf è un arco di **spirale logaritmica** con polo in b.

III · zona passiva di Rankine bfg: bf e fg sono linee di scorrimento rettilinee che formano 45° − φ/2 con l'orizzontale.

$$r = r_0\, e^{\theta \tan\varphi} \qquad \theta_1 = \angle cbf = 180^\circ - \varphi - \left(45^\circ - \tfrac{\varphi}{2}\right) = \frac{3\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$$

Proprietà della spirale: in ogni punto il raggio tracciato dal polo forma un angolo φ con la normale alla curva. Pertanto l'attrito lungo la spirale **non genera momento** rispetto al polo, e l'equilibrio si scrive con i momenti intorno a tale polo.



È verticale e si divide in tre parti

TEORIA

La fondazione spinge il cuneo verso il basso; il terreno delle zone II e III oppone resistenza su ciascuna faccia con una **forza passiva P_p**. Poiché il terreno scorre contro il terreno, agisce l'angolo di attrito completo: P_p forma un angolo φ con la normale alla faccia. Poiché la faccia bc forma un angolo φ con l'orizzontale, la sua normale forma un angolo φ con la verticale; la forza deviata di φ da tale normale è **esattamente verticale**.

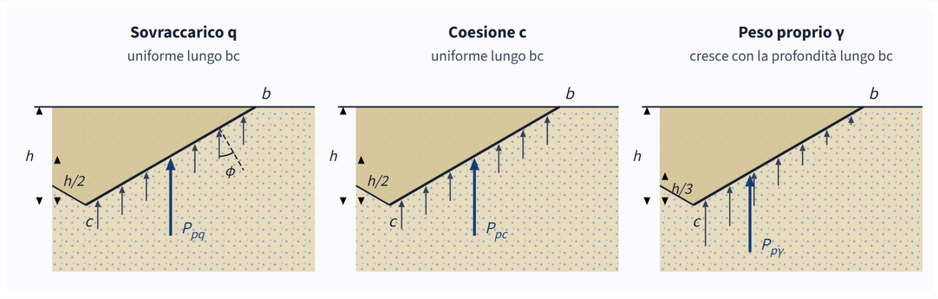
P_p dipende contemporaneamente da q, c e γ′ e le tre grandezze insieme non forniscono una soluzione in forma chiusa. Terzaghi determinò ciascuna come se le altre due fossero nulle e le **sommo** (sovrapposizione):

$$P_p = P_{pq} + P_{pc} + P_{p\gamma} \qquad h = \frac{B}{2}\tan\varphi$$

P_{pq}: solo sovraccarico (γ = 0, c = 0) → **N_q**

P_{pc}: solo coesione (γ = 0, q = 0) → **N_c**

$P_{p\gamma}$: solo peso del terreno (q = 0, c = 0) → **N_γ**



Momenti intorno al polo b

TEORIA

Con il solo sovraccarico il polo è in b. Sulla massa bcfj agiscono P_{pq} lungo bc, q lungo bj, la spinta passiva di Rankine lungo jf e la risultante F lungo la spirale; F passa per il polo e si elide dall'equazione dei momenti:

$$P_{p(1)} = q\, H_d \tan^2\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right) \qquad P_{pq}\frac{B}{4} = q\,\overline{bj}\,\frac{\overline{bj}}{2} + P_{p(1)}\frac{H_d}{2}$$

$$r_0 = \frac{B}{2}\sec\varphi \quad r_1 = r_0\, e^{\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\tan\varphi} \quad \overline{bj} = r_1\cos\left(45^\circ - \tfrac{\varphi}{2}\right) \quad H_d = r_1\sin\left(45^\circ - \tfrac{\varphi}{2}\right)$$

Poiché $\tan(45° + \varphi/2) = \cot(45° - \varphi/2)$, i due termini risultano uguali: $P_{pq} = (4/B)\, q\, r_1^2 \cos^2(45° - \varphi/2)$. Con l'equilibrio del cuneo $\mathbf{q_q\, B = 2\, P_{pq}}$:

$$q_q = qN_q \qquad N_q = \frac{e^{2\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\tan\varphi}}{2\cos^2\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right)}$$

RISULTATO

Per $\varphi = 0$, $N_q = 1$: in assenza di attrito il sovraccarico è trasmesso inalterato. Per $\varphi = 30°$, $\mathbf{N_q = 22.46}$.

Traccia

ESEMPIO

Dati

Terreno $\varphi' = 30^\circ$ **e** $\varphi' = 20^\circ$ **(modello del modulo)**

Formula $$N_q = \frac{e^{2(3\pi/4 - \varphi/2)\tan\varphi}}{2\cos^2(45^\circ + \varphi/2)}$$

RICHIESTO

Per ciascun φ′, determinare il valore di **N_q** dalla forma chiusa.

Soluzione

SOLUZIONE

1 φ′ = 30° (3π/4 − φ/2 = 2.0944 rad; tan 30° = 0.5774; 45° + 15° = 60°)

$$N_q = \frac{e^{2(2.0944)(0.5774)}}{2\cos^2 60^\circ} = \frac{e^{2.4184}}{2(0.25)} = \frac{11.228}{0.5} = \mathbf{22.46}$$

2 φ′ = 20° (3π/4 − φ/2 = 2.1817 rad; tan 20° = 0.3640; 45° + 10° = 55°)

$$N_q = \frac{e^{2(2.1817)(0.3640)}}{2\cos^2 55^\circ} = \frac{e^{1.5881}}{2(0.3290)} = \frac{4.895}{0.6580} = \mathbf{7.44}$$

$N_q(30°)$ = **22.46**, $N_q(20°)$ = **7.44**; per φ′ = 0, N_q = 1. Sono i valori della tabella del modulo.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

$\cot \varphi \, (N_q - 1)$

TEORIA

Con la sola coesione il polo è ancora in b. Nella massa bcfj agisce la forza coesiva C = c·bc (lungo un raggio, senza momento), su jf agisce la forza passiva coesiva di Rankine e lungo la spirale agisce c. L'elemento di spirale è ds = r sec φ dθ e il suo momento è c r² dθ:

$$P_{p(2)} = 2cH_d \tan\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right) \qquad M_c = \int_0^{\theta_1} c\, r^2 d\theta = \frac{c}{2\tan\varphi}\left(r_1^2 - r_0^2\right)$$

Dall'equilibrio dei momenti P_{pc} B/4 = $P_{p(2)}$ H_d/2 + M_c si ricava P_{pc}; dall'equilibrio del cuneo **q_c B = 2 C sin φ + 2 P_{pc}** (componente verticale di C). Con le due identità i termini tra parentesi si semplificano:

$$q_c = c\cot\varphi\left[\frac{e^{2\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\tan\varphi}}{2\cos^2\left(45^\circ+\frac{\varphi}{2}\right)} - 1\right] = c\cot\varphi\,(N_q - 1) = cN_c$$

$$N_c = \cot\varphi\,(N_q - 1)$$

RISULTATO

Per φ → 0, N_c → 3π/2 + 1 = 5.71; il valore di Terzaghi per φ = 0 è **5.7** (metodo diverso dal 5.14 di Prandtl). Per φ = 30°, **N_c = 37.16**.

Traccia

ESEMPIO

Dati

Terreno	$\varphi' = 30°$ **e** $\varphi' = 20°$
Esempio precedente	$N_q(30°) = 22.46,\ N_q(20°) = 7.44$

RICHIESTO

Determinare i valori di **N_c** con $N_c = \cot\varphi\,(N_q - 1)$; scrivere il limite per $\varphi \to 0$.

Soluzione

SOLUZIONE

1 φ′ = 30° e φ′ = 20°

$$N_c(30^\circ) = \frac{22.46 - 1}{0.5774} = \mathbf{37.16} \qquad N_c(20^\circ) = \frac{7.44 - 1}{0.3640} = \mathbf{17.69}$$

2 limite $\varphi \to 0$

$$N_c \to \frac{3\pi}{2} + 1 = \mathbf{5.71} \approx 5.7 \text{ (valore di Terzaghi)}$$

$N_c(30°)$ = **37.16**, $N_c(20°)$ = **17.69**. A parità di φ′, N_c è molto maggiore di N_q: il termine di coesione domina per φ′ bassi.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Polo di tentativo e coefficiente privo di forma chiusa

TEORIA

Con il peso, la spirale con polo in b non è più critica: il polo O viene spostato **per tentativi** lungo il prolungamento della retta fb oltre b; ogni posizione fornisce una nuova spirale e una nuova massa bcfj. Momenti attorno a O:

$$P_{p\gamma} = \frac{W\, l_w + P_{p(3)}\, l_R}{l_p} \qquad P_{p(3)} = \tfrac{1}{2}\gamma H_d^2 \tan^2\!\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right)$$

Il più piccolo $P_{p\gamma}$ è il valore sviluppato dal terreno. Il cuneo porta ora anche il proprio peso: W_W = ½ B h γ = (B²/4) γ tan φ. Se si scrive $P_{p\gamma}$ = ⅛ γ B² $K_{p\gamma}$ tan²φ ($K_{p\gamma}$ dipende solo da φ):

$$q_\gamma B = 2P_{p\gamma} - W_w \;\Rightarrow\; q_\gamma = \tfrac{1}{2}\gamma B\, N_\gamma \qquad N_\gamma = \tfrac{1}{2}K_{p\gamma}\tan^2\varphi - \tfrac{1}{2}\tan\varphi$$

Poiché $K_{p\gamma}$ deriva da una riduzione per tentativi, **non esiste una forma chiusa per N_γ**; esso viene calcolato numericamente per ogni φ. Il modulo utilizza i valori di **Kumbhojkar (1993)** (Tabella 1) e interpola linearmente tra essi: per φ = 30°, N_γ = 19.13.

PERCHÉ UNA TABELLA?

N_c e N_q derivano da espressioni in forma chiusa. N_γ è invece il risultato di una minimizzazione: pur essendo scritto con lo stesso metodo, non esiste una formula universalmente utilizzata.

Traccia

ESEMPIO

Dati

Terreno	$\varphi' = 20^\circ$ **(modello del modulo) e** 30°**; inoltre** 22.5°
Fonte	**Kumbhojkar (1993) Tabella 1: N_γ(22°) = 5.09, N_γ(23°) = 6.00**

RICHIESTO

N_γ(20°), N_γ(30°); da questi $K_{p\gamma}$; e N_γ(22.5°) (interpolazione lineare).

Soluzione

SOLUZIONE

1 Tabella 1 ($N_\gamma = ½\ K_{p\gamma} \tan^2\varphi - ½ \tan\varphi \Rightarrow K_{p\gamma} = (2N_\gamma + \tan\varphi)/\tan^2\varphi$)

$$N_\gamma(20^\circ) = 3.64 \ \Rightarrow \ K_{p\gamma} = \frac{2(3.64) + 0.3640}{0.3640^2} = 57.7$$

$$N_\gamma(30^\circ) = 19.13 \ \Rightarrow \ K_{p\gamma} = \frac{2(19.13) + 0.5774}{0.5774^2} = 116.5$$

2 $\varphi' = 22.5°$: a metà strada tra 22° e 23° (t = 0.5)

$$N_\gamma = 5.09 + 0.5(6.00 - 5.09) = \mathbf{5.545}$$

$N_\gamma(20°) = \mathbf{3.64}$, $N_\gamma(30°) = \mathbf{19.13}$; $K_{p\gamma}$ 57.7 → 116.5. Il modulo interpola linearmente dalla stessa tabella anche N_c e N_q: a 22.5°, N_c = 21.01, N_q = 9.71.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Somma delle tre parti e Tabella 1

TEORIA

Sommando le tre parti si ottiene la capacità portante della **fondazione continua** su terreno coesivo-frizione con peso:

$$q_u = q_c + q_q + q_\gamma = c\,N_c + q\,N_q + \tfrac{1}{2}\gamma B\,N_\gamma$$

N_q, N_c, N_γ dipendono **solo da φ**; la Tabella 1 riporta i valori letti dal modulo.

La **sovrapposizione non è esatta**: N_q e N_c derivano da spirali con polo sul bordo della fondazione, N_γ da una spirale con polo in O. La somma delle parti minimizzate separatamente non può superare il minimo del problema combinato; l'errore è **a favore di sicurezza**.

Le prove mostrano che i lati del cuneo non sono inclinati di φ ma di circa **45° + φ/2**. I coefficienti di Terzaghi (e questo modulo) mantengono α = φ; il cuneo a 45° + φ/2 è alla base dei coefficienti di Prandtl–Reissner (moduli Meyerhof, Hansen, Vesic) e i loro valori di N_c, N_q differiscono proprio per questo.

TABELLA 1 (Terzaghi)

φ′ (°)	N_c	N_q	N_γ
0	5.70	1.00	0.00
5	7.34	1.64	0.14
10	9.60	2.69	0.56
15	12.86	4.45	1.52
20	17.69	7.44	3.64
25	25.13	12.72	8.34
30	37.16	22.46	19.13
35	57.75	41.44	45.41
40	95.66	81.27	116.31
45	172.29	173.29	325.34
50	347.51	415.15	1,072.80

Traccia

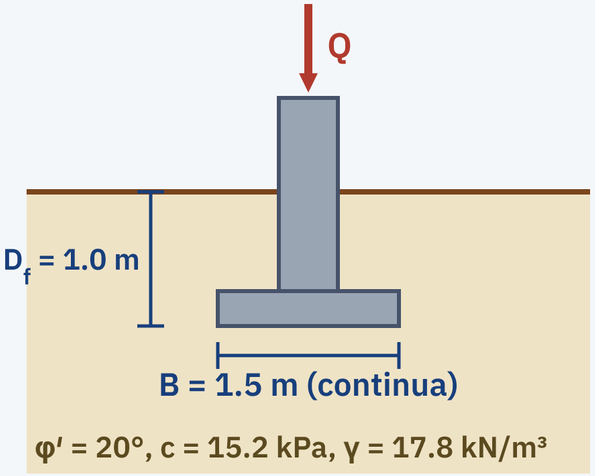
ESEMPIO

Dati

Fondazione	**continua (a striscia), B = 1.5 m, D_f = 1.0 m**
Terreno	$c = 15.2\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 20^\circ,\ \gamma = 17.8\ \mathrm{kN/m^3}$
Acqua sotterranea	**nessuno (in profondità)**
Tabella 1 (20°)	**N_c = 17.69, N_q = 7.44, N_γ = 3.64**

RICHIESTO

Determinare i valori di **q_u** e **Q_u** per unità di lunghezza.



Soluzione

SOLUZIONE

1 Sovraccarico q = γ D_f = 17.8 × 1.0 = 17.8 kPa; per la fondazione continua non vi è alcun fattore di forma

$$q_u = 15.2(17.69) + 17.8(7.44) + \tfrac{1}{2}(17.8)(1.5)(3.64)$$
$$= 268.89 + 132.43 + 48.59 = \mathbf{449.91}\ \mathrm{kPa}$$

2 Carico per unità di lunghezza

$$Q_u = q_u B = 449.91(1.5) = \mathbf{674.9}\ \mathrm{kN/m}$$

Capacità portante della fondazione continua **449.9 kPa**: termine di coesione 60%, sovraccarico 29%, peso proprio 11%.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Fattori di forma semi-empirici

TEORIA

Al di sotto di una fondazione quadrata o circolare il terreno non si trova in condizioni di deformazione piana; la deduzione non è direttamente applicabile. Terzaghi propose **coefficienti semi-empirici** per i termini di coesione e di peso dell'unità di volume:

$$q_u = 1.3\,c\,N_c + q\,N_q + 0.4\,\gamma B\,N_\gamma \qquad (\text{quadrata, B} \times \text{B})$$

$$q_u = 1.3\,c\,N_c + q\,N_q + 0.3\,\gamma B\,N_\gamma \qquad (\text{cerchio, diametro B})$$

Carico non drenato in argilla satura ($\varphi = 0$, $c = c_u$; $N_c = 5.7$, $N_q = 1$, $N_\gamma = 0$):

$$q_u = 5.7\,c_u + q\ (\text{striscia}) \qquad q_u = 1.3 \times 5.7\,c_u + q = 7.41\,c_u + q\ (\text{quadrata, circolare})$$

L'opzione **Forma** del modulo seleziona questi coefficienti. Terzaghi non ha fornito coefficienti per la fondazione rettangolare; tale caso è coperto dall'equazione generale della capacità portante con fattori di forma (Meyerhof, Hansen, Vesic).

COEFFICIENTI

Fondazione	c N_c	γ B N_γ	B
striscia	1	0.5	larghezza
quadrata	1.3	0.4	bordo
cerchio	1.3	0.3	diametro

Traccia

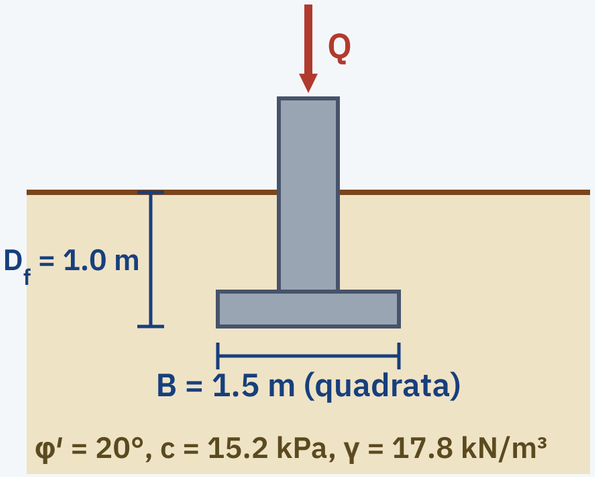
ESEMPIO

Dati

Fondazione	**quadrata, B = L = 1.5 m, profondità del piano di posa D_f = 1.0 m**
Terreno	$c = 15.2\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 20^\circ$
Peso dell'unità di volume	$\gamma = 17.8\ \mathrm{kN/m^3}$ **(in alto)**
Acqua sotterranea	**nessuno (in profondità)**
Confronto	**cerchio, diametro B = 1.5 m; inoltre argilla: φ = 0, c_u = 40 kPa, γ = 18 kN/m³, D_f = 1 m**

RICHIESTO

q_u e **Q_u** per la fondazione quadrata e quella circolare; **q_u** per la fondazione continua e quella quadrata in argilla.



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 Quadrata (0.4) e circolare (0.3); $N_c = 17.69$, $N_q = 7.44$, $N_\gamma = 3.64$

$$\begin{aligned}\text{quadrata}: \quad q_u &= 1.3(15.2)(17.69) + 17.8(7.44) + 0.4(17.8)(1.5)(3.64) \\ &= 349.55 + 132.43 + 38.88 = \mathbf{520.86}\ \text{kPa} \\ \text{cerchio}: \quad q_u &= 349.55 + 132.43 + 0.3(17.8)(1.5)(3.64) = \mathbf{511.14}\ \text{kPa}\end{aligned}$$

2 Carichi

$$Q_u^{square} = q_u B^2 = 520.86(2.25) = \mathbf{1{,}171.9}\ \text{kN}$$

$$Q_u^{circle} = q_u \frac{\pi B^2}{4} = 511.14(1.767) = \mathbf{903.3}\ \text{kN}$$

La q_u della fondazione quadrata supera solo del 1.9% quella della circolare (differisce solo il termine γ).

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

3 Argilla non drenata (q = 18 × 1 = 18 kPa; N_c = 5.7)

$$\text{striscia}: \quad q_u = 5.7(40) + 18 = \mathbf{246.0}\ \text{kPa}$$

$$\text{quadrata, circolare}: \quad q_u = 1.3(5.7)(40) + 18 = 7.41(40) + 18 = \mathbf{314.4}\ \text{kPa}$$

Fondazione	termine c N_c	q	q_u (kPa)
striscia	228.0	18.0	**246.0**
quadrata / circolare	296.4	18.0	**314.4**

Nell'argilla la capacità portante deriva quasi esclusivamente dalla coesione; la fondazione quadrata e quella circolare portano il **28%** in più di quella continua (coefficiente 1.3).

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Stessa equazione, c e φ ridotti

TEORIA

Quando il terreno collassa per rottura locale, il meccanismo non si sviluppa completamente e si mobilità solo una parte della resistenza. Terzaghi mantenne **le stesse equazioni** e ridusse i parametri di resistenza:

$$c' = \tfrac{2}{3}\,c \qquad \varphi' = \tan^{-1}\!\left(\tfrac{2}{3}\tan\varphi\right)$$

I valori corretti N'_c, N'_q, N'_γ sono le stesse funzioni calcolate in φ′ (Tabella 3):

$$q_u = c' N'_c + q N'_q + \tfrac{1}{2}\gamma B N'_\gamma \ \text{(striscia)} \qquad q_u = 1.3\,c' N'_c + q N'_q + 0.4\,\gamma B N'_\gamma \ \text{(quadrata)}$$

Poiché c′ = ⅔ c, per fondazioni quadrate e circolari il termine di coesione diventa 1.3 × ⅔ = **0.867 c N'_c**.

Per le sabbie, Vesic (1973) ha proposto una riduzione dipendente dalla densità relativa anziché un valore fisso di ⅔: **φ′ = tan⁻¹(k tan φ)**, k = 0.67 + D_r − 0.75 D_r^2 (0 ≤ D_r ≤ 0.67).

TABELLA 3 (rottura locale)

φ (°)	φ′ (°)	N'_c	N'_q	N'_γ
10	6.70	8.03	1.94	0.25
15	10.13	9.67	2.73	0.58
20	13.64	11.86	3.88	1.18
25	17.27	14.82	5.61	2.29
30	21.05	18.99	8.31	4.35
35	25.02	25.18	12.75	8.38
40	29.22	34.89	20.53	16.84

Traccia

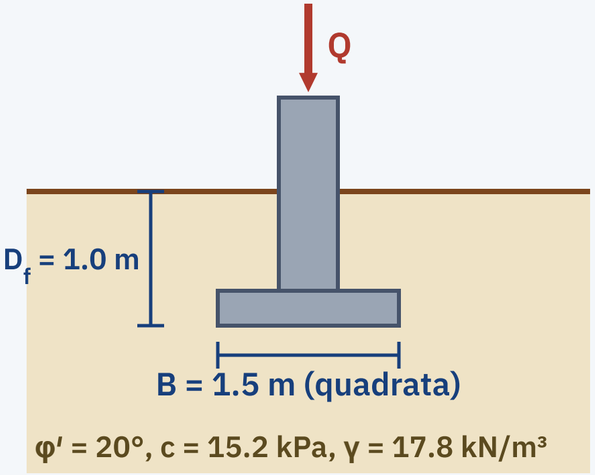
ESEMPIO

Dati

Fondazione	**quadrata, B = L = 1.5 m, profondità del piano di posa D_f = 1.0 m**
Terreno	$c = 15.2\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 20^\circ$
Peso dell'unità di volume	$\gamma = 17.8\ \mathrm{kN/m^3}$ **(in alto)**
Acqua sotterranea	**nessuno (in profondità)**
Modalità di rottura	**rottura locale**

RICHIESTO

c′, φ′, i coefficienti corretti e **q_u**; il suo rapporto rispetto alla rottura generale.



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 Resistenza ridotta (tan 20° = 0.3640)

$$\varphi' = \tan^{-1}\left(\tfrac{2}{3}\cdot 0.3640\right) = \mathbf{13.64}^\circ \qquad c' = \tfrac{2}{3}(15.2) = \mathbf{10.13}\ \mathrm{kPa}$$

2 Tabella 3 (φ′ = 13.64°, per interpolazione)

$$N_c' = \mathbf{11.86} \qquad N_q' = \mathbf{3.88} \qquad N_\gamma' = \mathbf{1.18}$$

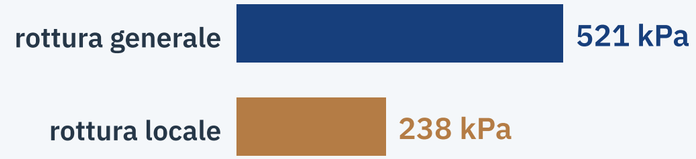
Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

3 Fondazione quadrata (q = 17.8 kPa)

$$q_u = 1.3(10.13)(11.86) + 17.8(3.88) + 0.4(17.8)(1.5)(1.18)$$
$$= 156.20 + 69.05 + 12.61 = \mathbf{237.86}\ \text{kPa}$$

Nella rottura locale q_u = **237.86 kPa**, solo il **46%** di quella per rottura generale (520.86 kPa). In terreno sciolto o molle questa riduzione sottrae **più della metà**.



Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

L'acqua modifica solo q e γ

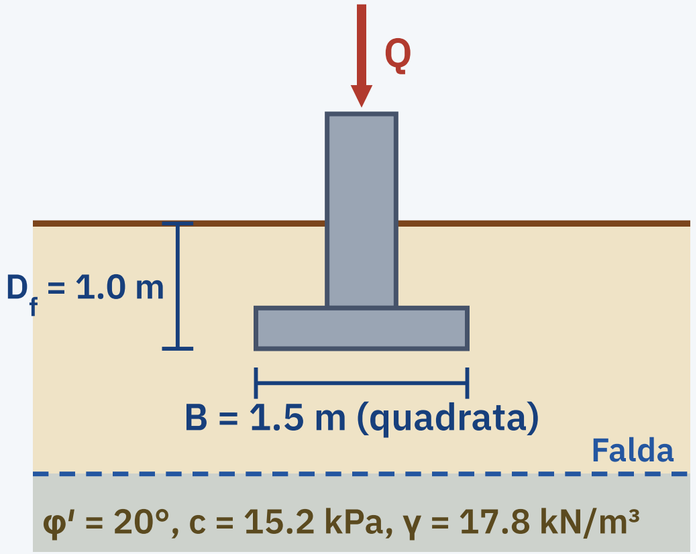
TEORIA

La derivazione assume la falda freatica molto profonda. L'acqua prossima al piano di posa modifica due cose: il **sovraccarico q** e il **peso dell'unità di volume** nel termine ½γBN$_\gamma$; mai i coefficienti. Sotto la falda freatica il peso dell'unità di volume immerso (efficace) è γ′ = γ$_{sat}$ − γ$_w$ (γ$_w$ = 9.81). Il modulo distingue tre casi (D$_w$ è la profondità dalla superficie):

$$\text{I } (D_w \le D_f):\ q = \gamma D_w + \gamma'(D_f - D_w),\ \ \gamma \to \gamma' \text{ (terzo termine)}$$

$$\text{III } (D_w > D_f):\ q = \gamma D_f,\ \ \bar{\gamma} = \frac{1}{B}\left[\gamma D + \gamma'(B - D)\right],\ D = D_w - D_f \le B$$

D$_w$ = D$_f$ (caso II) è un caso particolare del caso I: q = γ D$_f$, con γ′ nel terzo termine. Quando il piano di posa si trova a profondità maggiore di una B sotto la base (D > B), l'acqua è al di sotto della zona di rottura e l'equazione si utilizza come in assenza di acqua.



Traccia

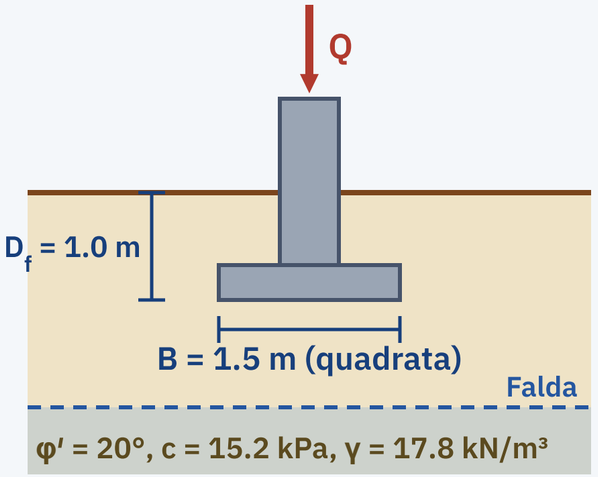
ESEMPIO

Dati

Fondazione	**quadrata, B = L = 1.5 m, profondità del piano di posa D_f = 1.0 m**
Terreno	$c = 15.2\ \text{kPa},\ \varphi' = 20^\circ$
Peso dell'unità di volume	$\gamma = 17.8\ \text{kN/m}^3$ **(in alto)**
Acqua sotterranea	$\gamma_{sat} = 19\ \text{kN/m}^3$**;** $D_w = 0.5;\ 1.0;\ 2.0$ **e** $3.5\ \text{m}$

RICHIESTO

Per ciascun caso si determinino **q**, il peso dell'unità di volume nel terzo termine e il valore di $\mathbf{q_u}$ della fondazione quadrata.



Soluzione (1/3)

SOLUZIONE

1 $\gamma' = 19 - 9.81 = 9.19$ kN/m³. Caso I ($D_w = 0.5$) e II ($D_w = D_f = 1.0$)

$$D_w = 0.5: \; q = 17.8(0.5) + 9.19(0.5) = \mathbf{13.495}\ \text{kPa},\ \gamma' = 9.19$$

$$D_w = 1.0: \; q = 17.8(1.0) = \mathbf{17.8}\ \text{kPa},\ \gamma' = 9.19$$

2 Caso III ($D_w = 2.0 \Rightarrow D = 1.0 \le B = 1.5$) e acqua inefficace ($D_w = 3.5 \Rightarrow D = 2.5 > B$)

$$D_w = 2.0: \; \bar{\gamma} = \frac{1}{1.5}\left[17.8(1.0) + 9.19(0.5)\right] = \mathbf{14.93}\ \text{kN/m}^3,\ q = 17.8\ \text{kPa}$$

$$D_w = 3.5: \; q = 17.8,\ \gamma = 17.8$$

Soluzione (2/3)

SOLUZIONE

3 q_u per D_W = 2.0 m (quadrata; primo e secondo termine invariati)

$$q_u = 1.3(15.2)(17.69) + 17.8(7.44) + 0.4(14.93)(1.5)(3.64)$$
$$= 349.55 + 132.43 + 32.61 = \mathbf{514.59}\ \mathrm{kPa}$$

Il modello con cui si apre il modulo (D_W = 2 m, caso III): q_u = **514.59 kPa**; senza acqua sarebbe 520.86 kPa.

Soluzione (3/3)

SOLUZIONE

D_w (m)	Condizione	q (kPa)	γ terzo termine	q_u (kPa)
0.5	I	13.50	9.19	**470.0**
1.0	II	17.80	9.19	**502.1**
2.0	III	17.80	14.93	**514.6**
3.5	trascurabile	17.80	17.80	**520.9**

Con acqua a 0.5 m, q_u = 470; con acqua in profondità, 521 kPa (differenza del 10%). Il termine di coesione (349.6 kPa) non cambia mai: **l'acqua entra solo attraverso q e γ**.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Lordo e netto, pressione applicata

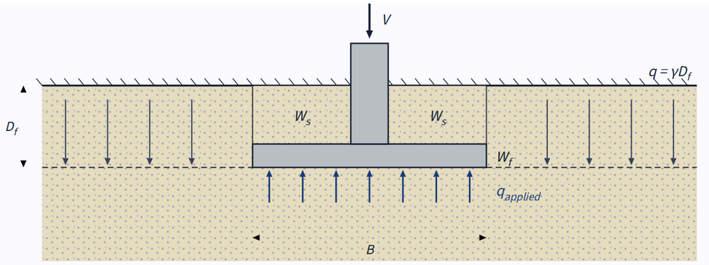
TEORIA

q_u è la pressione a rottura. Il modulo la divide per il fattore di sicurezza FS e distingue la pressione **lorda** da quella **netta**. La pressione netta è quella che la fondazione **aggiunge** al di sopra del sovraccarico q presente alla base prima dello scavo:

$$q_{u,net} = q_u - q \qquad q_{all,g} = \frac{q_u}{FS} \qquad q_{all,n} = \frac{q_{u,net}}{FS}$$

La pressione applicata q_{appl} è la **pressione verticale lorda** alla base sotto i carichi di esercizio: il carico del pilastro V, il peso della fondazione W_f e il terreno sopra la fondazione W_s, divisi per l'area della base (quadrata B^2, circolare $\pi B^2/4$, continua B). La fondazione risulta accettabile alle seguenti condizioni:

$$q_{apply} = \frac{V + W_f + W_s}{A} \le q_{all,g} \qquad FS_{\text{effettivo}} = \frac{q_u}{q_{apply}} \qquad q_{apply} - q \le q_{all,n}$$



Se q ≥ 0 e FS ≥ 1, **è determinante la verifica lorda**: se questa è soddisfatta, lo è anche la verifica netta. Se q_{app} non è inserito, il modulo fornisce solo le capacità. FS ≈ 3 è usuale; tiene conto dell'incertezza dei parametri di resistenza più che di quella della teoria.

Traccia

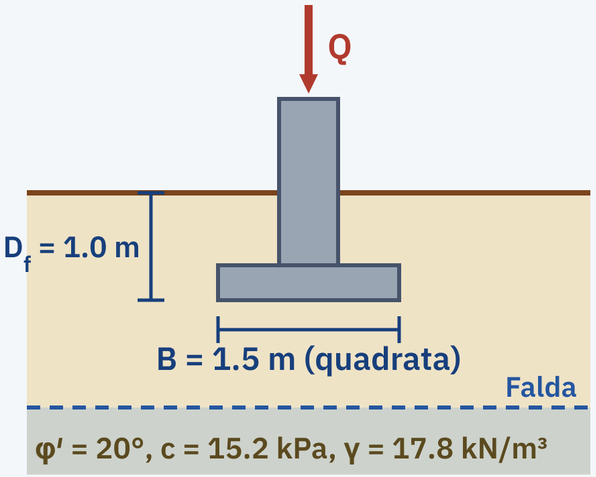
ESEMPIO

Dati

Fondazione	**quadrata, B = L = 1.5 m, profondità del piano di posa D_f = 1.0 m**
Terreno	$c = 15.2\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 20^\circ$
Peso dell'unità di volume	$\gamma = 17.8\ \mathrm{kN/m^3}$ **(in alto)**
Acqua sotterranea	$\gamma_{sat} = 19\ \mathrm{kN/m^3},\ D_w = 2\ \mathrm{m}$ **(Esempio 7: $q_u = 514.59$ kPa)**
Sicurezza	**FS = 3**
Pressione applicata	**(a) q_{app} = 150 kPa · (b) q_{app} = 200 kPa**

RICHIESTO

$q_{u,netta}$, $q_{amm,l}$, $q_{amm,n}$, Q_{amm} e la verifica per ciascuna $q_{applicata}$.



Soluzione

SOLUZIONE

1 Pressioni ammissibili (q = 17.8 kPa)

$$q_{u,net} = 514.59 - 17.8 = 496.79 \text{ kPa}$$

$$q_{all,g} = \frac{514.59}{3} = \mathbf{171.53} \text{ kPa} \qquad q_{all,n} = \frac{496.79}{3} = \mathbf{165.60} \text{ kPa}$$

$$Q_{all} = 171.53(1.5^2) = \mathbf{385.9} \text{ kN}$$

2 Verifica

$$\text{(a) } 150 \leq 171.53 \Rightarrow \textbf{valido}, \; FS_{\text{effettivo}} = \frac{514.59}{150} = 3.43 \geq 3$$

$$\text{(b) } 200 > 171.53 \Rightarrow \textbf{non soddisfatta}, \; FS_{\text{effettivo}} = \frac{514.59}{200} = 2.57 < 3$$

La condizione netta è soddisfatta anche per q_{app} = 150 kPa (132.2 ≤ 165.6 kPa); per 200 kPa non è soddisfatta né la condizione lorda né quella netta. Quando è soddisfatta la condizione lorda, è sempre soddisfatta anche quella netta.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Sintesi

Punti chiave

Terzaghi (1943): fondazione continua, scabra, superficiale ($D_f \le B$); rottura generale; zona a cuneo (I), radiale (II) e passiva (III); lati del cuneo con $\alpha = \varphi$

Sovrapposizione: $P_p = P_{pq} + P_{pc} + P_{p\gamma}$; $q_u = cN_c + qN_q + \frac{1}{2}\gamma B N_\gamma$

$\mathbf{N_q = e^{2(3\pi/4 - \varphi/2)\tan\varphi}/[2\cos^2(45° + \varphi/2)]}$, $\mathbf{N_c = \cot\varphi\,(N_q - 1)}$ (in forma chiusa), $\mathbf{N_\gamma}$ dalla tabella di Kumbhojkar ($\varphi = 20°$: 17.69; 7.44; 3.64)

Quadrata: 1.3 $cN_c + qN_q + 0.4\,\gamma B N_\gamma$; **circolare**: 0.3; **non drenato**: $N_c = 5.7$, continua 5.7 $c_u + q$, quadrata 7.41 $c_u + q$

Taglio locale: la stessa equazione con $c' = \frac{2}{3}\,c$, $\varphi' = \tan^{-1}(\frac{2}{3}\tan\varphi)$ (esempio: 520.86 → 237.86 kPa)

La **falda freatica** modifica solo q e γ (3 casi): esempio 514.59 kPa

Verifica: $q_{app} \le q_{all,g}$, $FS_{effettivo}$ e netto; $Q_{all} = q_{all,g} \cdot A$

Bibliografia

Terzaghi, K. (1943). Theoretical Soil Mechanics. Wiley, New York.

Das, B.M. (2017). Shallow Foundations: Bearing Capacity and Settlement, 3rd ed. CRC Press, Boca Raton — Sezioni 2.2–2.3; questa pagina segue l'ordine della sua derivazione.

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning — Capitolo 16: i casi con falda freatica, il fattore di sicurezza, Tabella 16.1.

Kumbhojkar, A.S. (1993). Numerical evaluation of Terzaghi's Nγ. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 119(3), 598–607.

Prandtl, L. (1921). Über die Eindringungsfestigkeit (Härte) plastischer Baustoffe und die Festigkeit von Schneiden. ZAMM, 1(1), 15–20.

Vesic, A.S. (1973). Analysis of ultimate loads of shallow foundations. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 99(SM1), 45–73.

Le figure di questa pagina sono tracciate direttamente dal meccanismo stesso; le numerazioni di equazioni, figure e tabelle sono quelle proprie dell'opera.

NOTA

Alcune delle figure sono tratte dalla pagina Teoria di GeoTerva; tutti gli esempi numerici sono stati prodotti con la libreria di calcolo e la tabella del modulo stesso; il modulo restituisce gli stessi valori.

GeoTerva

Calcoli geotecnici online

Dalla teoria alla pratica

Calcolare passo per passo in GeoTerva la fondazione dell'esempio di questa lezione: il modulo si apre con questo modello.

Aprire il modulo →

Pagina di teoria →

Aprire dallo smartphone

I moduli di prova non richiedono registrazione.

Se si desidera utilizzarli nelle proprie lezioni: info@geoterva.com