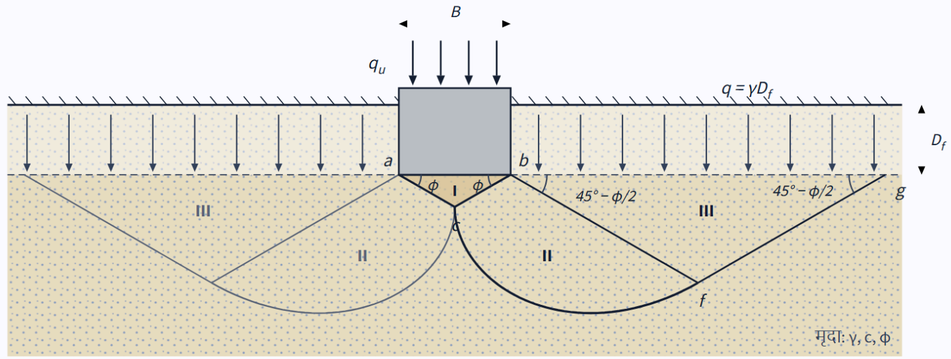
GeoTerva

भू-तकनीकी व्याख्यान स्लाइड · नींव

Terzaghi धारण क्षमता

व्याख्यान: Terzaghi की विफलता क्रियाविधि और उनकी व्युत्पत्ति से N_q, N_c, N_γ गुणांकों तक, वर्गाकार और वृत्ताकार फ़ुटिंग से स्थानीय अपरूपण और भूजल तक; प्रत्येक विषय पर हल किया गया उदाहरण।



तीन क्षेत्र · लॉग सर्पिल · $N_c \cdot N_q \cdot N_\gamma$ · वर्गाकार और वृत्ताकार फ़ुटिंग · स्थानीय अपरूपण · हल किए गए उदाहरण

परिचय

इस व्याख्यान में हम क्या सीखेंगे?

- Terzaghi समीकरण की **मान्यताएं** और **सामान्य / स्थानीय अपरूपण** विफलता में अंतर करना
- विफलता क्रियाविधि (**तीन क्षेत्र**, लॉग सर्पिल) और निष्क्रिय बल के तीन भागों में विभाजन का अनुसरण करना
- N_q **और** N_c गुणांकों को संवृत सूत्रों से, N_γ को Kumbhojkar तालिका से ज्ञात करना
- **स्ट्रिप, वर्गाकार, वृत्ताकार** फ़ुटिंग के लिए समीकरण लिखना; अनपवाहित ($\varphi = 0$) स्थिति पर विचार करना
- **स्थानीय अपरूपण** के लिए c' और φ' के साथ उसी समीकरण को लागू करना
- **भूजल** की तीन स्थितियों और सकल/शुद्ध अनुमेय दाब की गणना करके फ़ुटिंग की **जाँच** करना

व्याख्यान प्रवाह

प्रत्येक विषय **तीन चरणों में** पढ़ाया जाता है:

1 · **सिद्धांत**: नियम क्या है, ऐसा क्यों है?

2 · **प्रश्न**: दिया गया है और ज्ञात करना है

3 · **हल**: चरण-दर-चरण, संख्याओं सहित

प्रारंभिक उदाहरण फ़ुटिंग, यानी वह मॉडल जिससे मॉड्यूल खुलता है: $c = 15.2$ kPa, $\varphi' = 20°$, $\gamma = 17.8$ kN/m³ वाली मृदा में 1.5 m × 1.5 m वर्गाकार फ़ुटिंग, $D_f = 1$ m, भूजल स्तर 2 m पर।

Terzaghi समीकरण किस पर आधारित है?

सिद्धांत

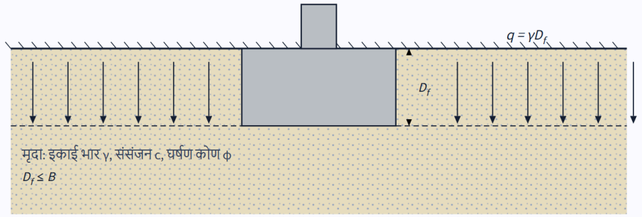
Terzaghi (1943) ने धारण क्षमता q_u को, अर्थात उस औसत दाब को जिस पर फ़ुटिंग के नीचे की मृदा अपरूपण से विफल होती है, एक मानी गई विफलता क्रियाविधि और उसके भागों के संतुलन से प्राप्त किया। यह व्युत्पत्ति निम्नलिखित मान्यताओं पर आधारित है:

फ़ुटिंग **लंबी स्ट्रिप** (समतल विकृति), दृढ़ और **खुरदरे आधार वाली** है: नीचे की मृदा आधार पर फिसल नहीं सकती, वह फ़ुटिंग के साथ एक ही पिंड के रूप में नीचे धँसती है।

आधार के नीचे की मृदा **समरूप** और बहुत गहरी है; भार **ऊर्ध्वाधर और केंद्रीय** है।

फ़ुटिंग **उथली** है, $D_f \le B$: आधार के ऊपर की मृदा क्रियाविधि में भाग नहीं लेती, केवल **अधिभार $q = \gamma D_f$** के रूप में दाब डालती है; अपरूपण सामर्थ्य की उपेक्षा की जाती है (सुरक्षित पक्ष की ओर एक सरलीकरण)।

मृदा **सामान्य अपरूपण** से विफल होती है; स्थानीय अपरूपण को बाद में घटाए गए प्राचलों के साथ लिया जाता है।



अपरूपण सामर्थ्य Mohr–Coulomb का पालन करती है:

$$s = c + \sigma' \tan\varphi$$

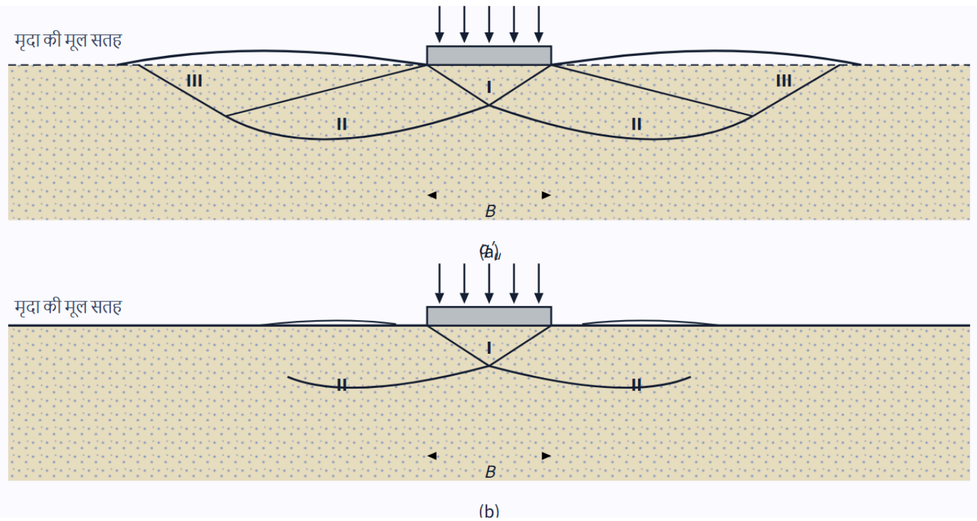
फ़ुटिंग किस प्रकार विफल होती है?

सिद्धांत

सघन रेत या कठोर मृत्तिका पर स्थित एक स्ट्रिप फ़ुटिंग पर चरण-दर-चरण भार लगाया जाए। सेटलमेंट पहले धीरे-धीरे बढ़ता है; फिर एक निश्चित दाब पर **भार बढ़े बिना** ही सेटलमेंट अनियंत्रित रूप से बढ़ने लगता है: फ़ुटिंग के किनारे से सतह तक फैली एक सतत सर्पण सतह बन चुकी होती है और फ़ुटिंग के बगल में मृदा उभर आती है। यह **सामान्य अपरूपण** विफलता है और वह दाब q_u है।

ढीली रेत और मृदु मृत्तिका में वक्र का कोई शिखर बिंदु नहीं होता: q'_u के बाद वह अधिक तीव्र, किंतु अब भी ऊपर उठती हुई सरल रेखा में बदल जाता है; सर्पण सतहें मृदा के भीतर ही रहती हैं, उभार कम होता है: **स्थानीय अपरूपण**।

फ़ुटिंग के नीचे तीन क्षेत्र: एक ही पिंड की तरह नीचे उतरने वाला **वेज (I)**, वेज द्वारा धकेला जाने वाला **अरीय क्षेत्र (II)** और ऊपर-बगल की ओर धकेला जाने वाला **निष्क्रिय क्षेत्र (III)**। स्थानीय अपरूपण में वेज उसी तरह बनता है, किंतु II और III सतह तक पहुँचे बिना मृदा में क्षीण हो जाते हैं।



तीन क्षेत्र और लघुगणकीय सर्पिल

सिद्धांत

Terzaghi ने दोनों ओर की मृदा को तीन क्षेत्रों में विभाजित किया:

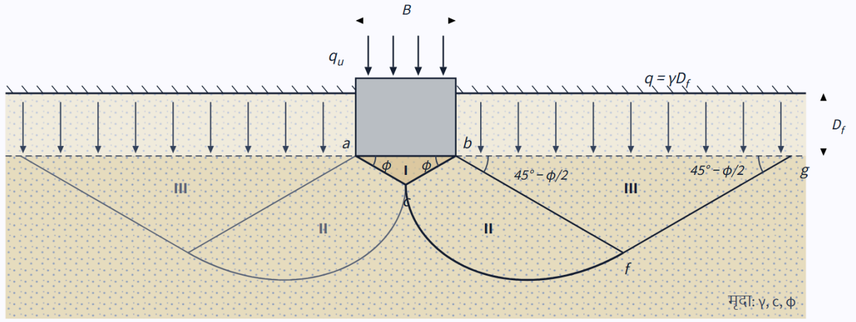
I · वेज abc: खुरदरा आधार इसे पकड़े रखता है; यह फ़ुटिंग के साथ दृढ़ता से नीचे जाता है। इसकी भुजाएँ ac और bc क्षैतिज के साथ **α = φ** बनाती हैं।

II · अरीय क्षेत्र bcf (Prandtl): b से निकलने वाली प्रत्येक किरण एक सर्पण रेखा है; सीमा cf, b ध्रुव वाला **लॉग सर्पिल** चाप है।

III · निष्क्रिय Rankine क्षेत्र bfg: bf और fg, क्षैतिज से 45° − φ/2 कोण बनाने वाली सीधी सर्पण रेखाएँ हैं।

$$r = r_0\, e^{\theta \tan\varphi} \qquad \theta_1 = \angle cbf = 180^\circ - \varphi - \left(45^\circ - \tfrac{\varphi}{2}\right) = \frac{3\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$$

सर्पिल का गुण: प्रत्येक बिंदु पर ध्रुव से खींची गई त्रिज्या वक्र के अभिलंब से φ कोण बनाती है। इसलिए सर्पिल के अनुदिश घर्षण ध्रुव के सापेक्ष **कोई आघूर्ण उत्पन्न नहीं करता** और संतुलन इसी ध्रुव के सापेक्ष आघूर्णों से लिखा जाता है।



यह ऊर्ध्वाधर है और तीन भागों में विभाजित किया जाता है

सिद्धांत

फ़ुटिंग वेज को नीचे की ओर धकेलती है; क्षेत्र II और III की मृदा प्रत्येक फलक पर **निष्क्रिय बल P_p** द्वारा प्रतिरोध करती है। चूँकि मृदा मृदा पर सरकती है, इसलिए पूर्ण घर्षण कोण प्रभावी होता है: P_p फलक के अभिलंब से φ कोण बनाता है। फलक bc क्षैतिज से φ कोण बनाता है, इसलिए उसका अभिलंब ऊर्ध्वाधर से φ कोण बनाता है; इस अभिलंब से φ विचलित बल **पूर्णतः ऊर्ध्वाधर** होता है।

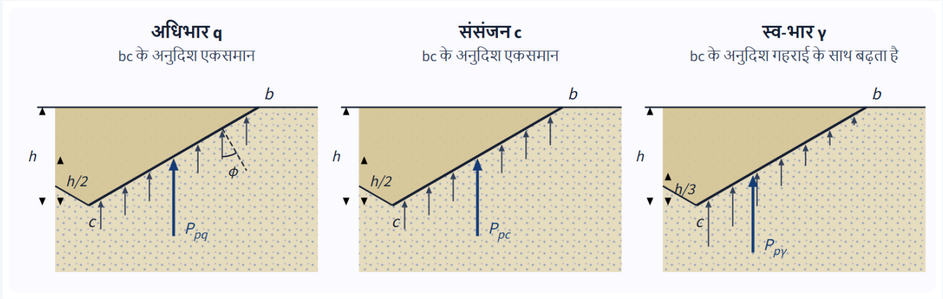
P_p एक ही समय में q, c और γ पर निर्भर करता है और तीनों मिलकर संवृत हल नहीं देते। Terzaghi ने प्रत्येक को इस प्रकार ज्ञात किया मानो अन्य दो शून्य हों और उन्हें **जोड़ दिया** (अध्यारोपण):

$$P_p = P_{pq} + P_{pc} + P_{p\gamma} \qquad h = \frac{B}{2}\tan\varphi$$

P_{pq}: केवल अधिभार (γ = 0, c = 0) → $\mathbf{N_q}$

P_{pc}: केवल संसंजन (γ = 0, q = 0) → $\mathbf{N_c}$

$P_{p\gamma}$: केवल मृदा भार (q = 0, c = 0) → $\mathbf{N_\gamma}$



ध्रुव b के परितः आघूर्ण

सिद्धांत

केवल अधिभार के साथ ध्रुव b पर होता है। पिंड bcfj पर bc के अनुदिश P_{pq}, bj के अनुदिश q, jf के अनुदिश Rankine निष्क्रिय बल और सर्पिल के अनुदिश परिणामी F कार्य करता है; F ध्रुव से होकर गुज़रता है, इसलिए आघूर्ण समीकरण से बाहर हो जाता है:

$$P_{p(1)} = q\,H_d \tan^2\!\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right) \qquad P_{pq}\frac{B}{4} = q\,\overline{bj}\,\frac{\overline{bj}}{2} + P_{p(1)}\frac{H_d}{2}$$

$$r_0 = \frac{B}{2}\sec\varphi \quad r_1 = r_0\, e^{\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\tan\varphi} \quad \overline{bj} = r_1\cos\left(45^\circ - \tfrac{\varphi}{2}\right) \quad H_d = r_1\sin\left(45^\circ - \tfrac{\varphi}{2}\right)$$

$\tan(45° + \varphi/2) = \cot(45° - \varphi/2)$ होने के कारण दोनों पद बराबर आते हैं: $P_{pq} = (4/B)\, q\, r_1^2 \cos^2(45° - \varphi/2)$। वेज साम्य $q_q B = 2 P_{pq}$ के साथ:

$$q_q = qN_q \qquad N_q = \frac{e^{2\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\tan\varphi}}{2\cos^2\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right)}$$

परिणाम

$\varphi = 0$ के लिए $N_q = 1$: घर्षण न होने पर अधिभार ज्यों का त्यों वहन किया जाता है। $\varphi = 30°$ के लिए **$N_q = 22.46$**।

प्रश्न

उदाहरण

दिया गया है

मृदा $\varphi' = 30^\circ$ **और** $\varphi' = 20^\circ$ **(मापांक मॉडल)**

सूत्र $$N_q = \frac{e^{2(3\pi/4 - \varphi/2)\tan\varphi}}{2\cos^2(45^\circ + \varphi/2)}$$

ज्ञात करना है

प्रत्येक φ' के लिए N_q का मान संवृत रूप से ज्ञात कीजिए।

हल

हल

1 φ′ = 30° (3π/4 − φ/2 = 2.0944 rad; tan 30° = 0.5774; 45° + 15° = 60°)

$$N_q = \frac{e^{2(2.0944)(0.5774)}}{2\cos^2 60^\circ} = \frac{e^{2.4184}}{2(0.25)} = \frac{11.228}{0.5} = \mathbf{22.46}$$

2 φ′ = 20° (3π/4 − φ/2 = 2.1817 rad; tan 20° = 0.3640; 45° + 10° = 55°)

$$N_q = \frac{e^{2(2.1817)(0.3640)}}{2\cos^2 55^\circ} = \frac{e^{1.5881}}{2(0.3290)} = \frac{4.895}{0.6580} = \mathbf{7.44}$$

$N_q(30°)$ = **22.46**, $N_q(20°)$ = **7.44**; φ′ = 0 के लिए N_q = 1। ये मॉड्यूल की तालिका के मान हैं।

हल की जाँच GeoTerva में करें ↗

$\cot\varphi\,(N_q - 1)$

सिद्धांत

केवल संसंजन होने पर ध्रुव फिर b पर होता है। पिंड bcfj में संसंजन बल C = c·bc (एक त्रिज्या के अनुदिश, आघूर्णरहित), jf पर संसंजक Rankine निष्क्रिय बल तथा सर्पिल के अनुदिश c कार्य करता है। सर्पिल का अवयव ds = r sec φ dθ है और उसका आघूर्ण c r² dθ है:

$$P_{p(2)} = 2cH_d \tan\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right) \qquad M_c = \int_0^{\theta_1} c\,r^2 d\theta = \frac{c}{2\tan\varphi}\left(r_1^2 - r_0^2\right)$$

आघूर्ण साम्य P_{pc} B/4 = $P_{p(2)}$ H_d/2 + M_c से P_{pc} प्राप्त होता है; वेज साम्य **q_c B = 2 C sin φ + 2 P_{pc}** है (C का ऊर्ध्वाधर घटक)। दो सर्वसमिकाओं से कोष्ठक सरल हो जाते हैं:

$$q_c = c\cot\varphi\left[\frac{e^{2\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)\tan\varphi}}{2\cos^2\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right)} - 1\right] = c\cot\varphi\,(N_q - 1) = cN_c$$

$$N_c = \cot\varphi\,(N_q - 1)$$

परिणाम

φ → 0 पर N_c → 3π/2 + 1 = 5.71; Terzaghi का φ = 0 मान **5.7** है (Prandtl के 5.14 से भिन्न एक विधि)। φ = 30° के लिए **N_c = 37.16**।

प्रश्न

उदाहरण

दिया गया है

मृदा	$\varphi' = 30^\circ$ **और** $\varphi' = 20^\circ$
पिछला उदाहरण	$N_q(30^\circ) = 22.46,\ N_q(20^\circ) = 7.44$

ज्ञात करना है

N_c मान $N_c = \cot\varphi\,(N_q - 1)$ से ज्ञात कीजिए; $\varphi \to 0$ की सीमा लिखिए।

हल

हल

1 φ′ = 30° और φ′ = 20°

$$N_c(30^\circ) = \frac{22.46 - 1}{0.5774} = \mathbf{37.16} \qquad N_c(20^\circ) = \frac{7.44 - 1}{0.3640} = \mathbf{17.69}$$

2 φ → 0 सीमा

$$N_c \to \frac{3\pi}{2} + 1 = \mathbf{5.71} \approx 5.7 \text{ (Terzaghi का मान)}$$

$N_c(30°)$ = **37.16**, $N_c(20°)$ = **17.69**। उसी φ′ पर N_c, N_q से कहीं अधिक बड़ा होता है: कम φ′ पर संसंजन पद प्रबल हो जाता है।

परीक्षण ध्रुव और वह गुणांक जिसका संवृत रूप नहीं है

सिद्धांत

भार को सम्मिलित करने पर ध्रुव b वाला सर्पिल अब क्रांतिक नहीं रहता: ध्रुव O को fb रेखा के b से आगे के विस्तार पर **परीक्षण-त्रुटि विधि से** खिसकाया जाता है; प्रत्येक स्थिति एक नया सर्पिल और एक नया bcfj द्रव्यमान देती है। O के सापेक्ष आघूर्ण:

$$P_{p\gamma} = \frac{W\, l_w + P_{p(3)}\, l_R}{l_p} \qquad P_{p(3)} = \tfrac{1}{2}\gamma H_d^2 \tan^2\!\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right)$$

सबसे छोटा $P_{p\gamma}$ वह मान है जो मृदा विकसित करती है। वेज अब अपना भार भी वहन करता है: $W_w = \tfrac{1}{2}\, B\, h\, \gamma = (B^2/4)\, \gamma \tan\varphi$। $P_{p\gamma} = \tfrac{1}{8}\, \gamma\, B^2\, K_{p\gamma} \tan^2\varphi$ लिखने पर ($K_{p\gamma}$ केवल φ पर निर्भर):

$$q_\gamma B = 2P_{p\gamma} - W_w \;\Rightarrow\; q_\gamma = \tfrac{1}{2}\gamma B\, N_\gamma \qquad N_\gamma = \tfrac{1}{2}K_{p\gamma} \tan^2\varphi - \tfrac{1}{2}\tan\varphi$$

$K_{p\gamma}$ परीक्षण-आधारित न्यूनीकरण से प्राप्त होने के कारण **N_γ का कोई संवृत-रूप नहीं है**; यह प्रत्येक φ के लिए संख्यात्मक रूप से परिकलित किया जाता है। मॉड्यूल **Kumbhojkar (1993)** के मानों (तालिका 1) का उपयोग करता है और उनके बीच रैखिक अंतर्वेशन करता है: $\varphi = 30^\circ$ के लिए $N_\gamma = 19.13$।

तालिका क्यों?

N_c और N_q संवृत व्यंजकों से प्राप्त होते हैं। N_γ, इसके विपरीत, एक न्यूनतमीकरण का परिणाम है: एक ही विधि से लिखे जाने पर भी ऐसा कोई सूत्र नहीं है जिसे सभी प्रयोग करते हों।

प्रश्न

उदाहरण

दिया गया है

मृदा	$\varphi' = 20^\circ$ **(मॉड्यूल मॉडल) और** 30°**; साथ ही** 22.5°
स्रोत	**Kumbhojkar (1993) तालिका 1: $N_\gamma(22°) = 5.09$, $N_\gamma(23°) = 6.00$**

ज्ञात करना है

$N_\gamma(20°)$, $N_\gamma(30°)$; इनसे $K_{p\gamma}$; और $N_\gamma(22.5°)$ (रैखिक अंतर्वेशन)।

हल

हल

1 तालिका 1 ($N_\gamma = ½\ K_{p\gamma} \tan^2\varphi - ½ \tan\varphi \Rightarrow K_{p\gamma} = (2N_\gamma + \tan\varphi)/\tan^2\varphi$)

$$N_\gamma(20^\circ) = 3.64 \ \Rightarrow \ K_{p\gamma} = \frac{2(3.64) + 0.3640}{0.3640^2} = 57.7$$

$$N_\gamma(30^\circ) = 19.13 \ \Rightarrow \ K_{p\gamma} = \frac{2(19.13) + 0.5774}{0.5774^2} = 116.5$$

2 $\varphi' = 22.5°$: 22° और 23° के ठीक मध्य में (t = 0.5)

$$N_\gamma = 5.09 + 0.5(6.00 - 5.09) = \mathbf{5.545}$$

$N_\gamma(20°) = \mathbf{3.64}$, $N_\gamma(30°) = \mathbf{19.13}$; $K_{p\gamma}$ 57.7 → 116.5। मॉड्यूल N_c और N_q को भी उसी सारणी से रैखिक अंतर्वेशित करता है: 22.5° पर $N_c = 21.01$, $N_q = 9.71$।

हल की जाँच GeoTerva में करें ↗

तीन भागों का योग और तालिका 1

सिद्धांत

तीनों भागों को जोड़ने पर संसंजक, घर्षणशील, भारयुक्त मृदा में **स्ट्रिप फ़ुटिंग** की धारण क्षमता:

$$q_u = q_c + q_q + q_\gamma = c\,N_c + q\,N_q + \tfrac{1}{2}\gamma B\,N_\gamma$$

N_q, N_c, N_γ **केवल φ पर** निर्भर करते हैं; तालिका 1 वे मान देती है जिन्हें मॉड्यूल पढ़ता है।

अध्यारोपण यथार्थ नहीं है: N_q और N_c उन सर्पिलों से प्राप्त होते हैं जिनका ध्रुव नींव के किनारे पर है, N_γ उस सर्पिल से जिसका ध्रुव O पर है। अलग-अलग न्यूनतम किए गए भागों का योग संयुक्त समस्या के न्यूनतम मान से अधिक नहीं हो सकता; त्रुटि **सुरक्षित पक्ष में** है।

प्रयोग दर्शाते हैं कि वेज की भुजाओं का कोण φ नहीं, बल्कि लगभग **45° + φ/2** होता है। Terzaghi के गुणांक (और यह मॉड्यूल) α = φ को बनाए रखते हैं; 45° + φ/2 वाला वेज Prandtl–Reissner गुणांकों (Meyerhof, Hansen, Vesic मॉड्यूल) का आधार है, और इसी कारण उन मॉड्यूल के N_c, N_q मान भिन्न होते हैं।

तालिका 1 (Terzaghi)

φ′ (°)	N_c	N_q	N_γ
0	5.70	1.00	0.00
5	7.34	1.64	0.14
10	9.60	2.69	0.56
15	12.86	4.45	1.52
20	17.69	7.44	3.64
25	25.13	12.72	8.34
30	37.16	22.46	19.13
35	57.75	41.44	45.41
40	95.66	81.27	116.31
45	172.29	173.29	325.34
50	347.51	415.15	1,072.80

प्रश्न

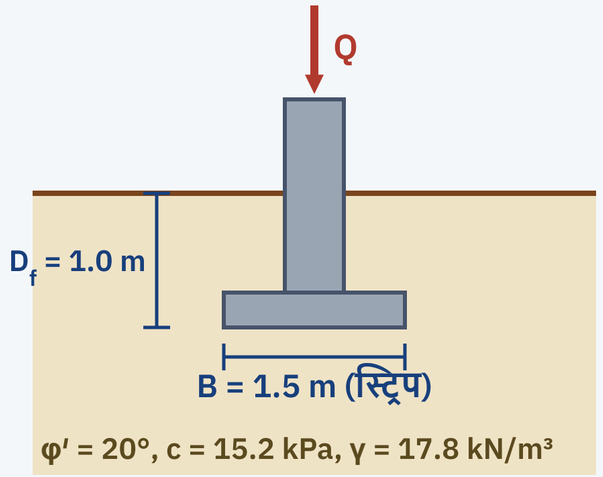
उदाहरण

दिया गया है

नींव	**स्ट्रिप (सतत), B = 1.5 m, D_f = 1.0 m**
मृदा	$c = 15.2$ kPa, $\varphi' = 20^\circ$, $\gamma = 17.8$ kN/m^3
भूजल	**कोई नहीं (गहराई पर)**
तालिका 1 (20°)	**N_c = 17.69, N_q = 7.44, N_γ = 3.64**

ज्ञात करना है

q_u तथा प्रति इकाई लंबाई के लिए **Q_u** के मान ज्ञात कीजिए।



हल

हल

1 अधिभार $q = \gamma D_f = 17.8 \times 1.0 = 17.8$ kPa; स्ट्रिप में आकृति गुणांक नहीं है

$$q_u = 15.2(17.69) + 17.8(7.44) + \tfrac{1}{2}(17.8)(1.5)(3.64)$$
$$= 268.89 + 132.43 + 48.59 = \mathbf{449.91}\ \text{kPa}$$

2 प्रति इकाई लंबाई भार

$$Q_u = q_u B = 449.91(1.5) = \mathbf{674.9}\ \text{kN/m}$$

स्ट्रिप फ़ुटिंग की धारण क्षमता **449.9 kPa** है: संसंजन पद 60%, अधिभार 29%, स्वयं का भार 11%।

हल की जाँच GeoTerva में करें ↗

अर्ध-अनुभवजन्य आकृति गुणांक

सिद्धांत

वर्गाकार या वृत्ताकार फ़ुटिंग के नीचे मृदा समतल विकृति अवस्था में नहीं होती; व्युत्पत्ति सीधे लागू नहीं की जा सकती। Terzaghi ने संसंजन तथा इकाई भार पदों के लिए **अर्ध-अनुभवजन्य गुणांक** सुझाए:

$$q_u = 1.3\,c\,N_c + q\,N_q + 0.4\,\gamma B\,N_\gamma \qquad \text{(वर्गाकार, B × B)}$$

$$q_u = 1.3\,c\,N_c + q\,N_q + 0.3\,\gamma B\,N_\gamma \qquad \text{(वृत्ताकार, व्यास B)}$$

संतृप्त मृत्तिका में अनपवाहित भारण ($\varphi = 0$, $c = c_u$; $N_c = 5.7$, $N_q = 1$, $N_\gamma = 0$):

$$q_u = 5.7\,c_u + q \text{ (स्ट्रिप)} \qquad q_u = 1.3 \times 5.7\,c_u + q = 7.41\,c_u + q \text{ (वर्गाकार, वृत्ताकार)}$$

मॉड्यूल का **आकृति** विकल्प इन गुणांकों का चयन करता है। Terzaghi ने आयताकार फ़ुटिंग के लिए गुणांक नहीं दिए हैं; उसे आकृति गुणांकों वाला सामान्य धारण क्षमता समीकरण (Meyerhof, Hansen, Vesic) समाहित करता है।

गुणांक

नींव	c N_c	γ B N_γ	B
स्ट्रिप	1	0.5	चौड़ाई
वर्गाकार	1.3	0.4	किनारा
वृत्त	1.3	0.3	व्यास

प्रश्न

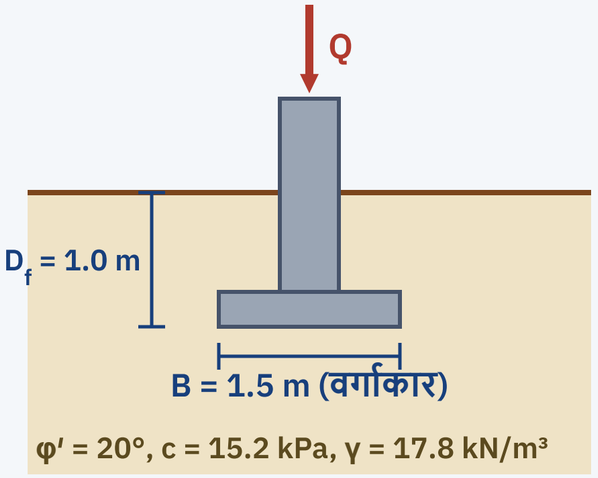
उदाहरण

दिया गया है

नींव	**वर्गाकार, B = L = 1.5 m, आधार की गहराई D_f = 1.0 m**
मृदा	$c = 15.2$ kPa, $\varphi' = 20^\circ$
इकाई भार	$\gamma = 17.8$ kN/m^3 **(ऊपर)**
भूजल	**कोई नहीं (गहराई पर)**
तुलना	**वृत्ताकार, व्यास B = 1.5 m; साथ ही मृत्तिका: φ = 0, c_u = 40 kPa, γ = 18 kN/m³, D_f = 1 m**

ज्ञात करना है

वर्ग और वृत्त के लिए q_u और Q_u; मृत्तिका के लिए स्ट्रिप और वर्ग का q_u।



हल (1/2)

हल

1 वर्ग (0.4) और वृत्त (0.3); $N_c = 17.69$, $N_q = 7.44$, $N_\gamma = 3.64$

$$\text{वर्गाकार}: \quad q_u = 1.3(15.2)(17.69) + 17.8(7.44) + 0.4(17.8)(1.5)(3.64)$$
$$= 349.55 + 132.43 + 38.88 = \mathbf{520.86}\ \text{kPa}$$
$$\text{वृत्त}: \quad q_u = 349.55 + 132.43 + 0.3(17.8)(1.5)(3.64) = \mathbf{511.14}\ \text{kPa}$$

2 भार

$$Q_u^{square} = q_u B^2 = 520.86(2.25) = \mathbf{1{,}171.9}\ \text{kN}$$
$$Q_u^{circle} = q_u \frac{\pi B^2}{4} = 511.14(1.767) = \mathbf{903.3}\ \text{kN}$$

वर्गाकार फ़ुटिंग का q_u वृत्ताकार फ़ुटिंग के मान से केवल 1.9% अधिक है (केवल γ पद भिन्न है)।

हल (2/2)

हल

3 अनपवाहित मृत्तिका ($q = 18 \times 1 = 18$ kPa; $N_c = 5.7$)

$$\text{स्ट्रिप}: \quad q_u = 5.7(40) + 18 = \mathbf{246.0}\ \text{kPa}$$

$$\text{वर्गाकार, वृत्ताकार}: \quad q_u = 1.3(5.7)(40) + 18 = 7.41(40) + 18 = \mathbf{314.4}\ \text{kPa}$$

नींव	c N_c पद	q	q_u (kPa)
स्ट्रिप	228.0	18.0	**246.0**
वर्ग / वृत्त	296.4	18.0	**314.4**

मृत्तिका में धारण क्षमता लगभग पूरी तरह संसंजन से आती है; वर्गाकार और वृत्ताकार फ़ुटिंग स्ट्रिप फ़ुटिंग की तुलना में **28%** अधिक भार वहन करती हैं (गुणांक 1.3)।

हल की जाँच GeoTerva में करें ↗

वही समीकरण, घटाए गए c और φ के साथ

सिद्धांत

मृदा के स्थानीय सर्पण से विफल होने पर क्रियाविधि पूरी तरह विकसित नहीं होती, सामर्थ्य का केवल एक भाग सक्रिय होता है। Terzaghi ने **वही समीकरण** रखे और सामर्थ्य पैरामीटर घटा दिए:

$$c' = \tfrac{2}{3}\,c \qquad \varphi' = \tan^{-1}\left(\tfrac{2}{3}\tan\varphi\right)$$

संशोधित N'_c, N'_q, N'_γ उन्हीं फलनों की φ' पर गणना हैं (तालिका 3):

$$q_u = c' N'_c + q N'_q + \tfrac{1}{2}\gamma B N'_\gamma \text{ (स्ट्रिप)} \qquad q_u = 1.3\,c' N'_c + q N'_q + 0.4\,\gamma B N'_\gamma \text{ (वर्गाकार)}$$

$c' = \tfrac{2}{3}\,c$ होने के कारण वर्गाकार और वृत्ताकार फ़ुटिंग में संसंजन पद $1.3 \times \tfrac{2}{3} =$ **0.867 c N'_c** होता है।

रेत के लिए Vesic (1973) ने स्थिर ⅔ के स्थान पर आपेक्षिक घनत्व पर निर्भर एक न्यूनीकरण का सुझाव दिया: **$\varphi' = \tan^{-1}(k \tan\varphi)$**, $k = 0.67 + D_r - 0.75\,D_r^2$ $(0 \le D_r \le 0.67)$।

तालिका 3 (स्थानीय अपरूपण)

φ (°)	φ′ (°)	N'_c	N'_q	N'_γ
10	6.70	8.03	1.94	0.25
15	10.13	9.67	2.73	0.58
20	13.64	11.86	3.88	1.18
25	17.27	14.82	5.61	2.29
30	21.05	18.99	8.31	4.35
35	25.02	25.18	12.75	8.38
40	29.22	34.89	20.53	16.84

प्रश्न

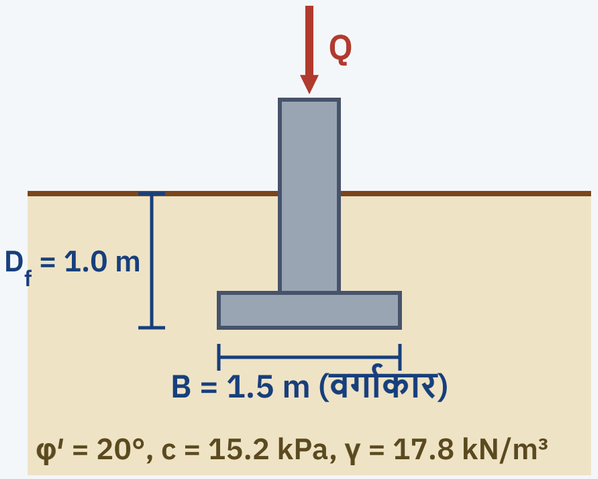
उदाहरण

दिया गया है

नींव	**वर्गाकार, B = L = 1.5 m, आधार की गहराई D_f = 1.0 m**
मृदा	$c = 15.2$ kPa, $\varphi' = 20^\circ$
इकाई भार	$\gamma = 17.8$ kN/m^3 **(ऊपर)**
भूजल	**कोई नहीं (गहराई पर)**
विफलता का प्रकार	**स्थानीय अपरूपण**

ज्ञात करना है

c′, φ′, संशोधित गुणांक और q_u; सामान्य अपरूपण विफलता की तुलना में अनुपात।



हल (1/2)

हल

1 घटी हुई सामर्थ्य (tan 20° = 0.3640)

$$\varphi' = \tan^{-1}\left(\tfrac{2}{3}\cdot 0.3640\right) = \mathbf{13.64}^\circ \qquad c' = \tfrac{2}{3}(15.2) = \mathbf{10.13}\ \text{kPa}$$

2 सारणी 3 (φ' = 13.64°, अंतर्वेशन द्वारा)

$$N_c' = \mathbf{11.86} \qquad N_q' = \mathbf{3.88} \qquad N_\gamma' = \mathbf{1.18}$$

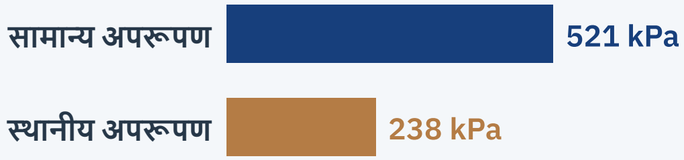
हल (2/2)

हल

3 वर्गाकार फ़ुटिंग (q = 17.8 kPa)

$$q_u = 1.3(10.13)(11.86) + 17.8(3.88) + 0.4(17.8)(1.5)(1.18)$$
$$= 156.20 + 69.05 + 12.61 = \mathbf{237.86}\ \text{kPa}$$

स्थानीय अपरूपण में q_u = **237.86 kPa**, जो सामान्य अपरूपण (520.86 kPa) का केवल **46%** है। ढीली या मृदु मृदा में यह कमी **आधे से अधिक** हर लेती है।



हल की जाँच GeoTerva में करें ↗

जल केवल q और γ को बदलता है

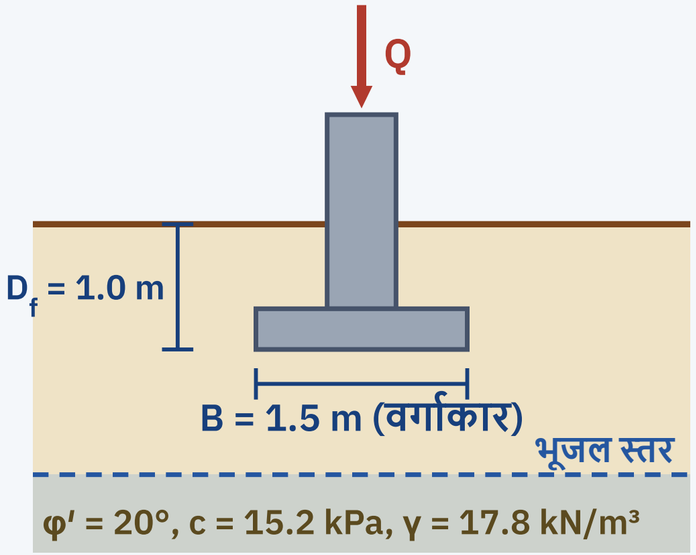
सिद्धांत

व्युत्पत्ति यह मानती है कि भूजल बहुत गहराई पर है। फ़ुटिंग के तल के निकट जल दो बातें बदलता है: **अधिभार q** और ½γBN$_\gamma$ पद का **इकाई भार**; गुणांकों को कभी नहीं। भूजल स्तर के नीचे निमज्जित (प्रभावी) इकाई भार γ′ = γ$_{sat}$ − γ$_w$ होता है (γ$_w$ = 9.81)। मॉड्यूल तीन स्थितियों में भेद करता है (D$_w$ सतह से गहराई है):

$$\text{I } (D_w \le D_f):\ q = \gamma D_w + \gamma'(D_f - D_w),\ \ \gamma \to \gamma' \text{ (तीसरा पद)}$$

$$\text{III } (D_w > D_f):\ q = \gamma D_f,\ \ \bar{\gamma} = \frac{1}{B}\left[\gamma D + \gamma'(B - D)\right],\ D = D_w - D_f \le B$$

D$_w$ = D$_f$ (स्थिति II) I का विशेष रूप है: q = γ D$_f$, तीसरे पद में γ′। जब जल आधार से एक B से अधिक नीचे हो (D > B), तो वह विफलता क्षेत्र के नीचे होता है और समीकरण का उपयोग इस प्रकार किया जाता है मानो जल हो ही नहीं।



प्रश्न

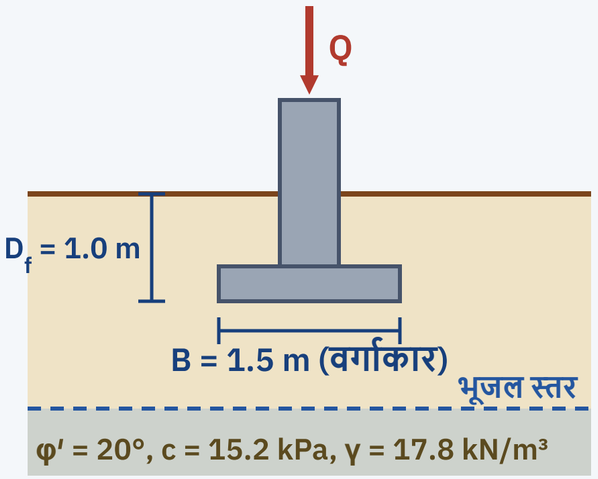
उदाहरण

दिया गया है

नींव	**वर्गाकार, B = L = 1.5 m, आधार की गहराई D_f = 1.0 m**
मृदा	$c = 15.2$ kPa, $\varphi' = 20^\circ$
इकाई भार	$\gamma = 17.8$ kN/m^3 **(ऊपर)**
भूजल	$\gamma_{sat} = 19$ kN/m^3; $D_w = 0.5;\ 1.0;\ 2.0$ **और** 3.5 m

ज्ञात करना है

प्रत्येक स्थिति के लिए **q**, तीसरे पद का इकाई भार और वर्गाकार फ़ुटिंग का q_u ज्ञात कीजिए।



हल (1/3)

हल

1 $\gamma' = 19 - 9.81 = 9.19$ kN/m³ । स्थिति I ($D_w = 0.5$) और II ($D_w = D_f = 1.0$)

$$D_w = 0.5: \; q = 17.8(0.5) + 9.19(0.5) = \mathbf{13.495} \text{ kPa}, \; \gamma' = 9.19$$

$$D_w = 1.0: \; q = 17.8(1.0) = \mathbf{17.8} \text{ kPa}, \; \gamma' = 9.19$$

2 स्थिति III ($D_w = 2.0 \Rightarrow D = 1.0 \le B = 1.5$) और जल का कोई प्रभाव नहीं ($D_w = 3.5 \Rightarrow D = 2.5 > B$)

$$D_w = 2.0: \; \bar{\gamma} = \frac{1}{1.5}\left[17.8(1.0) + 9.19(0.5)\right] = \mathbf{14.93} \text{ kN/m}^3, \; q = 17.8 \text{ kPa}$$

$$D_w = 3.5: \; q = 17.8, \; \gamma = 17.8$$

हल (2/3)

हल

3 D_w = 2.0 m के लिए q_u (वर्गाकार; पहला और दूसरा पद अपरिवर्तित)

$$q_u = 1.3(15.2)(17.69) + 17.8(7.44) + 0.4(14.93)(1.5)(3.64)$$
$$= 349.55 + 132.43 + 32.61 = \mathbf{514.59}\ \text{kPa}$$

वह मॉडल जिसके साथ मॉड्यूल खुलता है (D_w = 2 m, स्थिति III): q_u = **514.59 kPa**; जल न होता तो 520.86 kPa।

हल (3/3)

हल

D_w (m)	स्थिति	q (kPa)	γ तीसरा पद	q_u (kPa)
0.5	I	13.50	9.19	**470.0**
1.0	II	17.80	9.19	**502.1**
2.0	III	17.80	14.93	**514.6**
3.5	उपेक्षणीय	17.80	17.80	**520.9**

जल 0.5 m पर होने पर q_u = 470, गहरा होने पर 521 kPa (10% अंतर)। संसंजन पद (349.6 kPa) कभी नहीं बदलता: **जल केवल q और γ के माध्यम से प्रवेश करता है**।

हल की जाँच GeoTerva में करें ↗

सकल और शुद्ध, लगाया गया दाब

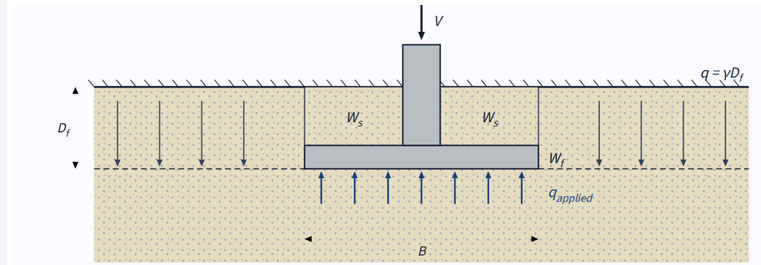
सिद्धांत

q_u विफलता के क्षण का दाब है। मॉड्यूल इसे सुरक्षा गुणांक FS से भाग देता है और **सकल** तथा **शुद्ध** दाब को अलग रखता है। शुद्ध दाब वह दाब है जो फ़ुटिंग उत्खनन से पहले आधार तल पर विद्यमान अधिभार q के ऊपर **जोड़ती** है:

$$q_{u,net} = q_u - q \qquad q_{all,g} = \frac{q_u}{FS} \qquad q_{all,n} = \frac{q_{u,net}}{FS}$$

प्रयुक्त दाब $q_{applied}$ सेवा भारों के अंतर्गत आधार पर **ऊर्ध्वाधर सकल दाब** है: स्तंभ भार V, फ़ुटिंग का भार W_f और फ़ुटिंग के ऊपर की मृदा W_s, आधार क्षेत्रफल से विभाजित (वर्गाकार B^2, वृत्ताकार $\pi B^2/4$, स्ट्रिप B)। फ़ुटिंग निम्न शर्तों पर उत्तीर्ण होती है:

$$q_{apply} = \frac{V + W_f + W_s}{A} \le q_{all,g} \qquad FS_{\text{वास्तविक}} = \frac{q_u}{q_{apply}} \qquad q_{apply} - q \le q_{all,n}$$



यदि q ≥ 0 और FS ≥ 1 है तो **सकल जाँच निर्णायक है**: यह पूरी हो जाए तो शुद्ध जाँच भी पूरी हो जाती है। q_{app} इनपुट न किया जाए तो मॉड्यूल केवल क्षमताएँ देता है। FS ≈ 3 सामान्य है; यह सिद्धांत की अपेक्षा सामर्थ्य पैरामीटरों की अनिश्चितता को समाहित करता है।

प्रश्न

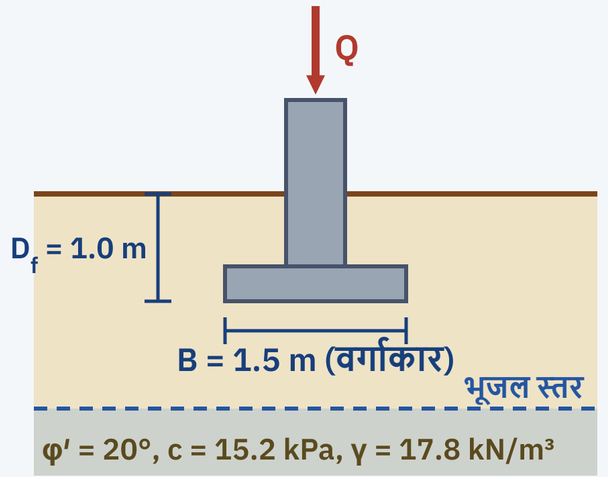
उदाहरण

दिया गया है

नींव	**वर्गाकार, B = L = 1.5 m, आधार की गहराई D_f = 1.0 m**
मृदा	$c = 15.2$ kPa, $\varphi' = 20^\circ$
इकाई भार	$\gamma = 17.8$ kN/m^3 **(ऊपर)**
भूजल	$\gamma_{sat} = 19$ kN/m^3, $D_w = 2$ m **(उदाहरण 7: $q_u = 514.59$ kPa)**
सुरक्षा	**FS = 3**
आरोपित दाब	**(a) q_{app} = 150 kPa · (b) q_{app} = 200 kPa**

ज्ञात करना है

$q_{u,net}$, $q_{all,g}$, $q_{all,n}$, Q_{all} और प्रत्येक $q_{applied}$ के लिए जाँच।



हल

हल

1 अनुमेय दाब (q = 17.8 kPa)

$$q_{u,net} = 514.59 - 17.8 = 496.79 \text{ kPa}$$

$$q_{all,g} = \frac{514.59}{3} = \mathbf{171.53} \text{ kPa} \qquad q_{all,n} = \frac{496.79}{3} = \mathbf{165.60} \text{ kPa}$$

$$Q_{all} = 171.53(1.5^2) = \mathbf{385.9} \text{ kN}$$

2 जाँच

(a) $150 \le 171.53 \Rightarrow$ **मान्य**, $FS_{\text{वास्तविक}} = \dfrac{514.59}{150} = 3.43 \ge 3$

(b) $200 > 171.53 \Rightarrow$ **पूरा नहीं होता**, $FS_{\text{वास्तविक}} = \dfrac{514.59}{200} = 2.57 < 3$

q_{app} = 150 kPa के लिए शुद्ध शर्त भी पूरी होती है (132.2 ≤ 165.6 kPa); 200 kPa पर न सकल और न शुद्ध शर्त पूरी होती है। जब सकल शर्त पूरी हो जाती है, तब शुद्ध शर्त सदैव पूरी होती है।

हल की जाँच GeoTerva में करें ↗

सारांश

याद रखने योग्य बिंदु

Terzaghi (1943): स्ट्रिप, खुरदरी, उथली ($D_f \le B$) फ़ुटिंग; सामान्य अपरूपण; वेज (I), त्रिज्य (II) और निष्क्रिय (III) क्षेत्र; वेज के किनारे $\alpha = \varphi$ पर

अध्यारोपण: $P_p = P_{pq} + P_{pc} + P_{p\gamma}$; $q_u = cN_c + qN_q + \tfrac{1}{2}\gamma B N_\gamma$

$\mathbf{N_q = e^{2(3\pi/4 - \varphi/2)\tan\varphi}/[2\cos^2(45° + \varphi/2)]}$, $\mathbf{N_c = \cot\varphi\,(N_q - 1)}$ (संवृत रूप), $\mathbf{N_\gamma}$ Kumbhojkar की सारणी से ($\varphi = 20°$: 17.69; 7.44; 3.64)

वर्गाकार: 1.3 $cN_c + qN_q + 0.4\,\gamma B N_\gamma$; **वृत्ताकार**: 0.3; **अनपवाहित**: $N_c = 5.7$, स्ट्रिप $5.7\,c_u + q$, वर्गाकार $7.41\,c_u + q$

स्थानीय अपरूपण: $c' = \tfrac{2}{3}c$, $\varphi' = \tan^{-1}(\tfrac{2}{3}\tan\varphi)$ के साथ वही समीकरण (उदाहरण: 520.86 → 237.86 kPa)

भूजल केवल q और γ को बदलता है (3 स्थितियाँ): उदाहरण 514.59 kPa

जाँच: $q_{app} \le q_{all,g}$, FS_{actual} और शुद्ध; $Q_{all} = q_{all,g} \cdot A$

संदर्भ

Terzaghi, K. (1943). Theoretical Soil Mechanics. Wiley, New York.

Das, B.M. (2017). Shallow Foundations: Bearing Capacity and Settlement, 3rd ed. CRC Press, Boca Raton — अनुभाग 2.2–2.3; यह पृष्ठ इसकी व्युत्पत्ति के क्रम का पालन करता है।

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning — अध्याय 16: भूजल मामले, सुरक्षा गुणांक, सारणी 16.1।

Kumbhojkar, A.S. (1993). Numerical evaluation of Terzaghi's Nγ. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 119(3), 598–607।

Prandtl, L. (1921). Über die Eindringungsfestigkeit (Härte) plastischer Baustoffe und die Festigkeit von Schneiden. ZAMM, 1(1), 15–20.

Vesic, A.S. (1973). Analysis of ultimate loads of shallow foundations. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 99(SM1), 45–73।

इस पृष्ठ के चित्र स्वयं क्रियाविधि से तैयार किए गए हैं; समीकरण, चित्र और सारणी संख्याएँ इसके अपने हैं।

टिप्पणी

आकृतियों का एक भाग GeoTerva सिद्धांत पृष्ठ से लिया गया है; सभी संख्यात्मक उदाहरण मॉड्यूल की अपनी गणना लाइब्रेरी और सारणी से तैयार किए गए हैं, मॉड्यूल वही मान देता है।

GeoTerva

ऑनलाइन भू-तकनीकी गणनाएँ

सिद्धांत से अनुप्रयोग तक

इस व्याख्यान के उदाहरण फ़ुटिंग की गणना GeoTerva में चरण-दर-चरण करें: मॉड्यूल इसी मॉडल के साथ खुलता है।

मॉड्यूल खोलें →

सिद्धांत पृष्ठ →

फ़ोन पर खोलें

नमूना मॉड्यूल के लिए पंजीकरण आवश्यक नहीं है।