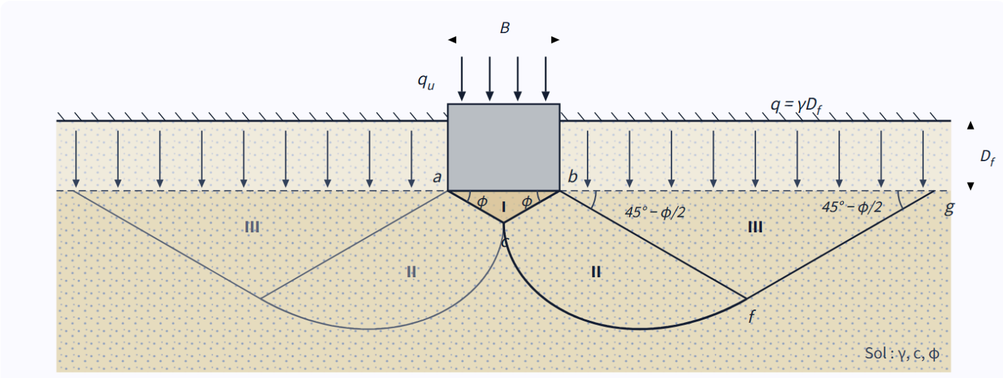
Présentation de cours de géotechnique · Fondations

Capacité portante de Terzaghi

Cours : du mécanisme de rupture de Terzaghi et de sa démonstration aux coefficients N_q, N_c, N_γ, des semelles carrées et circulaires au cisaillement localisé et à la nappe phréatique ; exemple de calcul pour chaque thème.



Trois zones · Spirale logarithmique · $N_c \cdot N_q \cdot N_\gamma$ · Semelles carrée et circulaire · Cisaillement localisé · Exemples de calcul

Que verrons-nous dans ce cours ?

- Distinguer les **hypothèses** de l'équation de Terzaghi et les ruptures par **cisaillement généralisé / localisé**
- Suivre le mécanisme de rupture (**trois zones**, spirale logarithmique) et la décomposition de la force passive en trois parties
- La détermination des coefficients N_q **et** N_c à partir des expressions fermées et de N_γ d'après le tableau de Kumbhojkar
- Écrire l'équation pour une semelle **filante, carrée, circulaire** ; traiter le cas non drainé ($\varphi = 0$)
- D'appliquer la même équation avec c' et φ' pour le **cisaillement localisé**
- Calculer les trois cas de **nappe phréatique** et la contrainte admissible brute/nette, puis **vérifier** la semelle

DÉROULÉ DU COURS

Chaque thème est traité en **trois étapes** :

1 · **Théorie** : quelle est la règle, pourquoi en est-il ainsi ?

2 · **Énoncé** : données et à déterminer

3 · **Solution** : étape par étape, avec les valeurs numériques

Fondation de l'exemple, modèle avec lequel le module s'ouvre : fondation carrée de 1.5 m × 1.5 m dans un sol de c = 15.2 kPa, $\varphi' = 20°$, $\gamma = 17.8$ kN/m³, $D_f = 1$ m, nappe à 2 m.

Sur quoi repose l'équation de Terzaghi ?

THÉORIE

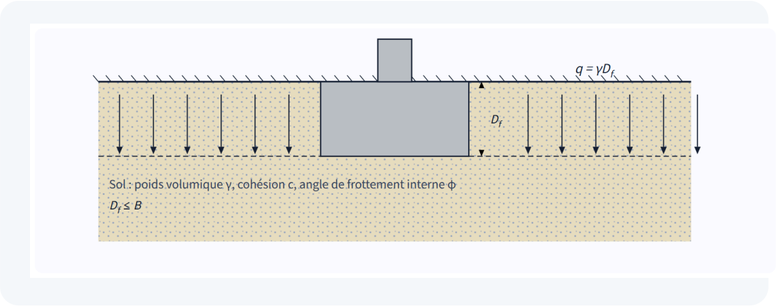
Terzaghi (1943) a déterminé la capacité portante q_u, c'est-à-dire la contrainte moyenne à laquelle le sol sous la fondation rompt par cisaillement, à partir d'un mécanisme de rupture supposé et de l'équilibre de ses parties. La démonstration repose sur les hypothèses suivantes :

La fondation est une **longue semelle filante** (déformation plane), rigide et à **base rugueuse** : le sol situé dessous ne peut pas glisser à la base et descend d'un seul bloc avec la fondation.

Le sol sous la base est **homogène** et très profond ; la charge est **verticale et centrée**.

La fondation est **superficielle**, $D_f \leq B$: le sol situé au-dessus de la base ne participe pas au mécanisme et n'agit que comme **surcharge $q = \gamma D_f$** ; sa résistance au cisaillement est négligée (simplification en faveur de la sécurité).

Le sol rompt par **cisaillement généralisé** ; la rupture par cisaillement localisé est traitée ensuite avec des paramètres réduits.



La résistance au cisaillement obéit à Mohr–Coulomb :

$$s = c + \sigma' \tan \varphi$$

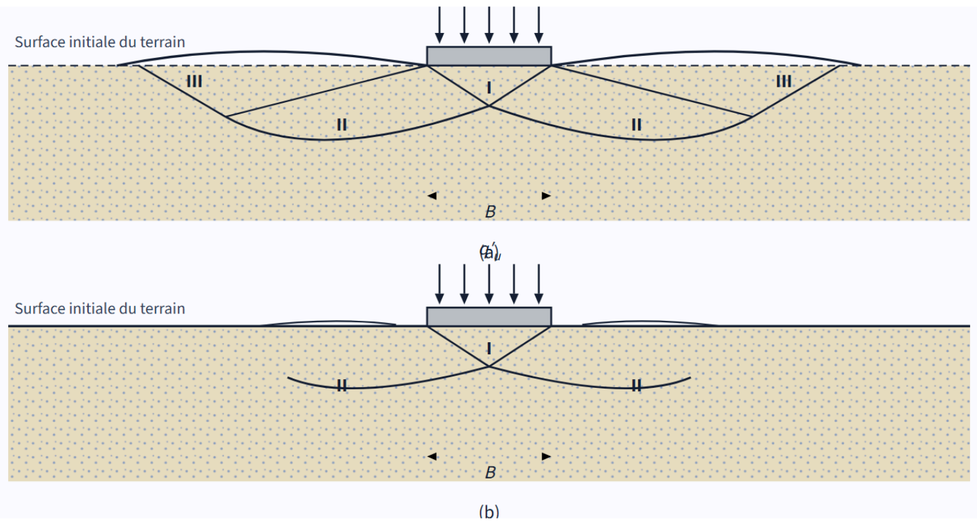
Comment une semelle rompt-elle ?

THÉORIE

Une semelle filante sur sable dense ou argile raide est chargée par paliers. Le tassement augmente d'abord lentement ; puis, à une certaine pression, le tassement s'emballe **sans augmentation de la charge** : une surface de rupture continue s'est formée depuis le bord de la semelle jusqu'à la surface, et le terrain se soulève à côté de la semelle. C'est la rupture par **cisaillement généralisé**, et cette pression est $\mathbf{q_u}$.

Dans le **sable lâche et l'argile molle**, la courbe ne présente pas de pic : après q'_u, elle passe à une droite plus raide mais encore croissante ; les surfaces de rupture restent à l'intérieur du sol, le soulèvement est faible : **cisaillement localisé**.

Trois zones sous la fondation : le **coin (I)**, qui descend comme un corps unique, la **zone radiale (II)**, repoussée par le coin, et la **zone passive (III)**, poussée vers le haut et sur les côtés. En rupture par cisaillement localisé, le coin se forme de la même manière, mais les zones II et III s'éteignent dans le sol sans atteindre la surface.



Trois zones et spirale logarithmique

THÉORIE

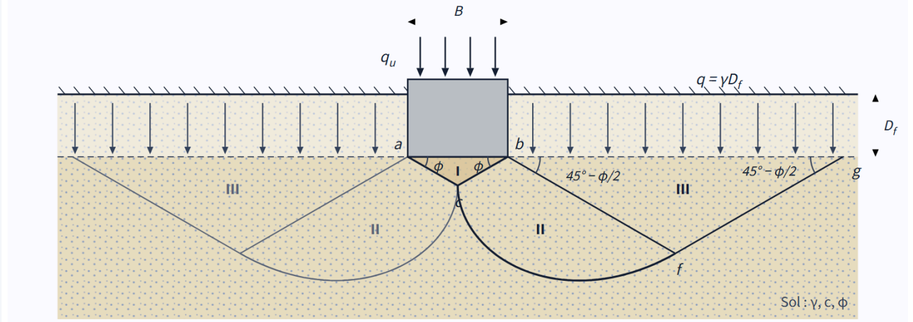
Terzaghi a divisé le sol de part et d'autre en trois zones :

I · coin abc : le coin adhère à la base rugueuse et descend rigidement avec la semelle. Ses côtés ac et bc font avec l'horizontale un angle **α = φ**.

II · zone radiale bcf (Prandtl) : chaque rayon issu de b est une ligne de glissement ; la limite cf est un arc de **spirale logarithmique** de pôle b.

III · zone de Rankine passive bfg : bf et fg sont des lignes de glissement rectilignes faisant un angle de 45° − φ/2 avec l'horizontale.

$$r = r_0\, e^{\theta \tan\varphi} \qquad \theta_1 = \angle cbf = 180^\circ - \varphi - \left(45^\circ - \tfrac{\varphi}{2}\right) = \frac{3\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$$



Propriété de la spirale : en chaque point, le rayon tracé depuis le pôle fait un angle φ avec la normale à la courbe. Par conséquent, le frottement le long de la spirale **ne produit aucun moment** par rapport au pôle, et l'équilibre s'écrit avec les moments autour de ce pôle.

Il est vertical et divisé en trois parties

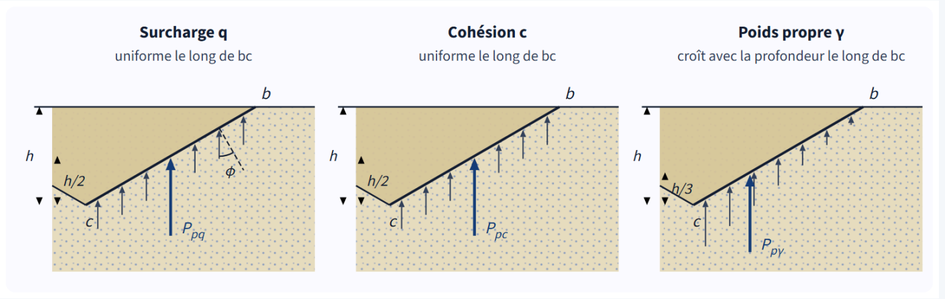
THÉORIE

La semelle pousse le coin vers le bas ; le sol des zones II et III résiste sur chaque face par une **force de butée P_p**. Le sol glissant contre le sol, l'angle de frottement complet intervient : P_p fait l'angle φ avec la normale à la face. La face bc faisant l'angle φ avec l'horizontale, sa normale fait l'angle φ avec la verticale ; la force déviée de φ par rapport à cette normale est **exactement verticale**.

P_p dépend simultanément de q, c et γ, et les trois ensemble ne conduisent pas à une solution en forme fermée. Terzaghi a déterminé chacun comme si les deux autres étaient nuls et les a **additionnés** (superposition) :

$$P_p = P_{pq} + P_{pc} + P_{p\gamma} \qquad h = \frac{B}{2}\tan\varphi$$

- P_{pq} : surcharge seule (γ = 0, c = 0) → **N_q**
- P_{pc} : cohésion seule (γ = 0, q = 0) → **N_c**
- $P_{p\gamma}$: poids du sol seul (q = 0, c = 0) → **N_γ**



Moments autour du pôle b

THÉORIE

Avec la surcharge seule, le pôle est en b. Sur la masse bcfj agissent P_{pq} le long de bc, q le long de bj, la force de butée de Rankine le long de jf, et la résultante F le long de la spirale ; F passe par le pôle et disparaît de l'équation des moments :

$$P_{p(1)} = q\,H_d \tan^2\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right) \qquad P_{pq}\frac{B}{4} = q\,\overline{bj}\,\frac{\overline{bj}}{2} + P_{p(1)}\frac{H_d}{2}$$

$$r_0 = \frac{B}{2}\sec\varphi \quad r_1 = r_0\, e^{\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\tan\varphi} \quad \overline{bj} = r_1\cos\left(45^\circ - \tfrac{\varphi}{2}\right) \quad H_d = r_1\sin\left(45^\circ - \tfrac{\varphi}{2}\right)$$

Comme tan(45° + φ/2) = cot(45° − φ/2), les deux termes sont égaux : $P_{pq} = (4/B)\, q\, r_1^2 \cos^2(45° - \varphi/2)$. Avec l'équilibre du coin $\mathbf{q_q\, B = 2\, P_{pq}}$:

$$q_q = qN_q \qquad N_q = \frac{e^{2\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\tan\varphi}}{2\cos^2\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right)}$$

RÉSULTAT

Pour φ = 0, $N_q = 1$: en l'absence de frottement, la surcharge est transmise telle quelle. Pour φ = 30°, **$N_q = 22.46$**.

Énoncé

EXEMPLE

Données

Sol	$\varphi' = 30°$ **et** $\varphi' = 20°$ **(module de déformation)**
Formule	$N_q = \dfrac{e^{2(3\pi/4 - \varphi/2)\tan\varphi}}{2\cos^2(45° + \varphi/2)}$

À DÉTERMINER

Pour chaque φ′, déterminer la valeur de **N_q** à partir de la forme explicite.

Solution

SOLUTION

1 $\varphi' = 30°$ ($3\pi/4 - \varphi/2 = 2.0944$ rad ; $\tan 30° = 0.5774$; $45° + 15° = 60°$)

$$N_q = \frac{e^{2(2.0944)(0.5774)}}{2\cos^2 60°} = \frac{e^{2.4184}}{2(0.25)} = \frac{11.228}{0.5} = \mathbf{22.46}$$

2 $\varphi' = 20°$ ($3\pi/4 - \varphi/2 = 2.1817$ rad ; $\tan 20° = 0.3640$; $45° + 10° = 55°$)

$$N_q = \frac{e^{2(2.1817)(0.3640)}}{2\cos^2 55°} = \frac{e^{1.5881}}{2(0.3290)} = \frac{4.895}{0.6580} = \mathbf{7.44}$$

$N_q(30°) = \mathbf{22.46}$, $N_q(20°) = \mathbf{7.44}$; pour $\varphi' = 0$, $N_q = 1$. Ce sont les valeurs du tableau du module.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

cot φ (N_q − 1)

THÉORIE

Avec la seule cohésion, le pôle est de nouveau en b. Dans la masse bcfj agissent la force de cohésion C = c·bc (le long d'un rayon, sans moment), sur jf la butée de Rankine avec cohésion, et le long de la spirale c. L'élément de la spirale est ds = r sec φ dθ et son moment est c r² dθ :

$$P_{p(2)} = 2cH_d \tan\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right) \qquad M_c = \int_0^{\theta_1} c\, r^2 d\theta = \frac{c}{2\tan\varphi}\left(r_1^2 - r_0^2\right)$$

L'équilibre des moments P_{pc} B/4 = $P_{p(2)}$ H_d/2 + M_c donne P_{pc} ; l'équilibre du coin donne **q_c B = 2 C sin φ + 2 P_{pc}** (composante verticale de C). Avec deux identités, les parenthèses se simplifient :

$$q_c = c\cot\varphi\left[\frac{e^{2\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\tan\varphi}}{2\cos^2\left(45^\circ+\frac{\varphi}{2}\right)} - 1\right] = c\cot\varphi\,(N_q - 1) = cN_c$$

$$N_c = \cot\varphi\,(N_q - 1)$$

RÉSULTAT

Lorsque φ → 0, N_c → 3π/2 + 1 = 5.71 ; la valeur de Terzaghi pour φ = 0 est **5.7** (une méthode différente de celle de Prandtl, 5.14). Pour φ = 30°, **N_c = 37.16**.

Énoncé

EXEMPLE

Données

Sol	$\varphi' = 30^\circ$ **et** $\varphi' = 20^\circ$
Exemple précédent	$N_q(30^\circ) = 22.46,\ N_q(20^\circ) = 7.44$

À DÉTERMINER

Déterminer les valeurs de $\mathbf{N_c}$ avec $N_c = \cot \varphi\ (N_q - 1)$; écrire la limite lorsque $\varphi \to 0$.

Solution

SOLUTION

1 φ′ = 30° et φ′ = 20°

$$N_c(30^\circ) = \frac{22.46 - 1}{0.5774} = \mathbf{37.16} \qquad N_c(20^\circ) = \frac{7.44 - 1}{0.3640} = \mathbf{17.69}$$

2 limite $\varphi \to 0$

$$N_c \to \frac{3\pi}{2} + 1 = \mathbf{5.71} \approx 5.7 \text{ (valeur de Terzaghi)}$$

$N_c(30°)$ = **37.16**, $N_c(20°)$ = **17.69**. Pour un même φ′, N_c est bien supérieur à N_q : le terme de cohésion devient prépondérant aux faibles valeurs de φ′.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Pôle d'essai et coefficient sans forme explicite

THÉORIE

Avec le poids, la spirale de pôle b n'est plus critique : le pôle O est déplacé **par tâtonnement** le long du prolongement de la droite fb au-delà de b ; chaque position donne une nouvelle spirale et une nouvelle masse bcfj. Moments autour de O :

$$P_{p\gamma} = \frac{W\, l_w + P_{p(3)}\, l_R}{l_p} \qquad P_{p(3)} = \tfrac{1}{2}\gamma H_d^2 \tan^2\!\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right)$$

La plus petite valeur de $P_{p\gamma}$ est celle que développe le sol. Le coin porte désormais aussi son propre poids : $W_w = ½\ B\ h\ \gamma = (B^2/4)\ \gamma \tan\varphi$. En posant $P_{p\gamma} = ⅛\ \gamma\ B^2\ K_{p\gamma} \tan^2\varphi$ ($K_{p\gamma}$ ne dépend que de φ) :

$$q_\gamma B = 2P_{p\gamma} - W_w \;\Rightarrow\; q_\gamma = \tfrac{1}{2}\gamma B\, N_\gamma \qquad N_\gamma = \tfrac{1}{2}K_{p\gamma}\tan^2\varphi - \tfrac{1}{2}\tan\varphi$$

Comme $K_{p\gamma}$ provient d'une minimisation par essais successifs, **N_γ n'a pas de forme analytique** ; il est calculé numériquement pour chaque φ. Le module utilise les valeurs de **Kumbhojkar (1993)** (Tableau 1) et interpole linéairement entre elles : pour φ = 30°, N_γ = 19.13.

POURQUOI UN TABLEAU ?

N_c et N_q découlent d'expressions en forme fermée. N_γ, en revanche, est le résultat d'une minimisation : même lorsqu'il est établi par la même méthode, il n'existe pas de formule utilisée par tous.

Énoncé

EXEMPLE

Données

Sol	$\varphi' = 20°$ **(module de déformation) et** $30°$ **; également** $22.5°$
Source	**Kumbhojkar (1993), tableau 1 : N_γ(22°) = 5.09, N_γ(23°) = 6.00**

À DÉTERMINER

N_γ(20°), N_γ(30°) ; $K_{p\gamma}$ à partir de ces valeurs ; et N_γ(22.5°) (interpolation linéaire).

Solution

SOLUTION

1 Tableau 1 ($N_\gamma = ½\ K_{p\gamma} \tan^2\varphi - ½ \tan\varphi \Rightarrow K_{p\gamma} = (2N_\gamma + \tan\varphi)/\tan^2\varphi$)

$$N_\gamma(20^\circ) = 3.64 \ \Rightarrow \ K_{p\gamma} = \frac{2(3.64) + 0.3640}{0.3640^2} = 57.7$$

$$N_\gamma(30^\circ) = 19.13 \ \Rightarrow \ K_{p\gamma} = \frac{2(19.13) + 0.5774}{0.5774^2} = 116.5$$

2 $\varphi' = 22.5°$: à mi-chemin entre 22° et 23° (t = 0.5)

$$N_\gamma = 5.09 + 0.5(6.00 - 5.09) = \mathbf{5.545}$$

$N_\gamma(20°) =$ **3.64**, $N_\gamma(30°) =$ **19.13** ; $K_{p\gamma}$ 57.7 → 116.5. Le module interpole aussi linéairement N_c et N_q à partir du même tableau : à 22.5°, N_c = 21.01, N_q = 9.71.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Somme des trois termes et tableau 1

THÉORIE

En additionnant les trois termes, on obtient la capacité portante de la **semelle filante** sur un sol cohérent et frottant, pesant :

$$q_u = q_c + q_q + q_\gamma = c\,N_c + q\,N_q + \tfrac{1}{2}\gamma B\,N_\gamma$$

N_q, N_c, N_γ ne dépendent **que de φ** ; le Tableau 1 donne les valeurs lues par le module.

La superposition n'est pas exacte : N_q et N_c proviennent de spirales dont le pôle est au bord de la fondation, N_γ d'une spirale dont le pôle est en O. La somme de parties minimisées séparément ne peut pas dépasser le minimum du problème combiné ; l'erreur est **du côté de la sécurité**.

Les essais montrent que les côtés du coin ne sont pas inclinés de φ mais d'environ **45° + φ/2**. Les coefficients de Terzaghi (et ce module) conservent α = φ ; le coin à 45° + φ/2 est à la base des coefficients de Prandtl–Reissner (modules de Meyerhof, Hansen, Vesic), et leurs valeurs de N_c et N_q diffèrent donc.

TABLEAU 1 (Terzaghi)

φ′ (°)	N_c	N_q	N_γ
0	5.70	1.00	0.00
5	7.34	1.64	0.14
10	9.60	2.69	0.56
15	12.86	4.45	1.52
20	17.69	7.44	3.64
25	25.13	12.72	8.34
30	37.16	22.46	19.13
35	57.75	41.44	45.41
40	95.66	81.27	116.31
45	172.29	173.29	325.34
50	347.51	415.15	1,072.80

Énoncé

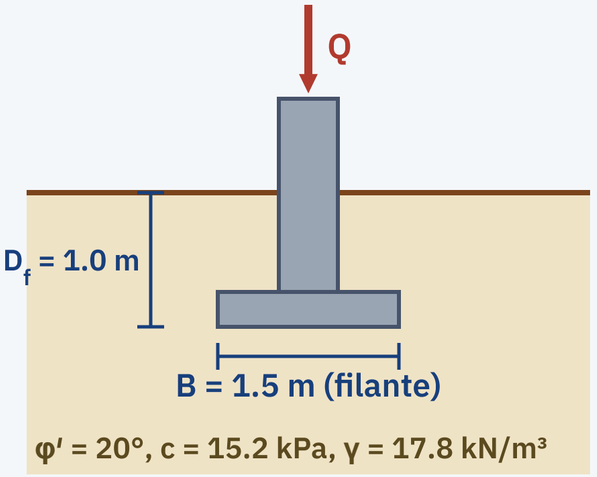
EXEMPLE

Données

Fondation	**bande (continue), B = 1.5 m, D_f = 1.0 m**
Sol	$c = 15.2\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 20^\circ,\ \gamma = 17.8\ \mathrm{kN/m^3}$
Nappe phréatique	**aucun (en profondeur)**
Tableau 1 (20°)	**N_c = 17.69, N_q = 7.44, N_γ = 3.64**

À DÉTERMINER

Déterminer **q_u** et **Q_u** par unité de longueur.



Solution

SOLUTION

1 Surcharge q = γ D_f = 17.8 × 1.0 = 17.8 kPa ; pas de facteur de forme pour la semelle filante

$$q_u = 15.2(17.69) + 17.8(7.44) + \tfrac{1}{2}(17.8)(1.5)(3.64)$$
$$= 268.89 + 132.43 + 48.59 = \mathbf{449.91}\ \mathrm{kPa}$$

2 Charge par unité de longueur

$$Q_u = q_u B = 449.91(1.5) = \mathbf{674.9}\ \mathrm{kN/m}$$

Capacité portante de la semelle filante : **449.9 kPa** ; terme de cohésion 60 %, surcharge 29 %, poids propre 11 %.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Facteurs de forme semi-empiriques

THÉORIE

Sous une semelle carrée ou circulaire, le sol n'est pas en état de déformation plane ; la démonstration ne peut pas être appliquée directement. Terzaghi a proposé des **coefficients semi-empiriques** pour les termes de cohésion et de poids :

$$q_u = 1.3\,c\,N_c + q\,N_q + 0.4\,\gamma B\,N_\gamma \qquad (\text{carrée, B} \times \text{B})$$

$$q_u = 1.3\,c\,N_c + q\,N_q + 0.3\,\gamma B\,N_\gamma \qquad (\text{cercle, diamètre B})$$

Chargement non drainé dans une argile saturée ($\varphi = 0$, $c = c_u$; $N_c = 5.7$, $N_q = 1$, $N_\gamma = 0$) :

$$q_u = 5.7\,c_u + q\ (\text{bande}) \qquad q_u = 1.3 \times 5.7\,c_u + q = 7.41\,c_u + q\ (\text{carrée, circulaire})$$

> L'option **Forme** du module sélectionne ces facteurs. Terzaghi n'a pas donné de facteurs pour une semelle rectangulaire ; ce cas est couvert par l'équation générale de capacité portante avec facteurs de forme (Meyerhof, Hansen, Vesic).

COEFFICIENTS

Fondation	c N_c	γ B N_γ	B
bande	1	0.5	largeur
carré	1.3	0.4	bord
cercle	1.3	0.3	diamètre

Énoncé

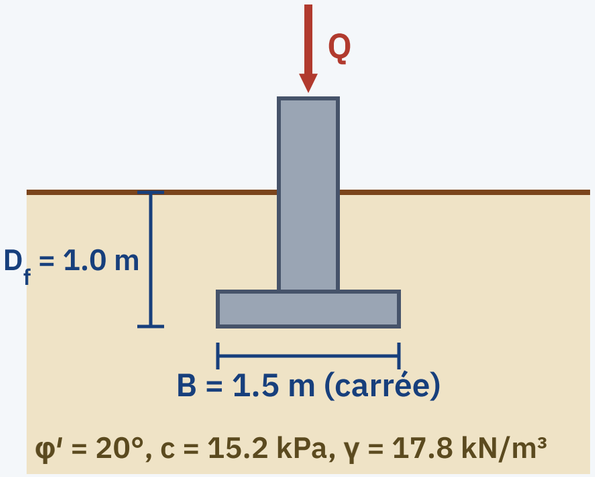
EXEMPLE

Données

Fondation	**carrée, B = L = 1.5 m, profondeur d'encastrement D_f = 1.0 m**
Sol	$c = 15.2\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 20^\circ$
Poids volumique	$\gamma = 17.8\ \mathrm{kN/m^3}$ **(en haut)**
Nappe phréatique	**aucun (en profondeur)**
Comparaison	**cercle, diamètre B = 1.5 m ; également argile : φ = 0, c_u = 40 kPa, γ = 18 kN/m³, D_f = 1 m**

À DÉTERMINER

q_u et **Q_u** pour la semelle carrée et la semelle circulaire ; **q_u** pour la semelle filante et la semelle carrée dans l'argile.



Solution (1/2)

SOLUTION

1 Carré (0.4) et cercle (0.3) ; $N_c = 17.69$, $N_q = 7.44$, $N_\gamma = 3.64$

$$\begin{aligned}\text{carré :}\quad q_u &= 1.3(15.2)(17.69) + 17.8(7.44) + 0.4(17.8)(1.5)(3.64)\\ &= 349.55 + 132.43 + 38.88 = \mathbf{520.86}\ \text{kPa}\\ \text{cercle :}\quad q_u &= 349.55 + 132.43 + 0.3(17.8)(1.5)(3.64) = \mathbf{511.14}\ \text{kPa}\end{aligned}$$

2 Charges

$$Q_u^{square} = q_u B^2 = 520.86(2.25) = \mathbf{1{,}171.9}\ \text{kN}$$

$$Q_u^{circle} = q_u \frac{\pi B^2}{4} = 511.14(1.767) = \mathbf{903.3}\ \text{kN}$$

Le q_u de la semelle carrée n'excède celui de la semelle circulaire que de 1.9 % (seul le terme en γ diffère).

Solution (2/2)

SOLUTION

3 Argile non drainée (q = 18 × 1 = 18 kPa ; N_c = 5.7)

$$\text{bande :}\quad q_u = 5.7(40) + 18 = \mathbf{246.0}\ \text{kPa}$$

$$\text{carrée, circulaire :}\quad q_u = 1.3(5.7)(40) + 18 = 7.41(40) + 18 = \mathbf{314.4}\ \text{kPa}$$

Fondation	Terme c N_c	q	q_u (kPa)
bande	228.0	18.0	**246.0**
carré / cercle	296.4	18.0	**314.4**

Dans l'argile, la capacité portante provient presque uniquement de la cohésion ; les semelles carrée et circulaire portent **28 %** de plus que la semelle filante (coefficient 1.3).

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Même équation, c et φ réduits

THÉORIE

Lorsque le sol cède par cisaillement localisé, le mécanisme ne se développe pas complètement et une partie seulement de la résistance est mobilisée. Terzaghi a conservé **les mêmes équations** et a réduit les paramètres de résistance :

$$c' = \frac{2}{3}\,c \qquad \varphi' = \tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\tan\varphi\right)$$

Les N'_c, N'_q, N'_γ corrigés sont les mêmes fonctions évaluées en φ′ (Tableau 3) :

$$q_u = c' N'_c + q N'_q + \tfrac{1}{2}\gamma B N'_\gamma \ \text{(bande)} \qquad q_u = 1.3\,c' N'_c + q N'_q + 0.4\,\gamma B N'_\gamma \ \text{(carrée)}$$

Comme c′ = ⅔ c, le terme de cohésion devient 1.3 × ⅔ = **0.867 c N'_c** pour les semelles carrée et circulaire.

Pour les sables, Vesic (1973) a proposé, à la place de la valeur fixe ⅔, une réduction dépendant de l'indice de densité : **φ′ = tan⁻¹(k tan φ)**, k = 0.67 + D_r − 0.75 D_r^2 (0 ≤ D_r ≤ 0.67).

TABLEAU 3 (cisaillement localisé)

φ (°)	φ′ (°)	N'_c	N'_q	N'_γ
10	6.70	8.03	1.94	0.25
15	10.13	9.67	2.73	0.58
20	13.64	11.86	3.88	1.18
25	17.27	14.82	5.61	2.29
30	21.05	18.99	8.31	4.35
35	25.02	25.18	12.75	8.38
40	29.22	34.89	20.53	16.84

Énoncé

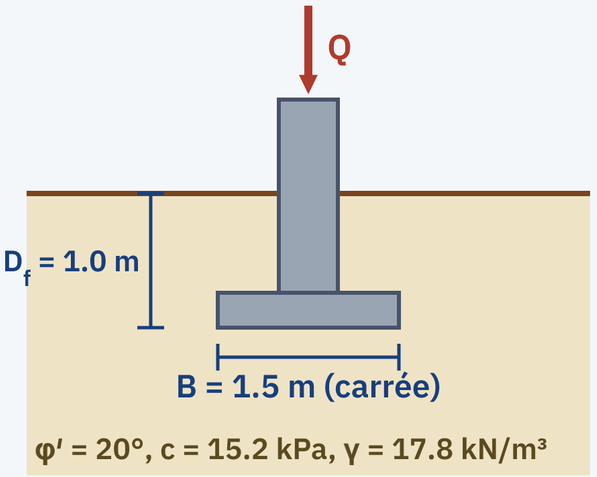
EXEMPLE

Données

Fondation	**carrée, B = L = 1.5 m, profondeur d'encastrement D_f = 1.0 m**
Sol	$c = 15.2\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 20^\circ$
Poids volumique	$\gamma = 17.8\ \mathrm{kN/m^3}$ **(en haut)**
Nappe phréatique	**aucun (en profondeur)**
Mode de rupture	**rupture par cisaillement localisé**

À DÉTERMINER

c′, φ′, coefficients corrigés et q_u ; rapport à la rupture par cisaillement généralisé.



Solution (1/2)

SOLUTION

1 Résistance réduite (tan 20° = 0.3640)

$$\varphi' = \tan^{-1}\left(\tfrac{2}{3}\cdot 0.3640\right) = \mathbf{13.64}^\circ \qquad c' = \tfrac{2}{3}(15.2) = \mathbf{10.13}\ \mathrm{kPa}$$

2 Tableau 3 (φ′ = 13.64°, par interpolation)

$$N'_c = \mathbf{11.86} \qquad N'_q = \mathbf{3.88} \qquad N'_\gamma = \mathbf{1.18}$$

Solution (2/2)

SOLUTION

3 Semelle carrée (q = 17.8 kPa)

$$q_u = 1.3(10.13)(11.86) + 17.8(3.88) + 0.4(17.8)(1.5)(1.18)$$
$$= 156.20 + 69.05 + 12.61 = \mathbf{237.86}\ \text{kPa}$$

En cisaillement localisé, q_u = **237.86 kPa**, soit seulement **46 %** de la valeur en cisaillement généralisé (520.86 kPa). Dans un sol lâche ou mou, cette réduction supprime **plus de la moitié**.



Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

L'eau ne modifie que q et γ

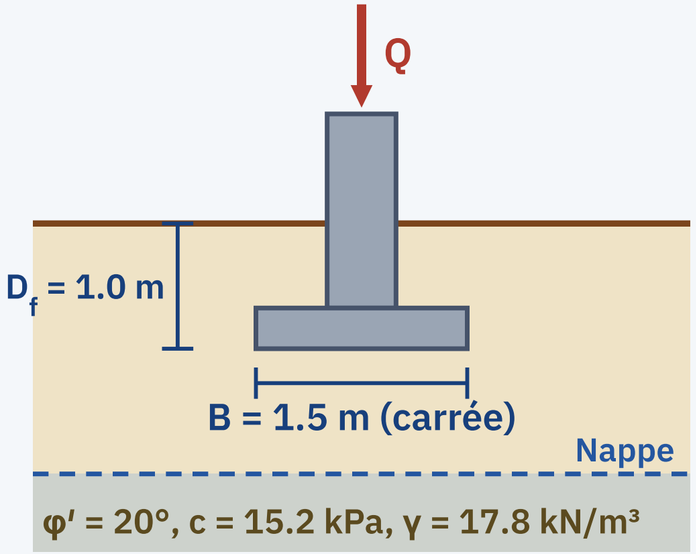
THÉORIE

La démonstration suppose la nappe très profonde. L'eau proche de la base modifie deux éléments : la **surcharge q** et le **poids volumique** dans le terme ½γBN$_\gamma$; jamais les coefficients. Sous la nappe, le poids volumique déjaugé est γ′ = γ$_{sat}$ − γ$_w$ (γ$_w$ = 9.81). Le module distingue trois cas (D$_w$ est la profondeur depuis la surface) :

$$\text{I } (D_w \le D_f):\ q = \gamma D_w + \gamma'(D_f - D_w),\ \ \gamma \to \gamma' \text{ (troisième terme)}$$

$$\text{III } (D_w > D_f):\ q = \gamma D_f,\ \ \bar{\gamma} = \frac{1}{B}\left[\gamma D + \gamma'(B - D)\right],\ D = D_w - D_f \le B$$

D$_w$ = D$_f$ (cas II) est un cas particulier du cas I : q = γ D$_f$, avec γ′ dans le troisième terme. Lorsque l'eau se trouve à plus d'une largeur B sous la base (D > B), elle est située sous la zone de rupture et l'équation est utilisée comme s'il n'y avait pas d'eau.



Énoncé

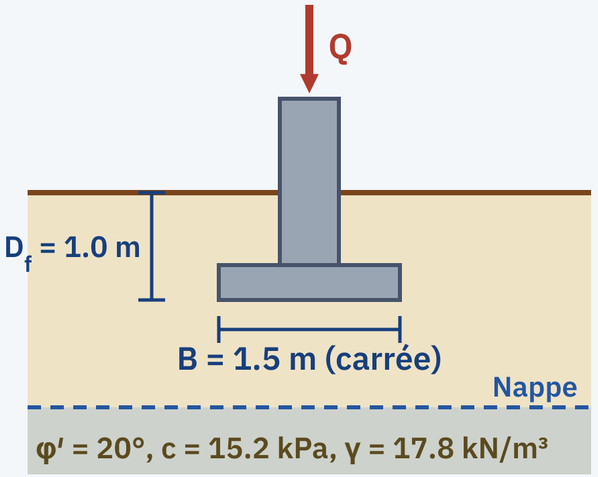
EXEMPLE

Données

Fondation	**carrée, B = L = 1.5 m, profondeur d'encastrement D_f = 1.0 m**
Sol	$c = 15.2\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 20^\circ$
Poids volumique	$\gamma = 17.8\ \mathrm{kN/m^3}$ **(en haut)**
Nappe phréatique	$\gamma_{sat} = 19\ \mathrm{kN/m^3}$ **;** $D_w = 0.5;\ 1.0;\ 2.0$ **et** $3.5\ \mathrm{m}$

À DÉTERMINER

Pour chaque cas, déterminer **q**, le poids volumique intervenant dans le troisième terme et la valeur de $\mathbf{q_u}$ de la semelle carrée.



Solution (1/3)

SOLUTION

1 $\gamma' = 19 - 9.81 = 9.19$ kN/m³. Cas I ($D_w = 0.5$) et II ($D_w = D_f = 1.0$)

$$D_w = 0.5 : \; q = 17.8(0.5) + 9.19(0.5) = \mathbf{13.495}\ \mathrm{kPa},\ \gamma' = 9.19$$

$$D_w = 1.0 : \; q = 17.8(1.0) = \mathbf{17.8}\ \mathrm{kPa},\ \gamma' = 9.19$$

2 Cas III ($D_w = 2.0 \Rightarrow D = 1.0 \leq B = 1.5$) et eau sans effet ($D_w = 3.5 \Rightarrow D = 2.5 > B$)

$$D_w = 2.0 : \; \bar{\gamma} = \frac{1}{1.5}\left[17.8(1.0) + 9.19(0.5)\right] = \mathbf{14.93}\ \mathrm{kN/m^3},\ q = 17.8\ \mathrm{kPa}$$

$$D_w = 3.5 : \; q = 17.8,\ \gamma = 17.8$$

Solution (2/3)

SOLUTION

3 q_u pour D_W = 2.0 m (carré ; les premier et deuxième termes ne changent pas)

$$q_u = 1.3(15.2)(17.69) + 17.8(7.44) + 0.4(14.93)(1.5)(3.64)$$
$$= 349.55 + 132.43 + 32.61 = \mathbf{514.59}\ \mathrm{kPa}$$

Modèle avec lequel le module s'ouvre (D_W = 2 m, cas III) : q_u = **514.59 kPa** ; sans eau, 520.86 kPa.

Solution (3/3)

SOLUTION

D_w (m)	État	q (kPa)	troisième terme γ	q_u (kPa)
0.5	I	13.50	9.19	**470.0**
1.0	II	17.80	9.19	**502.1**
2.0	III	17.80	14.93	**514.6**
3.5	négligeable	17.80	17.80	**520.9**

Avec l'eau à 0.5 m, q_u = 470 ; en profondeur, 521 kPa (écart de 10 %). Le terme de cohésion (349.6 kPa) ne change jamais : **l'eau n'intervient qu'à travers q et γ**.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Brute et nette, pression appliquée

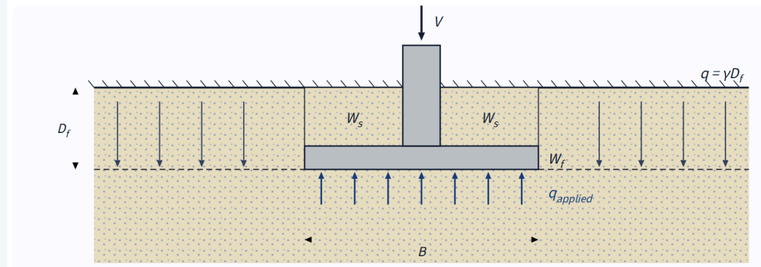
THÉORIE

q_u est la pression à la rupture. Le module la divise par le coefficient de sécurité FS et distingue la pression **brute** de la pression **nette**. La pression nette est la pression que la fondation **ajoute** à la surcharge q existant au niveau de l'assise avant l'excavation :

$$q_{u,net} = q_u - q \qquad q_{all,g} = \frac{q_u}{FS} \qquad q_{all,n} = \frac{q_{u,net}}{FS}$$

La contrainte appliquée q_{app} est la **contrainte verticale brute** à la base sous les charges de service : la charge du poteau V, le poids de la semelle W_f et le poids du sol au-dessus de la semelle W_s, divisés par la surface de la base (carré B^2, cercle $\pi B^2/4$, semelle filante B). La semelle est vérifiée dans les conditions suivantes :

$$q_{apply} = \frac{V + W_f + W_s}{A} \leq q_{all,g} \qquad FS_{\text{réel}} = \frac{q_u}{q_{apply}} \qquad q_{apply} - q \leq q_{all,n}$$



Si q ≥ 0 et FS ≥ 1, la **vérification en valeurs brutes est déterminante** : si elle est satisfaite, la vérification en valeurs nettes l'est aussi. Si q_{app} n'est pas saisie, le module ne donne que les capacités. FS ≈ 3 est usuel ; il couvre l'incertitude sur les paramètres de résistance plus que celle de la théorie.

Énoncé

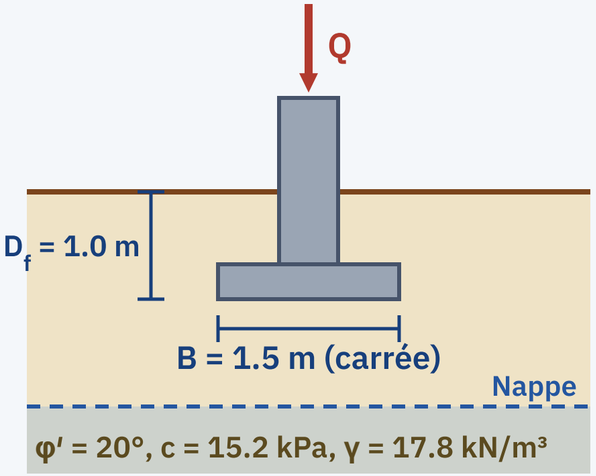
EXEMPLE

Données

Fondation	**carrée, B = L = 1.5 m, profondeur d'encastrement D_f = 1.0 m**
Sol	$c = 15.2\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 20^\circ$
Poids volumique	$\gamma = 17.8\ \mathrm{kN/m^3}$ **(en haut)**
Nappe phréatique	$\gamma_{sat} = 19\ \mathrm{kN/m^3},\ D_w = 2\ \mathrm{m}$ **(Exemple 7 : $q_u = 514.59$ kPa)**
Sécurité	**FS = 3**
Pression appliquée	**(a) q_{app} = 150 kPa · (b) q_{app} = 200 kPa**

À DÉTERMINER

$q_{u,net}$, $q_{all,g}$, $q_{all,n}$, Q_{all} et vérification pour chaque q_{app}.



Solution

SOLUTION

1 Contraintes admissibles (q = 17.8 kPa)

$$q_{u,net} = 514.59 - 17.8 = 496.79 \text{ kPa}$$

$$q_{all,g} = \frac{514.59}{3} = \mathbf{171.53} \text{ kPa} \qquad q_{all,n} = \frac{496.79}{3} = \mathbf{165.60} \text{ kPa}$$

$$Q_{all} = 171.53(1.5^2) = \mathbf{385.9} \text{ kN}$$

2 Vérification

$$\text{(a) } 150 \leq 171.53 \Rightarrow \textbf{valable}, \; FS_{\text{réel}} = \frac{514.59}{150} = 3.43 \geq 3$$

$$\text{(b) } 200 > 171.53 \Rightarrow \textbf{ne convient pas}, \; FS_{\text{réel}} = \frac{514.59}{200} = 2.57 < 3$$

Pour q_{app} = 150 kPa, la condition nette est elle aussi vérifiée (132.2 ≤ 165.6 kPa) ; à 200 kPa, ni la condition brute ni la condition nette ne sont vérifiées. Dès que la condition brute est vérifiée, la condition nette l'est toujours.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Synthèse

Points à retenir

Terzaghi (1943) : semelle filante, rugueuse, superficielle ($D_f \leq B$) ; rupture par cisaillement généralisé ; zone en coin (I), zone radiale (II) et zone passive (III) ; côtés du coin à $\alpha = \varphi$

Superposition : $P_p = P_{pq} + P_{pc} + P_{p\gamma}$; $q_u = cN_c + qN_q + \frac{1}{2}\gamma B N_\gamma$

$\mathbf{N_q = e^{2(3\pi/4 - \varphi/2)\tan\varphi}/[2\cos^2(45° + \varphi/2)]}$, $\mathbf{N_c = \cot\varphi\,(N_q - 1)}$ (forme fermée), $\mathbf{N_\gamma}$ d'après le tableau de Kumbhojkar ($\varphi = 20°$: 17.69 ; 7.44 ; 3.64)

Carrée : 1.3 $cN_c + qN_q + 0.4\,\gamma B N_\gamma$; **circulaire** : 0.3 ; **non drainé** : $N_c = 5.7$, filante 5.7 $c_u + q$, carrée 7.41 $c_u + q$

Rupture par cisaillement localisé : même équation avec $c' = \frac{2}{3}\,c$, $\varphi' = \tan^{-1}(\frac{2}{3}\tan\varphi)$ (exemple : 520.86 → 237.86 kPa)

La **nappe phréatique** ne modifie que q et γ (3 cas) : exemple 514.59 kPa

Vérification : $q_{app} \leq q_{all,g}$, $FS_{réel}$ et net ; $Q_{all} = q_{all,g} \cdot A$

Références bibliographiques

Terzaghi, K. (1943). Theoretical Soil Mechanics. Wiley, New York.

Das, B.M. (2017). Shallow Foundations: Bearing Capacity and Settlement, 3rd ed. CRC Press, Boca Raton — Sections 2.2–2.3 ; cette page suit l'ordre de sa démonstration.

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning — Chapitre 16 : les cas de nappe phréatique, le coefficient de sécurité, Tableau 16.1.

Kumbhojkar, A.S. (1993). Numerical evaluation of Terzaghi's Nγ. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 119(3), 598–607.

Prandtl, L. (1921). Über die Eindringungsfestigkeit (Härte) plastischer Baustoffe und die Festigkeit von Schneiden. ZAMM, 1(1), 15–20.

Vesic, A.S. (1973). Analysis of ultimate loads of shallow foundations. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 99(SM1), 45–73.

Les figures de cette page sont tracées à partir du mécanisme lui-même ; les numéros des équations, des figures et des tableaux lui sont propres.

REMARQUE

Une partie des figures est tirée de la page de théorie de GeoTerva ; tous les exemples numériques ont été produits avec la bibliothèque de calcul et le tableau propres au module, et le module donne les mêmes valeurs.

Calculs géotechniques en ligne

De la théorie à la pratique

Calculer pas à pas dans GeoTerva la fondation de l'exemple de cette présentation : le module s'ouvre avec ce modèle.

Ouvrir le module →

Page de théorie →

Ouvrir sur smartphone
Les modules d'essai ne nécessitent pas d'inscription.

Si vous souhaitez les utiliser dans vos cours : info@geoterva.com