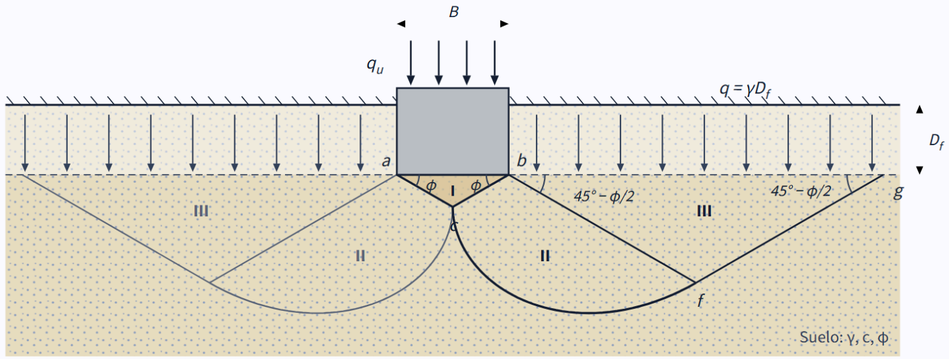
Presentación de clase de geotecnia · Cimentaciones

Capacidad portante de Terzaghi

Clase: desde el mecanismo de rotura de Terzaghi y su deducción hasta los coeficientes N_q, N_c, N_γ, de las zapatas cuadradas y circulares a la rotura local y al agua subterránea; ejemplo resuelto en cada tema.



Tres zonas · Espiral logarítmica · $N_c \cdot N_q \cdot N_\gamma$ · Zapata cuadrada y circular · Rotura local · Ejemplos resueltos

Se basa en la página de teoría de GeoTerva · geoterva.com

Introducción

¿Qué aprenderemos en esta clase?

- Distinguir las **hipótesis** de la ecuación de Terzaghi y la rotura por **corte general / local**
- Seguir el mecanismo de rotura (**tres zonas**, espiral logarítmica) y la descomposición del empuje pasivo en tres partes
- La obtención de los factores N_q **y** N_c a partir de expresiones cerradas y de N_γ a partir de la tabla de Kumbhojkar
- Escribir la ecuación para la zapata **corrida, cuadrada y circular**; abordar el caso sin drenaje ($\varphi = 0$)
- Aplicar la misma ecuación con c' y φ' para la **rotura por corte local**
- Calcular los tres casos del **agua subterránea** y la presión admisible bruta y neta, y **comprobar** la cimentación

DESARROLLO DE LA CLASE

Cada tema se desarrolla en **tres pasos**:

1 · **Teoría**: ¿cuál es la regla y por qué es así?

2 · **Enunciado**: datos y se pide

3 · **Solución**: paso a paso, con números

Cimentación de ejemplo, modelo con el que se abre el módulo: zapata cuadrada de 1.5 m × 1.5 m en un terreno con c = 15.2 kPa, φ' = 20°, γ = 17.8 kN/m³, D_f = 1 m, nivel freático a 2 m.

¿En qué se basa la ecuación de Terzaghi?

TEORÍA

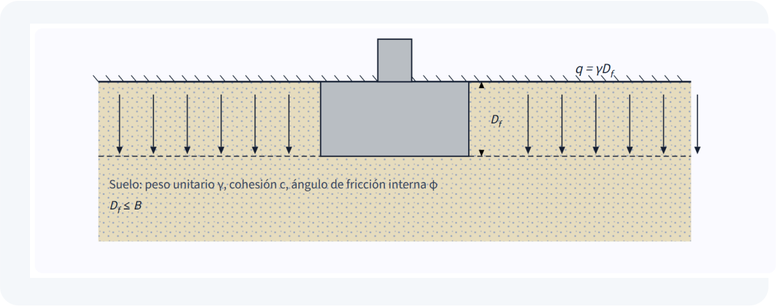
Terzaghi (1943) obtuvo la capacidad portante q_u, es decir, la presión media a la que el terreno bajo la cimentación rompe por corte, a partir de un mecanismo de rotura supuesto y del equilibrio de sus partes. La deducción se basa en las siguientes hipótesis:

La cimentación es una **zapata corrida larga** (deformación plana), rígida y de **base rugosa**: el suelo situado debajo no puede deslizar en la base y desciende como un solo cuerpo junto con la cimentación.

El terreno bajo la base es **homogéneo** y muy profundo; la carga es **vertical y centrada**.

La cimentación es **superficial**, $D_f \leq B$: el suelo por encima de la base no participa en el mecanismo y actúa únicamente como **sobrecarga $q = \gamma D_f$**; se desprecia su resistencia al corte (simplificación del lado de la seguridad).

El suelo rompe por **corte general**; la rotura por corte local se trata posteriormente con parámetros reducidos.



La resistencia al corte sigue el criterio de Mohr–Coulomb:

$$s = c + \sigma' \tan \varphi$$

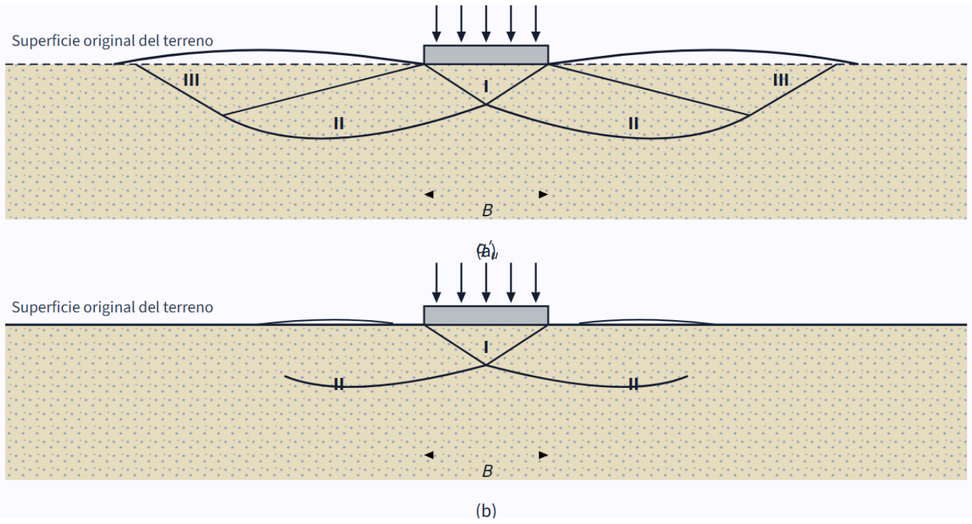
¿Cómo se produce la rotura de la cimentación?

TEORÍA

Se carga por escalones una zapata corrida sobre arena densa o arcilla rígida. El asentamiento aumenta al principio lentamente; después, para una presión determinada, el asentamiento se dispara **sin que aumente la carga**: se ha formado una superficie de rotura continua que se extiende desde el borde de la zapata hasta la superficie y el terreno se levanta junto a la zapata. Esta es la **rotura por corte general** y esa presión es $\mathbf{q_u}$.

En **arena suelta y arcilla blanda** la curva no tiene pico: después de q'_u pasa a una recta más inclinada pero todavía ascendente; las superficies de rotura permanecen dentro del suelo y el levantamiento es pequeño: **rotura por corte local**.

Tres zonas bajo la cimentación: la **cuña (I)**, que desciende como un solo cuerpo, la **zona radial (II)**, empujada por la cuña, y la **zona pasiva (III)**, empujada hacia arriba y hacia los lados. En la rotura por corte local la cuña se forma igual, pero las zonas II y III se disipan en el terreno sin alcanzar la superficie.



(b)

Tres zonas y espiral logarítmica

TEORÍA

Terzaghi dividió el suelo a ambos lados en tres zonas:

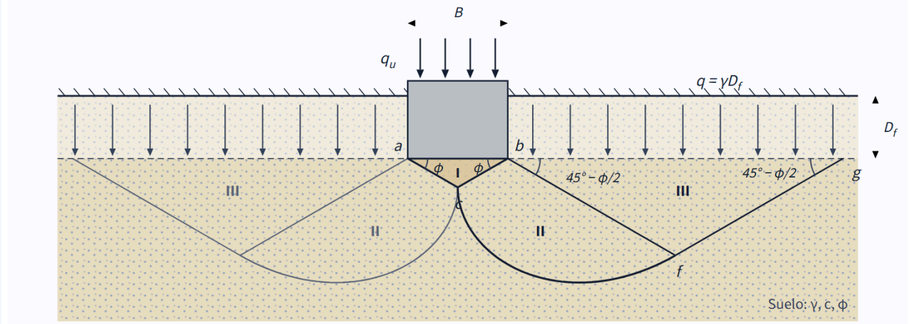
I · cuña abc: la base rugosa se adhiere; desciende rígidamente junto con la cimentación. Sus lados ac y bc forman **α = φ** con la horizontal.

II · zona radial bcf (Prandtl): cada rayo que parte de b es una línea de deslizamiento; el límite cf es un arco de **espiral logarítmica** con polo en b.

III · zona pasiva de Rankine bfg: bf y fg son líneas de deslizamiento rectas que forman 45° − φ/2 con la horizontal.

$$r = r_0\, e^{\theta \tan\varphi} \qquad \theta_1 = \angle cbf = 180^\circ - \varphi - \left(45^\circ - \tfrac{\varphi}{2}\right) = \frac{3\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$$

Propiedad de la espiral: en cada punto, el radio trazado desde el polo forma con la normal a la curva un ángulo φ. Por tanto, la fricción a lo largo de la espiral **no produce momento** respecto del polo, y el equilibrio se escribe con los momentos alrededor de dicho polo.



Es vertical y se divide en tres partes

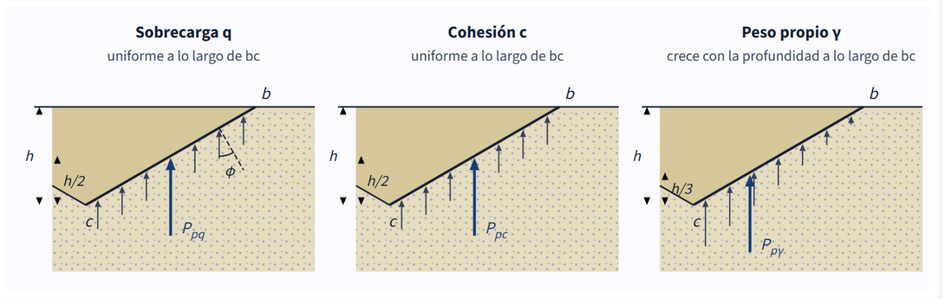
TEORÍA

La zapata empuja la cuña hacia abajo; el terreno de las zonas II y III resiste en cada cara con una **fuerza pasiva P_p**. Como el terreno desliza contra el terreno, actúa el ángulo de fricción completo: P_p forma un ángulo φ con la normal a la cara. Como la cara bc forma un ángulo φ con la horizontal, su normal forma un ángulo φ con la vertical; la fuerza que se desvía φ de esta normal es **exactamente vertical**.

P_p depende simultáneamente de q, c y γ, y los tres juntos no admiten una solución cerrada. Terzaghi determinó cada uno como si los otros dos fueran nulos y los **sumó** (superposición):

$$P_p = P_{pq} + P_{pc} + P_{p\gamma} \qquad h = \frac{B}{2}\tan\varphi$$

- P_{pq}: solo sobrecarga (γ = 0, c = 0) → **N_q**
- P_{pc}: solo cohesión (γ = 0, q = 0) → **N_c**
- $P_{p\gamma}$: solo peso del suelo (q = 0, c = 0) → **N_γ**



Momentos respecto al polo b

TEORÍA

Con sobrecarga únicamente, el polo está en b. Sobre la masa bcfj actúan P_{pq} sobre bc, q sobre bj, la fuerza pasiva de Rankine sobre jf y la resultante F sobre la espiral; F pasa por el polo y se elimina de la ecuación de momentos:

$$P_{p(1)} = q\,H_d \tan^2\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right) \qquad P_{pq}\frac{B}{4} = q\,\overline{bj}\,\frac{\overline{bj}}{2} + P_{p(1)}\frac{H_d}{2}$$

$$r_0 = \frac{B}{2}\sec\varphi \quad r_1 = r_0\, e^{\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\tan\varphi} \quad \overline{bj} = r_1\cos\left(45^\circ - \tfrac{\varphi}{2}\right) \quad H_d = r_1\sin\left(45^\circ - \tfrac{\varphi}{2}\right)$$

Como tan(45° + φ/2) = cot(45° − φ/2), los dos términos resultan iguales: $P_{pq} = (4/B)\, q\, r_1^2 \cos^2(45° - \varphi/2)$. Con el equilibrio de la cuña $\mathbf{q_q\, B = 2\, P_{pq}}$:

$$q_q = qN_q \qquad N_q = \frac{e^{2\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\tan\varphi}}{2\cos^2\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right)}$$

RESULTADO

Para φ = 0, N_q = 1: sin rozamiento, la sobrecarga se transmite íntegra. Para φ = 30°, $\mathbf{N_q = 22.46}$.

Enunciado

EJEMPLO

Datos

Suelo $\varphi' = 30^\circ$ **y** $\varphi' = 20^\circ$ **(modelo del módulo)**

Fórmula $$N_q = \frac{e^{2(3\pi/4 - \varphi/2)\tan\varphi}}{2\cos^2(45^\circ + \varphi/2)}$$

SE PIDE

Determinar el valor de $\mathbf{N_q}$ para cada φ' mediante la expresión en forma cerrada.

Solución

SOLUCIÓN

1 φ′ = 30° (3π/4 − φ/2 = 2.0944 rad; tan 30° = 0.5774; 45° + 15° = 60°)

$$N_q = \frac{e^{2(2.0944)(0.5774)}}{2\cos^2 60^\circ} = \frac{e^{2.4184}}{2(0.25)} = \frac{11.228}{0.5} = \mathbf{22.46}$$

2 φ′ = 20° (3π/4 − φ/2 = 2.1817 rad; tan 20° = 0.3640; 45° + 10° = 55°)

$$N_q = \frac{e^{2(2.1817)(0.3640)}}{2\cos^2 55^\circ} = \frac{e^{1.5881}}{2(0.3290)} = \frac{4.895}{0.6580} = \mathbf{7.44}$$

$N_q(30°)$ = **22.46**, $N_q(20°)$ = **7.44**; para φ′ = 0, N_q = 1. Estos son los valores de la tabla del módulo.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

cot φ (N_q − 1)

TEORÍA

Con cohesión únicamente, el polo se encuentra de nuevo en b. En la masa bcfj actúa la fuerza de cohesión C = c·bc (a lo largo de un radio, sin momento), sobre jf actúa el empuje pasivo de Rankine con cohesión y a lo largo de la espiral actúa c. El elemento de la espiral es ds = r sec φ dθ y su momento es c r² dθ:

$$P_{p(2)} = 2cH_d \tan\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right) \qquad M_c = \int_0^{\theta_1} c\, r^2 d\theta = \frac{c}{2\tan\varphi}\left(r_1^2 - r_0^2\right)$$

Del equilibrio de momentos P_{pc} B/4 = $P_{p(2)}$ H_d/2 + M_c se obtiene P_{pc}; del equilibrio de la cuña, **q_c B = 2 C sin φ + 2 P_{pc}** (componente vertical de C). Con las dos identidades se simplifican los paréntesis:

$$q_c = c\cot\varphi\left[\frac{e^{2\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\tan\varphi}}{2\cos^2\left(45^\circ+\frac{\varphi}{2}\right)} - 1\right] = c\cot\varphi\,(N_q - 1) = cN_c$$

$$N_c = \cot\varphi\,(N_q - 1)$$

RESULTADO

Cuando φ → 0, N_c → 3π/2 + 1 = 5.71; el valor de Terzaghi para φ = 0 es **5.7** (un método distinto del 5.14 de Prandtl). Para φ = 30°, **N_c = 37.16**.

Enunciado

EJEMPLO

Datos

Suelo	$\varphi' = 30^\circ$ **y** $\varphi' = 20^\circ$
Ejemplo anterior	$N_q(30^\circ) = 22.46,\ N_q(20^\circ) = 7.44$

SE PIDE

Hallar los valores de $\mathbf{N_c}$ con $N_c = \cot \varphi\ (N_q - 1)$; escribir el límite cuando $\varphi \to 0$.

Solución

SOLUCIÓN

1 $\varphi' = 30°$ y $\varphi' = 20°$

$$N_c(30^\circ) = \frac{22.46 - 1}{0.5774} = \mathbf{37.16} \qquad N_c(20^\circ) = \frac{7.44 - 1}{0.3640} = \mathbf{17.69}$$

2 Límite $\varphi \to 0$

$$N_c \to \frac{3\pi}{2} + 1 = \mathbf{5.71} \approx 5.7 \text{ (valor de Terzaghi)}$$

$N_c(30°) = \mathbf{37.16}$, $N_c(20°) = \mathbf{17.69}$. Para el mismo φ', N_c es mucho mayor que N_q: el término de cohesión predomina para valores bajos de φ'.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Polo de prueba y coeficiente sin forma cerrada

TEORÍA

Con el peso, la espiral con polo en b deja de ser crítica: el polo O se desplaza **por tanteo** sobre la prolongación de la recta fb más allá de b; cada posición da una nueva espiral y una nueva masa bcfj. Momentos respecto de O:

$$P_{p\gamma} = \frac{W\, l_w + P_{p(3)}\, l_R}{l_p} \qquad P_{p(3)} = \tfrac{1}{2}\gamma H_d^2 \tan^2\!\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right)$$

El menor $P_{p\gamma}$ es el valor que desarrolla el terreno. La cuña soporta ahora también su propio peso: W_W = ½ B h γ = (B²/4) γ tan φ. Si se escribe $P_{p\gamma}$ = ⅛ γ B² $K_{p\gamma}$ tan²φ ($K_{p\gamma}$ depende solo de φ):

$$q_\gamma B = 2P_{p\gamma} - W_w \;\Rightarrow\; q_\gamma = \tfrac{1}{2}\gamma B\, N_\gamma \qquad N_\gamma = \tfrac{1}{2}K_{p\gamma}\tan^2\varphi - \tfrac{1}{2}\tan\varphi$$

Como $K_{p\gamma}$ procede de una reducción por tanteos, **N_γ no tiene expresión cerrada**; se calcula numéricamente para cada φ. El módulo emplea los valores de **Kumbhojkar (1993)** (Tabla 1) e interpola linealmente entre ellos: para φ = 30°, N_γ = 19.13.

¿POR QUÉ UNA TABLA?

N_c y N_q se obtienen de expresiones cerradas. N_γ, en cambio, es el resultado de una minimización: aunque se plantee con el mismo método, no existe una fórmula de uso universal.

Enunciado

EJEMPLO

Datos

Suelo	$\varphi' = 20^\circ$ **(modelo del módulo) y** 30°**; además** 22.5°
Fuente	**Kumbhojkar (1993) Tabla 1: $N_\gamma(22°) = 5.09$, $N_\gamma(23°) = 6.00$**

SE PIDE

$N_\gamma(20°)$, $N_\gamma(30°)$; a partir de ellos $K_{p\gamma}$; y $N_\gamma(22.5°)$ (interpolación lineal).

Solución

SOLUCIÓN

1 Tabla 1 ($N_\gamma = \frac{1}{2} K_{p\gamma} \tan^2\varphi - \frac{1}{2}\tan\varphi \Rightarrow K_{p\gamma} = (2N_\gamma + \tan\varphi)/\tan^2\varphi$)

$$N_\gamma(20^\circ) = 3.64 \;\Rightarrow\; K_{p\gamma} = \frac{2(3.64) + 0.3640}{0.3640^2} = 57.7$$

$$N_\gamma(30^\circ) = 19.13 \;\Rightarrow\; K_{p\gamma} = \frac{2(19.13) + 0.5774}{0.5774^2} = 116.5$$

2 $\varphi' = 22.5°$: punto medio entre 22° y 23° (t = 0.5)

$$N_\gamma = 5.09 + 0.5(6.00 - 5.09) = \mathbf{5.545}$$

$N_\gamma(20°)$ = **3.64**, $N_\gamma(30°)$ = **19.13**; $K_{p\gamma}$ 57.7 → 116.5. El módulo interpola también linealmente N_c y N_q a partir de la misma tabla: en 22.5°, N_c = 21.01, N_q = 9.71.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Suma de las tres partes y Tabla 1

TEORÍA

Al sumar las tres partes resulta la capacidad portante de la **zapata corrida** en un suelo con cohesión, rozamiento y peso:

$$q_u = q_c + q_q + q_\gamma = c\,N_c + q\,N_q + \tfrac{1}{2}\gamma B\,N_\gamma$$

N_q, N_c, N_γ dependen **solo de φ**; la Tabla 1 da los valores que lee el módulo.

La superposición no es exacta: N_q y N_c proceden de espirales con el polo en el borde de la cimentación, y N_γ de una espiral con el polo en O. La suma de partes minimizadas por separado no puede superar el mínimo del problema combinado; el error está **del lado de la seguridad**.

Los ensayos muestran que los lados de la cuña no se inclinan φ, sino aproximadamente **45° + φ/2**. Los factores de Terzaghi (y este módulo) mantienen α = φ; la cuña de 45° + φ/2 es la base de los factores de Prandtl–Reissner (módulos de Meyerhof, Hansen y Vesic), y por ello sus valores de N_c y N_q son distintos.

TABLA 1 (Terzaghi)

φ′ (°)	N_c	N_q	N_γ
0	5.70	1.00	0.00
5	7.34	1.64	0.14
10	9.60	2.69	0.56
15	12.86	4.45	1.52
20	17.69	7.44	3.64
25	25.13	12.72	8.34
30	37.16	22.46	19.13
35	57.75	41.44	45.41
40	95.66	81.27	116.31
45	172.29	173.29	325.34
50	347.51	415.15	1,072.80

Enunciado

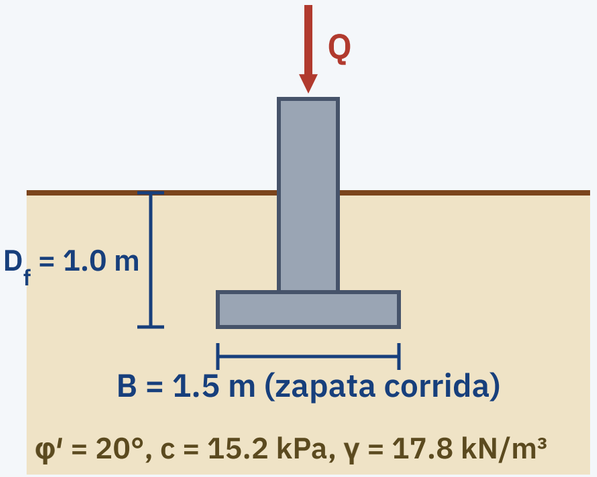
EJEMPLO

Datos

Cimentación	**zapata corrida (continua), B = 1.5 m, D_f = 1.0 m**
Suelo	$c = 15.2\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 20^\circ,\ \gamma = 17.8\ \mathrm{kN/m^3}$
Agua subterránea	**no existe (en profundidad)**
Tabla 1 (20°)	**N_c = 17.69, N_q = 7.44, N_γ = 3.64**

SE PIDE

Determinar los valores de **q_u** y de **Q_u** por unidad de longitud.



Solución

SOLUCIÓN

1 Sobrecarga q = γ D_f = 17.8 × 1.0 = 17.8 kPa; en la zapata corrida no hay factor de forma

$$q_u = 15.2(17.69) + 17.8(7.44) + \tfrac{1}{2}(17.8)(1.5)(3.64)$$
$$= 268.89 + 132.43 + 48.59 = \mathbf{449.91}\ \mathrm{kPa}$$

2 Carga por unidad de longitud

$$Q_u = q_u B = 449.91(1.5) = \mathbf{674.9}\ \mathrm{kN/m}$$

La capacidad portante de la zapata corrida es de **449.9 kPa**: término de cohesión 60%, sobrecarga 29%, peso propio 11%.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Factores de forma semiempíricos

TEORÍA

Bajo una zapata cuadrada o circular el suelo no se encuentra en estado de deformación plana; la deducción no puede aplicarse directamente. Terzaghi propuso **coeficientes semiempíricos** para los términos de cohesión y de peso propio:

$$q_u = 1.3\,c\,N_c + q\,N_q + 0.4\,\gamma B\,N_\gamma \qquad (\text{cuadrada, B} \times \text{B})$$

$$q_u = 1.3\,c\,N_c + q\,N_q + 0.3\,\gamma B\,N_\gamma \qquad (\text{circular, diámetro B})$$

Carga sin drenaje en arcilla saturada (φ = 0, c = c_u; N_c = 5.7, N_q = 1, N_γ = 0):

$$q_u = 5.7\,c_u + q\ (\text{corrida}) \qquad q_u = 1.3 \times 5.7\,c_u + q = 7.41\,c_u + q\ (\text{cuadrada, circular})$$

> La opción **Forma** del módulo selecciona estos factores. Terzaghi no dio factores para la zapata rectangular; ese caso lo cubre la ecuación general de capacidad portante con factores de forma (Meyerhof, Hansen, Vesic).

COEFICIENTES

Cimentación	c N_c	γ B N_γ	B
franja	1	0.5	ancho
cuadrada	1.3	0.4	borde
círculo	1.3	0.3	diámetro

Enunciado

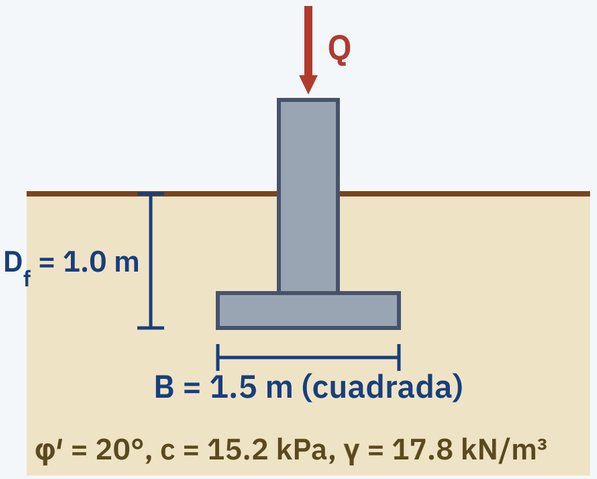
EJEMPLO

Datos

Cimentación	**cuadrada, B = L = 1.5 m, profundidad de cimentación D_f = 1.0 m**
Suelo	$c = 15.2\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 20^\circ$
Peso específico	$\gamma = 17.8\ \mathrm{kN/m^3}$ **(arriba)**
Agua subterránea	**no existe (en profundidad)**
Comparación	**circular, diámetro B = 1.5 m; además arcilla: φ = 0, c_u = 40 kPa, γ = 18 kN/m³, D_f = 1 m**

SE PIDE

q_u y **Q_u** para la zapata cuadrada y la circular; **q_u** para la zapata corrida y la cuadrada en arcilla.



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Cuadrada (0.4) y circular (0.3); $N_c = 17.69$, $N_q = 7.44$, $N_\gamma = 3.64$

$$\begin{aligned}\text{cuadrada}: \quad q_u &= 1.3(15.2)(17.69) + 17.8(7.44) + 0.4(17.8)(1.5)(3.64) \\ &= 349.55 + 132.43 + 38.88 = \mathbf{520.86}\ \text{kPa} \\ \text{circular}: \quad q_u &= 349.55 + 132.43 + 0.3(17.8)(1.5)(3.64) = \mathbf{511.14}\ \text{kPa}\end{aligned}$$

2 Cargas

$$Q_u^{square} = q_u B^2 = 520.86(2.25) = \mathbf{1{,}171.9}\ \text{kN}$$

$$Q_u^{circle} = q_u \frac{\pi B^2}{4} = 511.14(1.767) = \mathbf{903.3}\ \text{kN}$$

La q_u de la zapata cuadrada supera a la de la circular solo en un 1.9% (únicamente difiere el término de γ).

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

3 Arcilla sin drenaje (q = 18 × 1 = 18 kPa; N_c = 5.7)

$$\text{franja}: \quad q_u = 5.7(40) + 18 = \mathbf{246.0}\ \text{kPa}$$

$$\text{cuadrada, circular}: \quad q_u = 1.3(5.7)(40) + 18 = 7.41(40) + 18 = \mathbf{314.4}\ \text{kPa}$$

Cimentación	Término c N_c	q	q_u (kPa)
franja	228.0	18.0	**246.0**
cuadrado / círculo	296.4	18.0	**314.4**

En arcilla la capacidad portante procede casi exclusivamente de la cohesión; las zapatas cuadrada y circular soportan un **28 %** más que la corrida (factor 1.3).

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

La misma ecuación, con c y φ reducidos

TEORÍA

Cuando el suelo rompe por corte local, el mecanismo no se desarrolla por completo y solo se moviliza una parte de la resistencia. Terzaghi **mantuvo las mismas ecuaciones** y redujo los parámetros de resistencia:

$$c' = \tfrac{2}{3}\, c \qquad \varphi' = \tan^{-1}\!\left(\tfrac{2}{3}\tan\varphi\right)$$

Los N'_c, N'_q, N'_γ corregidos son las mismas funciones evaluadas en φ′ (Tabla 3):

$$q_u = c' N'_c + q N'_q + \tfrac{1}{2}\gamma B N'_\gamma \ \text{(corrida)} \qquad q_u = 1.3\, c' N'_c + q N'_q + 0.4\,\gamma B N'_\gamma \ \text{(cuadrada)}$$

Como c′ = ⅔ c, en una zapata cuadrada o circular el término de cohesión resulta 1.3 × ⅔ = **0.867 c N'_c**.

Para arenas, Vesic (1973) propuso una reducción dependiente de la densidad relativa en lugar del valor fijo de ⅔: **φ′ = tan⁻¹(k tan φ)**, k = 0.67 + D_r − 0.75 D_r^2 (0 ≤ D_r ≤ 0.67).

TABLA 3 (corte local)

φ (°)	φ′ (°)	N'_c	N'_q	N'_γ
10	6.70	8.03	1.94	0.25
15	10.13	9.67	2.73	0.58
20	13.64	11.86	3.88	1.18
25	17.27	14.82	5.61	2.29
30	21.05	18.99	8.31	4.35
35	25.02	25.18	12.75	8.38
40	29.22	34.89	20.53	16.84

Enunciado

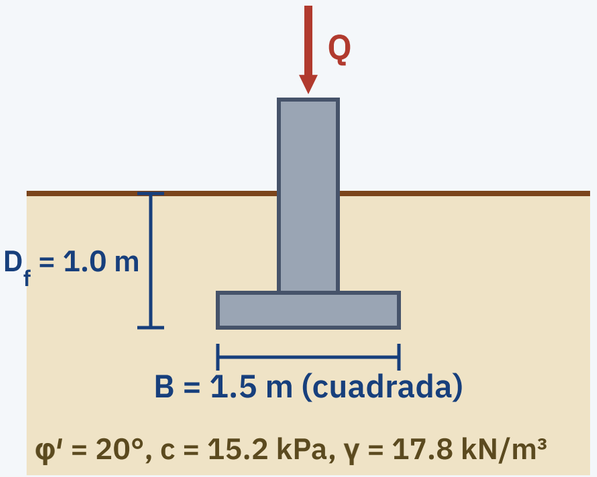
EJEMPLO

Datos

Cimentación	**cuadrada, B = L = 1.5 m, profundidad de cimentación D_f = 1.0 m**
Suelo	$c = 15.2\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 20^\circ$
Peso específico	$\gamma = 17.8\ \mathrm{kN/m^3}$ **(arriba)**
Agua subterránea	**no existe (en profundidad)**
Modo de rotura	**rotura por corte local**

SE PIDE

c′, φ′, coeficientes corregidos y **q_u**; su relación con la rotura por corte general.



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Resistencia reducida (tan 20° = 0.3640)

$$\varphi' = \tan^{-1}\left(\tfrac{2}{3}\cdot 0.3640\right) = \mathbf{13.64}^\circ \qquad c' = \tfrac{2}{3}(15.2) = \mathbf{10.13}\ \mathrm{kPa}$$

2 Tabla 3 (φ′ = 13.64°, por interpolación)

$$N_c' = \mathbf{11.86} \qquad N_q' = \mathbf{3.88} \qquad N_\gamma' = \mathbf{1.18}$$

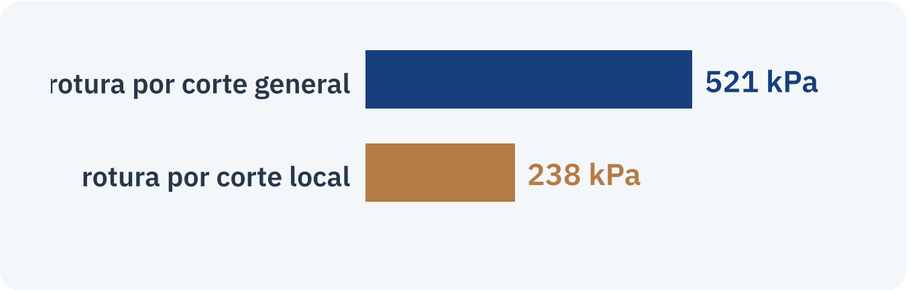
Solución (2/2)

SOLUCIÓN

3 Zapata cuadrada (q = 17.8 kPa)

$$q_u = 1.3(10.13)(11.86) + 17.8(3.88) + 0.4(17.8)(1.5)(1.18)$$
$$= 156.20 + 69.05 + 12.61 = \mathbf{237.86}\ \text{kPa}$$

En la rotura por corte local, q_u = **237.86 kPa**, solo el **46%** del valor de la rotura por corte general (520.86 kPa). En suelo suelto o blando, esta reducción elimina **más de la mitad**.



Comprobar la solución en GeoTerva ↗

El agua solo modifica q y γ

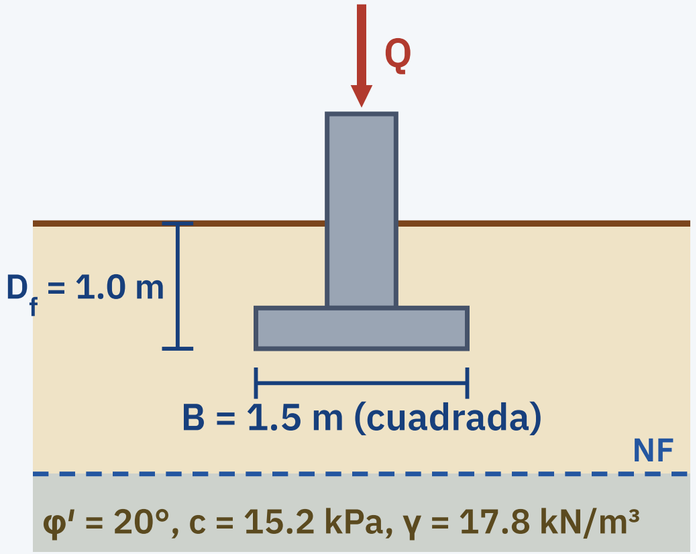
TEORÍA

La deducción supone el nivel freático muy profundo. El agua próxima a la base modifica dos cosas: la **sobrecarga q** y el **peso específico** del término ½γBN$_\gamma$; nunca los factores. Bajo el nivel freático, el peso específico efectivo es γ′ = γ$_{sat}$ − γ$_w$ (γ$_w$ = 9.81). El módulo distingue tres casos (D$_w$ es la profundidad desde la superficie):

$$\text{I } (D_w \le D_f):\ q = \gamma D_w + \gamma'(D_f - D_w),\ \ \gamma \to \gamma' \text{ (tercer término)}$$

$$\text{III } (D_w > D_f):\ q = \gamma D_f,\ \ \bar{\gamma} = \frac{1}{B}\left[\gamma D + \gamma'(B - D)\right],\ D = D_w - D_f \le B$$

D$_w$ = D$_f$ (caso II) es un caso particular del caso I: q = γ D$_f$, con γ′ en el tercer término. Cuando el agua se encuentra a más de una B por debajo de la base (D > B), queda por debajo de la zona de rotura y la ecuación se aplica como si no hubiera agua.



Enunciado

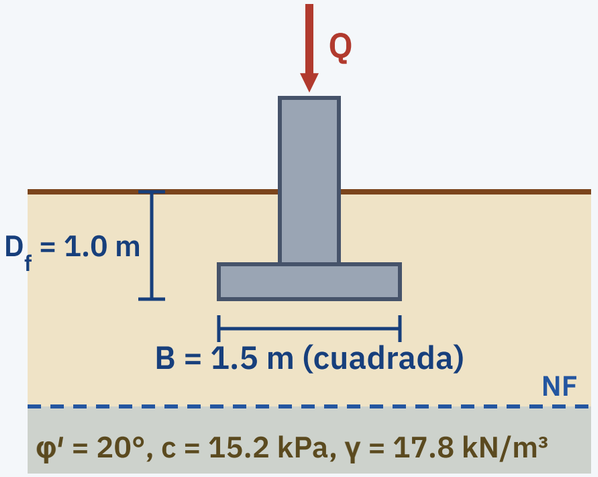
EJEMPLO

Datos

Cimentación	**cuadrada, B = L = 1.5 m, profundidad de cimentación D_f = 1.0 m**
Suelo	$c = 15.2\ \text{kPa},\ \varphi' = 20^\circ$
Peso específico	$\gamma = 17.8\ \text{kN/m}^3$ **(arriba)**
Agua subterránea	$\gamma_{sat} = 19\ \text{kN/m}^3$; $D_w = 0.5;\ 1.0;\ 2.0$ y $3.5\ \text{m}$

SE PIDE

Para cada caso, hallar **q**, el peso específico del tercer término y $\mathbf{q_u}$ de la zapata cuadrada.



Solución (1/3)

SOLUCIÓN

1 $\gamma' = 19 - 9.81 = 9.19$ kN/m³. Caso I ($D_w = 0.5$) y II ($D_w = D_f = 1.0$)

$$D_w = 0.5: \; q = 17.8(0.5) + 9.19(0.5) = \mathbf{13.495}\ \text{kPa},\ \gamma' = 9.19$$

$$D_w = 1.0: \; q = 17.8(1.0) = \mathbf{17.8}\ \text{kPa},\ \gamma' = 9.19$$

2 Caso III ($D_w = 2.0 \Rightarrow D = 1.0 \leq B = 1.5$) y agua sin efecto ($D_w = 3.5 \Rightarrow D = 2.5 > B$)

$$D_w = 2.0: \; \bar{\gamma} = \frac{1}{1.5}\left[17.8(1.0) + 9.19(0.5)\right] = \mathbf{14.93}\ \text{kN/m}^3,\ q = 17.8\ \text{kPa}$$

$$D_w = 3.5: \; q = 17.8,\ \gamma = 17.8$$

Solución (2/3)

SOLUCIÓN

3 q_u para D_W = 2.0 m (cuadrada; el primer y el segundo término no cambian)

$$q_u = 1.3(15.2)(17.69) + 17.8(7.44) + 0.4(14.93)(1.5)(3.64)$$
$$= 349.55 + 132.43 + 32.61 = \mathbf{514.59}\ \text{kPa}$$

El modelo con el que se abre el módulo (D_W = 2 m, caso III): q_u = **514.59 kPa**; sin agua sería 520.86 kPa.

Solución (3/3)

SOLUCIÓN

D_w (m)	Situación	q (kPa)	tercer término de γ	q_u (kPa)
0.5	I	13.50	9.19	**470.0**
1.0	II	17.80	9.19	**502.1**
2.0	III	17.80	14.93	**514.6**
3.5	despreciable	17.80	17.80	**520.9**

Con el nivel freático a 0.5 m, q_u = 470 y, con el nivel freático profundo, 521 kPa (10% de diferencia). El término de cohesión (349.6 kPa) no cambia nunca: **el agua interviene solo a través de q y γ**.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Presión aplicada bruta y neta

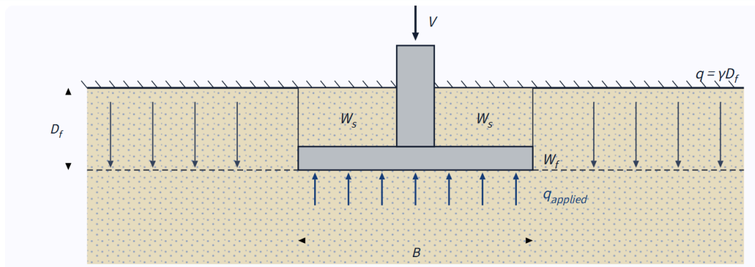
TEORÍA

q_u es la presión en la rotura. El módulo la divide por el factor de seguridad FS y mantiene separadas las presiones **bruta** y **neta**. La presión neta es la presión que la cimentación **añade** a la sobrecarga q existente en la base antes de la excavación:

$$q_{u,net} = q_u - q \qquad q_{all,g} = \frac{q_u}{FS} \qquad q_{all,n} = \frac{q_{u,net}}{FS}$$

La presión aplicada q_{apl} es la **presión bruta vertical** en la base bajo cargas de servicio: la carga del pilar V, el peso de la zapata W_f y el del terreno sobre la zapata W_s, divididos por el área de la base (cuadrada B^2, circular $\pi B^2/4$, corrida B). La zapata cumple en las condiciones siguientes:

$$q_{apply} = \frac{V + W_f + W_s}{A} \le q_{all,g} \qquad FS_{\text{real}} = \frac{q_u}{q_{apply}} \qquad q_{apply} - q \le q_{all,n}$$



Si q ≥ 0 y FS ≥ 1, **la comprobación bruta es determinante**: si se cumple, también se cumple la neta. Si no se introduce q_{apl}, el módulo proporciona solo las capacidades. FS ≈ 3 es habitual; cubre la incertidumbre de los parámetros de resistencia más que la de la teoría.

Enunciado

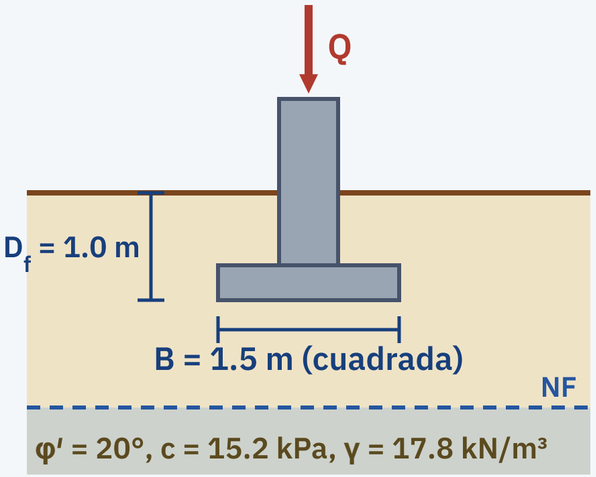
EJEMPLO

Datos

Cimentación	**cuadrada, B = L = 1.5 m, profundidad de cimentación D_f = 1.0 m**
Suelo	$c = 15.2\ \mathrm{kPa},\ \varphi' = 20^\circ$
Peso específico	$\gamma = 17.8\ \mathrm{kN/m^3}$ **(arriba)**
Agua subterránea	$\gamma_{sat} = 19\ \mathrm{kN/m^3},\ D_w = 2\ \mathrm{m}$ **(Ejemplo 7: $q_u = 514.59$ kPa)**
Seguridad	**FS = 3**
Presión aplicada	**(a) q_{apl} = 150 kPa · (b) q_{apl} = 200 kPa**

SE PIDE

$q_{u,net}$, $q_{all,g}$, $q_{all,n}$, Q_{all} y comprobación para cada q_{apl}.



Solución

SOLUCIÓN

1 Presiones admisibles (q = 17.8 kPa)

$$q_{u,net} = 514.59 - 17.8 = 496.79 \text{ kPa}$$

$$q_{all,g} = \frac{514.59}{3} = \mathbf{171.53} \text{ kPa} \qquad q_{all,n} = \frac{496.79}{3} = \mathbf{165.60} \text{ kPa}$$

$$Q_{all} = 171.53(1.5^2) = \mathbf{385.9} \text{ kN}$$

2 Comprobación

$$\text{(a) } 150 \leq 171.53 \Rightarrow \textbf{válido}, \; FS_{\text{real}} = \frac{514.59}{150} = 3.43 \geq 3$$

$$\text{(b) } 200 > 171.53 \Rightarrow \textbf{no cumple}, \; FS_{\text{real}} = \frac{514.59}{200} = 2.57 < 3$$

También se cumple la condición neta para q_{apl} = 150 kPa (132.2 ≤ 165.6 kPa); con 200 kPa no se cumplen ni la condición bruta ni la neta. Cuando se cumple la condición bruta, la condición neta se cumple siempre.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Resumen

Puntos clave

Terzaghi (1943): zapata corrida, rugosa, superficial ($D_f \leq B$); rotura por corte general; zona de cuña (I), radial (II) y pasiva (III); lados de la cuña a $\alpha = \varphi$

Superposición: $P_p = P_{pq} + P_{pc} + P_{p\gamma}$; $q_u = cN_c + qN_q + \frac{1}{2}\gamma B N_\gamma$

$\mathbf{N_q = e^{2(3\pi/4 - \varphi/2)\tan\varphi}/[2\cos^2(45° + \varphi/2)]}$, $\mathbf{N_c = \cot\varphi\,(N_q - 1)}$ (forma cerrada), $\mathbf{N_\gamma}$ de la tabla de Kumbhojkar ($\varphi = 20°$: 17.69; 7.44; 3.64)

Cuadrada: 1.3 $cN_c + qN_q + 0.4\,\gamma B N_\gamma$; **circular**: 0.3; **sin drenaje**: $N_c = 5.7$, corrida 5.7 $c_u + q$, cuadrada 7.41 $c_u + q$

Corte local: la misma ecuación con $c' = \frac{2}{3}\,c$, $\varphi' = \tan^{-1}(\frac{2}{3}\tan\varphi)$ (ejemplo: 520.86 → 237.86 kPa)

El **agua subterránea** solo modifica q y γ (3 casos): ejemplo 514.59 kPa

Comprobación: $q_{apl} \leq q_{all,g}$, FS_{real} y neto; $Q_{all} = q_{all,g} \cdot A$

Referencias bibliográficas

Terzaghi, K. (1943). Theoretical Soil Mechanics. Wiley, New York.

Das, B.M. (2017). Shallow Foundations: Bearing Capacity and Settlement, 3rd ed. CRC Press, Boca Raton — apartados 2.2–2.3; esta página sigue el orden de su deducción.

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning — Capítulo 16: los casos del nivel freático, el factor de seguridad, Tabla 16.1.

Kumbhojkar, A.S. (1993). Numerical evaluation of Terzaghi's Nγ. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 119(3), 598–607.

Prandtl, L. (1921). Über die Eindringungsfestigkeit (Härte) plastischer Baustoffe und die Festigkeit von Schneiden. ZAMM, 1(1), 15–20.

Vesic, A.S. (1973). Analysis of ultimate loads of shallow foundations. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 99(SM1), 45–73.

Las figuras de esta página se trazan a partir del propio mecanismo; los números de ecuaciones, figuras y tablas son los propios de la página.

NOTA

Parte de las figuras procede de la página de teoría de GeoTerva; todos los ejemplos numéricos se han obtenido con la propia biblioteca de cálculo y la tabla del módulo, y el módulo da los mismos valores.

GeoTerva

Cálculos geotécnicos en línea

De la teoría a la práctica

Calcular paso a paso en GeoTerva la cimentación de ejemplo de esta presentación: el módulo se abre con este modelo.

Abrir el módulo →

Página de teoría →

Abrir en el teléfono
Los módulos de prueba no requieren registro.

Si desea utilizarlas en sus clases: info@geoterva.com