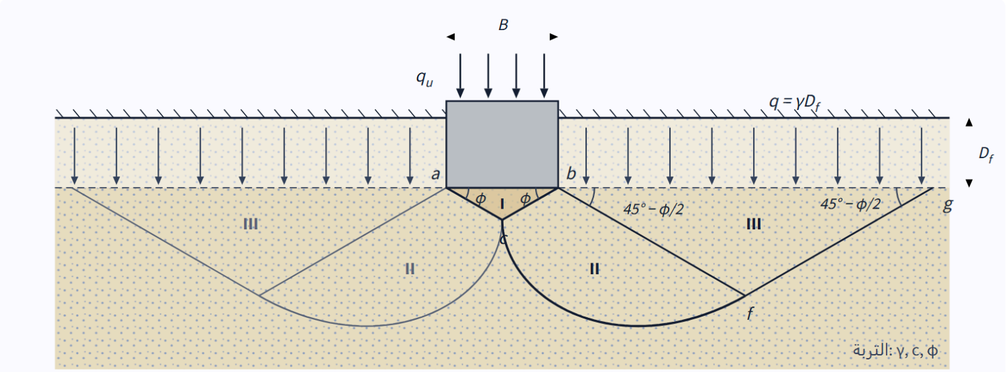


شرائح محاضرات الجيوتكنيك · الأساسات

قدرة التحمل وفق Terzaghi

المحاضرة: من آلية الانهيار واشتقاق Terzaghi إلى المعاملات N_γ، N_c، N_q، ومن القواعد المربعة والدائرية إلى انهيار القص الموضعي والمياه الجوفية؛ مثال محلول في كل موضوع.

- المناطق الثلاث
- اللولب اللوغاريتمي
- $N_c \cdot N_q \cdot N_\gamma$
- القاعدة المربعة والدائرية
- انهيار القص الموضعي
- أمثلة محلولة

يستند إلى صفحة النظرية في GeoTerva · geoterva.com

ماذا سنتعلم في هذه المحاضرة؟

- **فرضيات** معادلة Terzaghi وتمييز انهيار **القص العام / الموضعي**
- متابعة آلية الانهيار (**ثلاث مناطق**، حلزون لوغاريتمي) وتجزئة القوة المنفعلة إلى ثلاثة أجزاء
- إيجاد المعاملين N_q و N_c من الصيغ المغلقة، و N_γ من جدول Kumbhojkar
- كتابة المعادلة للقاعدة **الشريطية والمربعة والدائرية**؛ ومعالجة الحالة غير المصرفة ($\varphi = 0$)
- تطبيق المعادلة نفسها باستخدام c' و φ' في حالة **القص الموضعي**
- حساب حالات **المياه الجوفية** الثلاث وإجهاد التحمل المسموح به الإجمالي والصافي، و**التحقق** من القاعدة

تسلسل المحاضرة

يعالج كل موضوع في **ثلاث خطوات**:

1 · **النظرية**: ما القاعدة، ولماذا هي كذلك؟

2 · **المسألة**: المعطيات والمطلوب

3 · **الحل**: خطوة بخطوة، بالأرقام

قاعدة المثال، وهي النموذج الابتدائي للوحدة: قاعدة مربعة $1.5\ \text{m} \times 1.5\ \text{m}$ في تربة ذات $c = 15.2\ \text{kPa}$ و $\varphi' = 20°$ و $\gamma = 17.8\ \text{kN/m}^3$، $D_f = 1\ \text{m}$، ومنسوب المياه الجوفية عند $2\ \text{m}$.

النظرية

على ماذا تستند معادلة Terzaghi؟

حصل Terzaghi (1943) على قدرة التحمل q_u، أي متوسط الضغط الذي تنهار عنده التربة تحت القاعدة بالقص، انطلاقاً من آلية انهيار افترضها ومن اتزان أجزائها. ويستند الاشتقاق إلى الفرضيات التالية:

القاعدة **شريطية طويلة** (انفعال مستوٍ) وجاسئة و**ذات قاع خشن**: فلا تنزلق التربة تحتها عند سطح التماس، بل تهبط مع القاعدة ككتلة واحدة.

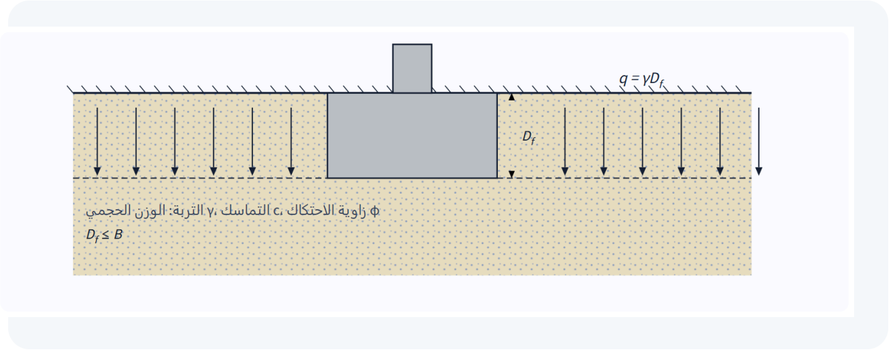
التربة تحت القاعدة **متجانسة** وعميقة جداً؛ والحمل **رأسي ومركزي**.

القاعدة **سطحية**، $D_f \le B$: لا تشارك التربة الواقعة فوق قاع القاعدة في آلية الانهيار، بل تؤثر فقط بوصفها **حملاً إضافياً $q = \gamma D_f$**؛ وتهمل مقاومة القص (تبسيط في جانب الأمان).

تنهار التربة **بالقص العام**؛ ويعالج القص الموضعي بعد ذلك بمعاملات مخفضة.

تخضع مقاومة القص لمعيار Mohr–Coulomb:

$$s = c + \sigma' \tan \varphi$$



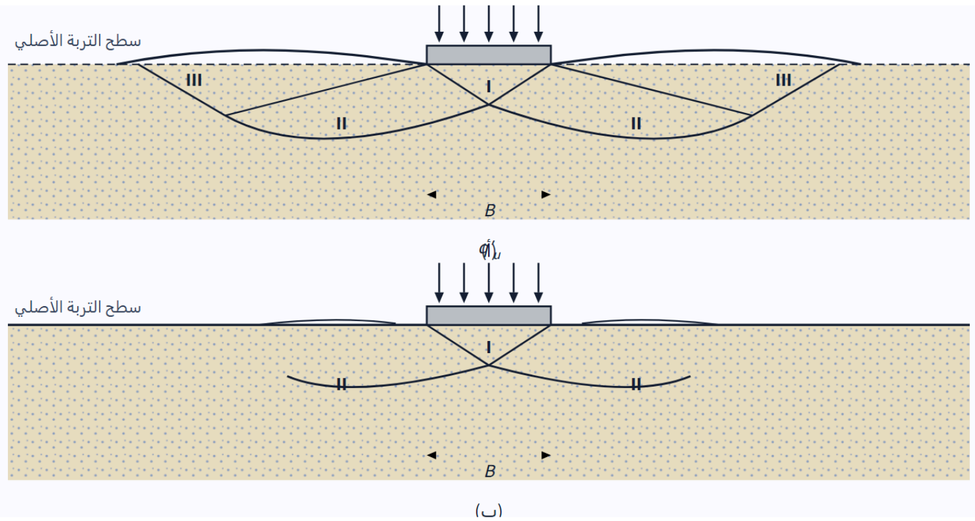
النظرية

كيف تنهار قاعدة الأساس؟

لنحمّل قاعدة شريطية على رمل كثيف أو طين صلب على مراحل. يزداد الهبوط في البداية ببطء؛ ثم عند ضغط معين **يتزايد الهبوط دون زيادة في الحمل**: إذ يتكون سطح انزلاق مستمر يمتد من حافة القاعدة إلى السطح وتنتفخ التربة بجوار القاعدة. وهذا هو **انهيار القص العام**، وهذا الضغط هو q_u.

في الرمل المفكك والطين الطري لا توجد للمنحنى نقطة قمة: فبعد q'_u ينتقل إلى خط مستقيم أشد انحداراً لكنه لا يزال صاعداً؛ وتبقى أسطح الانزلاق داخل التربة ويكون الانتفاخ قليلاً: **انهيار القص الموضعي**.

ثلاث مناطق تحت القاعدة: **الإسفين (I)** الذي يهبط كجسم واحد، و**المنطقة الشعاعية (II)** التي يدفعها الإسفين، و**المنطقة المنفعلة (III)** المدفوعة إلى أعلى وإلى الجانب. وفي القص الموضعي يتشكل الإسفين بالطريقة نفسها لكن المنطقتين II و III تتلاشيان داخل التربة دون أن تبلغا السطح.



(ب)

ثلاث مناطق واللولب اللوغاريتمي

النظرية

قسم Terzaghi التربة على كلا الجانبين إلى ثلاث مناطق:

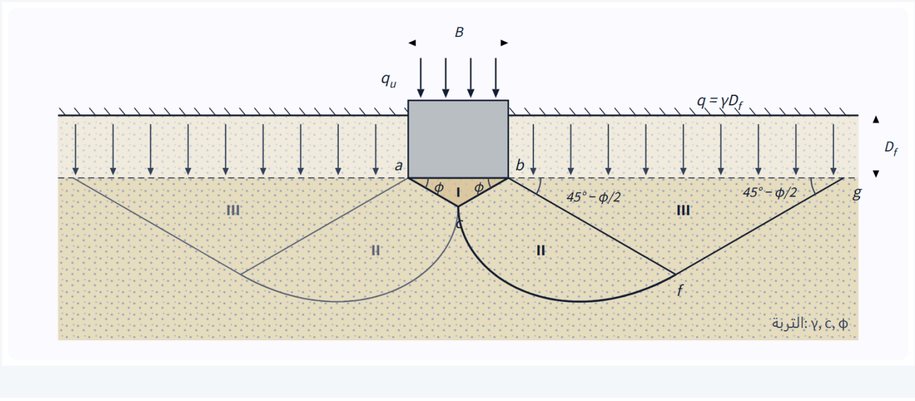
I · إسفين abc: القاعدة الخشنة متماسكة؛ وتهبط هبوطاً جاسئاً مع الأساس. ويصنع ضلعاه ac وbc مع الأفق **α = φ**.

II · المنطقة الشعاعية bcf (Prandtl): كل شعاع ينطلق من b هو خط انزلاق؛ والحد cf قوس **حلزون لوغاريتمي** قطبه b.

III · منطقة Rankine المنفعلة bfg: bf وfg خطا انزلاق مستقيمان يصنعان زاوية 45° − φ/2 مع الأفق.

$$r = r_0\, e^{\theta \tan\varphi} \qquad \theta_1 = \angle cbf = 180^\circ - \varphi - \left(45^\circ - \tfrac{\varphi}{2}\right) = \frac{3\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$$

خاصية اللولب: عند كل نقطة يصنع نصف القطر المرسوم من القطب زاوية φ مع العمودي على المنحنى. ولذلك فإن الاحتكاك على اللولب **لا ينتج عزماً** حول القطب، وتكتب معادلة الاتزان بالعزوم حول هذا القطب.



النظرية

إنه رأسي وينقسم إلى ثلاثة أجزاء

تدفع القاعدة الإسفين إلى أسفل؛ وتقاوم تربة المنطقتين II و III على كل وجه **بقوة منفعلة P_p**.

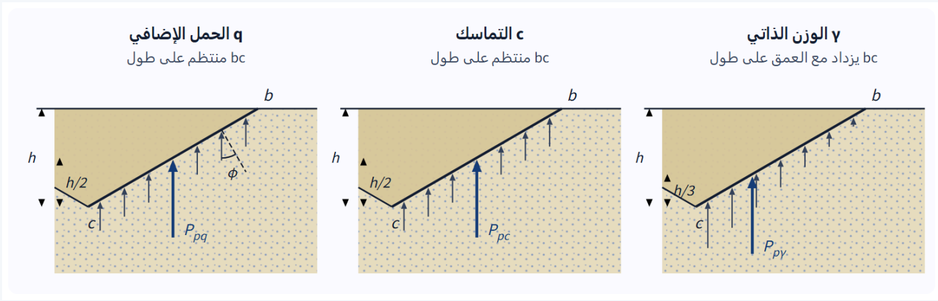
ولأن التربة تنزلق على التربة، تعمل زاوية الاحتكاك الكاملة: تصنع P_p زاوية φ مع عمودي الوجه.

ولما كان الوجه bc يصنع زاوية φ مع الأفقي فإن عموديه يصنع زاوية φ مع الرأسي؛ والقوة التي تنحرف عن هذا العمودي بزاوية φ **رأسية تماماً**.

تتوقف P_p في آن واحد على q و c و γ، ولا يعطي الجمع بين الثلاثة حلاً مغلقاً. فقد حدد Terzaghi كلاً منها كما لو كان الآخران صفراً، ثم **جمعها** (مبدأ التراكب):

$$P_p = P_{pq} + P_{pc} + P_{p\gamma} \qquad h = \frac{B}{2}\tan\varphi$$

- P_{pq}: الحمل الإضافي فقط ($\gamma = 0، c = 0$) ← N_q
- P_{pc}: التماسك فقط ($\gamma = 0، q = 0$) ← N_c
- $P_{p\gamma}$: وزن التربة فقط ($q = 0، c = 0$) ← N_γ



العزوم حول القطب b

النظرية

في حالة الحمل الإضافي وحده يقع القطب عند النقطة b. وعلى الكتلة bcfj تؤثر P_{pq} على bc، و q على bj، وقوة Rankine المنفعلة على jf، والمحصلة F على الحلزون؛ وتمر F بالقطب فتسقط من معادلة العزوم:

$$P_{p(1)} = q\,H_d \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) \qquad P_{pq}\frac{B}{4} = q\,\overline{bj}\,\frac{\overline{bj}}{2} + P_{p(1)}\frac{H_d}{2}$$

$$r_0 = \frac{B}{2}\sec\varphi \quad r_1 = r_0\, e^{\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\tan\varphi} \quad \overline{bj} = r_1\cos\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) \quad H_d = r_1\sin\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)$$

بما أن $\tan(45° + \varphi/2) = \cot(45° - \varphi/2)$ فإن الحدين يتساويان: $P_{pq} = (4/B)\, q\, r_1^2 \cos^2(45° - \varphi/2)$. ومن توازن الإسفين $q_q\, B = 2\, P_{pq}$:

$$q_q = qN_q \qquad N_q = \frac{e^{2\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\tan\varphi}}{2\cos^2\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right)}$$

النتيجة

عند $\varphi = 0$ يكون $N_q = 1$: فبدون احتكاك ينتقل الحمل الإضافي كما هو. وعند $\varphi = 30°$ يكون **N_q = 22.46**.

المسألة

مثال

المعطيات

التربة: $\varphi' = 30^\circ$ و $\varphi' = 20^\circ$ **(نموذج الوحدة)**

المعادلة:

$$N_q = \frac{e^{2(3\pi/4 - \varphi/2)\tan\varphi}}{2\cos^2(45^\circ + \varphi/2)}$$

المطلوب

أوجد قيمة N_q لكل قيمة φ′ من الصيغة المغلقة.

الحل

الحل

1 $\varphi' = 30°$ ($3\pi/4 - \varphi/2 = 2.0944$ rad؛ $\tan 30° = 0.5774$؛ $60° = 15° + 45°$)

$$N_q = \frac{e^{2(2.0944)(0.5774)}}{2\cos^2 60°} = \frac{e^{2.4184}}{2(0.25)} = \frac{11.228}{0.5} = \mathbf{22.46}$$

2 $\varphi' = 20°$ ($3\pi/4 - \varphi/2 = 2{,}1817$ rad؛ $\tan 20° = 0{,}3640$؛ $55° = 10° + 45°$)

$$N_q = \frac{e^{2(2.1817)(0.3640)}}{2\cos^2 55°} = \frac{e^{1.5881}}{2(0.3290)} = \frac{4.895}{0.6580} = \mathbf{7.44}$$

$N_q(20°) = \mathbf{7.44}$، $N_q(30°) = \mathbf{22.46}$؛ ومن أجل $\varphi' = 0$ يكون $N_q = 1$. هذه هي القيم الواردة في جدول الوحدة.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

$\cot \varphi \, (N_q - 1)$

النظرية

في حالة التماسك وحده يقع القطب أيضاً عند b. وفي الكتلة bcfj تؤثر قوة التماسك C = c·bc (على امتداد نصف قطر، دون عزم)، وعلى jf تؤثر قوة Rankine المنفعلة للتربة المتماسكة، وعلى امتداد الحلزون تؤثر c. وعنصر الحلزون ds = r sec φ dθ وعزمه c r² dθ:

$$P_{p(2)} = 2cH_d \tan\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right) \qquad M_c = \int_0^{\theta_1} c\, r^2 d\theta = \frac{c}{2\tan\varphi}\left(r_1^2 - r_0^2\right)$$

من توازن العزوم $P_{pc}\ B/4 = P_{p(2)}\ H_d/2 + M_c$ نحصل على P_{pc}؛ ومن توازن الإسفين **$q_c\ B = 2\ C \sin \varphi + 2\ P_{pc}$** (المركبة الرأسية للقوة C). وباستخدام المتطابقتين تختصر الحدود الواقعة بين الأقواس:

$$q_c = c\cot\varphi\left[\frac{e^{2\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\tan\varphi}}{2\cos^2\left(45^\circ+\frac{\varphi}{2}\right)} - 1\right] = c\cot\varphi\,(N_q - 1) = cN_c$$

$$N_c = \cot\varphi\,(N_q - 1)$$

النتيجة

عندما $\varphi \to 0$ فإن $N_c \to 3\pi/2 + 1 = 5.71$؛ وقيمة Terzaghi عند $\varphi = 0$ هي **5.7** (وهي طريقة تختلف عن قيمة Prandtl البالغة 5.14). وعند $\varphi = 30°$ تكون **N_c = 37.16**.

المسألة

مثال

المعطيات

التربة	$\varphi' = 30^\circ$ و $\varphi' = 20^\circ$
المثال السابق	$N_q(30^\circ) = 22.46,\ N_q(20^\circ) = 7.44$

المطلوب

احسب قيم **N_c** من $N_c = \cot\varphi\,(N_q - 1)$؛ واكتب النهاية عند $\varphi \to 0$.

الحل

الحل

1 $\varphi' = 30°$ و $\varphi' = 20°$

$$N_c(30^\circ) = \frac{22.46 - 1}{0.5774} = \mathbf{37.16} \qquad N_c(20^\circ) = \frac{7.44 - 1}{0.3640} = \mathbf{17.69}$$

2 حد $\varphi \to 0$

$$N_c \to \frac{3\pi}{2} + 1 = \mathbf{5.71} \approx 5.7 \text{ (قيمة Terzaghi)}$$

$N_c(20°) = \mathbf{17.69}$، $N_c(30°) = \mathbf{37.16}$. عند φ' نفسها تكون N_c أكبر بكثير من N_q: فيغلب حد التماسك عند قيم φ' المنخفضة.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

القطب التجريبي والمعامل الذي لا صيغة مغلقة له

النظرية

مع احتساب الوزن لم يعد اللولب ذو القطب b حرجاً: ويحرك القطب O **بالمحاولة** على امتداد الخط المستقيم fb إلى ما بعد b؛ ويعطي كل موضع لولباً جديداً وكتلة bcfj جديدة. العزوم حول O:

$$P_{p\gamma} = \frac{W\, l_w + P_{p(3)}\, l_R}{l_p} \qquad P_{p(3)} = \tfrac{1}{2}\gamma H_d^2 \tan^2\!\left(45^\circ + \tfrac{\varphi}{2}\right)$$

أصغر $P_{p\gamma}$ هي القيمة التي تطورها التربة. ويحمل الإسفين الآن وزنه الذاتي أيضاً: $W_w = \tfrac{1}{2}\, B\, h\, \gamma = (B^2/4)\, \gamma \tan\varphi$. وإذا كتبنا $P_{p\gamma} = \tfrac{1}{8}\, \gamma\, B^2\, K_{p\gamma} \tan^2\varphi$ (حيث تتوقف $K_{p\gamma}$ على φ وحدها):

$$q_\gamma B = 2P_{p\gamma} - W_w \;\Rightarrow\; q_\gamma = \tfrac{1}{2}\gamma B\, N_\gamma \qquad N_\gamma = \tfrac{1}{2}K_{p\gamma}\tan^2\varphi - \tfrac{1}{2}\tan\varphi$$

لأن $K_{p\gamma}$ ينتج عن تصغير بالمحاولة والخطأ، فإنه **لا توجد صيغة مغلقة للمعامل N_γ**؛ ويحسب عدديا لكل زاوية φ. وتستخدم الوحدة قيم **Kumbhojkar (1993)** (الجدول 1) وتجري استيفاء خطيا فيما بينها: عند $\varphi = 30^\circ$ تكون $N_\gamma = 19.13$.

لماذا جدول؟

تُستخرج N_c و N_q من تعابير مغلقة. أما N_γ فهي ناتج إيجاد قيمة صغرى: ورغم أنها تُكتب بالطريقة نفسها فلا توجد صيغة واحدة يستخدمها الجميع.

المسألة

مثال

المعطيات

التربة	$\varphi' = 20^\circ$ **(نموذج الوحدة) و 30°؛ وكذلك 22.5°**
المصدر	**Kumbhojkar (1993) الجدول 1: $N_\gamma(22°) = 5.09$، $N_\gamma(23°) = 6.00$**

المطلوب

$N_\gamma(20°)$، $N_\gamma(30°)$؛ ومنهما $K_{p\gamma}$؛ و$N_\gamma(22.5°)$ (بالاستيفاء الخطي).

الحل

الحل

1 الجدول 1 ($N_\gamma = \frac{1}{2} K_{p\gamma} \tan^2\varphi - \frac{1}{2}\tan\varphi \Rightarrow K_{p\gamma} = (2N_\gamma + \tan\varphi)/\tan^2\varphi$)

$$N_\gamma(20^\circ) = 3.64 \;\Rightarrow\; K_{p\gamma} = \frac{2(3.64) + 0.3640}{0.3640^2} = 57.7$$

$$N_\gamma(30^\circ) = 19.13 \;\Rightarrow\; K_{p\gamma} = \frac{2(19.13) + 0.5774}{0.5774^2} = 116.5$$

2 $\varphi' = 22.5°$: في منتصف المسافة بين 22° و 23° ($t = 0.5$)

$$N_\gamma = 5.09 + 0.5(6.00 - 5.09) = \mathbf{5.545}$$

$N_\gamma(20°) = \mathbf{3.64}$، $N_\gamma(30°) = \mathbf{19.13}$؛ $K_{p\gamma}$ 57.7 → 116.5. وتجري الوحدة استكمالاً خطياً للقيمتين N_c و N_q أيضاً من الجدول نفسه: عند 22.5° تكون $N_q = 9.71$، $N_c = 21.01$.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

مجموع الأجزاء الثلاثة والجدول 1

النظرية

وبجمع الأجزاء الثلاثة نحصل على قدرة التحمل **لقاعدة شريطية** على تربة متماسكة ذات احتكاك ووزن:

$$q_u = q_c + q_q + q_\gamma = c\,N_c + q\,N_q + \tfrac{1}{2}\gamma B\,N_\gamma$$

تعتمد N_q وN_c وN_γ **على φ فقط**؛ ويعطي الجدول 1 القيم التي تقرأها الوحدة.

التراكب ليس تاما: تنتج N_q و N_c من حلزونات قطبها عند حافة القاعدة، وتنتج N_γ من حلزون قطبه عند O. ولا يمكن أن يتجاوز مجموع الأجزاء المصغرة كل على حدة القيمة الصغرى للمسألة المركبة؛ والخطأ **في الجانب الآمن**.

تبين التجارب أن أضلاع الإسفين لا تميل بزاوية φ بل بزاوية تقارب **φ/2 + °45**. أما معاملات Terzaghi (وهذه الوحدة) فتحتفظ بالقيمة α = φ؛ وإسفين φ/2 + °45 هو أساس معاملات Prandtl–Reissner (وحدات Meyerhof، Hansen، Vesic)، ولذلك تختلف قيمتا N_c و N_q فيها.

الجدول 1 (Terzaghi)

φ′ (°)	N_c	N_q	N_γ
0	5.70	1.00	0.00
5	7.34	1.64	0.14
10	9.60	2.69	0.56
15	12.86	4.45	1.52
20	17.69	7.44	3.64
25	25.13	12.72	8.34
30	37.16	22.46	19.13
35	57.75	41.44	45.41
40	95.66	81.27	116.31
45	172.29	173.29	325.34
50	347.51	415.15	1,072.80

المسألة

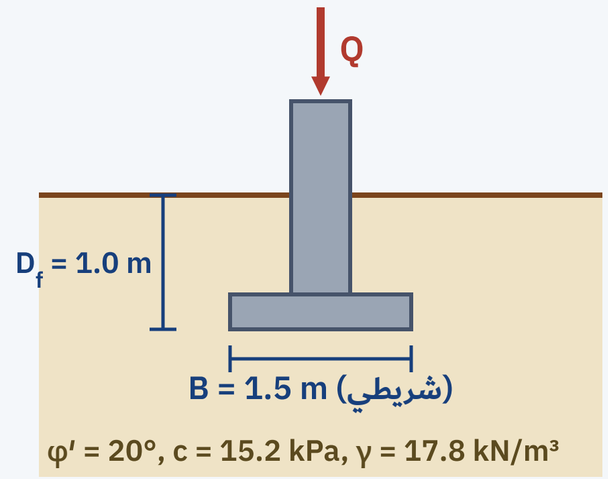
مثال

المعطيات

الأساس	**قاعدة شريطية (مستمرة)، $B = 1.5$ m، $D_f = 1.0$ m**
التربة	$c = 15.2$ kPa, $\varphi' = 20^\circ$, $\gamma = 17.8$ kN/m^3
المياه الجوفية	**لا يوجد (على العمق)**
الجدول 1 (°20)	**$N_c = 17.69$, $N_q = 7.44$, $N_\gamma = 3.64$**

المطلوب

أوجد قيمتي q_u و Q_u لوحدة الطول.



الحل

الحل

1 الحمل الإضافي $q = \gamma D_f = 17.8 \times 1.0 = 17.8$ kPa؛ ولا يوجد معامل شكل للقاعدة الشريطية

$$q_u = 15.2(17.69) + 17.8(7.44) + \tfrac{1}{2}(17.8)(1.5)(3.64)$$
$$= 268.89 + 132.43 + 48.59 = \mathbf{449.91}\ \text{kPa}$$

2 الحمل لكل وحدة طول

$$Q_u = q_u B = 449.91(1.5) = \mathbf{674.9}\ \text{kN/m}$$

قدرة تحمل القاعدة الشريطية **449.9 kPa**: حد التماسك 60%، الحمل الإضافي 29%، الوزن الذاتي 11%.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

معاملات الشكل شبه التجريبية

النظرية

لا تكون التربة تحت القاعدة المربعة أو الدائرية في حالة انفعال مستوٍ؛ ولذلك لا يمكن تطبيق الاشتقاق مباشرة. واقترح Terzaghi **معاملات شبه تجريبية** لحدي التماسك والوزن الذاتي:

$$q_u = 1.3\,c\,N_c + q\,N_q + 0.4\,\gamma B\,N_\gamma \qquad \text{(مربعة، B × B)}$$

$$q_u = 1.3\,c\,N_c + q\,N_q + 0.3\,\gamma B\,N_\gamma \qquad \text{(دائرية، قطر B)}$$

التحميل غير المصرف في الطين المشبع ($\varphi = 0$، $c = c_u$؛ $N_c = 5.7$، $N_q = 1$، $N_\gamma = 0$):

$$q_u = 1.3 \times 5.7\,c_u + q = 7.41\,c_u + q \qquad \text{(مربعة، دائرية)}$$

$$q_u = 5.7\,c_u + q \qquad \text{(شريطي)}$$

يختار الخيار **الشكل** في الوحدة هذه المعاملات. لم يقدم Terzaghi معاملات للقاعدة المستطيلة؛ وتغطي هذه الحالة معادلة قدرة التحمل العامة ذات معاملات الشكل (Meyerhof و Hansen و Vesic).

المعاملات

الأساس	$c\,N_c$	$\gamma\,B\,N_\gamma$	B
شريطية	1	0.5	العرض
مربعة	1.3	0.4	الحافة
دائرة	1.3	0.3	القطر

المسألة

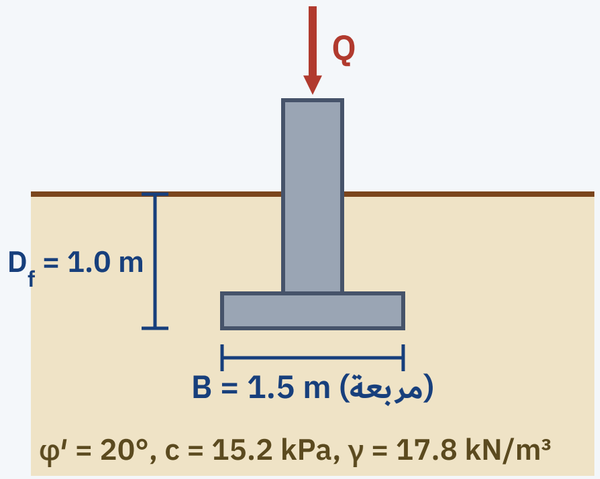
مثال

المعطيات

الأساس	**مربعة، $B = L = 1.5$ m، عمق القاعدة $D_f = 1.0$ m**
التربة	$c = 15.2$ kPa, $\varphi' = 20^\circ$
الوزن الحجمي	$\gamma = 17.8$ kN/m^3 **(في الأعلى)**
المياه الجوفية	**لا يوجد (على العمق)**
المقارنة	**دائرة، القطر $B = 1.5$ m؛ وطين أيضاً: $\varphi = 0$, $c_u = 40$ kPa, $\gamma = 18$ kN/m³, $D_f = 1$ m**

المطلوب

q_u وQ_u للمربع والدائرة؛ وq_u للشريطي والمربع في الطين.



الحل (1/2)

الحل

1 مربعة (0.4) ودائرية (0.3)؛ $N_c = 17.69$، $N_q = 7.44$، $N_\gamma = 3.64$

$$\text{مربعة}: \quad q_u = 1.3(15.2)(17.69) + 17.8(7.44) + 0.4(17.8)(1.5)(3.64)$$

$$= 349.55 + 132.43 + 38.88 = \mathbf{520.86}\ \text{kPa}$$

$$\text{دائرة}: \quad q_u = 349.55 + 132.43 + 0.3(17.8)(1.5)(3.64) = \mathbf{511.14}\ \text{kPa}$$

2 الأحمال

$$Q_u^{square} = q_u B^2 = 520.86(2.25) = \mathbf{1{,}171.9}\ \text{kN}$$

$$Q_u^{circle} = q_u \frac{\pi B^2}{4} = 511.14(1.767) = \mathbf{903.3}\ \text{kN}$$

يزيد q_u للقاعدة المربعة على نظيره للقاعدة الدائرية بنسبة 1.9% فقط (يختلف حد γ وحده).

الحل (2/2)

الحل

3 طين غير مصّرف ($q = 18 \times 1 = 18$ kPa؛ $N_c = 5.7$)

شريطية : $q_u = 5.7(40) + 18 = \mathbf{246.0}$ kPa

مربعة، دائرية : $q_u = 1.3(5.7)(40) + 18 = 7.41(40) + 18 = \mathbf{314.4}$ kPa

الأساس	حد $c\,N_c$	q	q_u (kPa)
شريطية	228.0	18.0	**246.0**
مربع / دائرة	296.4	18.0	**314.4**

في الطين تنشأ قدرة التحمل تقريباً من التماسك وحده؛ وتتحمل القاعدة المربعة والدائرية **28%** أكثر من القاعدة الشريطية (المعامل 1.3).

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

المعادلة نفسها بقيمتي c و φ المخفضتين

النظرية

عندما تنهار التربة بالقص الموضعي لا تتشكل آلية الانهيار كاملة، ولا يُستنفر إلا جزء من المقاومة. وقد أبقى Terzaghi على **المعادلات نفسها** وخفّض معاملات مقاومة القص:

$$c' = \frac{2}{3}\,c \qquad \varphi' = \tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\tan\varphi\right)$$

قيم N'_c و N'_q و N'_γ المصححة هي الدوال نفسها محسوبة عند φ′ (الجدول 3):

$$q_u = 1.3\,c'N'_c + qN'_q + 0.4\,\gamma B N'_\gamma \quad \text{(مربعة)} \qquad q_u = c'N'_c + qN'_q + \tfrac{1}{2}\gamma B N'_\gamma \quad \text{(شريطي)}$$

بما أن c′ = ⅔ c يصبح حد التماسك للقاعدتين المربعة والدائرية 1.3 × ⅔ = **0.867 c N′c**.

اقترح Vesic (1973) للرمال، بدلاً من القيمة الثابتة ⅔، تخفيضاً يعتمد على الكثافة النسبية: **φ′ = tan⁻¹(k tan φ)**، $k = 0.67 + D_r - 0.75\,D_r^2$ $(0 \le D_r \le 0.67)$.

الجدول 3 (القص الموضعي)

φ (°)	φ′ (°)	N'_c	N'_q	N'_γ
10	6.70	8.03	1.94	0.25
15	10.13	9.67	2.73	0.58
20	13.64	11.86	3.88	1.18
25	17.27	14.82	5.61	2.29
30	21.05	18.99	8.31	4.35
35	25.02	25.18	12.75	8.38
40	29.22	34.89	20.53	16.84

المسألة

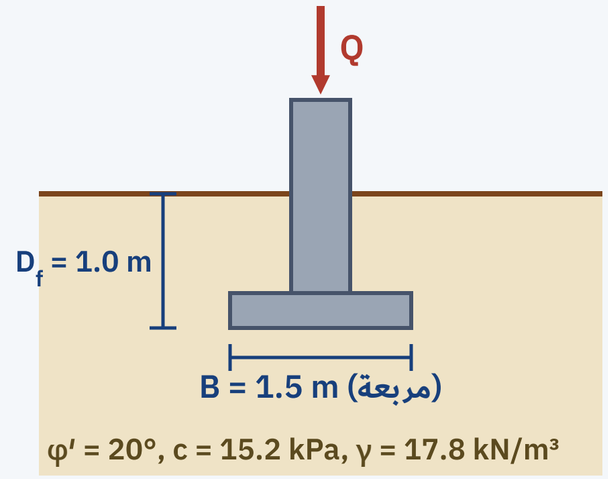
مثال

المعطيات

الأساس	**مربعة، $B = L = 1.5$ m، عمق القاعدة $D_f = 1.0$ m**
التربة	$c = 15.2$ kPa, $\varphi' = 20^\circ$
الوزن الحجمي	$\gamma = 17.8$ kN/m^3 **(في الأعلى)**
المياه الجوفية	**لا يوجد (على العمق)**
نمط الانهيار	**القص الموضعي**

المطلوب

c', φ' والمعاملات المصححة و **q_u**؛ ونسبتها إلى القص العام.



الحل (1/2)

الحل

1 المقاومة المخفضة (tan 20° = 0.3640)

$$\varphi' = \tan^{-1}\left(\tfrac{2}{3}\cdot 0.3640\right) = \mathbf{13.64}^\circ \qquad c' = \tfrac{2}{3}(15.2) = \mathbf{10.13}\ \text{kPa}$$

2 الجدول 3 (φ′ = 13.64°، بالاستكمال الداخلي)

$$N_c' = \mathbf{11.86} \qquad N_q' = \mathbf{3.88} \qquad N_\gamma' = \mathbf{1.18}$$

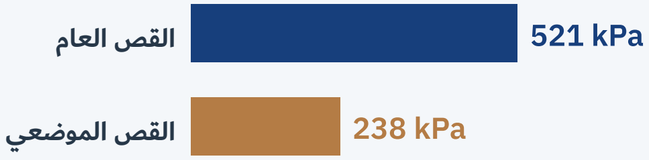
الحل (2/2)

الحل

3 قاعدة مربعة (q = 17.8 kPa)

$$q_u = 1.3(10.13)(11.86) + 17.8(3.88) + 0.4(17.8)(1.5)(1.18)$$
$$= 156.20 + 69.05 + 12.61 = \mathbf{237.86}\ \text{kPa}$$

في حالة القص الموضعي تبلغ q_u = **237.86 kPa**، أي **46%** فقط من قيمتها في القص العام (520.86 kPa). وفي التربة السائبة أو اللينة يزيل هذا التخفيض **أكثر من نصف** القيمة.



تحقق من الحل في GeoTerva ↗

النظرية

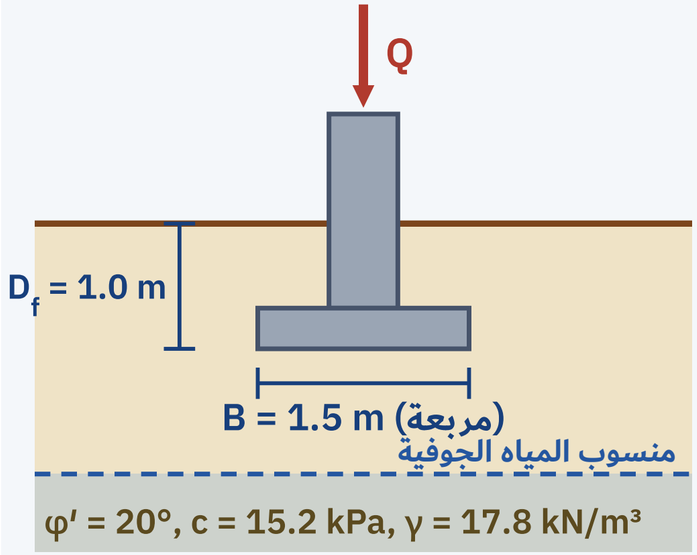
يغير الماء q و γ فقط

يفترض الاشتقاق أن المياه الجوفية عميقة جداً. والماء القريب من قاع القاعدة يغير شيئين: **الحمل الإضافي q** و**الوزن الحجمي** في الحد $\gamma B N_\gamma$½؛ أما المعاملات فلا تتغير أبداً. وتحت منسوب المياه الجوفية يكون الوزن الحجمي الفعال = γ' (γ_w = 9.81) $\gamma_{sat} - \gamma_w$. وتميز الوحدة ثلاث حالات (D_w هو العمق من السطح):

I ($D_w \le D_f$): $q = \gamma D_w + \gamma'(D_f - D_w),\ \ \gamma \to \gamma'$ (الحد الثالث)

III ($D_w > D_f$): $q = \gamma D_f,\ \ \bar{\gamma} = \frac{1}{B}\left[\gamma D + \gamma'(B - D)\right],\ D = D_w - D_f \le B$

$D_W = D_f$ (الحالة II) حالة خاصة من الحالة I: $q = \gamma D_f$، مع γ' في الحد الثالث. وعندما يقع منسوب الماء على عمق أكبر من B تحت قاع القاعدة ($D > B$) يكون الماء تحت منطقة الانهيار وتستخدم المعادلة كما لو لم يوجد ماء.



المسألة

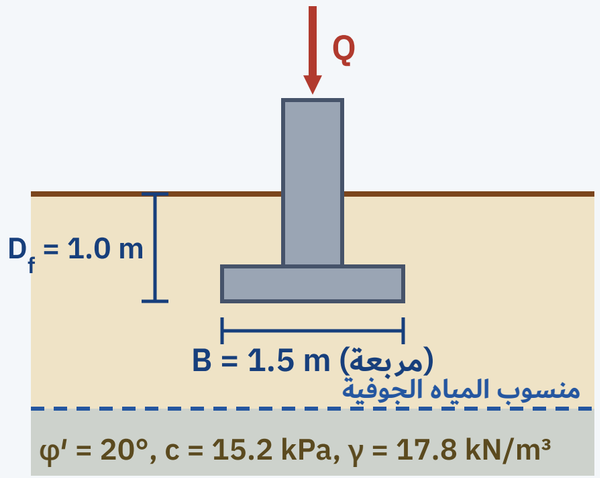
مثال

المعطيات

الأساس	**مربعة، B = L = 1.5 m، عمق القاعدة D_f = 1.0 m**
التربة	$c = 15.2$ kPa, $\varphi' = 20^\circ$
الوزن الحجمي	$\gamma = 17.8$ kN/m^3 **(في الأعلى)**
المياه الجوفية	$\gamma_{sat} = 19$ kN/m^3؛ $D_w = 0.5;\ 1.0;\ 2.0$ و 3.5 m

المطلوب

لكل حالة، احسب **q** والوزن الحجمي في الحد الثالث وقيمة q_u للقاعدة المربعة.



الحل (1/3)

الحل

1 الحالة I ($D_w = 0.5$) والحالة II ($D_w = D_f = 1.0$). $\gamma' = 19 - 9.81 = 9.19$ kN/m³

$$D_w = 0.5: \quad q = 17.8(0.5) + 9.19(0.5) = \mathbf{13.495}\ \text{kPa},\ \gamma' = 9.19$$

$$D_w = 1.0: \quad q = 17.8(1.0) = \mathbf{17.8}\ \text{kPa},\ \gamma' = 9.19$$

2 الحالة III ($D_w = 2.0 \Rightarrow D = 1.0 \le B = 1.5$) ولا تأثير للماء ($D_w = 3.5 \Rightarrow D = 2.5 > B$)

$$D_w = 2.0: \quad \bar{\gamma} = \frac{1}{1.5}\left[17.8(1.0) + 9.19(0.5)\right] = \mathbf{14.93}\ \text{kN/m}^3,\ q = 17.8\ \text{kPa}$$

$$D_w = 3.5: \quad q = 17.8,\ \gamma = 17.8$$

الحل (2/3)

الحل

3 q_u عند $D_W = 2.0$ m (قاعدة مربعة؛ الحد الأول والثاني لا يتغيران)

$$q_u = 1.3(15.2)(17.69) + 17.8(7.44) + 0.4(14.93)(1.5)(3.64)$$
$$= 349.55 + 132.43 + 32.61 = \mathbf{514.59}\ \text{kPa}$$

النموذج الابتدائي للوحدة ($D_W = 2$ m، الحالة III): q_u = **514.59 kPa**؛ ولولا وجود الماء لكانت 520.86 kPa.

الحل (3/3)

الحل

D_w (m)	الحالة	q (kPa)	الحد الثالث γ	q_u (kPa)
0.5	I	13.50	9.19	**470.0**
1.0	II	17.80	9.19	**502.1**
2.0	III	17.80	14.93	**514.6**
3.5	مهمل	17.80	17.80	**520.9**

عندما يكون الماء على عمق 0.5 m تكون q_u = 470، وعندما يكون عميقا 521 kPa (بفارق 10%). ولا يتغير حد التماسك (349.6 kPa) إطلاقا: **فالماء يدخل في الحساب عبر q و γ فقط.**

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

النظرية

الإجمالي والصافي، الضغط المطبق

q_u هو الضغط لحظة الانهيار. وتقسمه الوحدة على معامل الأمان FS وتفصل الضغط **الإجمالي** عن الضغط **الصافي**.

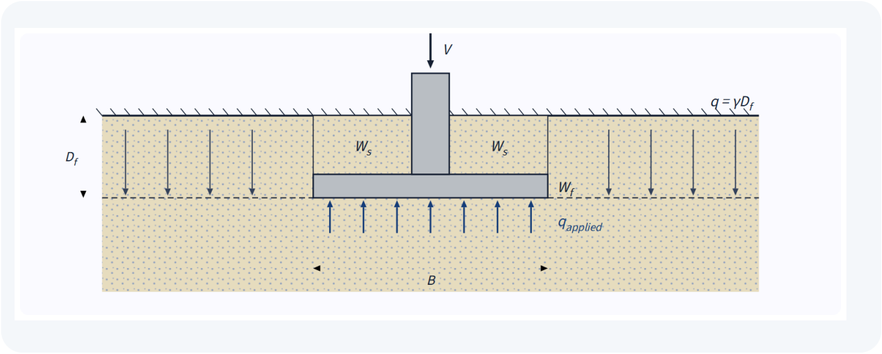
والضغط الصافي هو الضغط الذي **تضيفه** القاعدة فوق الحمل الإضافي q الموجود عند القاع قبل الحفر:

$$q_{u,net} = q_u - q \qquad q_{all,g} = \frac{q_u}{FS} \qquad q_{all,n} = \frac{q_{u,net}}{FS}$$

الضغط المطبق $q_{applied}$ هو **الضغط الرأسي الإجمالي** عند قاع القاعدة تحت أحمال الخدمة: يقسم حمل العمود V ووزن القاعدة W_f ووزن التربة فوق القاعدة W_s على مساحة القاع (القاعدة المربعة B^2 والدائرية $\pi B^2/4$ والشريطية B). وتكون القاعدة مقبولة عند تحقق الشروط الآتية:

$$q_{apply} = \frac{V + W_f + W_s}{A} \le q_{all,g} \qquad FS_{\text{الفعلي}} = \frac{q_u}{q_{apply}} \qquad q_{apply} - q \le q_{all,n}$$

إذا كانت $q \ge 0$ و $FS \ge 1$ فإن **التحقق الإجمالي هو الحاكم**: فإذا تحقق تحقق الصافي أيضاً. وإذا لم تدخل q_{app} فإن الوحدة تعطي القدرات فقط. ومن المعتاد أن يكون FS ≈ 3؛ فهو يغطي عدم اليقين في معاملات المقاومة أكثر مما يغطي عدم اليقين في النظرية.



المسألة

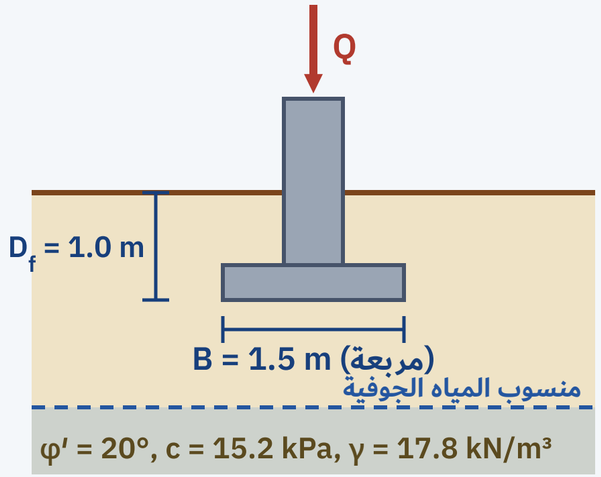
مثال

المعطيات

الأساس	مربعة، $B = L = 1.5$ m، عمق القاعدة $D_f = 1.0$ m
التربة	$c = 15.2$ kPa, $\varphi' = 20^\circ$
الوزن الحجمي	$\gamma = 17.8$ kN/m^3 (في الأعلى)
المياه الجوفية	$\gamma_{sat} = 19$ kN/m^3, $D_w = 2$ m (المثال 7: $q_u = 514.59$ kPa)
الأمان	FS = 3
الضغط المطبق	(a) عند $q_{app} = 150$ kPa · (b) عند $q_{app} = 200$ kPa

المطلوب

$q_{u,net}$، $q_{all,g}$، $q_{all,n}$ و Q_{all} والتحقق لكل قيمة $q_{applied}$.



الحل

الحل

1 الإجهادات المسموح بها (q = 17.8 kPa)

$$q_{u,net} = 514.59 - 17.8 = 496.79 \text{ kPa}$$

$$q_{all,g} = \frac{514.59}{3} = \mathbf{171.53} \text{ kPa} \qquad q_{all,n} = \frac{496.79}{3} = \mathbf{165.60} \text{ kPa}$$

$$Q_{all} = 171.53(1.5^2) = \mathbf{385.9} \text{ kN}$$

2 التحقق

(a) $150 \le 171.53 \Rightarrow$ **صالح**, $FS_{\text{الفعلي}} = \dfrac{514.59}{150} = 3.43 \ge 3$

(b) $200 > 171.53 \Rightarrow$ **لا يتحقق**, $FS_{\text{الفعلي}} = \dfrac{514.59}{200} = 2.57 < 3$

يتحقق الشرط الصافي أيضا عند (q_{app} = 150 kPa (132.2 ≤ 165.6 kPa؛ أما عند 200 kPa فلا يتحقق الشرط الإجمالي ولا الشرط الصافي. وعندما يتحقق الشرط الإجمالي يتحقق الشرط الصافي دائما.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

النقاط الرئيسية

Terzaghi (1943): قاعدة شريطية خشنة سطحية ($D_f \le B$)؛ قص عام؛ منطقة الإسفين (I) والمنطقة الشعاعية (II) والمنطقة المنفعلة (III)؛ وجانبا الإسفين يميلان بزاوية $\alpha = \varphi$

التراكب: $P_p = P_{pq} + P_{pc} + P_{p\gamma}$؛ $q_u = cN_c + qN_q + \tfrac{1}{2}\gamma B N_\gamma$

$\mathbf{N_q = e^{2(3\pi/4 - \varphi/2)\tan\varphi}/[2\cos^2(45° + \varphi/2)]}$، $\mathbf{N_c = \cot\varphi\,(N_q - 1)}$ (صيغة مغلقة)، أما $\mathbf{N_\gamma}$ فمن جدول Kumbhojkar (17.69 :$\varphi = 20°$؛ 7.44؛ 3.64)

القاعدة المربعة: $1.3\,cN_c + qN_q + 0.4\,\gamma B N_\gamma$؛ **القاعدة الدائرية**: 0.3؛ **غير المصرف**: $N_c = 5.7$، الشريطية $5.7\,c_u + q$، المربعة $7.41\,c_u + q$

القص الموضعي: المعادلة نفسها مع $c' = \tfrac{2}{3}\,c$، و $\varphi' = \tan^{-1}(\tfrac{2}{3}\tan\varphi)$ (مثال: 520.86 kPa → 237.86 kPa)

منسوب المياه الجوفية يغيّر فقط q وγ (3 حالات): مثال 514.59 kPa

التحقق: $q_{app} \le q_{all,g}$ ، و FS_{actual} ، والقيمة الصافية؛ $Q_{all} = q_{all,g} \cdot A$

المراجع

Terzaghi, K. (1943). Theoretical Soil Mechanics. Wiley, New York.

Das, B.M. (2017). Shallow Foundations: Bearing Capacity and Settlement, 3rd ed. CRC Press, Boca Raton — الأقسام 2.2–2.3؛ تتبع هذه الصفحة ترتيب الاستنتاج الوارد فيه.

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning — الفصل 16: حالات المياه الجوفية، معامل الأمان، الجدول 16.1.

Kumbhojkar, A.S. (1993). Numerical evaluation of Terzaghi's Nγ. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 119(3), 598–607.

Prandtl, L. (1921). Über die Eindringungsfestigkeit (Härte) plastischer Baustoffe und die Festigkeit von Schneiden. ZAMM, 1(1), 15–20.

Vesic, A.S. (1973). Analysis of ultimate loads of shallow foundations. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 99(SM1), 45–73.

الأشكال الواردة في هذه الصفحة مرسومة من آلية الانهيار نفسها؛ وأرقام المعادلات والأشكال والجداول هي الأرقام الخاصة بها.

ملاحظة

أُخذ جزء من الأشكال من صفحة النظرية في GeoTerva؛ أما الأمثلة العددية جميعها فقد أُنتجت بمكتبة الحساب والجدول الخاصين بالوحدة، وتعطي الوحدة القيم نفسها.

حسابات الجيوتكنيك عبر الإنترنت

من النظرية إلى التطبيق

احسب قاعدة المثال الواردة في هذا العرض خطوة بخطوة في GeoTerva: تفتح الوحدة بهذا النموذج.

افتح الوحدة ←

صفحة النظرية ←

افتح على الهاتف

لا تتطلب الوحدات التجريبية تسجيلاً.