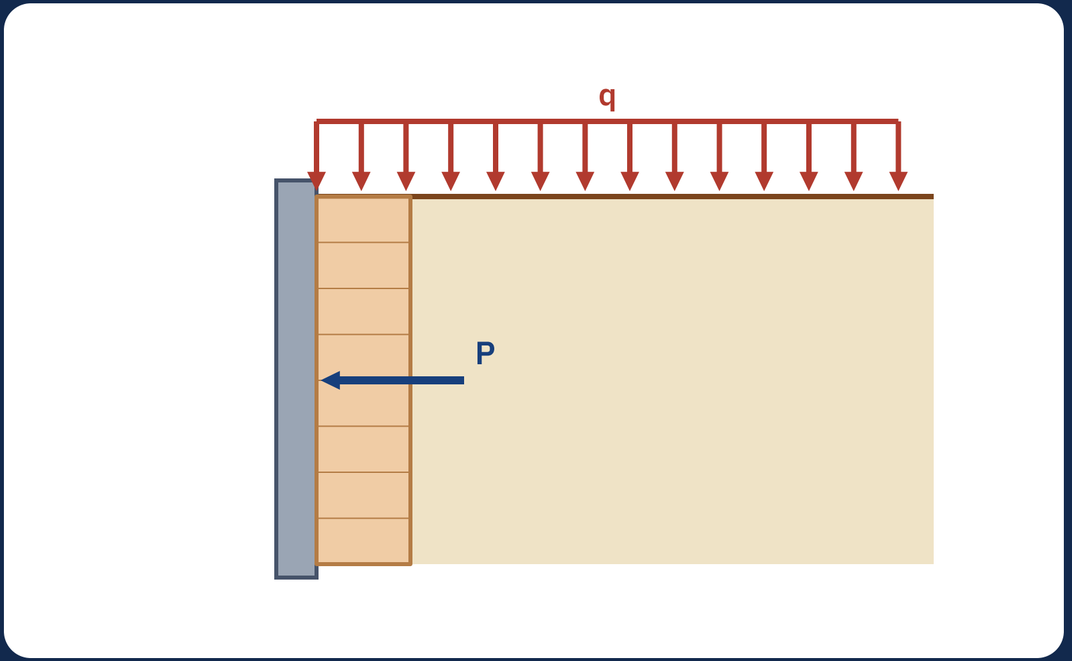
Презентация лекции по геотехнике · Внешние нагрузки

Равномерно распределённая пригрузка

Лекция: равномерная нагрузка, распределённая по всей поверхности за стеной; боковое давление, постоянное по глубине, равнодействующая и линия действия, примеры расчёта.

$\sigma_H = K \cdot q$ | $K_0 \cdot K_a$ | $P = K\,q\,H$ | $z_R = H/2$

Прямоугольная эпюра



Что мы изучим на этой лекции?

Как равномерно распределённая нагрузка q передаётся на стену в виде **бокового давления**: $\sigma_H = K \cdot q$, одинакового на любой глубине

Выбор **коэффициента K** в зависимости от поведения стены: покой (K_0, Jaky), активное давление (K_a, Rankine) или вводимое значение

Равнодействующая прямоугольной эпюры $P = K\,q\,H$ и **линия действия** $z_R = H/2$

Изменение K_0 и K_a с φ'; линейный рост P с q и H

Способ **добавления** пригрузки к эпюре давления грунта и её доля

ХОД ЛЕКЦИИ

Каждая тема излагается **в три шага**:

1 · **Теория**: формула и обоснование

2 · **Условие**: дано и требуется определить

3 · **Решение**: пошагово, с числами

Пример стены: H = 6 m, q = 10 kPa, φ' = 30°. Силы приведены на единицу длины стены (kN/m); давления — в kPa.

Равномерно распределённая нагрузка, действующая на стену

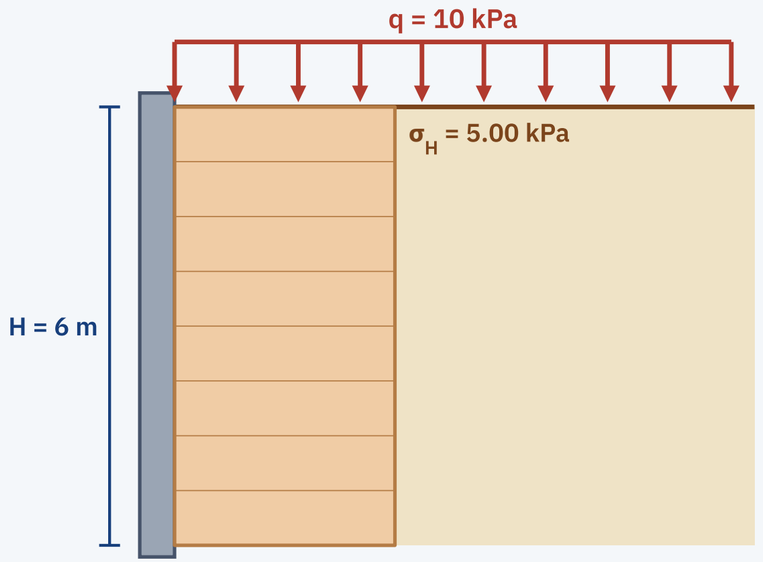
ТЕОРИЯ

Равномерная нагрузка **q**, распределённая по **всей поверхности грунта** за стеной, увеличивает вертикальное напряжение на любой глубине на q

Стена воспринимает лишь часть этого: эта часть определяется коэффициентом бокового давления грунта **K**

Добавляемое давление **одинаково** от верха стены до её подошвы: эпюра давления — прямоугольник

$$\sigma_H = K\,q$$



q — равномерная пригрузка на поверхности удерживаемого грунта

φ′ — эффективный угол внутреннего трения удерживаемого грунта

K — коэффициент бокового давления грунта (K_0, K_a или вводимое значение)

σ_H — добавляемое боковое давление, постоянное по глубине

Поведение стены определяет значение K

ТЕОРИЯ

Неподвижная (закреплённая) стена удерживает грунт в состоянии покоя: в нормально уплотнённом грунте по умолчанию принимается коэффициент **Jaky**

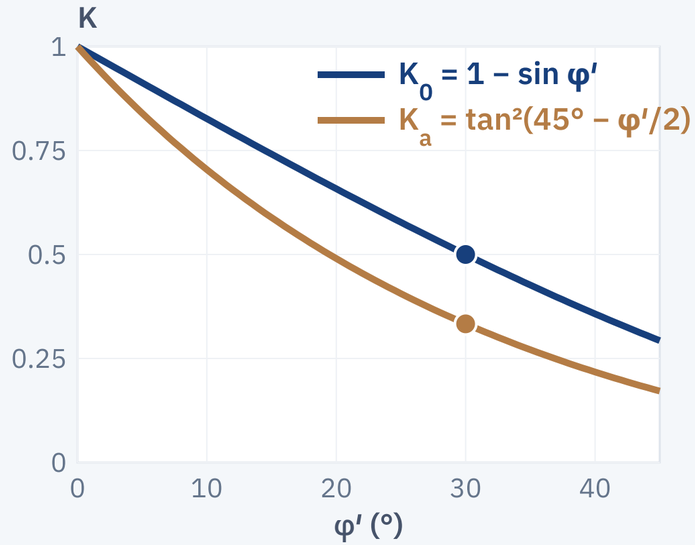
Деформирующаяся стена приводит грунт в активное состояние: для вертикальной стены и горизонтальной поверхности принимается коэффициент **Rankine**

Коэффициент из другого источника (K_0 для переуплотнённого грунта, K_a по Coulomb для наклонной или шероховатой стены) **вводится непосредственно**

$$K_0 = 1 - \sin\varphi' \qquad \text{(покой, Jaky)}$$

$$K_a = \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right) \qquad \text{(активное, Rankine)}$$

K_0 и K_a – φ′



Изменение двух коэффициентов в зависимости от угла внутреннего трения

ТЕОРИЯ

φ′ (°)	0	20	25	30	35	40
K_a	1.0000	0.4903	0.4059	0.3333	0.2710	0.2174
K_0	1.0000	0.6580	0.5774	0.5000	0.4264	0.3572

С ростом φ′ **оба коэффициента уменьшаются**: в прочном грунте доля нагрузки, воспринимаемая стеной, снижается

При том же φ′ **$K_0 > K_a$**: стена, не способная смещаться, воспринимает большую нагрузку, чем деформирующаяся стена

При φ′ = 0 $K_0 = K_a = 1$: нагрузка полностью передаётся на стену, как в жидкости

Равнодействующая P = K q H, на середине высоты

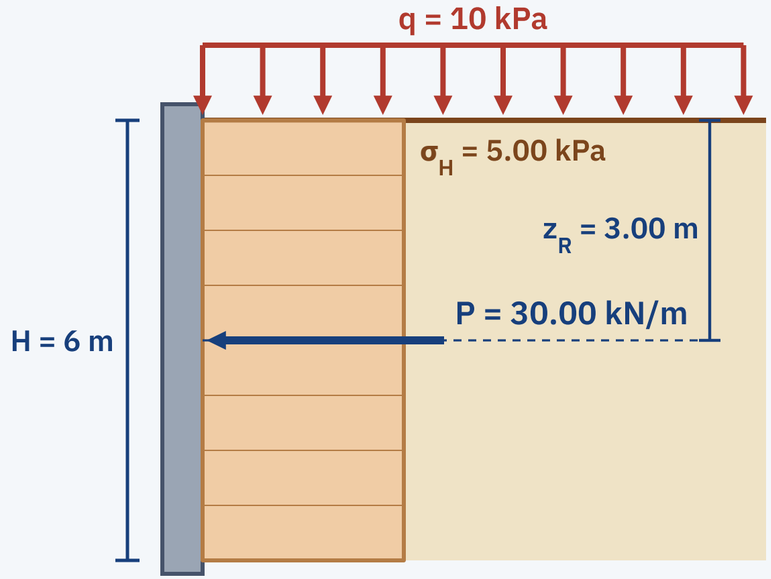
ТЕОРИЯ

Диаграмма — прямоугольник: **равнодействующая на единицу длины** стены равна его площади, а **линия действия** проходит через центр прямоугольника

Равнодействующая приложена **посередине** высоты: на H/2 ниже поверхности грунта (и на H/2 выше основания)

Это только **составляющая от пригрузки**: она добавляется к эпюрам давления грунта и воды

$$P = \sigma_H H = K q H \qquad z_R = \frac{H}{2}$$



P — равнодействующая сила на единицу длины стены (kN/m)

z_R — глубина равнодействующей от поверхности грунта

Условие

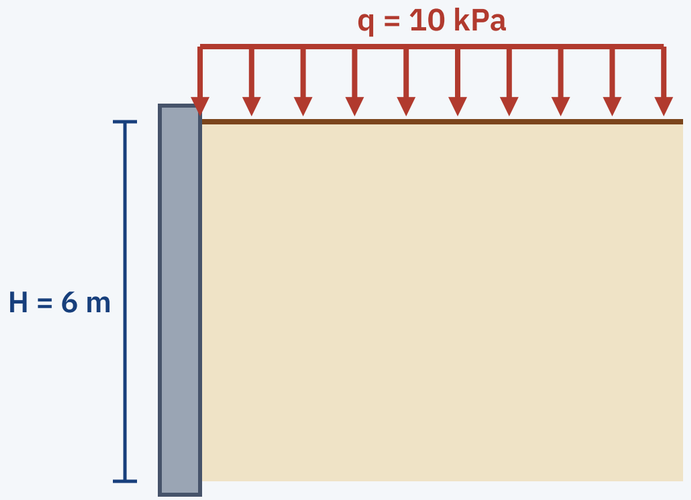
ПРИМЕР

Дано

Стена	$H = 6.00$ **m, жёсткая (неподвижная) стена**
Нагрузка	$q = 10.00$ **kPa по всей поверхности**
Грунт	$\varphi' = 30^\circ$

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

K, добавленное боковое давление σ_H, равнодействующая **P** и её глубина z_R.



Решение

РЕШЕНИЕ

1 Коэффициент: стена не может смещаться, состояние покоя (Jaky)

$$K_0 = 1 - \sin\varphi' = 1 - \sin 30^\circ = 1 - 0.5 = \mathbf{0.5000}$$

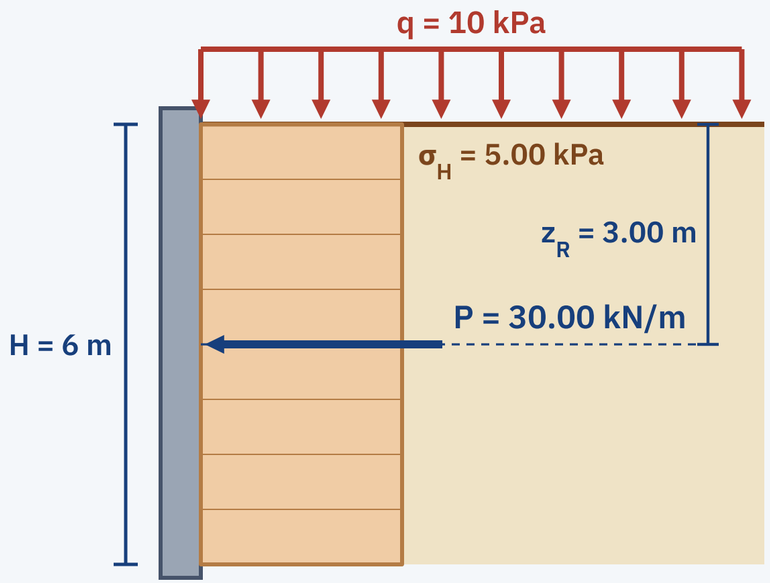
2 Добавляемое боковое давление: одинаково на любой глубине

$$\sigma_H = K\,q = 0.5000 \times 10.00 = \mathbf{5.00}\ \text{kPa}$$

3 Равнодействующая и линия действия

$$P = \sigma_H\,H = 5.00 \times 6.00 = \mathbf{30.00}\ \text{kN/m}$$

$$z_R = \frac{H}{2} = \frac{6.00}{2} = \mathbf{3.00}\ \text{m}$$



Стена воспринимает боковое давление **5.00 kPa** по всей высоте; равнодействующая **30.00 kN/m** расположена на **3.00 m** ниже поверхности грунта (на 3.00 m выше подошвы).

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

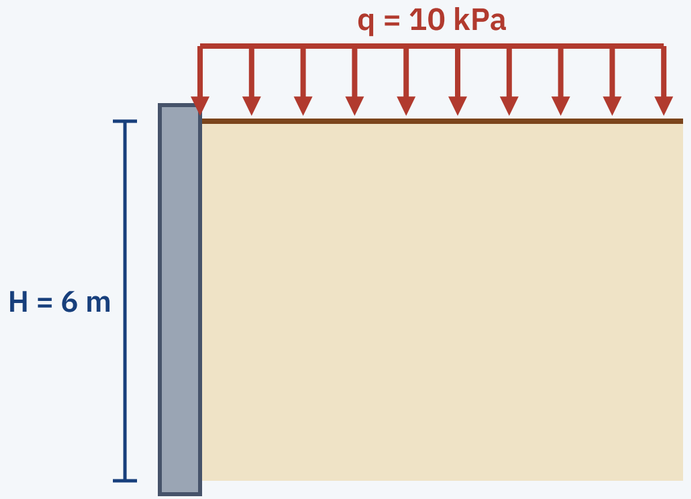
ПРИМЕР

Дано

Стена и нагрузка	**та же стена:** $H = 6.00$ **m,** $q = 10.00$ **kPa,** $\varphi' = 30^\circ$
Разность	**стена деформируется настолько, что активное состояние мобилизуется (вертикальная стена, горизонтальная поверхность)**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

K_a, σ_H, P, z_R; сравнение с состоянием покоя.



Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

1 Коэффициент: активное состояние (Rankine)

$$K_a = \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right) = \tan^2 30^\circ = 0.5774^2 = \mathbf{0.3333}$$

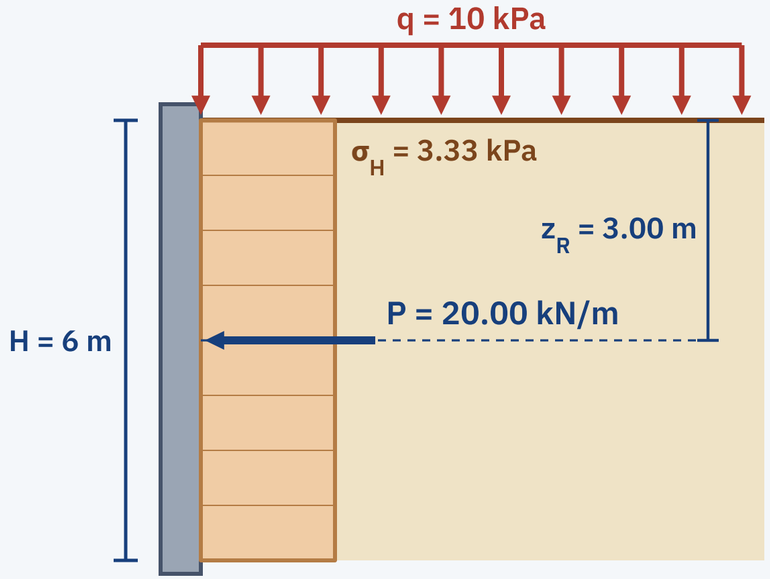
2 Добавляемое боковое давление

$$\sigma_H = K_a\, q = 0.3333 \times 10.00 = \mathbf{3.33}\ \text{kPa}$$

3 Равнодействующая и линия действия

$$P = \sigma_H\, H = 3.333 \times 6.00 = \mathbf{20.00}\ \text{kN/m}$$

$$z_R = \frac{H}{2} = \mathbf{3.00}\ \text{m}$$



В активном состоянии давление составляет **3.333 kPa**, равнодействующая — **20.00 kN/m**; линия действия находится на той же высоте (z_R = 3.00 m).

Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

Состояние	K	σ_H (kPa)	P (kN/m)	z_R (m)
Покой (K_0)	0.5000	5.00	30.00	3.00
Активное (K_a)	0.3333	3.33	20.00	3.00
Отношение K_a / K_0	**0.6667**	**0.6667**	**0.6667**	1

Для $\varphi' = 30°$ K_a / K_0 = 2/3: деформирующаяся стена воспринимает **две трети** давления от пригрузки, воспринимаемого неподвижной стеной. В обоих случаях эпюра прямоугольная, а равнодействующая приложена на середине высоты.

Единственным основанием для этого выбора служит то, будет ли стена действительно смещаться: стена с распорками или анкерная стена не достигает активного состояния, поэтому принимается K_0.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

ПРИМЕР

Дано

Стена и нагрузка	$H = 6.00$ **m,** $q = 10.00$ **kPa**
Грунт	$\varphi' = 0^\circ,\ 20^\circ,\ 25^\circ,\ 30^\circ,\ 35^\circ,\ 40^\circ$

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Для каждого φ′ — **K_0**, **K_a**, **σ_H** и **P** (для двух случаев); проверка вручную для φ′ = 40°.

Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

φ′ (°)	K_0	K_a	σ_H в состоянии покоя (kPa)	σ_H активное (kPa)	P в состоянии покоя (kN/m)	P активное (kN/m)
0	1.0000	1.0000	10.00	10.00	60.00	60.00
20	0.6580	0.4903	6.58	4.90	39.48	29.42
25	0.5774	0.4059	5.77	4.06	34.64	24.35
30	**0.5000**	**0.3333**	**5.00**	**3.33**	**30.00**	**20.00**
35	0.4264	0.2710	4.26	2.71	25.59	16.26
40	0.3572	0.2174	3.57	2.17	21.43	13.05

Строка φ′ = 30° соответствует Примерам 1 и 2. С ростом φ′ равнодействующая уменьшается: в состоянии покоя — с 60.00 kN/m (φ′ = 0°) до 21.43 kN/m (φ′ = 40°), в активном состоянии — до 13.05 kN/m.

Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

1 Коэффициенты

$$K_0 = 1 - \sin 40^\circ = 1 - 0.6428 = \mathbf{0.3572}$$

$$K_a = \tan^2(45^\circ - 20^\circ) = \tan^2 25^\circ = 0.4663^2 = \mathbf{0.2174}$$

2 Давление

$$\sigma_{H,0} = 0.3572 \times 10.00 = \mathbf{3.57}\ \text{kPa}$$

$$\sigma_{H,a} = 0.2174 \times 10.00 = \mathbf{2.17}\ \text{kPa}$$

3 Равнодействующая (z_R = 3.00 m, в обоих случаях)

$$P_0 = 3.572 \times 6.00 = \mathbf{21.43} \qquad P_a = 2.174 \times 6.00 = \mathbf{13.05}\ \text{kN/m}$$

Строка таблицы для φ′ = 40° получается и вручную: **21.43** и **13.05 kN/m**.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

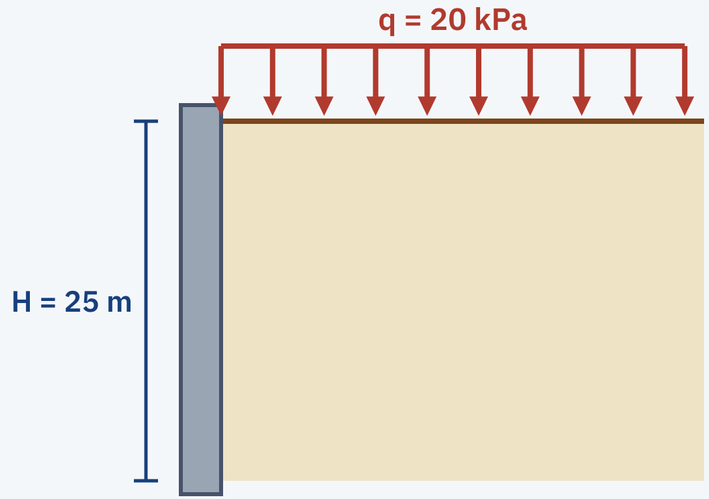
ПРИМЕР

Дано

Стена	$H = 25.00$ **m**
Нагрузка	$q = 20.00$ **kPa по всей поверхности**
Коэффициент	$K = 0.30$ **из другого источника (φ′ не используется)**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

σ_H, P, z_R и изменение давления с глубиной.



Решение

РЕШЕНИЕ

1 Давление: введённый K умножается непосредственно

$$\sigma_H = K\,q = 0.30 \times 20.00 = \mathbf{6.00}\ \text{kPa}$$

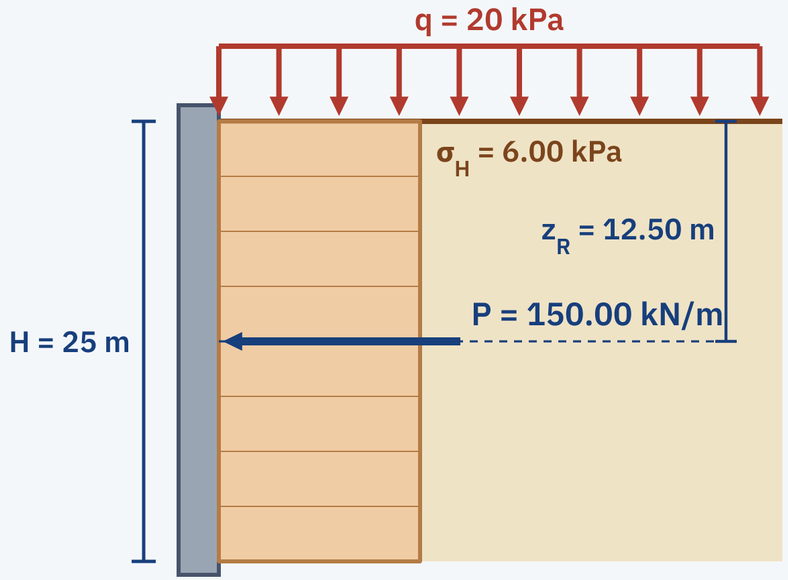
2 Равнодействующая и линия действия

$$P = \sigma_H\,H = 6.00 \times 25.00 = \mathbf{150.00}\ \text{kN/m}$$

$$z_R = \frac{H}{2} = \frac{25.00}{2} = \mathbf{12.50}\ \text{m}$$

3 Изменение давления с глубиной

z (m)	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0	25.0
σ_H (kPa)	6.00	6.00	6.00	6.00	6.00	6.00



Давление **6.00 kPa на любой глубине**; равнодействующая **150.00 kN/m**, на 12.50 m ниже поверхности грунта.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

ПРИМЕР

Дано

Стена и грунт	$\varphi' = 30^\circ$**; состояние покоя и активное состояние**
Переменная 1	$q = 0,\ 5,\ 10,\ 20,\ 30,\ 50$ **kPa (**$H = 6.00$ **m)**
Переменная 2	$H = 2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10$ **m (**$q = 10.00$ **kPa)**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Изменение равнодействующей в зависимости от **q** и **H**; давление и линия действия.

Решение

РЕШЕНИЕ

q (kPa)	σ_H в состоянии покоя (kPa)	P в состоянии покоя (kN/m)	P активное (kN/m)
0	0.00	**0.00**	**0.00**
5	2.50	**15.00**	**10.00**
10	5.00	**30.00**	**20.00**
20	10.00	**60.00**	**40.00**
30	15.00	**90.00**	**60.00**
50	25.00	**150.00**	**100.00**

При удвоении **q** удваивается и P; при q = 0 пригрузки нет.

H (m)	σ_H в состоянии покоя (kPa)	P в состоянии покоя (kN/m)	P активное (kN/m)	z_R (m)
2	5.00	**10.00**	**6.67**	1.00
4	5.00	**20.00**	**13.33**	2.00
6	5.00	**30.00**	**20.00**	3.00
8	5.00	**40.00**	**26.67**	4.00
10	5.00	**50.00**	**33.33**	5.00

С ростом **H** сила P растёт линейно; давление остаётся прежним, равнодействующая смещается на глубину H/2.

P = K q H: прямо пропорционально **произведению** q и H; влияние K — отдельный множитель (активное давление / давление покоя = 2/3 в каждой строке).

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

ПРИМЕР

Дано

Стена	$H = 6.00$ **m,** $\gamma = 18.0$ **kN/m³,** $\varphi' = 30^\circ$ **(сухая засыпка)**
Пригрузка	$q = 10.00$ **kPa по всей поверхности**
Случаи	**покой (K_0) и активное состояние (K_a)**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Равнодействующая треугольной эпюры от грунта, равнодействующая от пригрузки, **суммарная сила** и высота суммарной силы над подошвой; доля пригрузки.

Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

1 Давление грунта (треугольная эпюра), состояние покоя

$$P_z = \tfrac{1}{2} K_0 \gamma H^2 = \tfrac{1}{2}(0.500)(18.0)(6.00)^2 = \mathbf{162.00}\ \text{kN/m} \quad (\text{от подошвы } 2.00\ \text{m})$$

2 Составляющая от пригрузки (Пример 1)

$$P_q = K_0\, q\, H = 0.500 \times 10.00 \times 6.00 = \mathbf{30.00}\ \text{kN/m} \quad (\text{от подошвы } 3.00\ \text{m})$$

3 Сумма и линия действия (момент относительно подошвы)

$$P = 162.00 + 30.00 = \mathbf{192.00}\ \text{kN/m}$$

$$L = \frac{162.00(2.00) + 30.00(3.00)}{192.00} = \frac{414.00}{192.00} = \mathbf{2.156}\ \text{m}$$

В состоянии покоя полное давление составляет **192.00 kN/m** и действует на **2.156 m** выше основания; доля пригрузки — 30.00 kN/m (15.6%).

Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

1 Те же шаги для активного случая (K_a = 0.3333)

$$P_z = \tfrac{1}{2}(0.3333)(18.0)(6.00)^2 = \mathbf{108.00}\ \text{kN/m}$$

$$P_q = 0.3333(10.00)(6.00) = \mathbf{20.00}\ \text{kN/m}$$

$$L = \frac{108.00(2.00) + 20.00(3.00)}{128.00} = \mathbf{2.156}\ \text{m}$$

Состояние	K	P_{soil} (kN/m)	$P_{surcharge}$ (kN/m)	P суммарное (kN/m)	Доля пригрузки	L (m, от подошвы)
Покой	0.5000	162.00	30.00	**192.00**	%15.62	2.156
Активное	0.3333	108.00	20.00	**128.00**	%15.62	2.156

Поскольку K входит множителем в оба члена, **доля пригрузки и линия её действия не зависят от K**: доля 2q / (γH + 2q) = 15.62 %, L = 2.156 m. Только полная сила пропорциональна K.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Резюме

Главное

$\sigma_H = K \cdot q$: равномерная нагрузка, распределённая по всей поверхности, добавляет к давлению на стену **одинаковое боковое давление на любой глубине**; эпюра прямоугольная

K определяется поведением стены: давление покоя **$K_0 = 1 - \sin \varphi'$** (Jaky), активное **$K_a = \tan^2(45° - \varphi'/2)$** (Rankine) или введённое значение; при $\varphi' = 30°$ — 0.5000 и 0.3333

$P = K\,q\,H$ и **$z_R = H/2$**: для начальной стены (H = 6 m, q = 10 kPa) в состоянии покоя σ_H = 5.00 kPa, P = 30.00 kN/m; для активного давления 3.33 kPa и 20.00 kN/m

Линейная зависимость: P пропорциональна q и H; $K_a / K_0 = 2/3$ ($\varphi' = 30°$)

Суммирование: составляющая от пригрузки добавляется к эпюрам давления грунта и воды; доля пригрузки равна $2q / (\gamma H + 2q)$, а линия действия не зависит от K

Список литературы

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning; эта страница основана на данном источнике.

Jaky, J. (1944). The coefficient of earth pressure at rest. Journal of the Society of Hungarian Architects and Engineers, 7, 355–358.

Rankine, W.M.J. (1857). On the stability of loose earth. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 147, 9–27.

ПРИМЕЧАНИЕ

Все числовые примеры получены с помощью собственного расчётного ядра модуля; модуль даёт те же значения. Начальная стена модуля: H = 6 m, q = 10 kPa, φ′ = 30° (давление покоя), второй пример: H = 25 m, q = 20 kPa, K = 0.30.

GeoTerva

Геотехнические расчёты онлайн

От теории к практике

Ввести в GeoTerva собственную стену, пригрузку и выбранный коэффициент; модуль одновременно выдаёт значения K, σ_H, P и z_R, эпюру давления, пошаговое решение и отчёт.

Открыть модуль →

Страница теории →

Открыть на телефоне
Для пробных модулей регистрация не требуется.