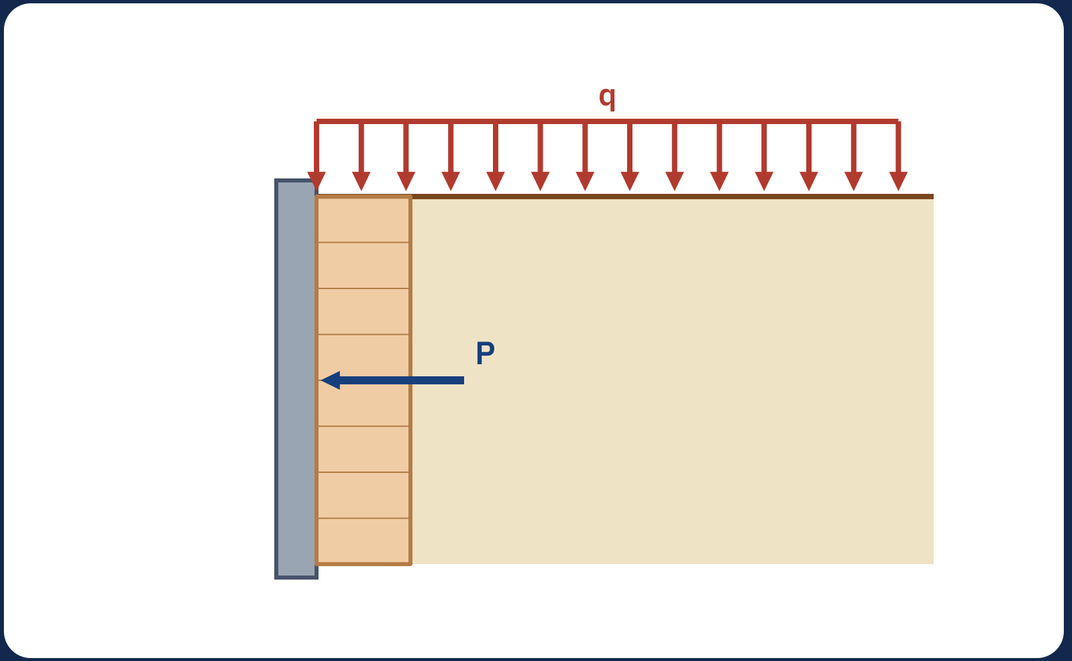
Apresentação de aula de geotecnia · Sobrecargas

Sobrecarga uniforme

Aula: carga uniforme distribuída sobre toda a superfície atrás do muro; pressão lateral constante com a profundidade, resultante e linha de ação, exemplos resolvidos.

$\sigma_H = K \cdot q$ $K_0 \cdot K_a$ $P = K\,q\,H$ $z_R = H/2$

Diagrama retangular



Introdução

O que veremos nesta aula?

Como uma carga q uniformemente distribuída se reflete no muro como **pressão lateral**: $\sigma_H = K \cdot q$, a mesma em todas as profundidades

A escolha do **coeficiente K** conforme o comportamento do muro: em repouso (K_0, Jaky), ativo (K_a, Rankine) ou um valor informado

Resultante do diagrama retangular P = K q H e **linha de ação** $z_R = H/2$

A variação de K_0 e K_a com φ'; o aumento linear de P com q e H

Compreender como a sobrecarga é **adicionada** ao diagrama de empuxo de terra e qual é a sua parcela

ROTEIRO DA AULA

Cada tópico é tratado em **três etapas**:

1 · **Teoria**: fórmula e justificativa

2 · **Enunciado**: dados e o que se pede

3 · **Solução**: passo a passo, com números

Muro de exemplo: H = 6 m, q = 10 kPa, φ' = 30°. As forças são por unidade de comprimento do muro (kN/m); as pressões, em kPa.

Carga uniformemente distribuída atuante no muro

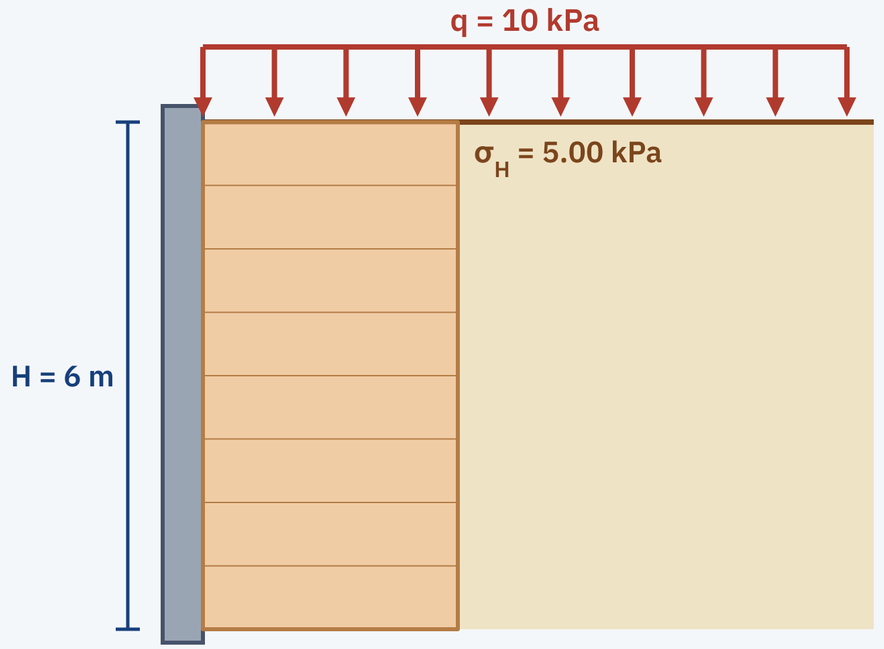
TEORIA

Uma carga uniforme **q** distribuída sobre **toda a superfície do terreno** atrás do muro aumenta a tensão vertical em q em todas as profundidades

O muro sente apenas uma parte disso: essa parte é definida pelo coeficiente de empuxo de terra **K**

A pressão acrescida é **a mesma** do topo do muro até a base: o diagrama de pressão é um retângulo

$$\sigma_H = K\,q$$



q — sobrecarga uniforme na superfície do solo contido

φ′ — ângulo de atrito efetivo do solo contido

K — coeficiente de empuxo de terra (K_0, K_a ou valor informado)

σ_H — pressão lateral adicional, constante com a profundidade

O comportamento do muro determina K

TEORIA

Um muro **que não pode se deslocar** (escorado) mantém o solo no estado em repouso: em solo normalmente adensado, o valor padrão é o coeficiente de **Jaky**

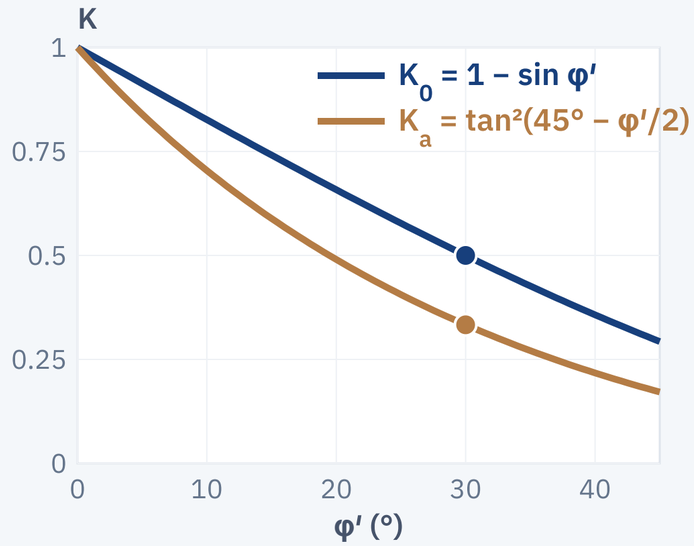
Um muro que **cede** mobiliza o estado ativo: para muro vertical e superfície horizontal, adota-se o coeficiente de **Rankine**

Um coeficiente de outra fonte (K_0 de solo sobre-adensado, K_a de Coulomb para muro inclinado ou rugoso) é **informado diretamente**

$$K_0 = 1 - \sin\varphi' \qquad \text{(em repouso, Jaky)}$$

$$K_a = \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right) \qquad \text{(ativo, Rankine)}$$

K_0 e K_a – φ′



Variação dos dois coeficientes com o ângulo de atrito

TEORIA

φ′ (°)	0	20	25	30	35	40
K_a	1.0000	0.4903	0.4059	0.3333	0.2710	0.2174
K_0	1.0000	0.6580	0.5774	0.5000	0.4264	0.3572

À medida que φ′ aumenta, **os dois coeficientes diminuem**: em solo mais resistente, a parcela sentida pelo muro é menor

Para o mesmo φ′, **$K_0 > K_a$**: o muro que não pode se mover recebe mais carga do que o muro que cede

Para $\varphi' = 0$, $K_0 = K_a = 1$: a carga é transmitida integralmente ao muro, como em um fluido

Resultante P = K q H, a meia altura

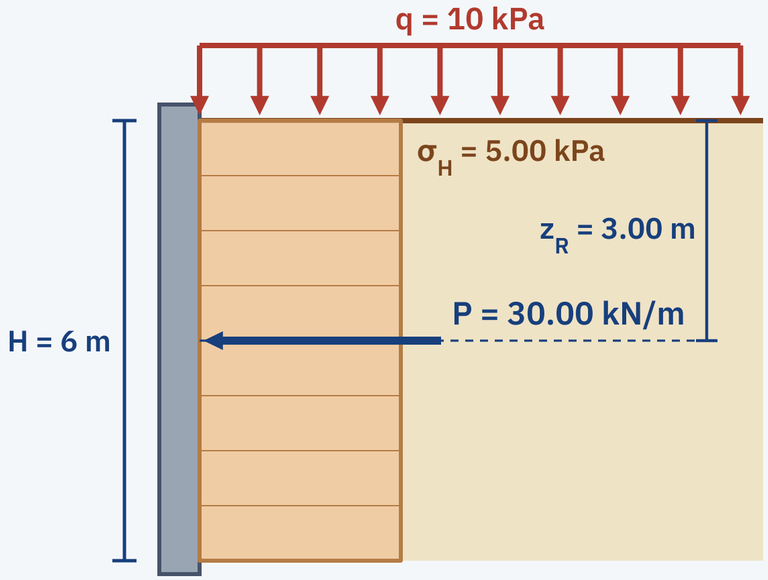
TEORIA

O diagrama é um retângulo: a **resultante por unidade de comprimento** do muro é a área, e a **linha de ação** passa pelo centro do retângulo

A resultante atua no **meio** da altura: a H/2 abaixo da superfície do terreno (também a H/2 acima da base)

Esta é apenas a **componente da sobrecarga**: é somada aos diagramas de pressão do solo e da água

$$P = \sigma_H \, H = K \, q \, H \qquad z_R = \frac{H}{2}$$



P — força resultante por unidade de comprimento do muro (kN/m)

z_R — profundidade da resultante abaixo da superfície do terreno

Enunciado

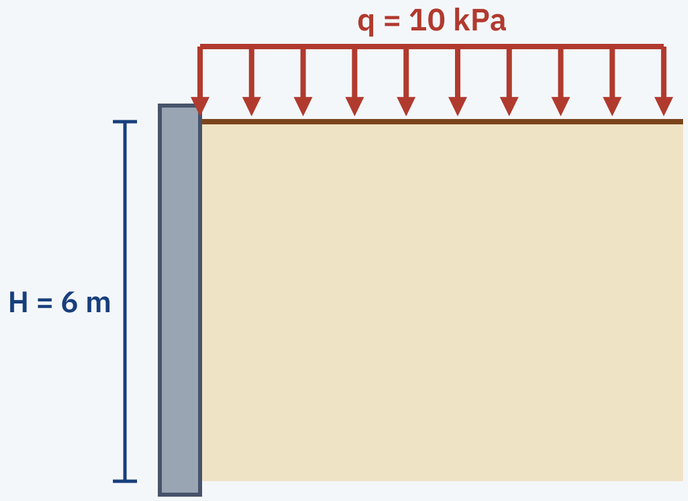
EXEMPLO

Dados

Muro	$H = 6.00$ **m, muro rígido (indeslocável)**
Carga	$q = 10.00$ **kPa em toda a superfície**
Solo	$\varphi' = 30°$

PEDE-SE

K, a pressão lateral adicional σ_H, a resultante **P** e sua profundidade z_R.



Solução

SOLUÇÃO

1 Coeficiente: o muro não se desloca, condição em repouso (Jaky)

$$K_0 = 1 - \sin\varphi' = 1 - \sin 30^\circ = 1 - 0.5 = \mathbf{0.5000}$$

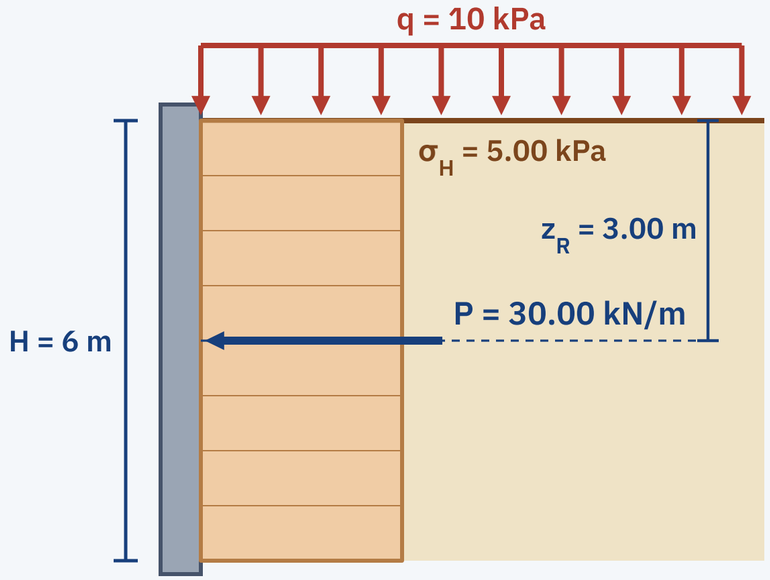
2 Pressão lateral adicional: a mesma em todas as profundidades

$$\sigma_H = K\,q = 0.5000 \times 10.00 = \mathbf{5.00}\ \mathrm{kPa}$$

3 Resultante e linha de ação

$$P = \sigma_H\,H = 5.00 \times 6.00 = \mathbf{30.00}\ \mathrm{kN/m}$$

$$z_R = \frac{H}{2} = \frac{6.00}{2} = \mathbf{3.00}\ \mathrm{m}$$



O muro recebe uma pressão lateral de **5.00 kPa** em toda a sua altura; a resultante é de **30.00 kN/m**, situada **3.00 m** abaixo da superfície do terreno (3.00 m acima da base).

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Enunciado

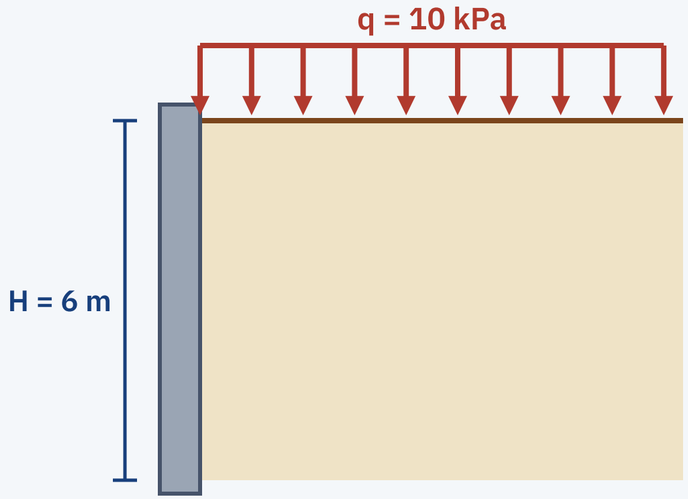
EXEMPLO

Dados

Muro e carga	**mesmo muro:** $H = 6.00$ **m,** $q = 10.00$ **kPa,** $\varphi' = 30°$
Diferença	**o muro se deforma o suficiente para mobilizar o estado ativo (muro vertical, superfície horizontal)**

PEDE-SE

K_a, σ_H, P, z_R; comparação com a condição em repouso.



Solução (1/2)

SOLUÇÃO

1 Coeficiente: estado ativo (Rankine)

$$K_a = \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right) = \tan^2 30^\circ = 0.5774^2 = \mathbf{0.3333}$$

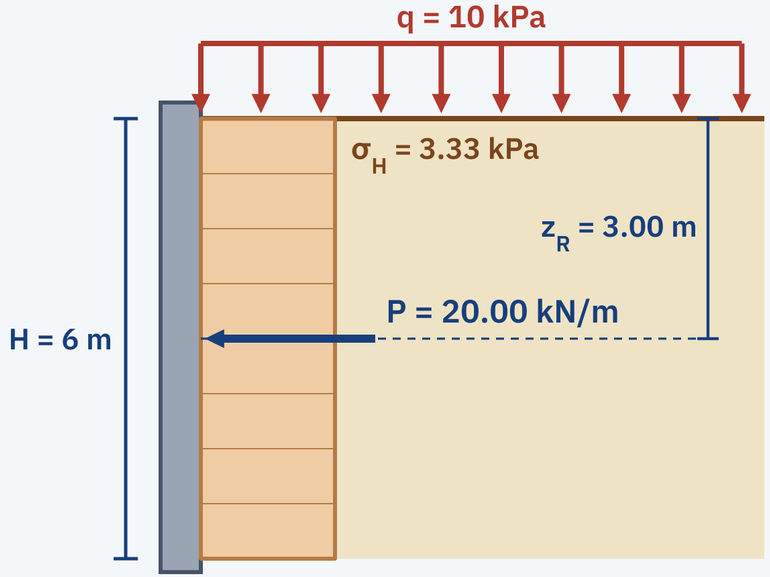
2 Pressão lateral adicional

$$\sigma_H = K_a\, q = 0.3333 \times 10.00 = \mathbf{3.33}\ \mathrm{kPa}$$

3 Resultante e linha de ação

$$P = \sigma_H\, H = 3.333 \times 6.00 = \mathbf{20.00}\ \mathrm{kN/m}$$

$$z_R = \frac{H}{2} = \mathbf{3.00}\ \mathrm{m}$$



No estado ativo, a pressão é de **3.333 kPa** e a resultante, de **20.00 kN/m**; a linha de ação está na mesma altura (z_R = 3.00 m).

Solução (2/2)

SOLUÇÃO

Situação	K	σ_H (kPa)	P (kN/m)	z_R (m)
Em repouso (K_0)	0.5000	5.00	30.00	3.00
Ativo (K_a)	0.3333	3.33	20.00	3.00
Razão K_a / K_0	**0.6667**	**0.6667**	**0.6667**	1

Para $\varphi' = 30°$, $K_a / K_0 = 2/3$: um muro que se deforma recebe **dois terços** da pressão de sobrecarga recebida por um muro que não pode se mover. Em ambos os casos o diagrama é retangular e a resultante situa-se na metade da altura.

O fato de o muro realmente se mover ou não é o único fundamento dessa escolha: um muro apoiado ou atirantado não atinge o estado ativo, e adota-se K_0.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Enunciado

EXEMPLO

Dados

Muro e carga	$H = 6.00$ **m,** $q = 10.00$ **kPa**
Solo	$\varphi' = 0°,\ 20°,\ 25°,\ 30°,\ 35°,\ 40°$

PEDE-SE

Para cada φ′: **K_0**, **K_a**, **σ_H** e **P** (para dois casos); verificação manual para φ′ = 40°.

Solução (1/2)

SOLUÇÃO

φ′ (°)	K_0	K_a	σ_H em repouso (kPa)	σ_H ativo (kPa)	P em repouso (kN/m)	P ativo (kN/m)
0	1.0000	1.0000	10.00	10.00	60.00	60.00
20	0.6580	0.4903	6.58	4.90	39.48	29.42
25	0.5774	0.4059	5.77	4.06	34.64	24.35
30	**0.5000**	**0.3333**	**5.00**	**3.33**	**30.00**	**20.00**
35	0.4264	0.2710	4.26	2.71	25.59	16.26
40	0.3572	0.2174	3.57	2.17	21.43	13.05

A linha de φ′ = 30° corresponde aos Exemplos 1 e 2. À medida que φ′ aumenta, a resultante diminui: no repouso, de 60.00 kN/m (φ′ = 0°) para 21.43 kN/m (φ′ = 40°) e, no caso ativo, para 13.05 kN/m.

Solução (2/2)

SOLUÇÃO

1 Coeficientes

$$K_0 = 1 - \sin 40^\circ = 1 - 0.6428 = \mathbf{0.3572}$$

$$K_a = \tan^2(45^\circ - 20^\circ) = \tan^2 25^\circ = 0.4663^2 = \mathbf{0.2174}$$

2 Pressão

$$\sigma_{H,0} = 0.3572 \times 10.00 = \mathbf{3.57}\ \mathrm{kPa}$$

$$\sigma_{H,a} = 0.2174 \times 10.00 = \mathbf{2.17}\ \mathrm{kPa}$$

3 Resultante (z_R = 3.00 m, nos dois casos)

$$P_0 = 3.572 \times 6.00 = \mathbf{21.43} \qquad P_a = 2.174 \times 6.00 = \mathbf{13.05}\ \mathrm{kN/m}$$

A linha φ′ = 40° da tabela também é obtida à mão: **21.43** e **13.05 kN/m**.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Enunciado

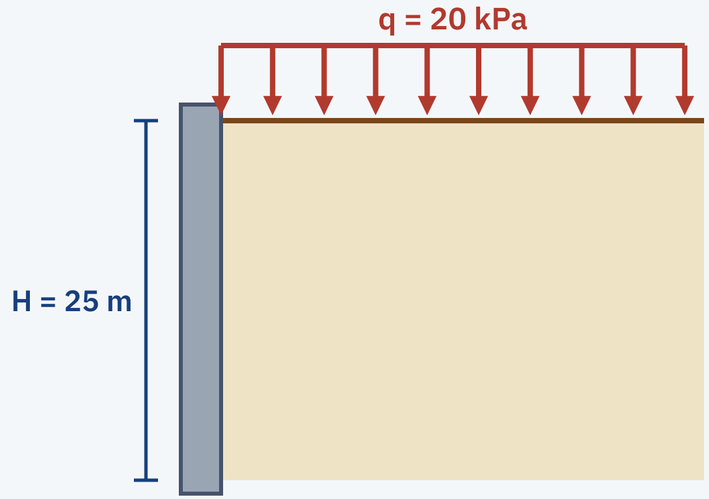
EXEMPLO

Dados

Muro	$H = 25.00$ **m**
Carga	$q = 20.00$ **kPa em toda a superfície**
Coeficiente	$K = 0.30$ **obtido de outra fonte (φ′ não é usado)**

PEDE-SE

σ_H, P, z_R e a variação da pressão com a profundidade.



Solução

SOLUÇÃO

1 Pressão: o K informado é multiplicado diretamente

$$\sigma_H = K\,q = 0.30 \times 20.00 = \mathbf{6.00}\ \mathrm{kPa}$$

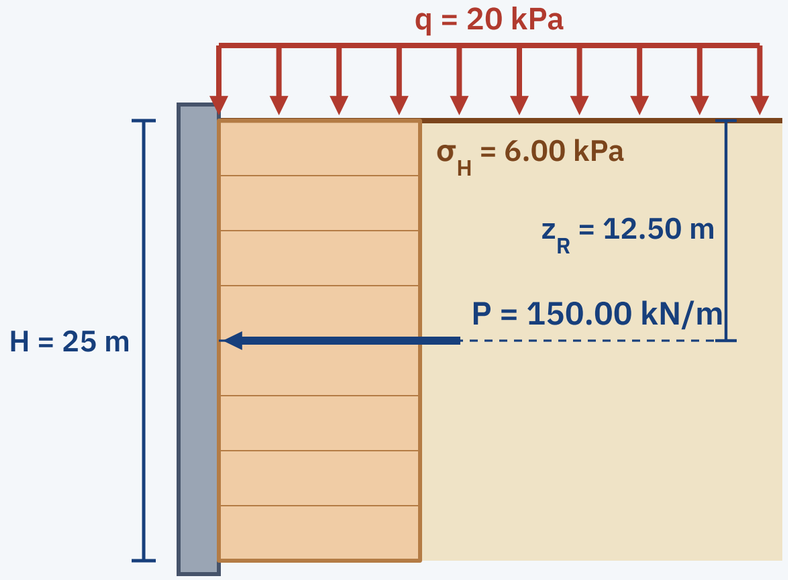
2 Resultante e linha de ação

$$P = \sigma_H\,H = 6.00 \times 25.00 = \mathbf{150.00}\ \mathrm{kN/m}$$

$$z_R = \frac{H}{2} = \frac{25.00}{2} = \mathbf{12.50}\ \mathrm{m}$$

3 Variação da pressão com a profundidade

z (m)	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0	25.0
σ_H (kPa)	6.00	6.00	6.00	6.00	6.00	6.00



A pressão é de **6.00 kPa em todas as profundidades**; a resultante é de **150.00 kN/m**, a 12.50 m abaixo da superfície do terreno.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Enunciado

EXEMPLO

Dados

Muro e solo	$\varphi' = 30^\circ$**; estados em repouso e ativo**
Variável 1	$q = 0,\ 5,\ 10,\ 20,\ 30,\ 50$ **kPa (**$H = 6.00$ **m)**
Variável 2	$H = 2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10$ **m (**$q = 10.00$ **kPa)**

PEDE-SE

Variação da resultante com **q** e **H**; pressão e linha de ação.

Solução

SOLUÇÃO

q (kPa)	σ_H em repouso (kPa)	P em repouso (kN/m)	P ativo (kN/m)
0	0.00	**0.00**	**0.00**
5	2.50	**15.00**	**10.00**
10	5.00	**30.00**	**20.00**
20	10.00	**60.00**	**40.00**
30	15.00	**90.00**	**60.00**
50	25.00	**150.00**	**100.00**

Quando **q** dobra, P também dobra; em q = 0 não há sobrecarga.

H (m)	σ_H em repouso (kPa)	P em repouso (kN/m)	P ativo (kN/m)	z_R (m)
2	5.00	**10.00**	**6.67**	1.00
4	5.00	**20.00**	**13.33**	2.00
6	5.00	**30.00**	**20.00**	3.00
8	5.00	**40.00**	**26.67**	4.00
10	5.00	**50.00**	**33.33**	5.00

À medida que **H** aumenta, P cresce linearmente; a pressão permanece a mesma e a resultante desce para a profundidade H/2.

P = K q H: é diretamente proporcional ao **produto** de q e H; o efeito de K é um fator multiplicativo separado (ativo / em repouso = 2/3, em todas as linhas).

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Enunciado

EXEMPLO

Dados

Muro	$H = 6.00$ **m,** $\gamma = 18.0$ **kN/m³,** $\varphi' = 30°$ **(reaterro seco)**
Sobrecarga	$q = 10.00$ **kPa em toda a superfície**
Casos	**em repouso (K_0) e ativo (K_a)**

PEDE-SE

A resultante do triângulo de solo, a resultante da sobrecarga, a **força total** e a altura da força total em relação à base; a contribuição da sobrecarga.

Solução (1/2)

SOLUÇÃO

1 Empuxo de terra (diagrama triangular), condição em repouso

$$P_z = \tfrac{1}{2} K_0 \gamma H^2 = \tfrac{1}{2}(0.500)(18.0)(6.00)^2 = \mathbf{162.00}\ \mathrm{kN/m} \quad (\text{a partir da base } 2.00\ \mathrm{m})$$

2 Componente da sobrecarga (Exemplo 1)

$$P_q = K_0\, q\, H = 0.500 \times 10.00 \times 6.00 = \mathbf{30.00}\ \mathrm{kN/m} \quad (\text{a partir da base } 3.00\ \mathrm{m})$$

3 Total e linha de ação (momento na base)

$$P = 162.00 + 30.00 = \mathbf{192.00}\ \mathrm{kN/m}$$

$$L = \frac{162.00(2.00) + 30.00(3.00)}{192.00} = \frac{414.00}{192.00} = \mathbf{2.156}\ \mathrm{m}$$

Em repouso, o total é **192.00 kN/m**, atuando **2.156 m** acima da base; a parcela da sobrecarga é 30.00 kN/m (15.6%).

Solução (2/2)

SOLUÇÃO

1 Mesmas etapas para o caso ativo (K_a = 0.3333)

$$P_z = \tfrac{1}{2}(0.3333)(18.0)(6.00)^2 = \mathbf{108.00}\ \mathrm{kN/m}$$

$$P_q = 0.3333(10.00)(6.00) = \mathbf{20.00}\ \mathrm{kN/m}$$

$$L = \frac{108.00(2.00) + 20.00(3.00)}{128.00} = \mathbf{2.156}\ \mathrm{m}$$

Situação	K	P_{soil} (kN/m)	$P_{surcharge}$ (kN/m)	P total (kN/m)	Parcela da sobrecarga	L (m, a partir da base)
Em repouso	0.5000	162.00	30.00	**192.00**	%15.62	2.156
Ativo	0.3333	108.00	20.00	**128.00**	%15.62	2.156

Como K é um fator em ambos os termos, **a parcela da sobrecarga e a sua linha de ação independem de K**: parcela 2q / (γH + 2q) = 15.62%, L = 2.156 m. Apenas a força total é escalada por K.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Resumo

Pontos-chave

$\sigma_H = K \cdot q$: uma carga uniforme distribuída sobre toda a superfície acrescenta ao muro a pressão lateral **igual em todas as profundidades**; o diagrama é retangular

K conforme o comportamento do muro: em repouso, **$K_0 = 1 - \sin \varphi'$** (Jaky); ativo, **$K_a = \tan^2(45° - \varphi'/2)$** (Rankine) ou o valor informado; para $\varphi' = 30°$, 0.5000 e 0.3333

$P = K\,q\,H$ e **$z_R = H/2$**: no muro inicial (H = 6 m, q = 10 kPa), em repouso σ_H = 5.00 kPa, P = 30.00 kN/m; no caso ativo, 3.33 kPa e 20.00 kN/m

Linear: P é proporcional a q e H; $K_a / K_0 = 2/3$ ($\varphi' = 30°$)

Somatório: a componente de sobrecarga é adicionada aos diagramas de pressão do solo e da água; a parcela da sobrecarga é $2q / (\gamma H + 2q)$ e sua linha de ação independe de K

Referências bibliográficas

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning; esta página segue essa referência.

Jaky, J. (1944). The coefficient of earth pressure at rest. Journal of the Society of Hungarian Architects and Engineers, 7, 355–358.

Rankine, W.M.J. (1857). On the stability of loose earth. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 147, 9–27.

NOTA

Todos os exemplos numéricos foram gerados com o motor de cálculo do próprio módulo; o módulo fornece os mesmos valores. O muro inicial do módulo é H = 6 m, q = 10 kPa, φ′ = 30° (em repouso) e o seu segundo exemplo é H = 25 m, q = 20 kPa, K = 0.30.

GeoTerva

Cálculos geotécnicos on-line

Da teoria à prática

Inserir no GeoTerva o próprio muro, a sobrecarga e a escolha do coeficiente; o módulo fornece, em conjunto, os valores de K, σ_H, P e z_R, o diagrama de pressões, a solução passo a passo e o relatório.

Abrir o módulo → **Página de teoria →**

Abrir no celular
Os módulos de teste não exigem cadastro.