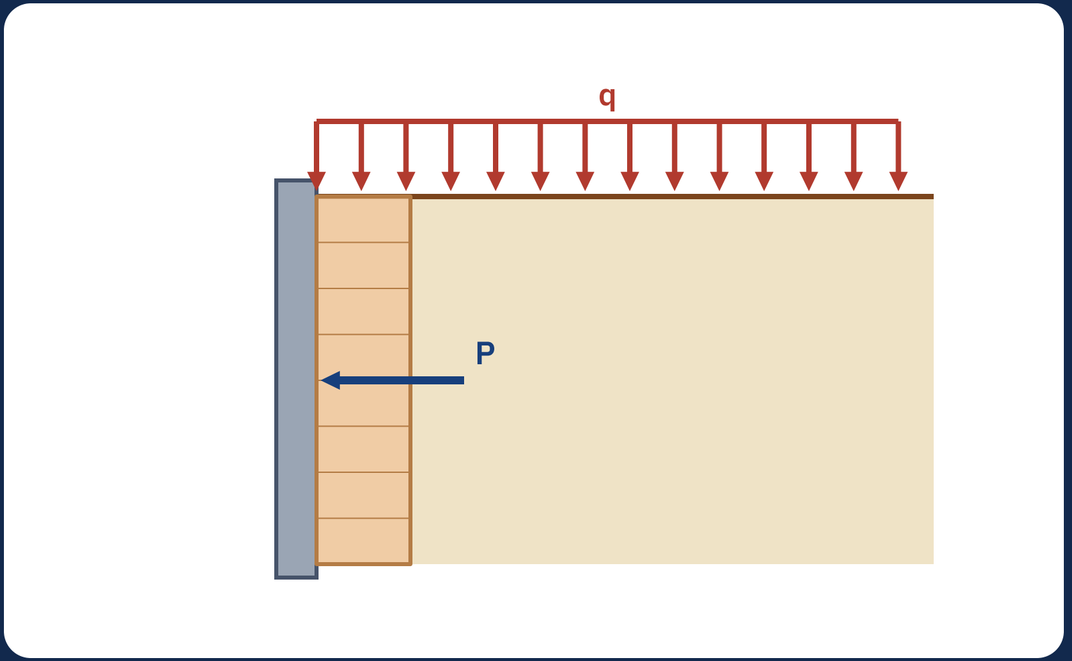
Geotechnisch college · Bovenbelastingen

Gelijkmatig verdeelde bovenbelasting

College: gelijkmatig verdeelde belasting over het gehele oppervlak achter de wand; constante horizontale druk met de diepte, resultante en werklijn, rekenvoorbeelden.

$\sigma_H = K \cdot q$ $K_0 \cdot K_a$ $P = K\,q\,H$ $z_R = H/2$

Rechthoekig diagram



Wat leren we in dit college?

- hoe een gelijkmatig verdeelde belasting q op de wand als **horizontale gronddruk** doorwerkt: $\sigma_H = K \cdot q$, op elke diepte gelijk
- De keuze van de **coëfficiënt K** naar het gedrag van de muur: neutraal (K_0, Jaky), actief (K_a, Rankine) of een ingevoerde waarde
- De **resultante** van het rechthoekige diagram P = K q H en de **werklijn** z_R = H/2
- Hoe K_0 en K_a met φ′ variëren; de lineaire toename van P met q en H
- Hoe de bovenbelasting aan het gronddrukdiagram wordt **toegevoegd** en haar aandeel

COLLEGESTRUCTUUR

Elk onderwerp wordt in **drie stappen** behandeld:

1 · **Theorie**: formule en onderbouwing

2 · **Opgave**: gegeven en gevraagd

3 · **Oplossing**: stap voor stap, met getallen

Voorbeeldwand: H = 6 m, q = 10 kPa, φ′ = 30°. De krachten gelden per eenheid van wandlengte (kN/m); de drukken in kPa.

Gelijkmatig verdeelde belasting op de keermuur

THEORIE

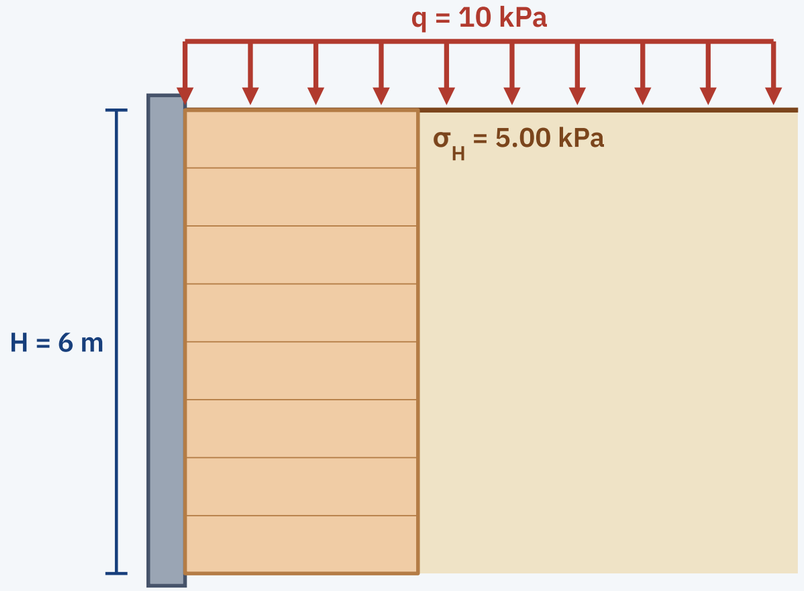
Een gelijkmatig verdeelde belasting **q** over het **gehele maaiveld** achter de wand verhoogt de verticale spanning op elke diepte met q

De muur ondervindt hiervan slechts een deel: dit deel wordt bepaald door de coëfficiënt van de horizontale gronddruk **K**

De toegevoegde druk is **dezelfde** van de bovenkant van de wand tot de onderkant: het drukkendiagram is een rechthoek

$$\sigma_H = K\,q$$

q — gelijkmatig verdeelde bovenbelasting op het gekeerde maaiveld
φ′ — effectieve wrijvingshoek van de gekeerde grond
K — coëfficiënt van de horizontale gronddruk (K_0, K_a of ingevoerd)
σ_H — toegevoegde horizontale druk, constant met de diepte



Het gedrag van de wand bepaalt K

THEORIE

Een **niet-vervormende** (ondersteunde) muur houdt de grond in de neutrale toestand: in normaal geconsolideerde grond is dit de standaard **Jaky**-coëfficiënt

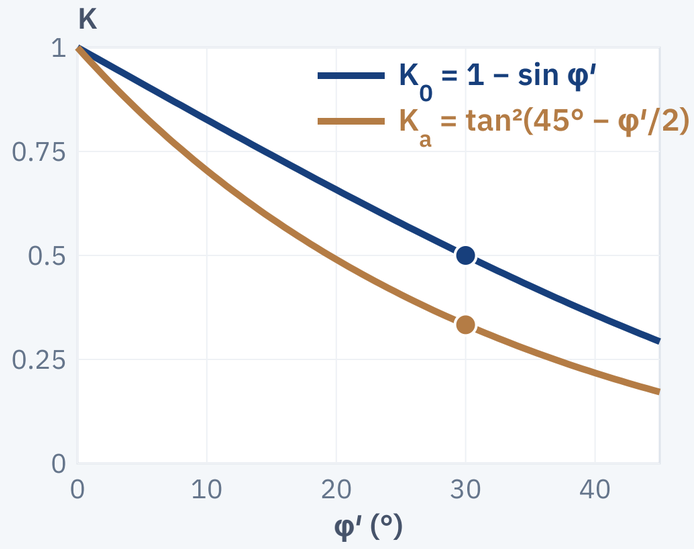
Een **meeverende** wand mobiliseert de actieve toestand: bij een verticale wand en een horizontaal maaiveld wordt de coëfficiënt van **Rankine** gebruikt

Een coëfficiënt uit een andere bron (overgeconsolideerde K_0, Coulomb K_a voor een hellende of ruwe muur) wordt **rechtstreeks ingevoerd**

$$K_0 = 1 - \sin\varphi' \qquad \text{(neutraal, Jaky)}$$

$$K_a = \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right) \qquad \text{(actief, Rankine)}$$

K_0 en K_a – φ′



Variatie van de twee coëfficiënten met de wrijvingshoek

THEORIE

φ′ (°)	0	20	25	30	35	40
K_a	1.0000	0.4903	0.4059	0.3333	0.2710	0.2174
K_0	1.0000	0.6580	0.5774	0.5000	0.4264	0.3572

Naarmate φ′ groter wordt, **nemen beide coëfficiënten af**: in sterkere grond ondervindt de muur een kleiner aandeel

Bij dezelfde φ′ geldt **$K_0 > K_a$**: een wand die niet kan bewegen neemt meer belasting op dan een meeverende wand

Voor φ′ = 0 geldt $K_0 = K_a = 1$: de belasting wordt volledig op de wand overgedragen, als in een vloeistof

Resultante P = K q H, halverwege de hoogte

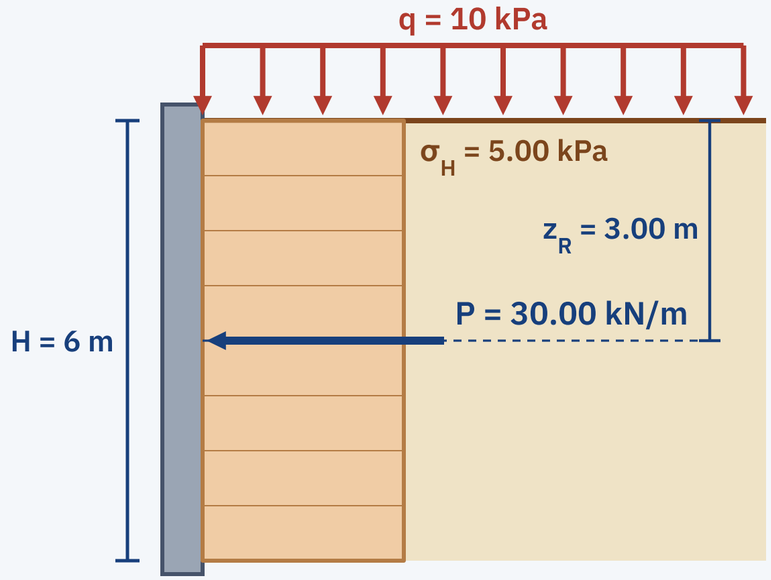
THEORIE

Het diagram is een rechthoek: de **resultante per eenheidslengte** van de wand is de oppervlakte, en de **werklijn** gaat door het midden van de rechthoek

De resultante grijpt aan in het **midden** van de hoogte: H/2 onder het maaiveld (tevens H/2 boven de basis)

Dit is alleen de **bovenbelastingscomponent**: deze wordt bij de diagrammen van grond- en waterdruk opgeteld

$$P = \sigma_H \, H = K \, q \, H \qquad z_R = \frac{H}{2}$$



P — resulterende kracht per lengte-eenheid van de wand (kN/m)

z_R — diepte van de resultante onder het maaiveld

Opgave

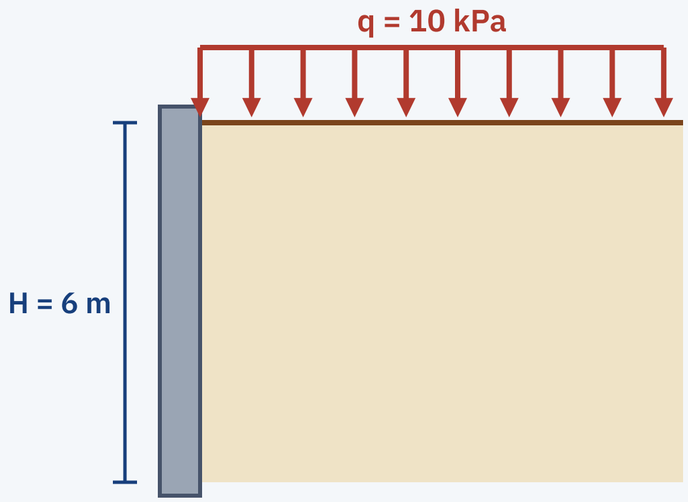
VOORBEELD

Gegeven

Wand	$H = 6.00$ **m, starre (niet-bezwijkende) wand**
Belasting	$q = 10.00$ **kPa over het gehele oppervlak**
Grond	$\varphi' = 30°$

GEVRAAGD

K, de toegevoegde horizontale druk σ_H, de resultante **P** en de aangrijpingsdiepte z_R.



Oplossing

OPLOSSING

1 Coëfficiënt: de wand kan niet bewegen, neutrale toestand (Jaky)

$$K_0 = 1 - \sin\varphi' = 1 - \sin 30^\circ = 1 - 0.5 = \mathbf{0.5000}$$

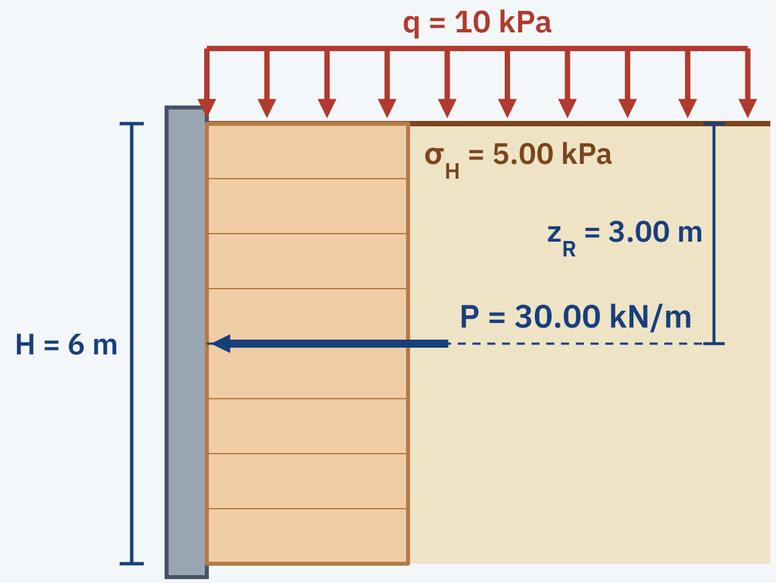
2 Toegevoegde horizontale gronddruk: op elke diepte gelijk

$$\sigma_H = K\,q = 0.5000 \times 10.00 = \mathbf{5.00}\ \mathrm{kPa}$$

3 Resultante en invloedslijn

$$P = \sigma_H\,H = 5.00 \times 6.00 = \mathbf{30.00}\ \mathrm{kN/m}$$

$$z_R = \frac{H}{2} = \frac{6.00}{2} = \mathbf{3.00}\ \mathrm{m}$$



De muur ondervindt over de volledige hoogte een horizontale druk van **5.00 kPa**; de resultante is **30.00 kN/m** en ligt **3.00 m** onder het maaiveld (3.00 m boven de zool).

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

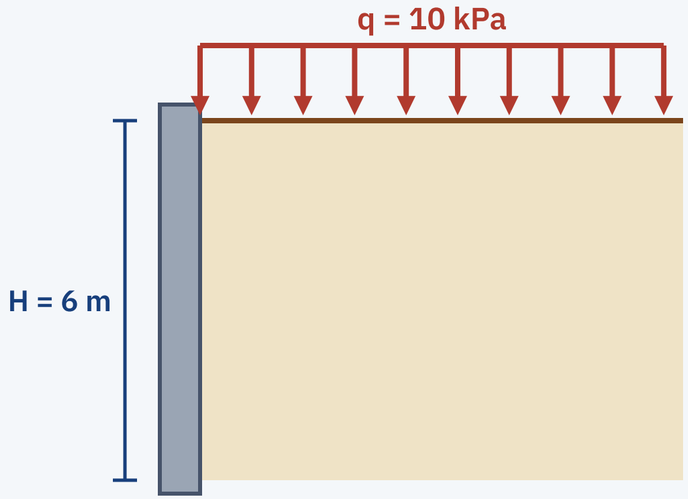
VOORBEELD

Gegeven

Keermuur en belasting	**dezelfde keermuur:** $H = 6.00$ **m,** $q = 10.00$ **kPa,** $\varphi' = 30^\circ$
Verschil	**de muur vervormt voldoende om de actieve toestand te mobiliseren (verticale muur, horizontaal maaiveld)**

GEVRAAGD

K_a, σ_H, P, z_R; vergelijking met de neutrale toestand.



Oplossing (1/2)

OPLOSSING

1 Coëfficiënt: actieve toestand (Rankine)

$$K_a = \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right) = \tan^2 30^\circ = 0.5774^2 = \mathbf{0.3333}$$

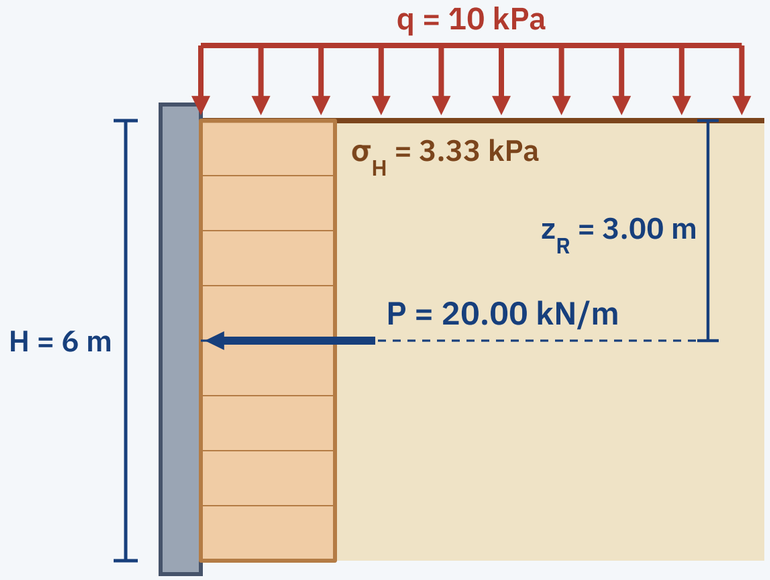
2 Aangebrachte horizontale gronddruk

$$\sigma_H = K_a\, q = 0.3333 \times 10.00 = \mathbf{3.33}\ \mathrm{kPa}$$

3 Resultante en invloedslijn

$$P = \sigma_H\, H = 3.333 \times 6.00 = \mathbf{20.00}\ \mathrm{kN/m}$$

$$z_R = \frac{H}{2} = \mathbf{3.00}\ \mathrm{m}$$



In de actieve toestand is de druk **3.333 kPa**, de resultante **20.00 kN/m**; de werklijn ligt op dezelfde hoogte (z_R = 3.00 m).

Oplossing (2/2)

OPLOSSING

Toestand	K	σ_H (kPa)	P (kN/m)	z_R (m)
Neutrale gronddruk (K_0)	0.5000	5.00	30.00	3.00
Actief (K_a)	0.3333	3.33	20.00	3.00
Verhouding K_a / K_0	**0.6667**	**0.6667**	**0.6667**	1

Voor $\varphi' = 30°$ geldt $K_a / K_0 = 2/3$: een muur die vervormt, neemt **twee derde** van de bovenbelastingsdruk op die een muur die niet kan bewegen, opneemt. In beide gevallen is het diagram rechthoekig en ligt de resultante op halve hoogte.

Of de muur daadwerkelijk beweegt, is de enige grondslag voor deze keuze: een gesteunde of verankerde muur bereikt de actieve toestand niet, zodat K_0 wordt aangehouden.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

VOORBEELD

Gegeven

Keermuur en belasting $H = 6.00$ **m,** $q = 10.00$ **kPa**

Grond $\varphi' = 0°,\ 20°,\ 25°,\ 30°,\ 35°,\ 40°$

GEVRAAGD

Voor elke φ′: **K_0**, **K_a**, **σ_H** en **P** (voor twee gevallen); handmatige controle voor φ′ = 40°.

Oplossing (1/2)

OPLOSSING

φ' (°)	K_0	K_a	σ_H neutraal (kPa)	σ_H actief (kPa)	P neutraal (kN/m)	P actief (kN/m)
0	1.0000	1.0000	10.00	10.00	60.00	60.00
20	0.6580	0.4903	6.58	4.90	39.48	29.42
25	0.5774	0.4059	5.77	4.06	34.64	24.35
30	**0.5000**	**0.3333**	**5.00**	**3.33**	**30.00**	**20.00**
35	0.4264	0.2710	4.26	2.71	25.59	16.26
40	0.3572	0.2174	3.57	2.17	21.43	13.05

De rij $\varphi' = 30°$ komt overeen met Voorbeeld 1 en 2. Naarmate φ' toeneemt, neemt de resultante af: in neutrale toestand van 60.00 kN/m ($\varphi' = 0°$) tot 21.43 kN/m ($\varphi' = 40°$), en in actieve toestand tot 13.05 kN/m.

Oplossing (2/2)

OPLOSSING

1 Coëfficiënten

$$K_0 = 1 - \sin 40^\circ = 1 - 0.6428 = \mathbf{0.3572}$$

$$K_a = \tan^2(45^\circ - 20^\circ) = \tan^2 25^\circ = 0.4663^2 = \mathbf{0.2174}$$

2 Druk

$$\sigma_{H,0} = 0.3572 \times 10.00 = \mathbf{3.57}\ \mathrm{kPa}$$

$$\sigma_{H,a} = 0.2174 \times 10.00 = \mathbf{2.17}\ \mathrm{kPa}$$

3 Resultante (z_R = 3.00 m, in beide gevallen)

$$P_0 = 3.572 \times 6.00 = \mathbf{21.43} \qquad P_a = 2.174 \times 6.00 = \mathbf{13.05}\ \mathrm{kN/m}$$

De rij φ′ = 40° in de tabel volgt ook met de hand: **21.43** en **13.05 kN/m**.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

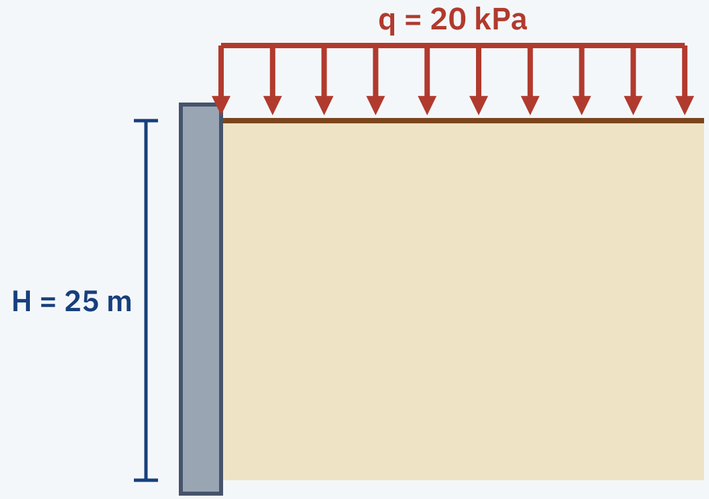
VOORBEELD

Gegeven

Wand	$H = 25.00$ **m**
Belasting	$q = 20.00$ **kPa over het gehele oppervlak**
Coëfficiënt	$K = 0.30$ **uit een andere bron (φ′ wordt niet gebruikt)**

GEVRAAGD

σ_H, P, z_R en de variatie van de druk met de diepte.



Oplossing

OPLOSSING

1 Druk: de ingevoerde K wordt rechtstreeks vermenigvuldigd

$$\sigma_H = K\,q = 0.30 \times 20.00 = \mathbf{6.00}\ \mathrm{kPa}$$

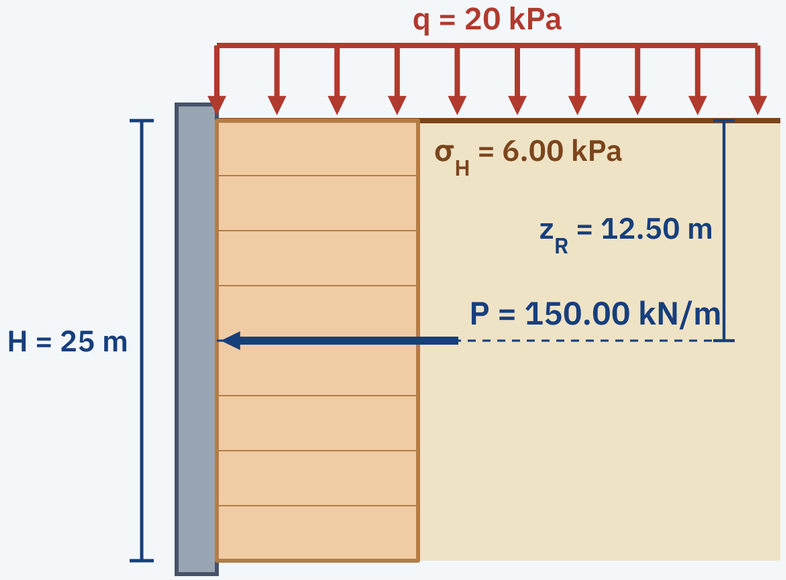
2 Resultante en invloedslijn

$$P = \sigma_H\,H = 6.00 \times 25.00 = \mathbf{150.00}\ \mathrm{kN/m}$$

$$z_R = \frac{H}{2} = \frac{25.00}{2} = \mathbf{12.50}\ \mathrm{m}$$

3 Verloop van de druk met de diepte

z (m)	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0	25.0
σ_H (kPa)	6.00	6.00	6.00	6.00	6.00	6.00



De druk is **6.00 kPa op elke diepte**; de resultante **150.00 kN/m**, 12.50 m onder het maaiveld.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

VOORBEELD

Gegeven

Wand en grond	$\varphi' = 30^\circ$; **neutrale en actieve toestand**
Variabele 1	$q = 0,\ 5,\ 10,\ 20,\ 30,\ 50$ **kPa** ($H = 6.00$ **m**)
Variabele 2	$H = 2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10$ **m** ($q = 10.00$ **kPa**)

GEVRAAGD

Variatie van de resultante met **q** en **H**; druk en werklijn.

Oplossing

OPLOSSING

q (kPa)	σ_H neutraal (kPa)	P neutraal (kN/m)	P actief (kN/m)
0	0.00	**0.00**	**0.00**
5	2.50	**15.00**	**10.00**
10	5.00	**30.00**	**20.00**
20	10.00	**60.00**	**40.00**
30	15.00	**90.00**	**60.00**
50	25.00	**150.00**	**100.00**

Als **q** verdubbelt, verdubbelt P ook; bij q = 0 is er geen bovenbelasting.

H (m)	σ_H neutraal (kPa)	P neutraal (kN/m)	P actief (kN/m)	z_R (m)
2	5.00	**10.00**	**6.67**	1.00
4	5.00	**20.00**	**13.33**	2.00
6	5.00	**30.00**	**20.00**	3.00
8	5.00	**40.00**	**26.67**	4.00
10	5.00	**50.00**	**33.33**	5.00

Naarmate **H** toeneemt, neemt P lineair toe; de druk blijft gelijk en de resultante schuift naar een diepte van H/2.

P = K q H: recht evenredig met het **product** van q en H; de invloed van K is een afzonderlijke factor (actief / neutraal = 2/3, in elke regel).

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

VOORBEELD

Gegeven

Wand	$H = 6.00$ **m,** $\gamma = 18.0$ **kN/m³,** $\varphi' = 30^\circ$ **(droge aanvulling)**
Bovenbelasting	$q = 10.00$ **kPa over het gehele oppervlak**
Gevallen	**neutrale (K_0) en actieve (K_a)**

GEVRAAGD

De resultante van de gronddriehoek, de resultante van de bovenbelasting, de **totale kracht** en de hoogte van de totale kracht boven de basis; het aandeel van de bovenbelasting.

Oplossing (1/2)

OPLOSSING

1 Gronddruk (driehoeksdiagram), neutrale toestand

$$P_z = \tfrac{1}{2} K_0 \gamma H^2 = \tfrac{1}{2}(0.500)(18.0)(6.00)^2 = \mathbf{162.00}\ \mathrm{kN/m} \quad (\text{vanaf de zool } 2.00\ \mathrm{m})$$

2 Component bovenbelasting (Voorbeeld 1)

$$P_q = K_0\, q\, H = 0.500 \times 10.00 \times 6.00 = \mathbf{30.00}\ \mathrm{kN/m} \quad (\text{vanaf de zool } 3.00\ \mathrm{m})$$

3 Totaal en aangrijpingslijn (moment in de zool)

$$P = 162.00 + 30.00 = \mathbf{192.00}\ \mathrm{kN/m}$$

$$L = \frac{162.00(2.00) + 30.00(3.00)}{192.00} = \frac{414.00}{192.00} = \mathbf{2.156}\ \mathrm{m}$$

In neutrale toestand bedraagt het totaal **192.00 kN/m**, aangrijpend **2.156 m** boven de zool; het aandeel van de bovenbelasting is 30.00 kN/m (15.6%).

Oplossing (2/2)

OPLOSSING

1 Dezelfde stappen voor het actieve geval (K_a = 0.3333)

$$P_z = \tfrac{1}{2}(0.3333)(18.0)(6.00)^2 = \mathbf{108.00}\ \mathrm{kN/m}$$

$$P_q = 0.3333(10.00)(6.00) = \mathbf{20.00}\ \mathrm{kN/m}$$

$$L = \frac{108.00(2.00) + 20.00(3.00)}{128.00} = \mathbf{2.156}\ \mathrm{m}$$

Toestand	K	P_{grond} (kN/m)	$P_{bovenbelasting}$ (kN/m)	P totaal (kN/m)	Aandeel bovenbelasting	L (m, vanaf de basis)
Neutraal	0.5000	162.00	30.00	**192.00**	%15.62	2.156
Actief	0.3333	108.00	20.00	**128.00**	%15.62	2.156

Omdat K in beide termen een factor is, zijn **het aandeel van de bovenbelasting en de werklijn daarvan onafhankelijk van K**: aandeel 2q / (γH + 2q) = 15.62%, L = 2.156 m. Alleen de totale kracht schaalt met K.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Samenvatting

Belangrijkste punten

$\sigma_H = K \cdot q$: een gelijkmatig verdeelde belasting over het gehele oppervlak voegt op **elke diepte dezelfde** horizontale druk aan de muur toe; het diagram is rechthoekig

K naar gelang het gedrag van de muur: neutraal **$K_0 = 1 - \sin \varphi'$** (Jaky), actief **$K_a = \tan^2(45° - \varphi'/2)$** (Rankine) of de ingevoerde waarde; voor $\varphi' = 30°$: 0.5000 en 0.3333

$P = K\,q\,H$ en **$z_R = H/2$**: bij de keerwand aan de open zijde (H = 6 m, q = 10 kPa) is in de neutrale toestand σ_H = 5.00 kPa, P = 30.00 kN/m; in de actieve toestand 3.33 kPa en 20.00 kN/m

Lineair: P is evenredig met q en H; $K_a / K_0 = 2/3$ ($\varphi' = 30°$)

Superpositie: de bovenbelastingscomponent wordt bij de diagrammen van grond- en waterdruk opgeteld; het aandeel van de bovenbelasting is $2q / (\gamma H + 2q)$ en de werklijn ervan is onafhankelijk van K

Literatuur

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning; deze pagina volgt deze methode.

Jaky, J. (1944). The coefficient of earth pressure at rest. Journal of the Society of Hungarian Architects and Engineers, 7, 355–358.

Rankine, W.M.J. (1857). On the stability of loose earth. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 147, 9–27.

OPMERKING

Alle numerieke voorbeelden zijn geproduceerd met de eigen berekeningsmotor van de module; de module geeft dezelfde waarden. De openingswand van de module is H = 6 m, q = 10 kPa, φ′ = 30° (neutrale gronddruk) en het tweede voorbeeld is H = 25 m, q = 20 kPa, K = 0.30.

GeoTerva

Online geotechnische berekeningen

Van theorie naar praktijk

Voer uw eigen wand, uw bovenbelasting en uw keuze van coëfficiënt in GeoTerva in; de module levert de waarden K, σ_H, P en z_R, het drukdiagram, een stapsgewijze oplossing en het rapport in één keer.

Module openen →

Theoriepagina →

Openen op de smartphone

Proefmodules vereisen geen registratie.

Wilt u ze in uw colleges gebruiken: info@geoterva.com