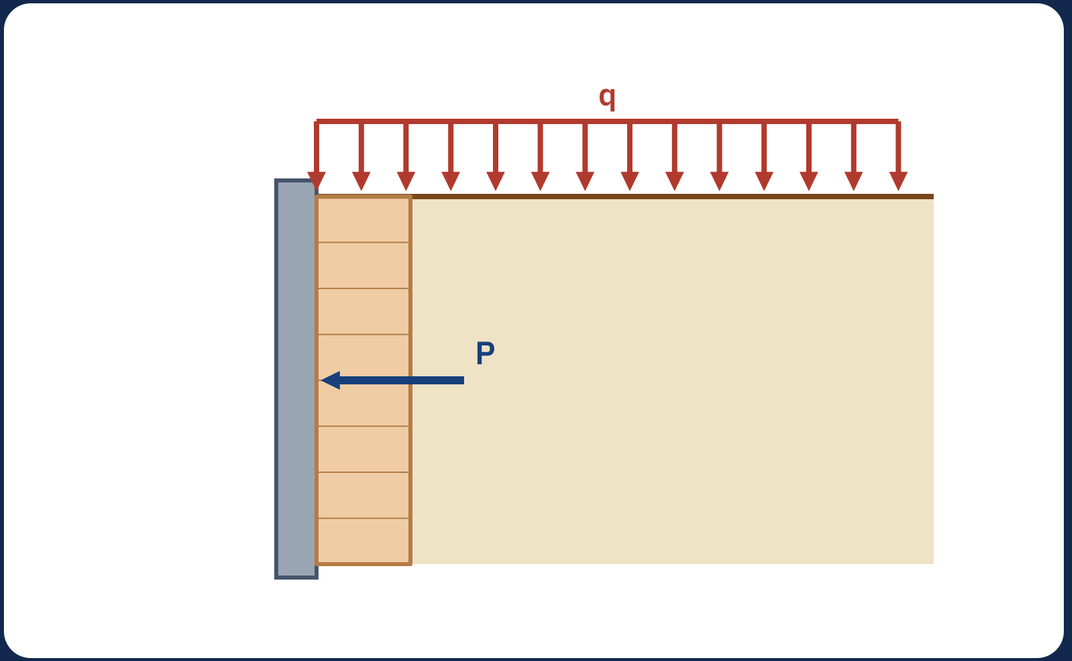
Lezione di geotecnica · Sovraccarichi

Carico di sovraccarico uniforme

Lezione: carico uniforme diffuso su tutta la superficie a tergo della parete; pressione laterale costante con la profondità, risultante e linea d'azione, esempi di calcolo.

$\sigma_H = K \cdot q$ $K_0 \cdot K_a$ $P = K\,q\,H$ $z_R = H/2$

Diagramma rettangolare



Introduzione

Che cosa si impara in questa lezione?

- come un carico uniformemente distribuito q si riflette sul muro come **spinta laterale**: $\sigma_H = K \cdot q$, costante a ogni profondità
- La scelta del **coefficiente K** in funzione del comportamento del muro: a riposo (K_0, Jaky), attivo (K_a, Rankine) oppure valore inserito
- La **risultante** del diagramma rettangolare P = K q H e la **linea d'azione** z_R = H/2
- Come K_0 e K_a variano con φ′; l'incremento lineare di P con q e H
- Come il sovraccarico viene **aggiunto** al diagramma delle spinte delle terre e il suo contributo

SVOLGIMENTO DELLA LEZIONE

Ogni argomento è trattato in **tre passaggi**:

1 · **Teoria**: formula e relativa motivazione

2 · **Traccia**: dati e richiesto

3 · **Soluzione**: passo per passo, con i numeri

Esempio di muro: H = 6 m, q = 10 kPa, φ′ = 30°. Le forze sono riferite all'unità di lunghezza del muro (kN/m); le pressioni sono in kPa.

Carico uniformemente distribuito agente sul muro

TEORIA

Un carico uniforme **q** distribuito su **tutta la superficie del terreno** a tergo del muro incrementa di q la tensione verticale a ogni profondità

Il muro ne percepisce solo una parte: questa parte è determinata dal coefficiente di spinta delle terre **K**

La pressione aggiunta è **la stessa** dalla sommità alla base del muro: il diagramma delle pressioni è un rettangolo

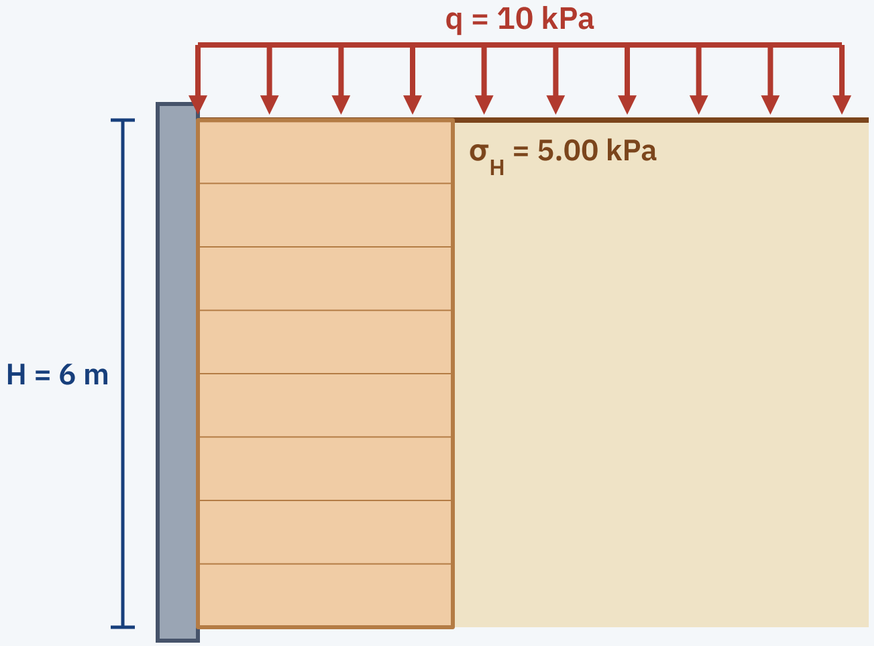
$$\sigma_H = K\, q$$

q — sovraccarico uniforme sulla superficie del terreno trattenuto

φ′ — angolo di attrito interno efficace del terreno trattenuto

K — coefficiente di spinta delle terre (K_0, K_a oppure inserito dall'utente)

σ_H — pressione laterale aggiunta, costante con la profondità



Il comportamento del muro governa K

TEORIA

Un muro **che non può spostarsi** (vincolato) mantiene il terreno in condizioni di riposo: nel terreno normalconsolidato è il coefficiente **Jaky** assunto per default

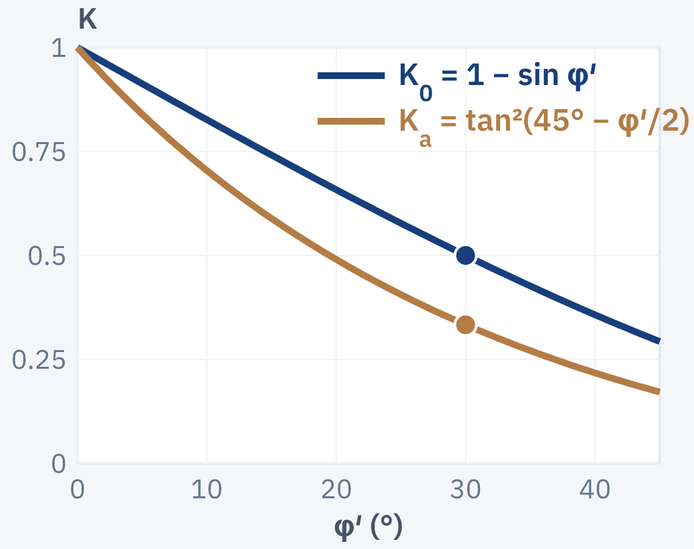
Un muro **cedevole** mobilita la condizione attiva: su paramento verticale e superficie orizzontale si adotta il coefficiente di **Rankine**

Un coefficiente proveniente da altra fonte (K_0 per sovraconsolidazione, K_a di Coulomb per parete inclinata o scabra) si **inserisce direttamente**

$$K_0 = 1 - \sin\varphi' \qquad \text{(a riposo, Jaky)}$$

$$K_a = \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right) \qquad \text{(attiva, Rankine)}$$

K_0 e K_a – φ′



Variazione dei due coefficienti con l'angolo di attrito interno

TEORIA

φ′ (°)	0	20	25	30	35	40
K_a	1.0000	0.4903	0.4059	0.3333	0.2710	0.2174
K_0	1.0000	0.6580	0.5774	0.5000	0.4264	0.3572

Al crescere di φ′ **entrambi i coefficienti diminuiscono**: in un terreno più resistente la quota percepita dal muro si riduce

A parità di φ′, **$K_0 > K_a$**: un muro che non può muoversi riceve un carico maggiore di un muro cedevole

Per $\varphi' = 0$, $K_0 = K_a = 1$: il carico si trasmette interamente al muro, come in un fluido

Risultante P = K q H, a metà altezza

TEORIA

Il diagramma è un rettangolo: la **risultante per unità di lunghezza** della parete è l'area, e la **linea d'azione** passa per il centro del rettangolo

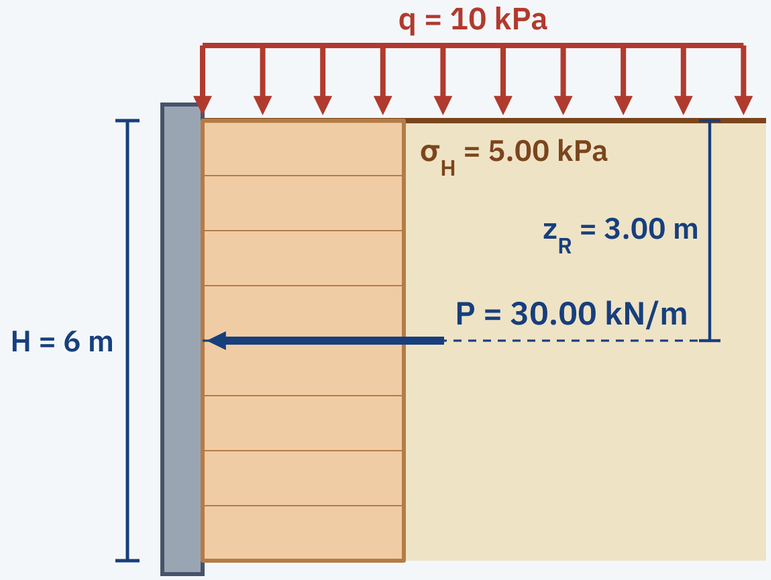
La risultante agisce a **metà** dell'altezza: a H/2 sotto il piano di campagna (e H/2 sopra la base)

Questo è soltanto la **componente del sovraccarico**: si somma ai diagrammi delle pressioni del terreno e dell'acqua

$$P = \sigma_H \, H = K \, q \, H \qquad z_R = \frac{H}{2}$$

P — forza risultante per unità di lunghezza del muro (kN/m)

z_R — profondità della risultante rispetto al piano di campagna



Traccia

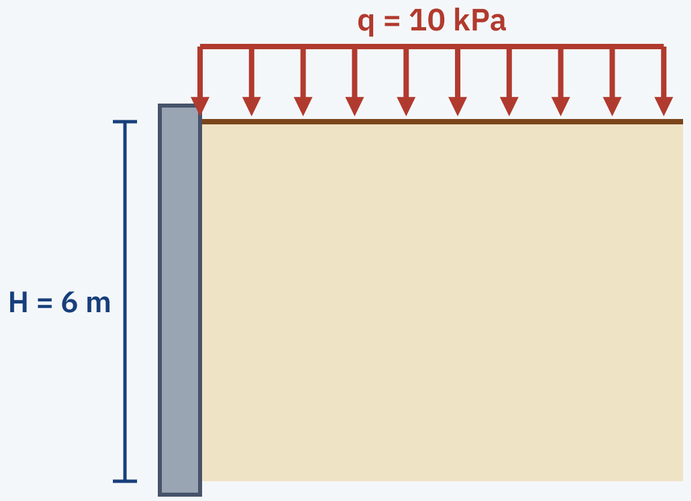
ESEMPIO

Dati

Muro	$H = 6.00$ **m, muro rigido (non cedevole)**
Carico	$q = 10.00$ **kPa sull'intera superficie**
Terreno	$\varphi' = 30°$

RICHIESTO

K, la pressione laterale aggiunta σ_H, la risultante **P** e la sua profondità z_R.



Soluzione

SOLUZIONE

1 Coefficiente: il muro non può spostarsi, condizione a riposo (Jaky)

$$K_0 = 1 - \sin\varphi' = 1 - \sin 30^\circ = 1 - 0.5 = \mathbf{0.5000}$$

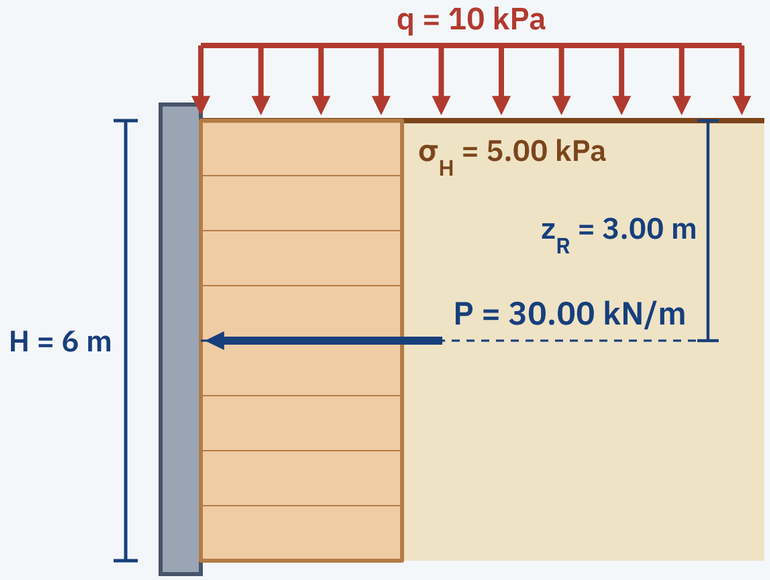
2 Spinta laterale aggiunta: uguale a ogni profondità

$$\sigma_H = K\,q = 0.5000 \times 10.00 = \mathbf{5.00}\ \mathrm{kPa}$$

3 Risultante e linea d'azione

$$P = \sigma_H\,H = 5.00 \times 6.00 = \mathbf{30.00}\ \mathrm{kN/m}$$

$$z_R = \frac{H}{2} = \frac{6.00}{2} = \mathbf{3.00}\ \mathrm{m}$$



Il muro riceve una spinta laterale di **5.00 kPa** su tutta l'altezza; la risultante è **30.00 kN/m**, a **3.00 m** sotto il piano di campagna (3.00 m sopra la base).

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

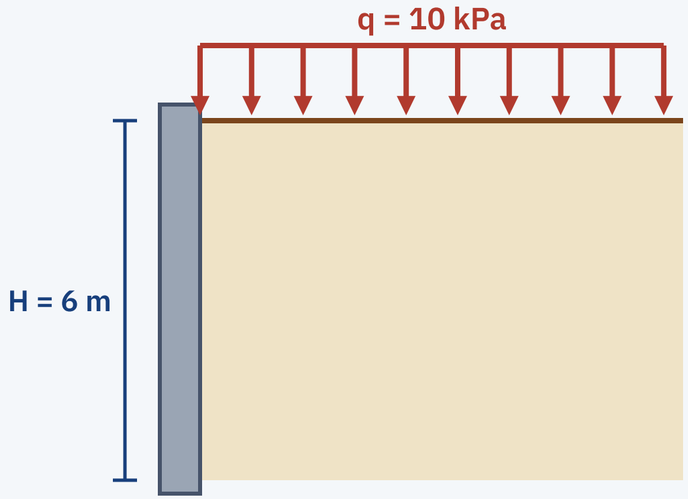
ESEMPIO

Dati

Muro e carico	**stesso muro: $H = 6.00$ m, $q = 10.00$ kPa, $\varphi' = 30°$**
Differenza	**il muro si deforma quanto basta a mobilitare lo stato attivo (muro verticale, superficie orizzontale)**

RICHIESTO

K_a, σ_H, P, z_R; confronto con la condizione di riposo.



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 Coefficiente: stato attivo (Rankine)

$$K_a = \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right) = \tan^2 30^\circ = 0.5774^2 = \mathbf{0.3333}$$

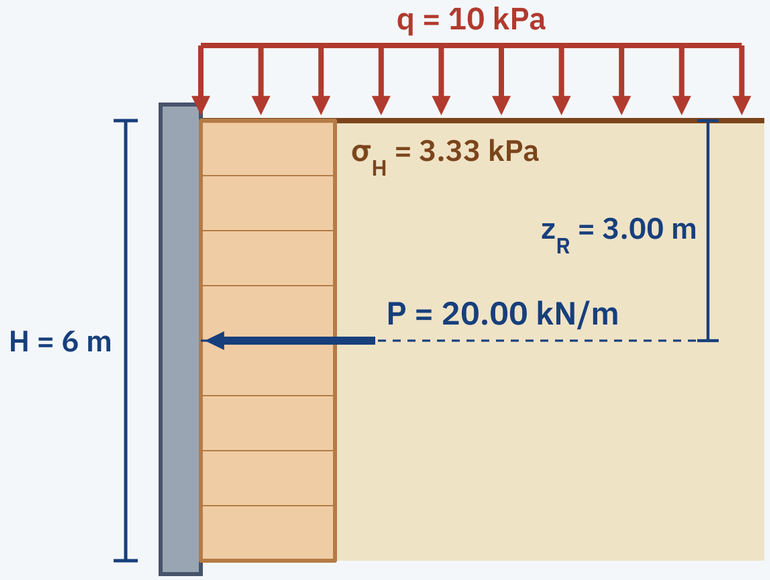
2 Pressione laterale aggiunta

$$\sigma_H = K_a\, q = 0.3333 \times 10.00 = \mathbf{3.33}\ \mathrm{kPa}$$

3 Risultante e linea d'azione

$$P = \sigma_H\, H = 3.333 \times 6.00 = \mathbf{20.00}\ \mathrm{kN/m}$$

$$z_R = \frac{H}{2} = \mathbf{3.00}\ \mathrm{m}$$



In condizioni attive la pressione è **3.333 kPa**, la risultante è **20.00 kN/m**; la linea d'azione è alla stessa altezza (z_R = 3.00 m).

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

Condizione	K	σ_H (kPa)	P (kN/m)	z_R (m)
A riposo (K_0)	0.5000	5.00	30.00	3.00
Attiva (K_a)	0.3333	3.33	20.00	3.00
Rapporto K_a / K_0	**0.6667**	**0.6667**	**0.6667**	1

Per $\varphi' = 30°$, $K_a / K_0 = 2/3$: un muro che si deforma riceve **due terzi** della pressione dovuta al sovraccarico che riceve un muro che non può muoversi. In entrambi i casi il diagramma è rettangolare e la risultante è a metà altezza.

La scelta dipende unicamente dal fatto che il muro si muova effettivamente: un muro sostenuto o tirantato non raggiunge lo stato attivo, pertanto si assume K_0.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

ESEMPIO

Dati

Muro e carico	$H = 6.00$ **m,** $q = 10.00$ **kPa**
Terreno	$\varphi' = 0°,\ 20°,\ 25°,\ 30°,\ 35°,\ 40°$

RICHIESTO

Per ogni φ′: **K_0**, **K_a**, **σ_H** e **P** (per due casi); verifica manuale per φ′ = 40°.

Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

φ′ (°)	K_0	K_a	σ_H a riposo (kPa)	σ_H attiva (kPa)	P a riposo (kN/m)	P attiva (kN/m)
0	1.0000	1.0000	10.00	10.00	60.00	60.00
20	0.6580	0.4903	6.58	4.90	39.48	29.42
25	0.5774	0.4059	5.77	4.06	34.64	24.35
30	**0.5000**	**0.3333**	**5.00**	**3.33**	**30.00**	**20.00**
35	0.4264	0.2710	4.26	2.71	25.59	16.26
40	0.3572	0.2174	3.57	2.17	21.43	13.05

La riga φ′ = 30° corrisponde agli Esempi 1 e 2. Al crescere di φ′ la risultante diminuisce: a riposo da 60.00 kN/m (φ′ = 0°) a 21.43 kN/m (φ′ = 40°), nel caso attivo fino a 13.05 kN/m.

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

1 Coefficienti

$$K_0 = 1 - \sin 40^\circ = 1 - 0.6428 = \mathbf{0.3572}$$

$$K_a = \tan^2(45^\circ - 20^\circ) = \tan^2 25^\circ = 0.4663^2 = \mathbf{0.2174}$$

2 Pressione

$$\sigma_{H,0} = 0.3572 \times 10.00 = \mathbf{3.57}\ \mathrm{kPa}$$

$$\sigma_{H,a} = 0.2174 \times 10.00 = \mathbf{2.17}\ \mathrm{kPa}$$

3 Risultante (z_R = 3.00 m, in entrambi i casi)

$$P_0 = 3.572 \times 6.00 = \mathbf{21.43} \qquad P_a = 2.174 \times 6.00 = \mathbf{13.05}\ \mathrm{kN/m}$$

La riga φ′ = 40° della tabella si ottiene anche a mano: **21.43** e **13.05 kN/m**.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

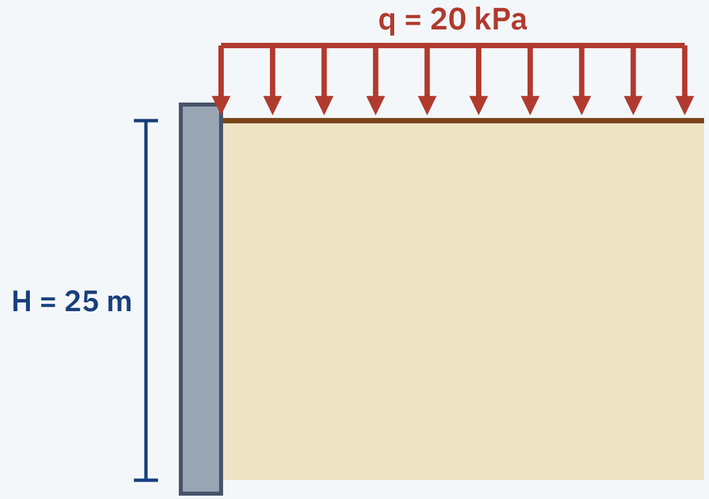
ESEMPIO

Dati

Muro	$H = 25.00$ **m**
Carico	$q = 20.00$ **kPa sull'intera superficie**
Coefficiente	$K = 0.30$ **desunto da un'altra fonte (φ′ non viene utilizzato)**

RICHIESTO

σ_H, P, z_R e la variazione della pressione con la profondità.



Soluzione

SOLUZIONE

1 Pressione: il coefficiente K inserito si moltiplica direttamente

$$\sigma_H = K\,q = 0.30 \times 20.00 = \mathbf{6.00}\ \mathrm{kPa}$$

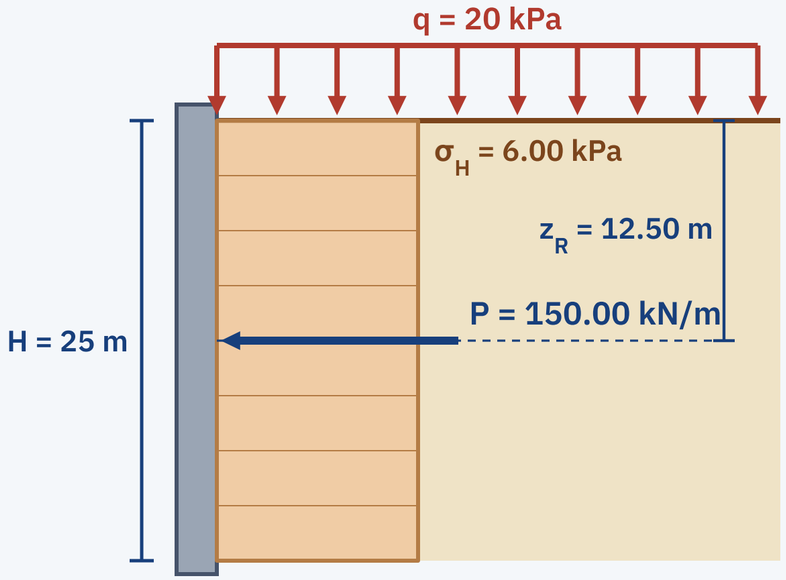
2 Risultante e linea d'azione

$$P = \sigma_H\,H = 6.00 \times 25.00 = \mathbf{150.00}\ \mathrm{kN/m}$$

$$z_R = \frac{H}{2} = \frac{25.00}{2} = \mathbf{12.50}\ \mathrm{m}$$

3 Variazione della pressione con la profondità

z (m)	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0	25.0
σ_H (kPa)	6.00	6.00	6.00	6.00	6.00	6.00



La pressione è **6.00 kPa a ogni profondità**; la risultante **150.00 kN/m**, a 12.50 m sotto il piano di campagna.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

ESEMPIO

Dati

Muro e terreno	$\varphi' = 30^\circ$**; stato a riposo e attivo**
Variabile 1	$q = 0,\ 5,\ 10,\ 20,\ 30,\ 50$ **kPa (**$H = 6.00$ **m)**
Variabile 2	$H = 2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10$ **m (**$q = 10.00$ **kPa)**

RICHIESTO

Variazione della risultante con **q** e **H**; pressione e linea d'azione.

Soluzione

SOLUZIONE

q (kPa)	σ_H a riposo (kPa)	P a riposo (kN/m)	P attiva (kN/m)
0	0.00	**0.00**	**0.00**
5	2.50	**15.00**	**10.00**
10	5.00	**30.00**	**20.00**
20	10.00	**60.00**	**40.00**
30	15.00	**90.00**	**60.00**
50	25.00	**150.00**	**100.00**

Quando **q** raddoppia, anche P raddoppia; per q = 0 non vi è sovraccarico.

H (m)	σ_H a riposo (kPa)	P a riposo (kN/m)	P attiva (kN/m)	z_R (m)
2	5.00	**10.00**	**6.67**	1.00
4	5.00	**20.00**	**13.33**	2.00
6	5.00	**30.00**	**20.00**	3.00
8	5.00	**40.00**	**26.67**	4.00
10	5.00	**50.00**	**33.33**	5.00

Al crescere di **H**, P aumenta linearmente; la pressione resta la stessa e la risultante scende fino alla profondità H/2.

P = K q H: è direttamente proporzionale al **prodotto** di q e H; l'effetto di K è un fattore moltiplicativo separato (attiva / a riposo = 2/3, in ogni riga).

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

ESEMPIO

Dati

Muro	$H = 6.00$ **m,** $\gamma = 18.0$ **kN/m³,** $\varphi' = 30°$ **(riempimento asciutto)**
Sovraccarico	$q = 10.00$ **kPa sull'intera superficie**
Casi	**a riposo (K_0) e attiva (K_a)**

RICHIESTO

La risultante del triangolo del terreno, la risultante del sovraccarico, la **forza totale** e l'altezza della forza totale rispetto alla base; il contributo del sovraccarico.

Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 Spinta delle terre (diagramma triangolare), condizione a riposo

$$P_z = \tfrac{1}{2} K_0 \gamma H^2 = \tfrac{1}{2}(0.500)(18.0)(6.00)^2 = \mathbf{162.00}\ \mathrm{kN/m} \quad (\text{dalla base } 2.00\ \mathrm{m})$$

2 Componente del sovraccarico (Esempio 1)

$$P_q = K_0\, q\, H = 0.500 \times 10.00 \times 6.00 = \mathbf{30.00}\ \mathrm{kN/m} \quad (\text{dalla base } 3.00\ \mathrm{m})$$

3 Totale e linea d'azione (momento alla base)

$$P = 162.00 + 30.00 = \mathbf{192.00}\ \mathrm{kN/m}$$

$$L = \frac{162.00(2.00) + 30.00(3.00)}{192.00} = \frac{414.00}{192.00} = \mathbf{2.156}\ \mathrm{m}$$

A riposo il totale è **192.00 kN/m**, agente **2.156 m** sopra la base; la quota del sovraccarico è 30.00 kN/m (15.6%).

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

1 Stessi passaggi per il caso attivo (K_a = 0.3333)

$$P_z = \tfrac{1}{2}(0.3333)(18.0)(6.00)^2 = \mathbf{108.00}\ \mathrm{kN/m}$$

$$P_q = 0.3333(10.00)(6.00) = \mathbf{20.00}\ \mathrm{kN/m}$$

$$L = \frac{108.00(2.00) + 20.00(3.00)}{128.00} = \mathbf{2.156}\ \mathrm{m}$$

Condizione	K	$P_{terreno}$ (kN/m)	$P_{sovraccarico}$ (kN/m)	P totale (kN/m)	Quota di sovraccarico	L (m, dalla base)
A riposo	0.5000	162.00	30.00	**192.00**	%15.62	2.156
Attiva	0.3333	108.00	20.00	**128.00**	%15.62	2.156

Poiché K compare in entrambi i termini, **la quota del sovraccarico e la sua linea d'azione sono indipendenti da K**: quota 2q / (γH + 2q) = 15.62%, L = 2.156 m. Solo la forza totale si scala con K.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Sintesi

Punti chiave

$\sigma_H = K \cdot q$: un carico uniforme distribuito su tutta la superficie aggiunge al muro **la stessa** pressione laterale **a ogni profondità**; il diagramma è rettangolare

K in funzione del comportamento del muro: a riposo **$K_0 = 1 - \sin \varphi'$** (Jaky), attiva **$K_a = \tan^2(45° - \varphi'/2)$** (Rankine) oppure il valore inserito; per $\varphi' = 30°$: 0.5000 e 0.3333

$P = K\,q\,H$ e **$z_R = H/2$**: per il muro di apertura (H = 6 m, q = 10 kPa), a riposo σ_H = 5.00 kPa, P = 30.00 kN/m; in condizioni attive 3.33 kPa e 20.00 kN/m

Lineare: P è proporzionale a q e H; $K_a / K_0 = 2/3$ ($\varphi' = 30°$)

Somma: la componente del sovraccarico si aggiunge ai diagrammi delle pressioni del terreno e dell'acqua; la quota del sovraccarico è $2q / (\gamma H + 2q)$ e la sua linea d'azione è indipendente da K

Bibliografia

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning; questa pagina fa riferimento a tale testo.

Jaky, J. (1944). The coefficient of earth pressure at rest. Journal of the Society of Hungarian Architects and Engineers, 7, 355–358.

Rankine, W.M.J. (1857). On the stability of loose earth. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 147, 9–27.

NOTA

Tutti gli esempi numerici sono stati prodotti con il motore di calcolo del modulo stesso; il modulo restituisce gli stessi valori. Il muro di apertura del modulo è H = 6 m, q = 10 kPa, φ′ = 30° (a riposo) e il secondo esempio è H = 25 m, q = 20 kPa, K = 0.30.

GeoTerva

Calcoli geotecnici online

Dalla teoria alla pratica

Inserire in GeoTerva il proprio muro, il sovraccarico e la scelta del coefficiente; il modulo fornisce i valori di K, σ_H, P e z_R, il diagramma delle pressioni, la soluzione passo per passo e la relazione.

Aprire il modulo →

Pagina di teoria →

Aprire dallo smartphone

I moduli di prova non richiedono registrazione.

Se si desidera utilizzarli nelle proprie lezioni: info@geoterva.com