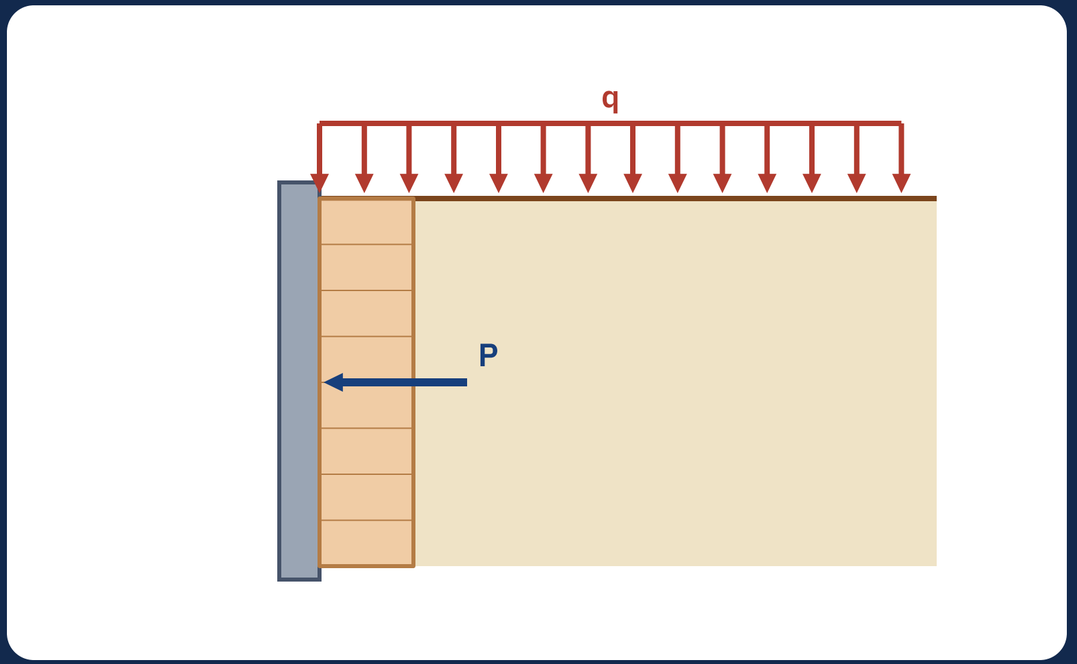
Présentation de cours de géotechnique · Surcharges

Charge uniforme répartie

Cours : charge uniforme étendue à toute la surface derrière le mur ; pression latérale constante avec la profondeur, résultante et ligne d'action, exemples résolus.

$\sigma_H = K \cdot q$ $K_0 \cdot K_a$ $P = K\,q\,H$ $z_R = H/2$

Diagramme rectangulaire



Introduction

Que verrons-nous dans ce cours ?

La manière dont une charge q uniformément répartie se traduit sur le mur en **pression latérale** : $\sigma_H = K \cdot q$, identique à toute profondeur

Le choix du **coefficient K** selon le comportement du mur : repos (K_0, Jaky), poussée (K_a, Rankine) ou valeur saisie

La **résultante** du diagramme rectangulaire P = K q H et sa **ligne d'action** z_R = H/2

La variation de K_0 et de K_a avec φ′ ; l'accroissement linéaire de P avec q et H

Comment la surcharge est **ajoutée** au diagramme de poussée des terres et sa part

DÉROULÉ DU COURS

Chaque thème est traité en **trois étapes** :

1 · **Théorie** : formule et justification

2 · **Énoncé** : données et à déterminer

3 · **Solution** : étape par étape, avec les valeurs numériques

Mur de l'exemple : H = 6 m, q = 10 kPa, φ′ = 30°. Les forces sont rapportées à l'unité de longueur du mur (kN/m) ; les pressions sont en kPa.

Charge uniformément répartie agissant sur le mur

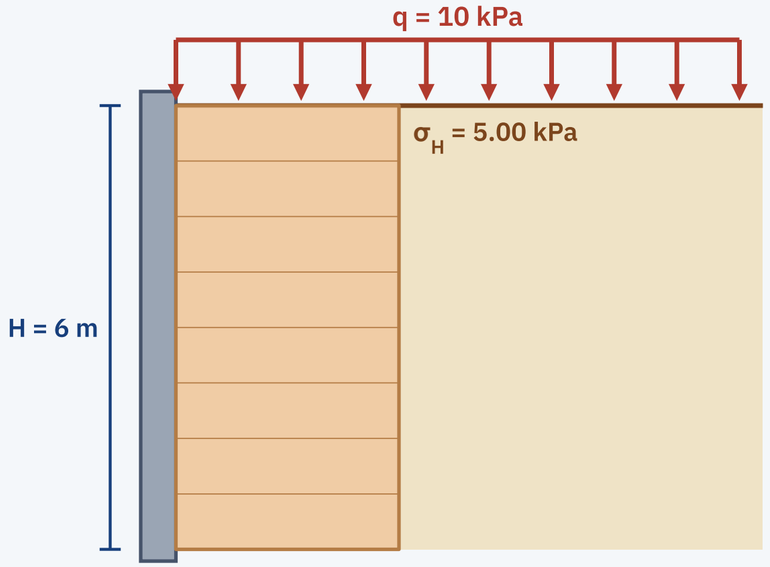
THÉORIE

Une charge uniforme **q** répartie sur **toute la surface du sol** derrière le mur augmente de q la contrainte verticale à toute profondeur

Le mur n'en ressent qu'une partie : cette partie est déterminée par le coefficient de pression latérale des terres **K**

La pression ajoutée est **la même** du sommet du mur jusqu'à sa base : le diagramme de pression est un rectangle

$$\sigma_H = K\,q$$



q — surcharge uniforme à la surface du sol soutenu
φ′ — angle de frottement interne effectif du sol soutenu
K — coefficient de pression latérale des terres (K_0, K_a ou valeur saisie par l'utilisateur)
σ_H — pression latérale ajoutée, constante avec la profondeur

Le comportement du mur détermine K

THÉORIE

Un mur **qui ne peut pas se déplacer** (soutenu) maintient le sol à l'état de repos : pour un sol normalement consolidé, le coefficient par défaut est celui de **Jaky**

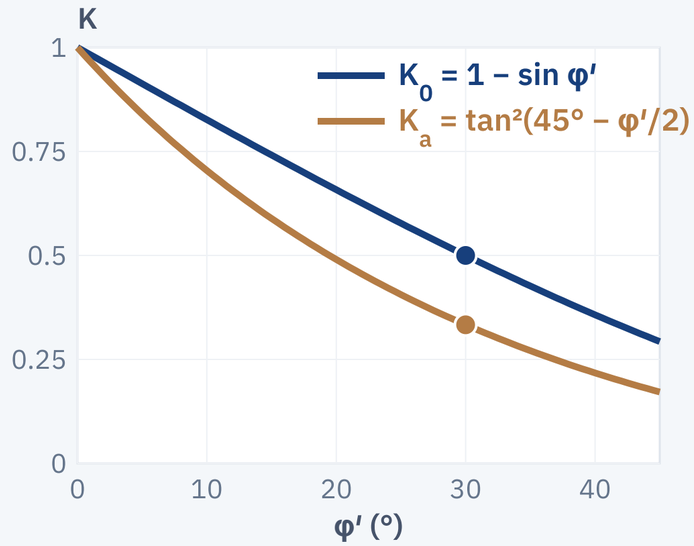
Un mur qui **se déforme** mobilise l'état actif : pour un mur vertical et une surface horizontale, on adopte le coefficient de **Rankine**

Un coefficient provenant d'une autre source (K_0 surconsolidé, K_a de Coulomb pour un mur incliné ou rugueux) est **saisi directement**

$$K_0 = 1 - \sin\varphi' \qquad \text{(au repos, Jaky)}$$

$$K_a = \tan^2\left(45° - \frac{\varphi'}{2}\right) \qquad \text{(poussée, Rankine)}$$

K_0 et K_a – φ′



Variation des deux coefficients avec l'angle de frottement interne

THÉORIE

φ′ (°)	0	20	25	30	35	40
K_a	1.0000	0.4903	0.4059	0.3333	0.2710	0.2174
K_0	1.0000	0.6580	0.5774	0.5000	0.4264	0.3572

Quand φ′ augmente, **les deux coefficients diminuent** : dans un sol plus résistant, la part reprise par le mur diminue

Pour le même φ′, **$K_0 > K_a$** : un mur qui ne peut pas se déplacer reprend davantage d'effort qu'un mur qui se déforme

Pour $\varphi' = 0$, $K_0 = K_a = 1$: la charge est reportée intégralement sur le mur, comme dans un liquide

Résultante P = K q H, à mi-hauteur

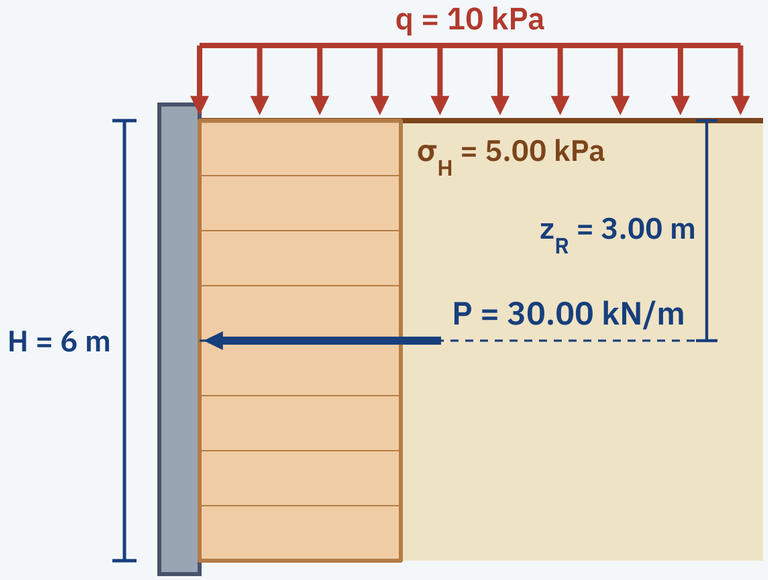
THÉORIE

Le diagramme est un rectangle : la **résultante par unité de longueur** du mur est son aire, et la **ligne d'action** passe par le centre du rectangle

La résultante agit à **mi-hauteur** : à H/2 sous la surface du sol (soit H/2 au-dessus de la base)

Il ne s'agit que de la **composante due à la surcharge** : elle s'ajoute aux diagrammes de pression du sol et de l'eau

$$P = \sigma_H H = K q H \qquad z_R = \frac{H}{2}$$



P — résultante par unité de longueur de mur (kN/m)

z_R — profondeur de la résultante sous la surface du sol

Énoncé

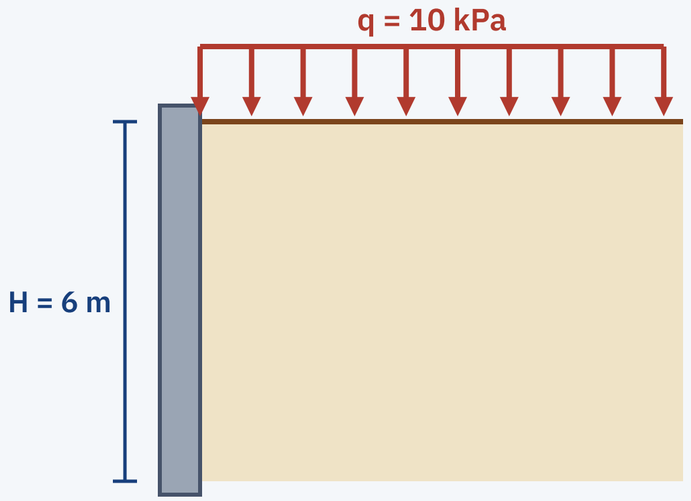
EXEMPLE

Données

Mur	$H = 6.00$ **m, mur rigide (non déformable)**
Charge	$q = 10.00$ **kPa sur toute la surface**
Sol	$\varphi' = 30°$

À DÉTERMINER

K, la pression latérale additionnelle σ_H, la résultante **P** et sa profondeur z_R.



Solution

SOLUTION

1 Coefficient : le mur ne peut pas se déplacer, état au repos (Jaky)

$$K_0 = 1 - \sin\varphi' = 1 - \sin 30^\circ = 1 - 0.5 = \mathbf{0.5000}$$

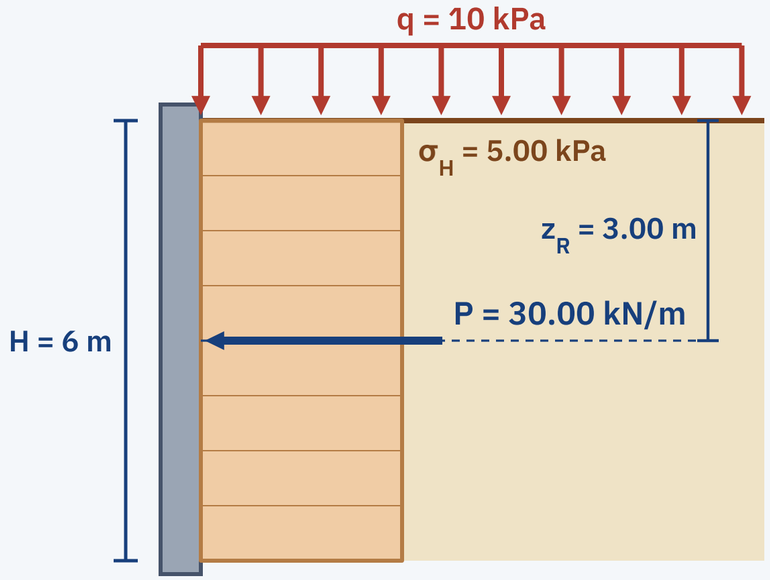
2 Pression latérale ajoutée : identique à toute profondeur

$$\sigma_H = K\,q = 0.5000 \times 10.00 = \mathbf{5.00}\ \mathrm{kPa}$$

3 Résultante et ligne d'action

$$P = \sigma_H\,H = 5.00 \times 6.00 = \mathbf{30.00}\ \mathrm{kN/m}$$

$$z_R = \frac{H}{2} = \frac{6.00}{2} = \mathbf{3.00}\ \mathrm{m}$$



Le mur reçoit sur toute sa hauteur une pression latérale de **5.00 kPa** ; la résultante vaut **30.00 kN/m** et se situe à **3.00 m** sous la surface du sol (à 3.00 m au-dessus de la base).

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

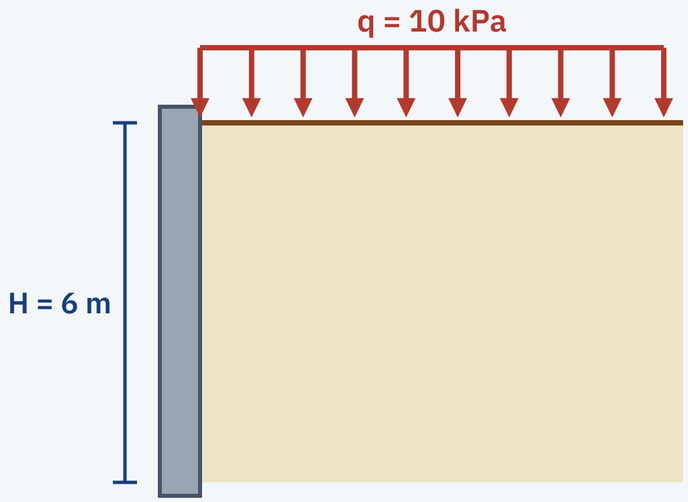
EXEMPLE

Données

Mur et charge	**même mur : $H = 6.00$ m, $q = 10.00$ kPa, $\varphi' = 30°$**
Écart	**le mur se déforme suffisamment pour mobiliser l'état actif (mur vertical, surface horizontale)**

À DÉTERMINER

K_a, σ_H, P, z_R ; comparaison avec l'état au repos.



Solution (1/2)

SOLUTION

1 Coefficient : état actif (Rankine)

$$K_a = \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right) = \tan^2 30^\circ = 0.5774^2 = \mathbf{0.3333}$$

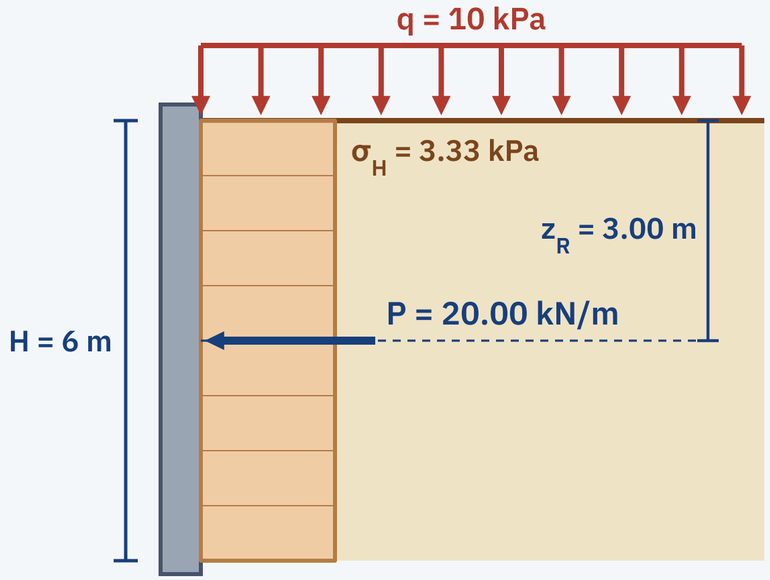
2 Pression latérale additionnelle

$$\sigma_H = K_a\, q = 0.3333 \times 10.00 = \mathbf{3.33}\ \mathrm{kPa}$$

3 Résultante et ligne d'action

$$P = \sigma_H\, H = 3.333 \times 6.00 = \mathbf{20.00}\ \mathrm{kN/m}$$

$$z_R = \frac{H}{2} = \mathbf{3.00}\ \mathrm{m}$$



Dans l'état actif, la pression est de **3.333 kPa** et la résultante de **20.00 kN/m** ; la ligne d'action est à la même hauteur (z_R = 3.00 m).

Solution (2/2)

SOLUTION

État	K	σ_H (kPa)	P (kN/m)	z_R (m)
Au repos (K_0)	0.5000	5.00	30.00	3.00
Poussée (K_a)	0.3333	3.33	20.00	3.00
Rapport K_a / K_0	**0.6667**	**0.6667**	**0.6667**	1

Pour $\varphi' = 30°$, $K_a / K_0 = 2/3$: un mur qui se déforme reçoit **les deux tiers** de la pression de surcharge reçue par un mur qui ne peut pas se déplacer. Dans les deux cas, le diagramme est rectangulaire et la résultante se situe à mi-hauteur.

Le fait que le mur se déplace réellement ou non est l'unique fondement de ce choix : un mur soutenu ou ancré n'atteint pas l'état actif, et K_0 est retenu.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

EXEMPLE

Données

Mur et charge	$H = 6.00$ **m,** $q = 10.00$ **kPa**
Sol	$\varphi' = 0°,\ 20°,\ 25°,\ 30°,\ 35°,\ 40°$

À DÉTERMINER

Pour chaque φ′ : **K_0**, **K_a**, **σ_H** et **P** (pour deux cas) ; vérification à la main pour φ′ = 40°.

Solution (1/2)

SOLUTION

φ′ (°)	K_0	K_a	σ_H au repos (kPa)	σ_H actif (kPa)	P au repos (kN/m)	P poussée (kN/m)
0	1.0000	1.0000	10.00	10.00	60.00	60.00
20	0.6580	0.4903	6.58	4.90	39.48	29.42
25	0.5774	0.4059	5.77	4.06	34.64	24.35
30	**0.5000**	**0.3333**	**5.00**	**3.33**	**30.00**	**20.00**
35	0.4264	0.2710	4.26	2.71	25.59	16.26
40	0.3572	0.2174	3.57	2.17	21.43	13.05

La ligne φ′ = 30° correspond aux Exemples 1 et 2. Lorsque φ′ augmente, la résultante diminue : au repos, de 60.00 kN/m (φ′ = 0°) à 21.43 kN/m (φ′ = 40°), et en poussée active jusqu'à 13.05 kN/m.

Solution (2/2)

SOLUTION

1 Coefficients

$$K_0 = 1 - \sin 40^\circ = 1 - 0.6428 = \mathbf{0.3572}$$

$$K_a = \tan^2(45^\circ - 20^\circ) = \tan^2 25^\circ = 0.4663^2 = \mathbf{0.2174}$$

2 Pression

$$\sigma_{H,0} = 0.3572 \times 10.00 = \mathbf{3.57}\ \mathrm{kPa}$$

$$\sigma_{H,a} = 0.2174 \times 10.00 = \mathbf{2.17}\ \mathrm{kPa}$$

3 Résultante (z_R = 3.00 m, dans les deux cas)

$$P_0 = 3.572 \times 6.00 = \mathbf{21.43} \qquad P_a = 2.174 \times 6.00 = \mathbf{13.05}\ \mathrm{kN/m}$$

La ligne φ′ = 40° du tableau s'obtient aussi à la main : **21.43** et **13.05 kN/m**.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

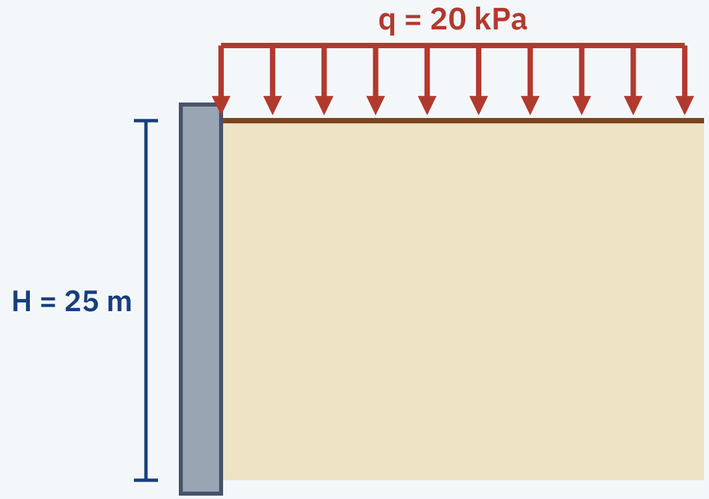
EXEMPLE

Données

Mur	$H = 25.00$ **m**
Charge	$q = 20.00$ **kPa sur toute la surface**
Coefficient	$K = 0.30$ **issu d'une autre source (φ′ n'est pas utilisé)**

À DÉTERMINER

σ_H, P, z_R et variation de la pression avec la profondeur.



Solution

SOLUTION

1 Pression : le K saisi est multiplié directement

$$\sigma_H = K\,q = 0.30 \times 20.00 = \mathbf{6.00}\ \mathrm{kPa}$$

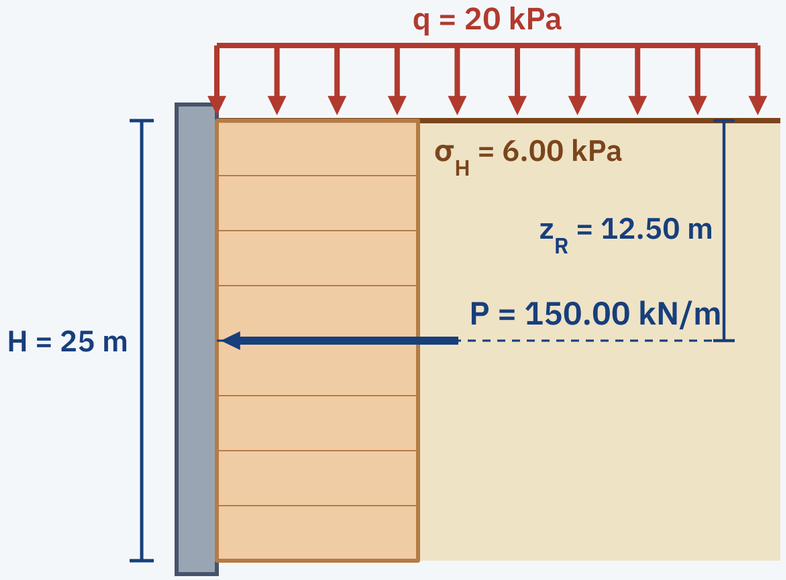
2 Résultante et ligne d'action

$$P = \sigma_H\,H = 6.00 \times 25.00 = \mathbf{150.00}\ \mathrm{kN/m}$$

$$z_R = \frac{H}{2} = \frac{25.00}{2} = \mathbf{12.50}\ \mathrm{m}$$

3 Variation de la pression avec la profondeur

z (m)	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0	25.0
σ_H (kPa)	6.00	6.00	6.00	6.00	6.00	6.00



La pression est de **6.00 kPa à toute profondeur** ; la résultante vaut **150.00 kN/m**, à 12.50 m sous la surface du sol.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

EXEMPLE

Données

Mur et sol	$\varphi' = 30^\circ$ **; état au repos et état actif**
Variable 1	$q = 0,\ 5,\ 10,\ 20,\ 30,\ 50$ **kPa (**$H = 6.00$ **m)**
Variable 2	$H = 2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10$ **m (**$q = 10.00$ **kPa)**

À DÉTERMINER

Variation de la résultante en fonction de **q** et de **H** ; pression et ligne d'action.

Solution

SOLUTION

q (kPa)	σ_H au repos (kPa)	P au repos (kN/m)	P poussée (kN/m)
0	0.00	**0.00**	**0.00**
5	2.50	**15.00**	**10.00**
10	5.00	**30.00**	**20.00**
20	10.00	**60.00**	**40.00**
30	15.00	**90.00**	**60.00**
50	25.00	**150.00**	**100.00**

Lorsque **q** double, P double également ; pour q = 0, il n'y a pas de surcharge.

H (m)	σ_H au repos (kPa)	P au repos (kN/m)	P poussée (kN/m)	z_R (m)
2	5.00	**10.00**	**6.67**	1.00
4	5.00	**20.00**	**13.33**	2.00
6	5.00	**30.00**	**20.00**	3.00
8	5.00	**40.00**	**26.67**	4.00
10	5.00	**50.00**	**33.33**	5.00

Quand **H** augmente, P croît linéairement ; la pression reste la même, la résultante descend à la profondeur H/2.

P = K q H : P est directement proportionnelle au **produit** de q et de H ; l'effet de K est un facteur distinct (poussée / repos = 2/3, dans chaque ligne).

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

EXEMPLE

Données

Mur	$H = 6.00$ **m,** $\gamma = 18.0$ **kN/m³,** $\varphi' = 30°$ **(remblai sec)**
Surcharge	$q = 10.00$ **kPa sur toute la surface**
Cas	**au repos (K_0) et actif (K_a)**

À DÉTERMINER

Résultante du triangle de sol, résultante de la surcharge, **force totale** et hauteur de la force totale au-dessus de la base ; part de la surcharge.

Solution (1/2)

SOLUTION

1 Poussée des terres (diagramme triangulaire), état au repos

$$P_z = \tfrac{1}{2} K_0 \gamma H^2 = \tfrac{1}{2}(0.500)(18.0)(6.00)^2 = \mathbf{162.00}\ \mathrm{kN/m} \quad (\text{depuis la base } 2.00\ \mathrm{m})$$

2 Composante de la surcharge (Exemple 1)

$$P_q = K_0\, q\, H = 0.500 \times 10.00 \times 6.00 = \mathbf{30.00}\ \mathrm{kN/m} \quad (\text{depuis la base } 3.00\ \mathrm{m})$$

3 Total et ligne d'action (moment à la base)

$$P = 162.00 + 30.00 = \mathbf{192.00}\ \mathrm{kN/m}$$

$$L = \frac{162.00(2.00) + 30.00(3.00)}{192.00} = \frac{414.00}{192.00} = \mathbf{2.156}\ \mathrm{m}$$

Au repos, la poussée totale est de **192.00 kN/m** et s'exerce à **2.156 m** au-dessus de la base ; la part de la surcharge est de 30.00 kN/m (15.6 %).

Solution (2/2)

SOLUTION

1 Mêmes étapes pour l'état actif (K_a = 0.3333)

$$P_z = \tfrac{1}{2}(0.3333)(18.0)(6.00)^2 = \mathbf{108.00}\ \mathrm{kN/m}$$

$$P_q = 0.3333(10.00)(6.00) = \mathbf{20.00}\ \mathrm{kN/m}$$

$$L = \frac{108.00(2.00) + 20.00(3.00)}{128.00} = \mathbf{2.156}\ \mathrm{m}$$

État	K	P_{sol} (kN/m)	$P_{surcharge}$ (kN/m)	P total (kN/m)	Part de la surcharge	L (m, depuis la base)
Au repos	0.5000	162.00	30.00	**192.00**	%15.62	2.156
Actif	0.3333	108.00	20.00	**128.00**	%15.62	2.156

K étant un facteur dans les deux termes, **la part de la surcharge et sa ligne d'action sont indépendantes de K** : part 2q / (γH + 2q) = 15.62 %, L = 2.156 m. Seule la force totale varie proportionnellement à K.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Synthèse

Points à retenir

$\sigma_H = K \cdot q$: une charge uniforme étendue à toute la surface ajoute au mur la pression latérale **identique à toute profondeur** ; le diagramme est rectangulaire

K selon le comportement du mur : au repos **$K_0 = 1 - \sin \varphi'$** (Jaky), actif **$K_a = \tan^2(45° - \varphi'/2)$** (Rankine) ou valeur saisie ; pour $\varphi' = 30°$, 0.5000 et 0.3333

$P = K\,q\,H$ et **$z_R = H/2$** : pour le mur initial (H = 6 m, q = 10 kPa), au repos σ_H = 5.00 kPa, P = 30.00 kN/m ; en poussée, 3.33 kPa et 20.00 kN/m

Linéaire : P est proportionnelle à q et à H ; $K_a / K_0 = 2/3$ ($\varphi' = 30°$)

Addition : la composante de surcharge s'ajoute aux diagrammes de pression du sol et de l'eau ; la part de la surcharge est $2q / (\gamma H + 2q)$ et sa ligne d'action est indépendante de K

Références bibliographiques

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning ; la présente page s’y conforme.

Jaky, J. (1944). The coefficient of earth pressure at rest. Journal of the Society of Hungarian Architects and Engineers, 7, 355–358.

Rankine, W.M.J. (1857). On the stability of loose earth. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 147, 9–27.

REMARQUE

L'ensemble des exemples numériques a été produit avec le moteur de calcul propre au module ; le module donne les mêmes valeurs. Le mur d'ouverture du module est H = 6 m, q = 10 kPa, φ′ = 30° (au repos) et son deuxième exemple est H = 25 m, q = 20 kPa, K = 0.30.

GeoTerva

Calculs géotechniques en ligne

De la théorie à la pratique

Saisir dans GeoTerva son propre mur, sa surcharge et son choix de coefficient ; le module fournit conjointement les valeurs de K, σ_H, P et z_R, le diagramme de pression, la solution pas à pas et le rapport.

Ouvrir le module → | **Page de théorie →**

Ouvrir sur smartphone
Les modules d'essai ne nécessitent pas d'inscription.

Si vous souhaitez les utiliser dans vos cours : info@geoterva.com