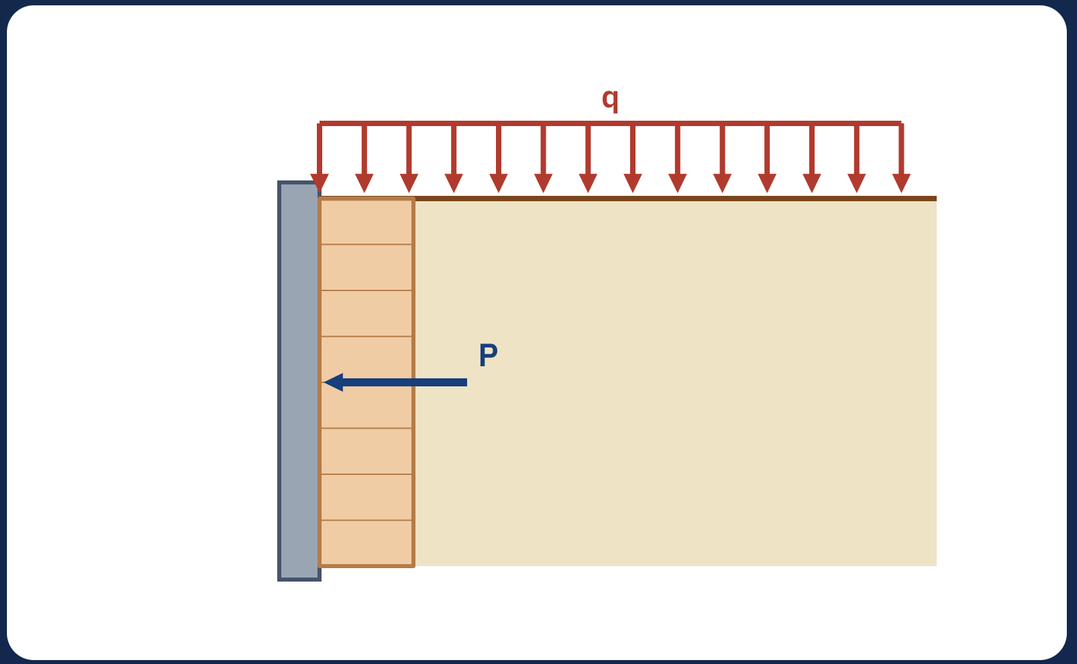
Geotechnische Vorlesung · Auflasten

Gleichmäßige Auflast

Vorlesung: eine über die gesamte Oberfläche hinter der Wand verteilte Gleichlast; mit der Tiefe konstanter Seitendruck, Resultierende und Wirkungslinie, Rechenbeispiele.

$\sigma_H = K \cdot q$ $K_0 \cdot K_a$ $P = K\,q\,H$ $z_R = H/2$

Rechteckdiagramm



Was lernen wir in dieser Vorlesung?

Wie sich eine gleichmäßig verteilte Auflast q als **Erddruck** auf die Wand auswirkt: $\sigma_H = K \cdot q$, in jeder Tiefe gleich

Auswahl des **Beiwerts K** nach dem Verhalten der Wand: Ruhezustand (K_0, Jaky), aktiv (K_a, Rankine) oder eingegebener Wert

Die **Resultierende** des Rechteckdiagramms P = K q H und die **Wirkungslinie** $z_R = H/2$

Wie K_0 und K_a mit φ' variieren; der lineare Anstieg von P mit q und H

Das **Hinzufügen** der Auflast zum Erddruckdiagramm und ihr Anteil

VORLESUNGSABLAUF

Jedes Thema wird in **drei Schritten** behandelt:

1 · **Theorie**: Formel und Begründung

2 · **Aufgabe**: Gegeben und Gesucht

3 · **Lösung**: Schritt für Schritt, mit Zahlen

Beispielwand: H = 6 m, q = 10 kPa, φ' = 30°. Die Kräfte beziehen sich auf die Längeneinheit der Wand (kN/m); die Drücke sind in kPa.

Gleichmäßig verteilte Last auf die Wand

THEORIE

Eine gleichmäßige **q**-Last, die über die **gesamte Geländeoberfläche** hinter der Wand verteilt ist, erhöht die vertikale Spannung in jeder Tiefe um q

Die Wand spürt nur einen Teil davon: Dieser Teil wird durch den Erddruckbeiwert **K** bestimmt

Der zusätzliche Druck ist von der Wandkrone bis zur Wandsohle **gleich**: das Druckdiagramm ist ein Rechteck

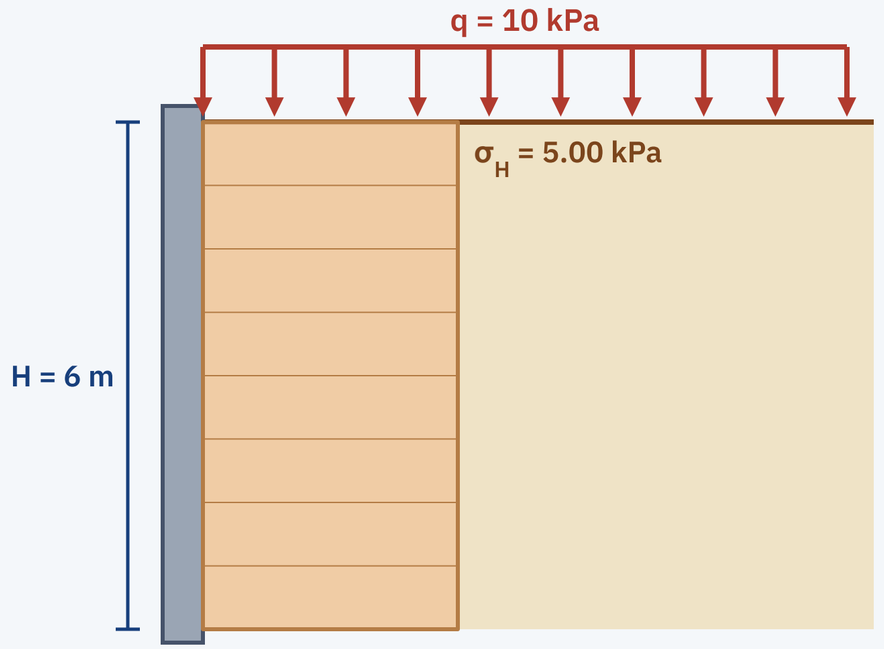
$$\sigma_H = K\,q$$

q — gleichmäßige Auflast auf der Geländeoberfläche der gestützten Erde

φ′ — effektiver Reibungswinkel des gestützten Bodens

K — Erddruckbeiwert (K_0, K_a oder benutzerdefiniert)

σ_H — zusätzlicher Seitendruck, über die Tiefe konstant



Das Verhalten der Wand bestimmt K

THEORIE

Eine **nicht nachgebende** (abgestützte) Wand hält den Boden im Ruhezustand: bei normalkonsolidiertem Boden ist dies der voreingestellte **Jaky**-Beiwert

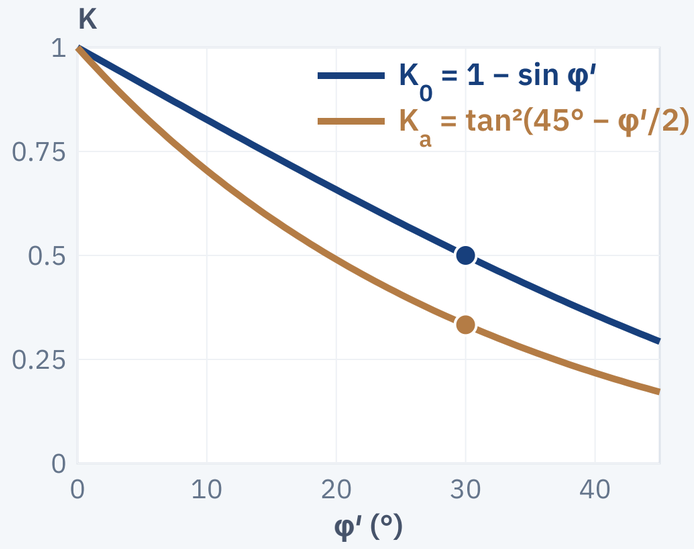
Eine **nachgiebige** Wand mobilisiert den aktiven Zustand: bei vertikaler Wand und horizontaler Geländeoberfläche wird der **Rankine**-Beiwert angesetzt

Ein Beiwert aus einer anderen Quelle (überkonsolidiertes K_0, Coulomb-K_a für eine geneigte oder raue Wand) wird **direkt eingegeben**

$$K_0 = 1 - \sin\varphi' \qquad \text{(Erdruhedruck, Jaky)}$$

$$K_a = \tan^2\left(45° - \frac{\varphi'}{2}\right) \qquad \text{(aktiv, Rankine)}$$

K_0 und K_a – φ′



Änderung der beiden Beiwerte mit dem Reibungswinkel

THEORIE

φ′ (°)	0	20	25	30	35	40
K_a	1.0000	0.4903	0.4059	0.3333	0.2710	0.2174
K_0	1.0000	0.6580	0.5774	0.5000	0.4264	0.3572

Mit wachsendem φ′ **nehmen beide Beiwerte ab**: im festeren Boden spürt die Wand einen kleineren Anteil

Bei gleichem φ′ gilt **$K_0 > K_a$**: Eine Wand, die sich nicht bewegen kann, nimmt mehr Last auf als eine nachgiebige Wand

Für φ′ = 0 ist $K_0 = K_a = 1$: Die Last wird wie in einer Flüssigkeit vollständig auf die Wand übertragen

Resultierende P = K q H, in halber Höhe

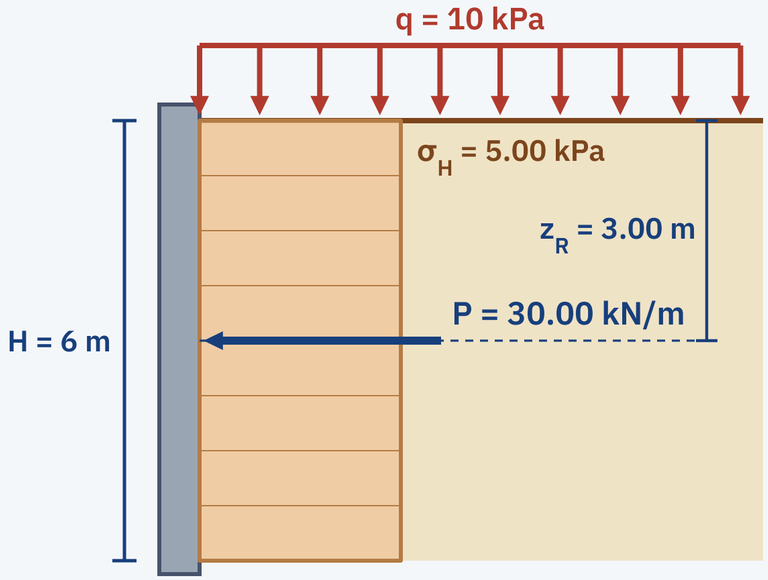
THEORIE

Das Diagramm ist ein Rechteck: die **Resultierende je Längeneinheit** der Wand ist die Fläche, die **Wirkungslinie** verläuft durch den Mittelpunkt des Rechtecks

Die Resultierende wirkt in der **Mitte** der Höhe: H/2 unter der Geländeoberfläche (ebenso H/2 über der Sohle)

Dies ist nur die **Auflastkomponente**: Sie wird den Boden- und Wasserdruckdiagrammen hinzugefügt

$$P = \sigma_H H = K q H \qquad z_R = \frac{H}{2}$$



P — resultierende Kraft je Längeneinheit der Wand (kN/m)

z_R — Tiefe der Resultierenden unter der Geländeoberfläche

Aufgabe

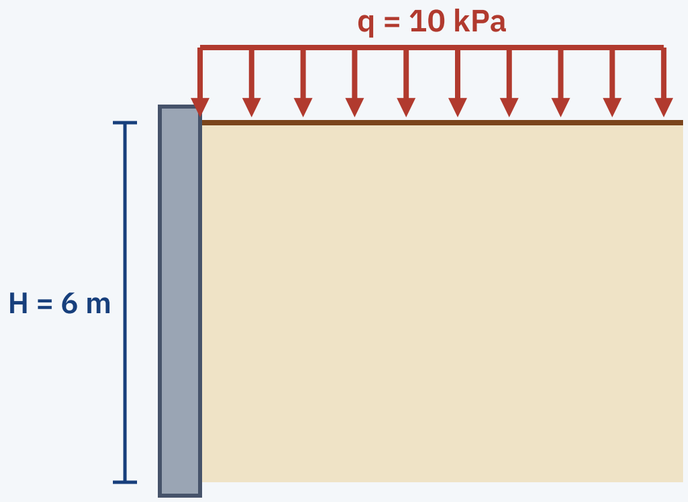
BEISPIEL

Gegeben

Wand	$H = 6.00$ **m, starre (unverschiebliche) Wand**
Last	$q = 10.00$ **kPa über die gesamte Oberfläche**
Baugrund	$\varphi' = 30°$

GESUCHT

K, der zusätzliche Seitendruck σ_H, die Resultierende **P** und deren Tiefe z_R.



Lösung

LÖSUNG

1 Beiwert: die Wand kann sich nicht bewegen, Erdruhedruckzustand (Jaky)

$$K_0 = 1 - \sin\varphi' = 1 - \sin 30^\circ = 1 - 0.5 = \mathbf{0.5000}$$

2 Zusätzlicher Erddruck: in jeder Tiefe gleich

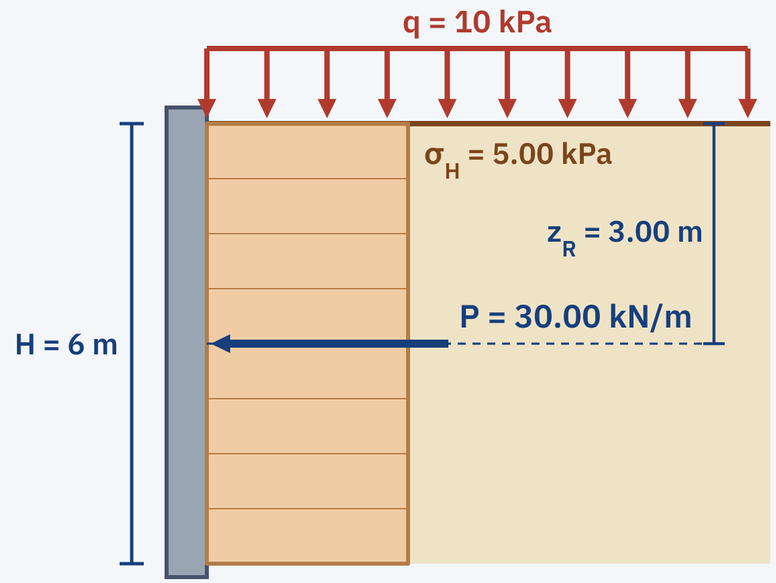
$$\sigma_H = K\,q = 0.5000 \times 10.00 = \mathbf{5.00}\ \mathrm{kPa}$$

3 Resultierende und Wirkungslinie

$$P = \sigma_H\,H = 5.00 \times 6.00 = \mathbf{30.00}\ \mathrm{kN/m}$$

$$z_R = \frac{H}{2} = \frac{6.00}{2} = \mathbf{3.00}\ \mathrm{m}$$

Die Wand erhält über die gesamte Höhe einen Seitendruck von **5.00 kPa**; die Resultierende beträgt **30.00 kN/m** und liegt **3.00 m** unter der Geländeoberfläche (3.00 m über der Sohle).



Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

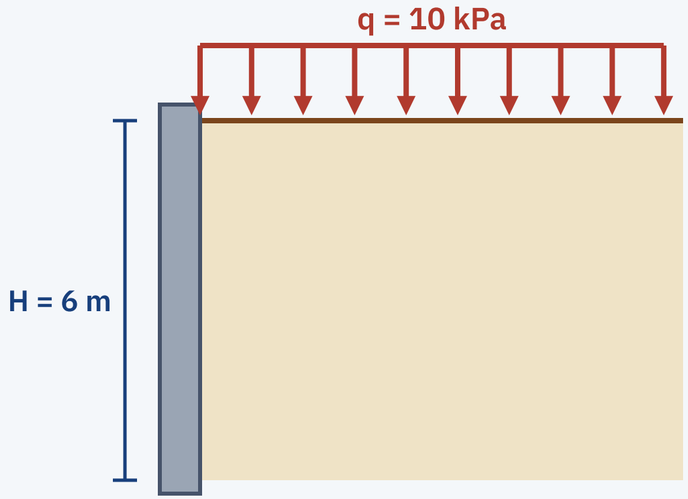
BEISPIEL

Gegeben

Wand und Last	**gleiche Wand: $H = 6.00$ m, $q = 10.00$ kPa, $\varphi' = 30°$**
Differenz	**die Wand verformt sich ausreichend, um den aktiven Zustand zu mobilisieren (vertikale Wand, horizontale Geländeoberfläche)**

GESUCHT

K_a, σ_H, P, z_R; Vergleich mit dem Erdruhedruckzustand.



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 Beiwert: aktiver Zustand (Rankine)

$$K_a = \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right) = \tan^2 30^\circ = 0.5774^2 = \mathbf{0.3333}$$

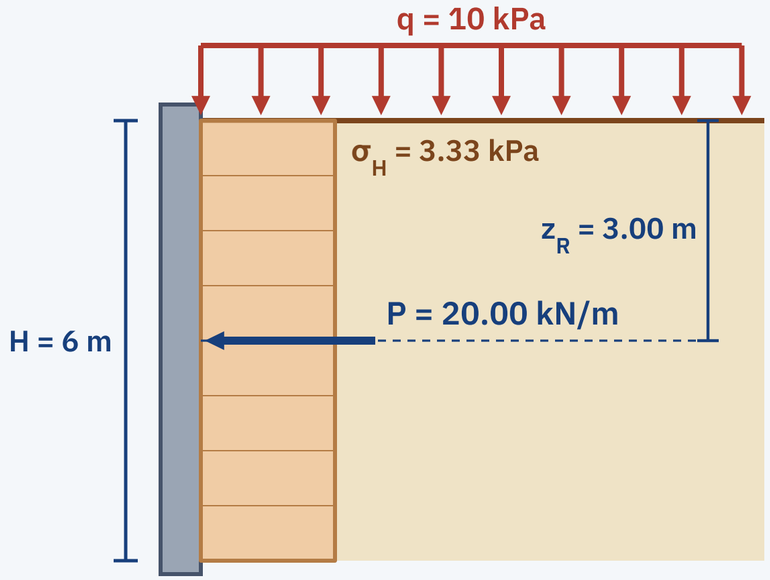
2 Zusätzlicher Seitendruck

$$\sigma_H = K_a\, q = 0.3333 \times 10.00 = \mathbf{3.33}\ \mathrm{kPa}$$

3 Resultierende und Wirkungslinie

$$P = \sigma_H\, H = 3.333 \times 6.00 = \mathbf{20.00}\ \mathrm{kN/m}$$

$$z_R = \frac{H}{2} = \mathbf{3.00}\ \mathrm{m}$$



Im aktiven Zustand beträgt der Erddruck **3.333 kPa**, die Resultierende **20.00 kN/m**; die Wirkungslinie liegt auf gleicher Höhe (z_R = 3.00 m).

Lösung (2/2)

LÖSUNG

Zustand	K	σ_H (kPa)	P (kN/m)	z_R (m)
Erdruhedruck (K_0)	0.5000	5.00	30.00	3.00
Aktiv (K_a)	0.3333	3.33	20.00	3.00
Verhältnis K_a / K_0	**0.6667**	**0.6667**	**0.6667**	1

Für $\varphi' = 30°$ ist $K_a / K_0 = 2/3$: Eine Wand, die nachgibt, nimmt **zwei Drittel** des Auflastdrucks auf, den eine unverschiebliche Wand aufnimmt. Bei beiden ist das Diagramm rechteckig und die Resultierende liegt in halber Höhe.

Ob sich die Wand tatsächlich bewegt, ist die alleinige Grundlage dieser Wahl: Eine ausgesteifte oder verankerte Wand erreicht den aktiven Zustand nicht, daher wird K_0 angesetzt.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

BEISPIEL

Gegeben

Wand und Last	$H = 6.00$ **m,** $q = 10.00$ **kPa**
Baugrund	$\varphi' = 0°,\ 20°,\ 25°,\ 30°,\ 35°,\ 40°$

GESUCHT

Für jedes φ′: **K_0**, **K_a**, **σ_H** und **P** (für zwei Fälle); Handrechnung für φ′ = 40°.

Lösung (1/2)

LÖSUNG

φ′ (°)	K_0	K_a	σ_H im Erdruhedruck (kPa)	σ_H aktiv (kPa)	P im Erdruhezustand (kN/m)	P aktiv (kN/m)
0	1.0000	1.0000	10.00	10.00	60.00	60.00
20	0.6580	0.4903	6.58	4.90	39.48	29.42
25	0.5774	0.4059	5.77	4.06	34.64	24.35
30	**0.5000**	**0.3333**	**5.00**	**3.33**	**30.00**	**20.00**
35	0.4264	0.2710	4.26	2.71	25.59	16.26
40	0.3572	0.2174	3.57	2.17	21.43	13.05

Die Zeile φ′ = 30° entspricht den Beispielen 1 und 2. Mit steigendem φ′ nimmt die Resultierende ab: im Erdruhedruck von 60.00 kN/m (φ′ = 0°) auf 21.43 kN/m (φ′ = 40°), im aktiven Fall auf 13.05 kN/m.

Lösung (2/2)

LÖSUNG

1 Beiwerte

$$K_0 = 1 - \sin 40^\circ = 1 - 0.6428 = \mathbf{0.3572}$$

$$K_a = \tan^2(45^\circ - 20^\circ) = \tan^2 25^\circ = 0.4663^2 = \mathbf{0.2174}$$

2 Druck

$$\sigma_{H,0} = 0.3572 \times 10.00 = \mathbf{3.57}\ \mathrm{kPa}$$

$$\sigma_{H,a} = 0.2174 \times 10.00 = \mathbf{2.17}\ \mathrm{kPa}$$

3 Resultierende (z_R = 3.00 m, in beiden Fällen)

$$P_0 = 3.572 \times 6.00 = \mathbf{21.43} \qquad P_a = 2.174 \times 6.00 = \mathbf{13.05}\ \mathrm{kN/m}$$

Die Zeile φ′ = 40° in der Tabelle ergibt sich auch von Hand: **21.43** und **13.05 kN/m**.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

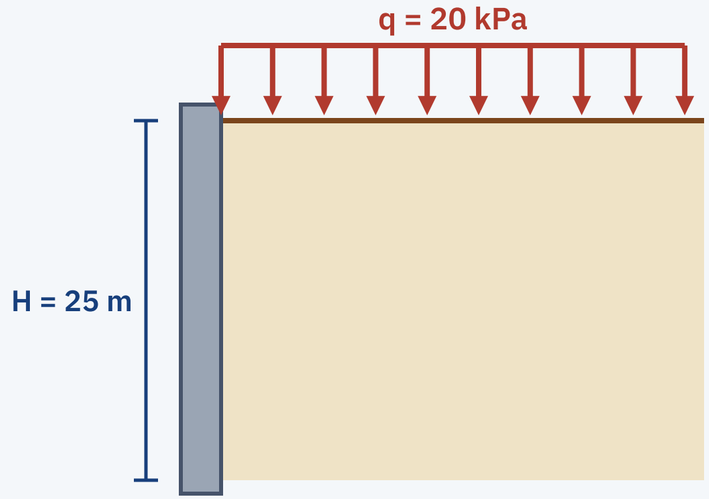
BEISPIEL

Gegeben

Wand	$H = 25.00$ **m**
Last	$q = 20.00$ **kPa über die gesamte Oberfläche**
Beiwert	$K = 0.30$ **aus einer anderen Quelle (φ′ wird nicht verwendet)**

GESUCHT

σ_H, P, z_R und die Änderung des Drucks mit der Tiefe.



Lösung

LÖSUNG

1 Erddruck: eingegebenes K wird direkt multipliziert

$$\sigma_H = K\,q = 0.30 \times 20.00 = \mathbf{6.00}\ \mathrm{kPa}$$

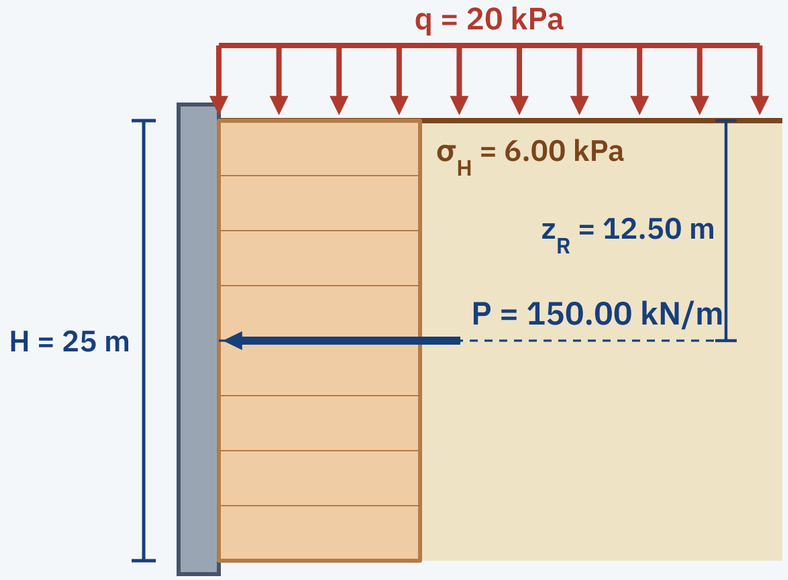
2 Resultierende und Wirkungslinie

$$P = \sigma_H\,H = 6.00 \times 25.00 = \mathbf{150.00}\ \mathrm{kN/m}$$

$$z_R = \frac{H}{2} = \frac{25.00}{2} = \mathbf{12.50}\ \mathrm{m}$$

3 Verlauf des Drucks mit der Tiefe

z (m)	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0	25.0
σ_H (kPa)	6.00	6.00	6.00	6.00	6.00	6.00



Die Pressung beträgt **in jeder Tiefe 6.00 kPa**; die Resultierende **150.00 kN/m** liegt 12.50 m unter der Geländeoberfläche.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

BEISPIEL

Gegeben

Wand und Boden	$\varphi' = 30°$; **Erdruhedruck und aktiver Zustand**
Veränderliche 1	$q = 0,\ 5,\ 10,\ 20,\ 30,\ 50$ **kPa** ($H = 6.00$ **m**)
Variable 2	$H = 2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10$ **m** ($q = 10.00$ **kPa**)

GESUCHT

Änderung der Resultierenden mit **q** und **H**; Pressung und Wirkungslinie.

Lösung

LÖSUNG

q (kPa)	σ_H im Erdruhedruck (kPa)	P im Erdruhezustand (kN/m)	P aktiv (kN/m)
0	0.00	**0.00**	**0.00**
5	2.50	**15.00**	**10.00**
10	5.00	**30.00**	**20.00**
20	10.00	**60.00**	**40.00**
30	15.00	**90.00**	**60.00**
50	25.00	**150.00**	**100.00**

Verdoppelt sich **q**, so verdoppelt sich auch P; bei q = 0 liegt keine Auflast vor.

H (m)	σ_H im Erdruhedruck (kPa)	P im Erdruhezustand (kN/m)	P aktiv (kN/m)	z_R (m)
2	5.00	**10.00**	**6.67**	1.00
4	5.00	**20.00**	**13.33**	2.00
6	5.00	**30.00**	**20.00**	3.00
8	5.00	**40.00**	**26.67**	4.00
10	5.00	**50.00**	**33.33**	5.00

Mit zunehmendem **H** wächst P linear; der Druck bleibt gleich, und die Resultierende wandert auf eine Tiefe von H/2 nach unten.

P = K q H: es ist direkt proportional zum **Produkt** aus q und H; der Einfluss von K ist ein gesonderter Faktor (aktiv / Ruhedruck = 2/3, in jeder Zeile).

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

BEISPIEL

Gegeben

Wand	$H = 6.00$ **m,** $\gamma = 18.0$ **kN/m³,** $\varphi' = 30°$ **(trockene Hinterfüllung)**
Auflast	$q = 10.00$ **kPa über die gesamte Oberfläche**
Fälle	**Erdruhedruck (**K_0**) und aktiver Erddruck (** K_a**)**

GESUCHT

Die Resultierende des Bodendreiecks, die Resultierende der Auflast, die **Gesamtkraft** und die Höhe der Gesamtkraft über der Sohle; der Anteil der Auflast.

Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 Erddruck (Dreiecksdiagramm), Erdruhedruckzustand

$$P_z = \tfrac{1}{2} K_0 \gamma H^2 = \tfrac{1}{2}(0.500)(18.0)(6.00)^2 = \mathbf{162.00}\ \mathrm{kN/m} \quad (\text{von der Sohle } 2.00\ \mathrm{m})$$

2 Auflastanteil (Beispiel 1)

$$P_q = K_0\, q\, H = 0.500 \times 10.00 \times 6.00 = \mathbf{30.00}\ \mathrm{kN/m} \quad (\text{von der Sohle } 3.00\ \mathrm{m})$$

3 Gesamt und Wirkungslinie (Sohlmoment)

$$P = 162.00 + 30.00 = \mathbf{192.00}\ \mathrm{kN/m}$$

$$L = \frac{162.00(2.00) + 30.00(3.00)}{192.00} = \frac{414.00}{192.00} = \mathbf{2.156}\ \mathrm{m}$$

Im Erdruhedruck beträgt die Summe **192.00 kN/m** und wirkt **2.156 m** über der Sohle; der Anteil der Auflast beträgt 30.00 kN/m (15.6%).

Lösung (2/2)

LÖSUNG

1 Dieselben Schritte für den aktiven Fall (K_a = 0.3333)

$$P_z = \tfrac{1}{2}(0.3333)(18.0)(6.00)^2 = \mathbf{108.00}\ \mathrm{kN/m}$$

$$P_q = 0.3333(10.00)(6.00) = \mathbf{20.00}\ \mathrm{kN/m}$$

$$L = \frac{108.00(2.00) + 20.00(3.00)}{128.00} = \mathbf{2.156}\ \mathrm{m}$$

Zustand	K	P_{Boden} (kN/m)	$P_{Auflast}$ (kN/m)	P gesamt (kN/m)	Auflastanteil	L (m, ab der Sohle)
Erdruhedruck	0.5000	162.00	30.00	**192.00**	%15.62	2.156
Aktiv	0.3333	108.00	20.00	**128.00**	%15.62	2.156

Da K in beiden Termen ein Faktor ist, sind **der Anteil der Auflast und seine Wirkungslinie unabhängig von K**: Anteil 2q / (γH + 2q) = 15.62%, L = 2.156 m. Nur die Gesamtkraft skaliert mit K.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Zusammenfassung

Die wichtigsten Punkte

$\sigma_H = K \cdot q$: eine über die gesamte Oberfläche verteilte Gleichlast fügt der Wand **in jeder Tiefe** denselben seitlichen Druck hinzu; das Diagramm ist rechteckförmig

K nach dem Verhalten der Wand: Erdruhedruck **$K_0 = 1 - \sin \varphi'$** (Jaky), aktiver Erddruck **$K_a = \tan^2(45° - \varphi'/2)$** (Rankine) oder der eingegebene Wert; für $\varphi' = 30°$ ergeben sich 0.5000 und 0.3333

$P = K\,q\,H$ und **$z_R = H/2$**: Bei der Wand des Rechenbeispiels (H = 6 m, q = 10 kPa) ergibt sich im Erdruhedruck σ_H = 5.00 kPa, P = 30.00 kN/m; im aktiven Fall 3.33 kPa und 20.00 kN/m

Linear: P ist proportional zu q und H; $K_a / K_0 = 2/3$ ($\varphi' = 30°$)

Summation: Die Auflastkomponente wird den Spannungsdiagrammen für Boden und Wasser hinzugefügt; der Auflastanteil beträgt $2q / (\gamma H + 2q)$, und seine Wirkungslinie ist unabhängig von K

Literatur

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning; diese Seite folgt diesem Werk.

Jaky, J. (1944). The coefficient of earth pressure at rest. Journal of the Society of Hungarian Architects and Engineers, 7, 355–358.

Rankine, W.M.J. (1857). On the stability of loose earth. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 147, 9–27.

HINWEIS

Alle Zahlenbeispiele wurden mit der Berechnungsengine des Moduls selbst erzeugt; das Modul liefert dieselben Werte. Die Startwand des Moduls ist H = 6 m, q = 10 kPa, φ′ = 30° (Erdruhedruck) und sein zweites Beispiel ist H = 25 m, q = 20 kPa, K = 0.30.

GeoTerva

Geotechnische Berechnungen online

Von der Theorie zur Praxis

Geben Sie Ihre eigene Wand, Ihre Auflast und Ihre Wahl des Beiwerts in GeoTerva ein; das Modul liefert die Werte K, σ_H, P und z_R, das Druckdiagramm, eine schrittweise Lösung und den Bericht zusammen.

Modul öffnen → | **Theorieseite →**

Auf dem Smartphone öffnen
Die Beispielmodule erfordern keine Registrierung.

Falls Sie sie in Ihren Vorlesungen verwenden möchten: info@geoterva.com