岩土工程讲义 · 地表超载

条形地面超载

讲义：平行于墙的长条形荷载在墙上产生的侧向压力；压力剖面、合力与作用线，工程算例。

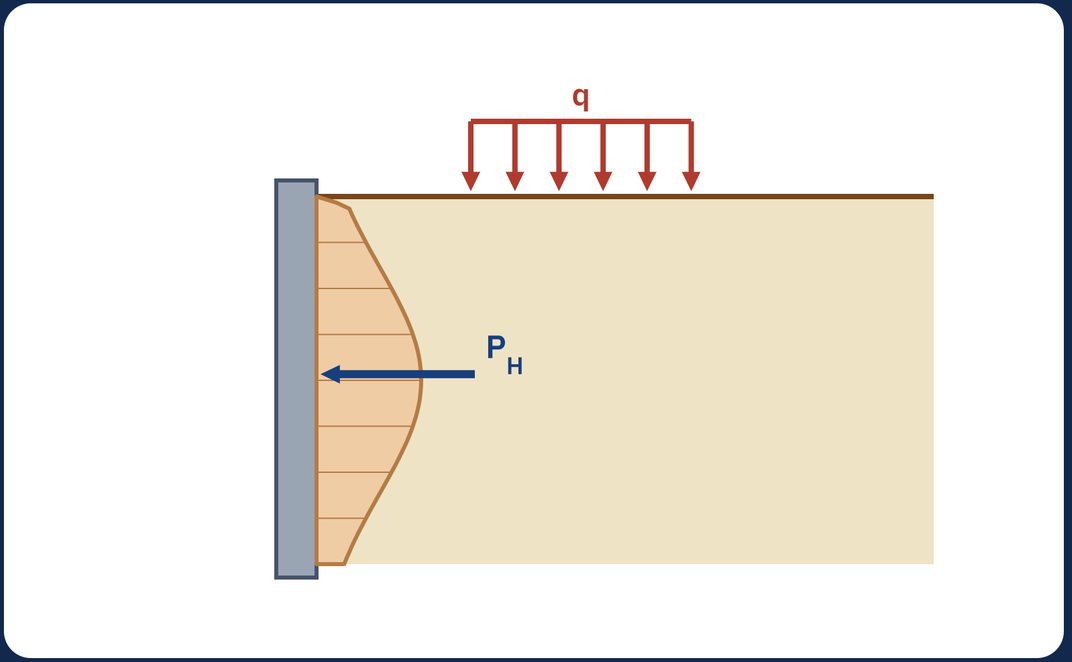
β · α

$\sigma_H = \psi\,(q/\pi)[\beta - \sin\beta\cos 2\alpha]$

刚性墙ψ = 2

P_H与z_R

压力分布



引言

本讲内容

条形荷载的几何参数：x_1、x_2、$b = x_2 - x_1$，以及自墙上一点引向条带两边的**射线**

由角度**β**和**α**确定压力：$\sigma_H = \psi\,(q/\pi)[\beta - \sin\beta\cos 2\alpha]$

刚性墙($\psi = 2$)与**半无限介质($\psi = 1$)**两种形式，以及各自的适用条件

压力分布图的面积给出P_H，由一次矩得到z_R；最大压力所在深度

条形荷载的**位置**、**宽度**和**墙高**如何影响结果

讲授流程

每个主题按**三个步骤**讲解：

1 · **理论**：公式及其依据

2 · **题目**：已知条件与所求

3 · **解答**：逐步计算，代入数值

算例墙：H = 25 m，条形荷载位于x_1 = 4 m与x_2 = 12 m之间，q = 20 kPa。各力均按墙的单位长度计(kN/m)。

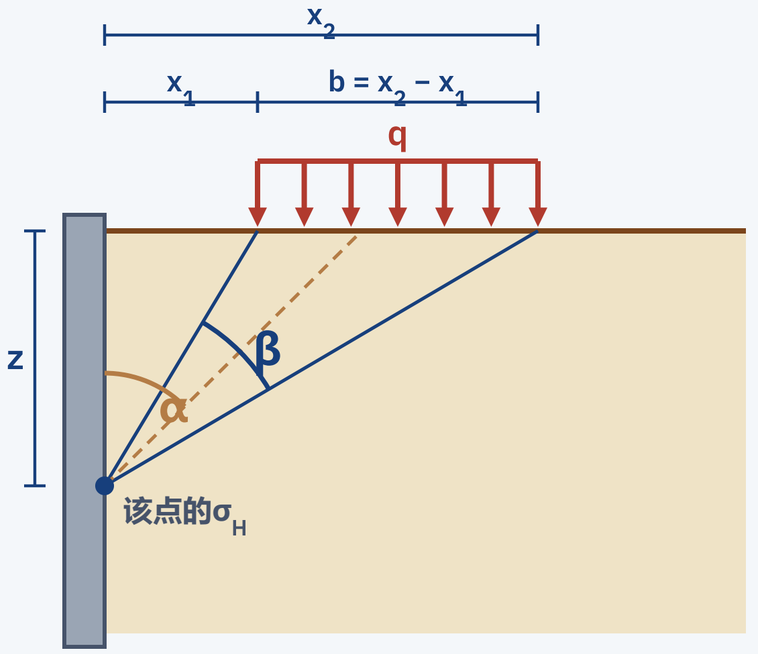
作用于墙上的条形荷载

理论

在距墙x_1与x_2之间，作用于地表的均布q条形荷载会给墙体增加一项水平压力

深度z处的压力由两条射线的几何关系得出，这两条射线将墙上该点分别与条形荷载的**近边和远边**相连

条形荷载很长且平行于墙：所有结果均按墙的**单位长度**计



H——墙高；z——自地表起算的深度

x_1、x_2——墙到条形荷载近侧边缘和远侧边缘的水平距离

$b = x_2 - x_1$——条形荷载宽度；q——条形荷载的均布荷载强度

β、α和σ_H

理论

在深度z处，条形荷载对墙上该点所张的角为**β**；该角的**角平分线**与竖直线夹角为**α**

三角函数的角度取**弧度**；度仅为便于阅读。比值中直接使用z本身

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{x_2}{z}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{x_1}{z}\right) \qquad \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{x_1}{z}\right) + \frac{\beta}{2}$$

$$\sigma_H = \psi \frac{q}{\pi}\left[\beta - \sin\beta\ \cos 2\alpha\right]$$

地表处(z = 0)：远离墙体的条形荷载不产生压力；若$x_1 = 0$，则β = 90°，α = 45°，$\sigma_H = \psi q/2$

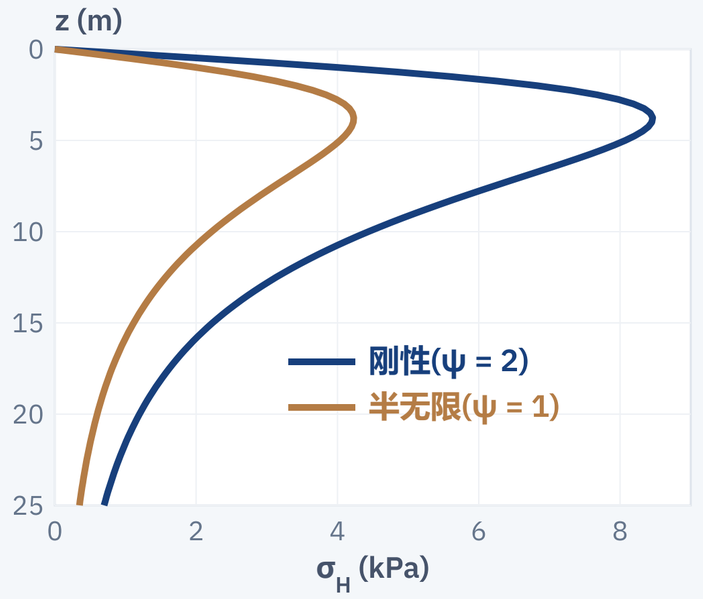
ψ = 2和ψ = 1：两种表达形式

理论

ψ = 1（半空间）：如同不存在墙时条形荷载在弹性介质中产生的水平应力；适用于变形量足以使土体应力释放的墙

ψ = 2（刚性墙）：不发生位移的墙阻止其墙面处土体的移动，承受该应力的**两倍**；与集中荷载情形一样，这是模块的默认值

z (m)	β (°)	α (°)	σ_H ψ = 1 (kPa)	σ_H ψ = 2 (kPa)
0.00	0.000	90.000	0.00	0.00
2.50	20.237	68.113	3.84	7.68
5.00	28.720	53.020	4.04	8.07
7.50	29.922	43.034	3.11	6.21
10.00	28.393	35.998	2.22	4.44
15.00	23.728	26.796	1.12	2.23
20.00	19.654	21.137	0.5994	1.1988
25.00	16.551	17.366	0.3486	0.6971



压力图的面积与一阶矩

理论

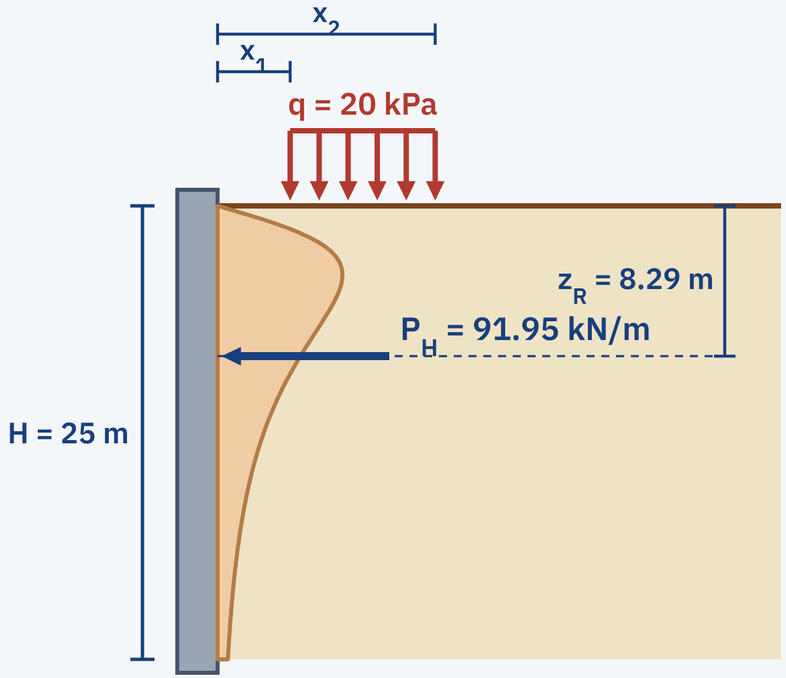
墙每延米的**合力**等于压力图下的**面积**；其**距地表的深度**为图形一次矩取得平衡的位置

模块以全精度数值计算这两个积分；作为验算，给出**面积的闭合表达式**

对于很深的墙，P_H趋近于ψ·q·b/π

$$P_H = \int_0^H \sigma_H \, dz = \psi \, \frac{q}{\pi} \, H \, (\theta_2 - \theta_1) \qquad \theta_i = \tan^{-1}\left(\frac{x_i}{H}\right)$$

$$z_R = \frac{\int_0^H z \, \sigma_H \, dz}{P_H}$$



题目

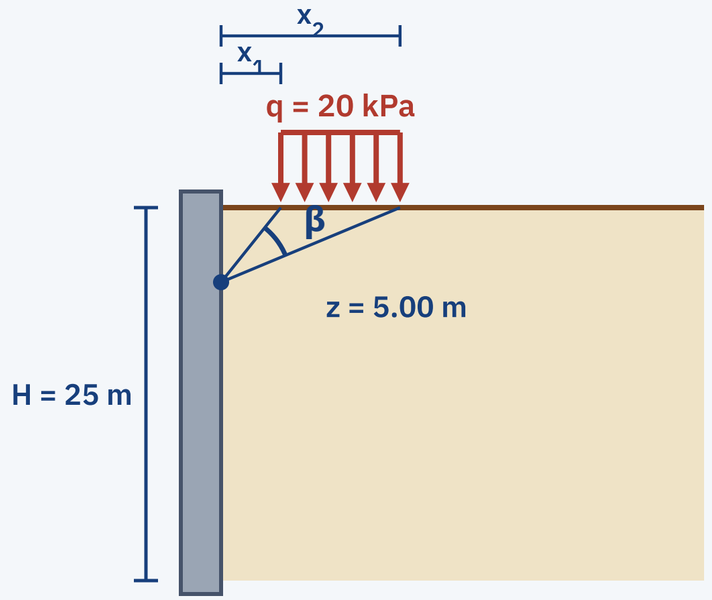
算例

求

β、**α**和σ_H：先按半无限介质(ψ = 1)，再按刚性墙(ψ = 2)。

已知条件

墙	$H = 25.00$ **m**
条形	$x_1 = 4.00$ **m,** $x_2 = 12.00$ **m,** $q = 20.00$ **kPa**
深度	$z = 5.00$ **m**



解答 (1/2)

解答

1 条带宽度

$$b = x_2 - x_1 = 12.00 - 4.00 = \mathbf{8.00}\ \text{m}$$

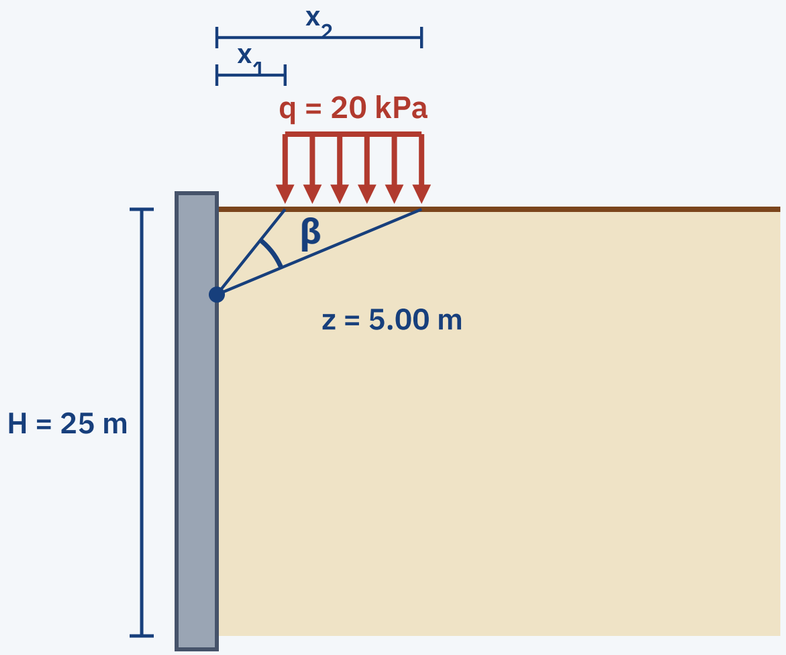
2 β：两射线间的夹角

$$\beta = \tan^{-1}\frac{12}{5} - \tan^{-1}\frac{4}{5} = 67.380^\circ - 38.660^\circ = \mathbf{28.720}^\circ$$

3 α：角平分线与竖直线的夹角

$$\alpha = \tan^{-1}\frac{4}{5} + \frac{\beta}{2} = 38.660^\circ + 14.3602^\circ = \mathbf{53.020}^\circ$$

以弧度计，β = **0.50126**，2α = **1.85075**（在下一页用于计算σ_H）。



解答 (2/2)

解答

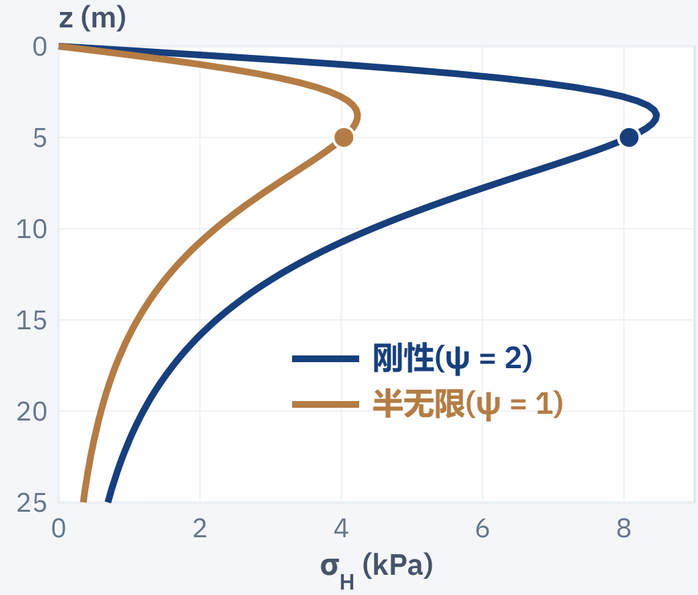
4 半无限介质(ψ = 1)

$$\sigma_H = \frac{20}{\pi}\left[0.50126 - \sin(0.50126)\cos(1.85075)\right] = \mathbf{4.0364}\ \text{kPa}$$

5 刚性墙(ψ = 2)：两倍

$$\sigma_H = 2 \times 4.0364 = \mathbf{8.0728}\ \text{kPa}$$

z = 5 m处，半无限介质为**4.0364 kPa**，刚性墙为**8.0728 kPa**。两种形式中使用相同的β和α；ψ仅起比例作用。



在GeoTerva中验算解答 ↗

题目

算例

已知条件

墙与条形荷载	$H = 25.00$ m, $x_1 = 4.00$ m, $x_2 = 12.00$ m, $q = 20.00$ kPa
深度	$z = 0$ – 25 m，每隔2.5 m

求

β、α、σ_H的分布（两种形式）；**最大压力**及其深度。

解答 (1/2)

解答

z (m)	β (°)	α (°)	σ_H ψ = 1 (kPa)	σ_H ψ = 2 (kPa)
0.00	0.000	90.000	0.0000	0.0000
2.50	20.237	68.113	3.8387	7.6773
5.00	**28.720**	**53.020**	**4.0364**	**8.0728**
7.50	29.922	43.034	3.1069	6.2137
10.00	28.393	35.998	2.2191	4.4382
12.50	26.086	30.788	1.5660	3.1319
15.00	23.728	26.796	1.1160	2.2319
17.50	21.564	23.657	0.8096	1.6193
20.00	19.654	21.137	0.5994	1.1988
22.50	17.992	19.077	0.4528	0.9056
25.00	16.551	17.366	0.3486	0.6971

z = 0处无压力（条形荷载远离墙体）；压力随深度增大，在**z ≈ 3.81 m**处达到峰值，然后减小。z = 5.00 m一行即为算例1。在底部(z = 25 m)，ψ = 2时剩余0.6971 kPa。

解答 (2/2)

解答

1 峰值所在深度：条件$d\sigma_H/dz = 0$

$$\frac{x_1^3}{(x_1^2+z^2)^2} = \frac{x_2^3}{(x_2^2+z^2)^2} \;\Rightarrow\; z^2 = \frac{(x_1x_2)^{3/2}\left(\sqrt{x_2}-\sqrt{x_1}\right)}{x_2^{3/2}-x_1^{3/2}}$$

$$z^2 = 14.504 \;\Rightarrow\; z = \mathbf{3.8084}\ \text{m}$$

2 该深度处的角度

$$\beta = \tan^{-1}\frac{12}{3.8084} - \tan^{-1}\frac{4}{3.8084} = \mathbf{25.99}^\circ \qquad \alpha = \tan^{-1}\frac{4}{3.8084} + \frac{\beta}{2} = \mathbf{59.40}^\circ$$

3 最大压力

$$\sigma_{H,max} = \frac{20}{\pi}\left[0.45355 - \sin(0.45355)\cos(2.07341)\right] = \mathbf{4.23}\ (\psi = 1);\ \ \mathbf{8.46}\ \text{kPa}\ (\psi = 2)$$

峰值出现在z = **3.81 m**处：**8.46 kPa**(ψ = 2)，**4.23 kPa**(ψ = 1)；深度仅取决于x_1、x_2。

在GeoTerva中验算解答 ↗

题目

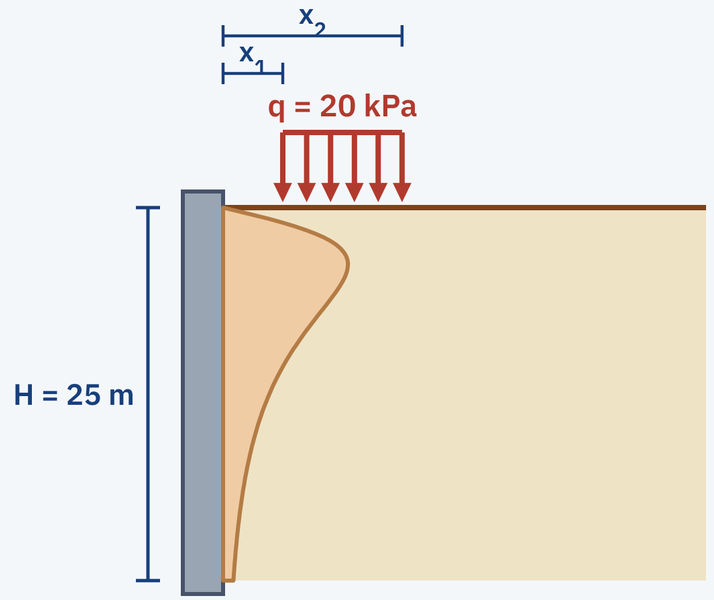
算例

已知条件

墙与条形荷载	$H = 25.00$ m, $x_1 = 4.00$ m, $x_2 = 12.00$ m, $q = 20.00$ kPa
形状	**半无限介质($\psi = 1$)与刚性墙($\psi = 2$)**

求

P_H（按面积的闭式表达式）、z_R及其距墙底的高度。



解答 (1/2)

解答

1 角度（深度H = 25 m处）

$$\theta_1 = \tan^{-1}\frac{4}{25} = \mathbf{0.158655}\ \text{rad}$$

$$\theta_2 = \tan^{-1}\frac{12}{25} = \mathbf{0.447520}\ \text{rad}$$

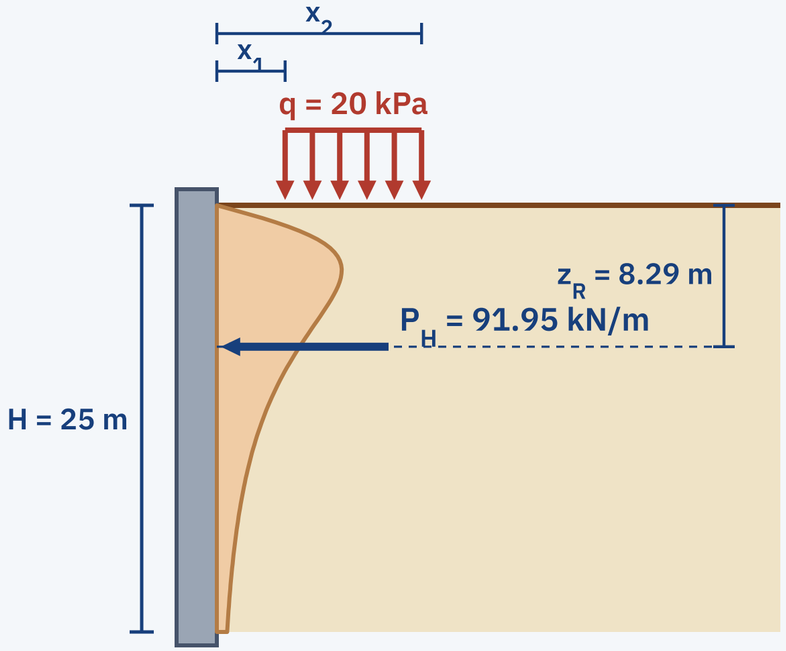
2 半无限介质(ψ = 1)

$$P_H = \frac{20}{\pi} \times 25 \times (0.447520 - 0.158655) = \mathbf{45.97}\ \text{kN/m}$$

3 刚性墙(ψ = 2)：两倍

$$P_H = 2 \times 45.974 = \mathbf{91.95}\ \text{kN/m}$$

合力：半无限体为**45.97 kN/m**，刚性墙为**91.95 kN/m**；模块的数值积分给出相同的值。



解答 (2/2)

解答

1 一次矩（闭式表达式；ψ = 1，[ ]内为x_2处取值减去x_1处取值）

$$M = \int_0^H z\,\sigma_H\,dz = \frac{q}{\pi}\left[\frac{H^2}{2}\tan^{-1}\frac{x}{H} - \frac{x}{2}\left(H - x\tan^{-1}\frac{H}{x}\right)\right]_{x_1}^{x_2}$$

2 数值(ψ = 1)

$$x_2:\quad 312.5(0.447520) - 6(25 - 12\cdot 1.12328) = 70.7259$$

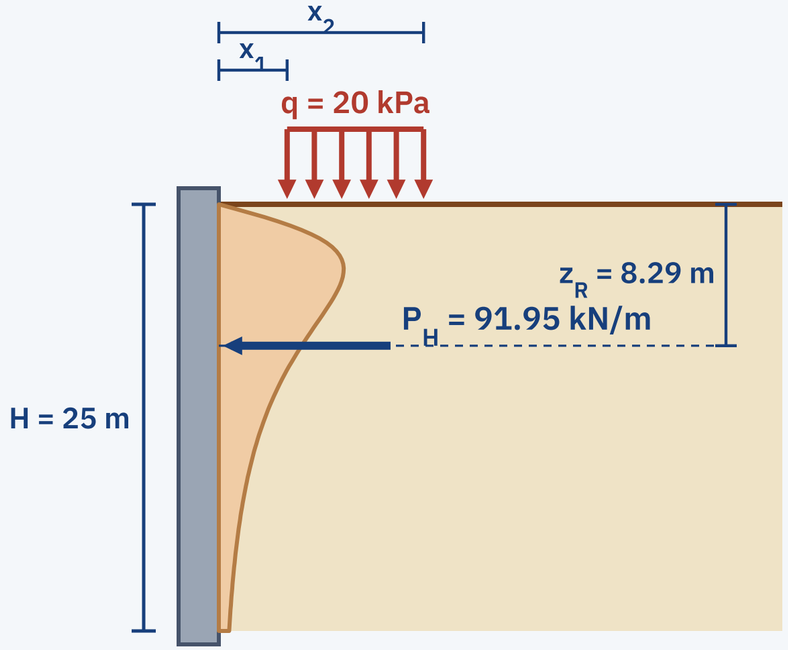
$$x_1:\quad 312.5(0.158655) - 2(25 - 4\cdot 1.41214) = 10.8769$$

$$M = \frac{20}{\pi}(70.7259 - 10.8769) = \mathbf{381.011}\ \text{kN}$$

3 深度与距底面的高度

$$z_R = \frac{M}{P_H} = \frac{381.011}{45.974} = \mathbf{8.287}\ \text{m} \qquad H - z_R = \mathbf{16.71}\ \text{m}$$

合力位于地表以下**8.29 m**处、底面以上**16.71 m**处；两种形式下深度相同。



在GeoTerva中验算解答 ↗

题目

算例

已知条件

墙与荷载	$H = 25.00$ m，$q = 20.00$ kPa，刚性墙($\psi = 2$)
条形	宽度$b = 8.00$ m不变；$x_1 = 0,\ 2,\ 4,\ 8,\ 12,\ 20$ m

求

P_H、z_R、最大压力及其深度；$x_1 = 0$时的手算验算。

解答 (1/2)

解答

x_1 (m)	x_2 (m)	P_H (kN/m)	z_R (m)	$\sigma_{H,max}$ (kPa)	z (m)
0	8	98.58	4.80	20.00	0.00
2	10	95.71	6.72	11.53	2.33
4	**12**	**91.95**	**8.29**	**8.46**	**3.81**
8	16	82.64	10.63	5.57	6.40
12	20	72.33	12.21	4.16	8.85
20	28	53.22	14.06	2.76	13.60

条形荷载远离墙体时，**合力减小**(98.58 → 53.22 kN/m)，**作用线下移**(4.80 → 14.06 m)，压力峰值下移；x_1 = 4 m一行即为算例1和算例3。

解答 (2/2)

解答

1 地表处各角度取极限值(z = 0)

$$\beta = 90^\circ, \quad \alpha = 45^\circ$$

$$\sigma_H = \psi \frac{q}{\pi}\left[\frac{\pi}{2} - \sin 90^\circ \cos 90^\circ\right] = \psi \frac{q}{2} = \frac{2 \times 20}{2} = \mathbf{20.00}\ \text{kPa}$$

2 合力($\theta_1 = 0$, $\theta_2 = \tan^{-1}(8/25)$)

$$P_H = \frac{2 \times 20}{\pi} \times 25 \times (0.309703 - 0) = \mathbf{98.58}\ \text{kN/m}$$

始于墙面的条形荷载**直接作用**于墙体上部：地表处压力为ψq/2 = **20.00 kPa**（半无限介质中为10.00 kPa），合力为**98.58 kN/m**，z_R = 4.80 m。

在GeoTerva中验算解答 ↗

题目

算例

已知条件

墙与荷载	$q = 20.00$ kPa，刚性墙($\psi = 2$)
宽度	$x_1 = 4.00$ m不变，$b = 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 36$ m ($H = 25$ m)
高度	$x_1 = 4, x_2 = 12$ m; $H = 5,\ 10,\ 25,\ 50,\ 100,\ 250$ m

求

P_H和z_R；与深墙极限值ψ q b / π的比较。

解答

解答

b (m)	x_2 (m)	P_H (kN/m)	z_R (m)	$\sigma_{H,max}$ (kPa)
2	6	**24.47**	6.12	3.32
4	8	**48.08**	6.95	5.57
8	12	**91.95**	8.29	8.46
16	20	**164.28**	10.01	11.53
36	40	**271.69**	11.82	14.63

较宽的条形荷载承担更大的荷载：P_H增大，z_R与峰值位置下移。

H (m)	P_H (kN/m)	$P_H / (\psi qb/\pi)$	z_R (m)	自底部(m)
5	**31.91**	0.3133	3.00	2.00
10	**63.10**	0.6194	5.10	4.90
25	**91.95**	0.9027	8.29	16.71
50	**99.13**	0.9732	10.13	39.87
100	**101.16**	0.9931	11.27	88.73
250	**101.75**	0.9989	12.03	237.97

对于深墙，P_H趋近于$\psi qb/\pi$ = 101.86 kN/m。

压力分布与墙高无关（$\sigma_{H,max}$ = 8.46 kPa，z = 3.81 m，对任意H均成立）：墙高仅改变积分的上限。

在GeoTerva中验算解答 ↗

小结

要点回顾

$\beta = \tan^{-1}(x_2/z) - \tan^{-1}(x_1/z)$，$\alpha = \tan^{-1}(x_1/z) + \beta/2$；$\sigma_H = \psi\,(q/\pi)[\beta - \sin\beta\cos 2\alpha]$；$\psi = 2$为刚性墙，$\psi = 1$为半无限介质

算例($H = 25$ m, $x_1 = 4$, $x_2 = 12$, $q = 20$)：$z = 5$ m处，$\beta = 28.720°$，$\alpha = 53.020°$，$\sigma_H = 4.0364$ kPa($\psi = 1$)和8.0728 kPa($\psi = 2$)

最大压力为8.46 kPa ($\psi = 2$)，出现在深度$z = 3.81$ m处；地表为零，底部为0.6971 kPa

合力$P_H = \psi\,(q/\pi)\,H\,(\theta_2 - \theta_1)$ = **91.95 kN/m**($\psi = 2$)，作用点位于地表以下**$z_R = 8.29$ m**处（距底部16.71 m）

影响：条形荷载远离墙体时，P_H减小，z_R加深；若$x_1 = 0$，则地表处为$\psi q/2$；对于很深的墙，$P_H \to \psi qb/\pi$

参考文献

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning; 本页面遵循该书。

California Department of Transportation. Trenching and Shoring Manual — 条形荷载压力的刚性墙（翻倍）形式。

注

全部数值算例均由模块自身的计算引擎生成；模块给出相同的数值。模块的初始墙取H = 25 m、x_1 = 4 m、x_2 = 12 m、q = 20 kPa。

GeoTerva

在线岩土工程计算

从理论到应用

在GeoTerva中输入自定义的墙体、条形荷载的位置和宽度；模块一并给出各深度处的β、α、σ_H值、压力分布图、合力及作用线、逐步解答和报告。

打开模块→

理论页面 →

用手机打开

试用模块无需注册。

如需在课堂教学中使用：info@geoterva.com