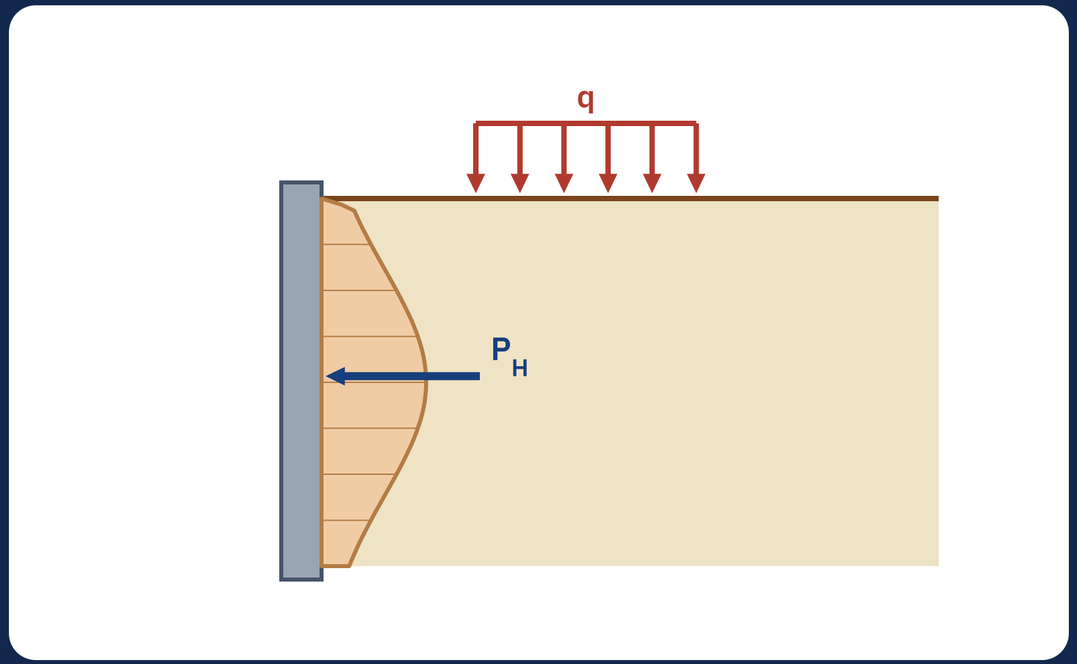
Geotechnisch college · Bovenbelastingen

Strookbelasting als bovenbelasting

College: de horizontale gronddruk die een lange strookbelasting evenwijdig aan de muur op de muur veroorzaakt; druklijn, resultante en aangrijpingslijn, rekenvoorbeelden.



- $\beta \cdot \alpha$
- $\sigma_H = \psi\,(q/\pi)[\beta - \sin\beta\cos 2\alpha]$
- Stijve wand $\psi = 2$
- P_H en z_R
- Drukprofiel

Wat leren we in dit college?

De geometrie van de strookbelasting: x_1, x_2, $b = x_2 - x_1$ en de **stralen** van een punt op de wand naar de twee randen van de strook

Het bepalen van de druk uit de hoeken **β** en **α**: $\sigma_H = \psi\,(q/\pi)[\beta - \sin\beta\cos 2\alpha]$

De vorm voor een **rigide wand (ψ = 2)** tegenover een **halfoneindig medium (ψ = 1)** en wanneer elk daarvan geschikt is

De oppervlakte van het drukdiagram geeft P_H en uit het eerste moment volgt z_R; de diepte van de grootste druk

Hoe de **positie en breedte** van de strook en de **wandhoogte** doorwerken in het resultaat

COLLEGESTRUCTUUR

Elk onderwerp wordt in **drie stappen** behandeld:

1 · **Theorie**: formule en onderbouwing

2 · **Opgave**: gegeven en gevraagd

3 · **Oplossing**: stap voor stap, met getallen

Voorbeeldmuur: H = 25 m, strook tussen x_1 = 4 m en x_2 = 12 m, q = 20 kPa. De krachten zijn per eenheid van muurlengte (kN/m).

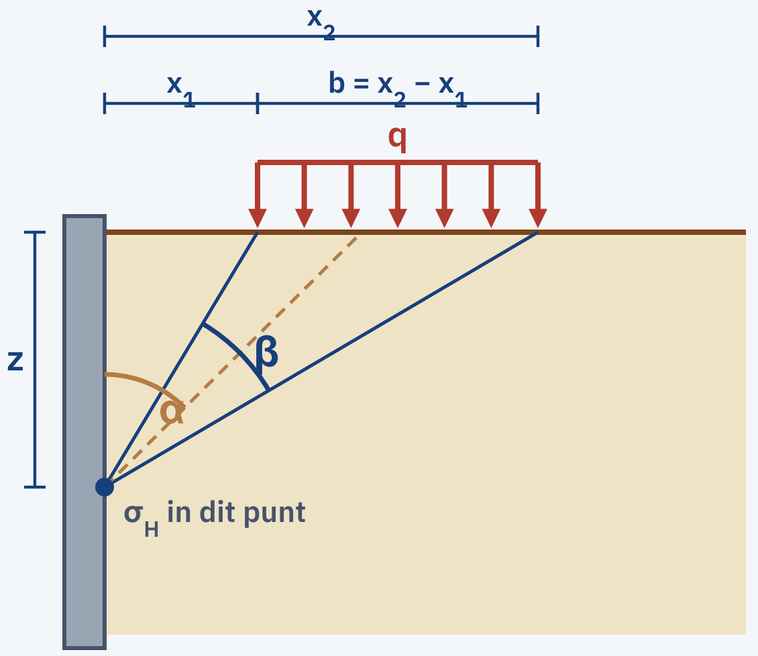
Strookbelasting op de wand

THEORIE

Tussen de afstanden x_1 en x_2 vanaf de wand voegt een gelijkmatig verdeelde strookbelasting **q** op het maaiveld een horizontale druk toe aan de wand

De druk op diepte z wordt verkregen uit de geometrie van de twee stralen die dat punt op de wand verbinden met de **nabije en verre rand** van de strook

De strook is lang en evenwijdig aan de muur: alle resultaten zijn **per eenheid van muurlengte**



H — wandhoogte; **z** — diepte vanaf het oppervlak

x_1, x_2 — horizontale afstand van de wand tot de nabije en de verre rand van de strook

$b = x_2 - x_1$ — strookbreedte; **q** — gelijkmatig verdeelde belasting op de strook

β, α en σ_H

THEORIE

Op diepte z ziet de strook onder hoek **β** het punt op de wand; de **bissectrice** van deze hoek maakt hoek **α** met de verticaal

Trigonometrische functies nemen hoeken in **radialen**; graden dienen alleen voor de leesbaarheid. In de verhoudingen wordt **z** zelf gebruikt

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{x_2}{z}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{x_1}{z}\right) \qquad \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{x_1}{z}\right) + \frac{\beta}{2}$$

$$\sigma_H = \psi \, \frac{q}{\pi} \left[\beta - \sin\beta \, \cos 2\alpha\right]$$

Aan het maaiveld (z = 0): een strook op afstand van de muur geeft geen druk; als $x_1 = 0$ dan β = 90°, α = 45° en $\sigma_H = \psi q/2$

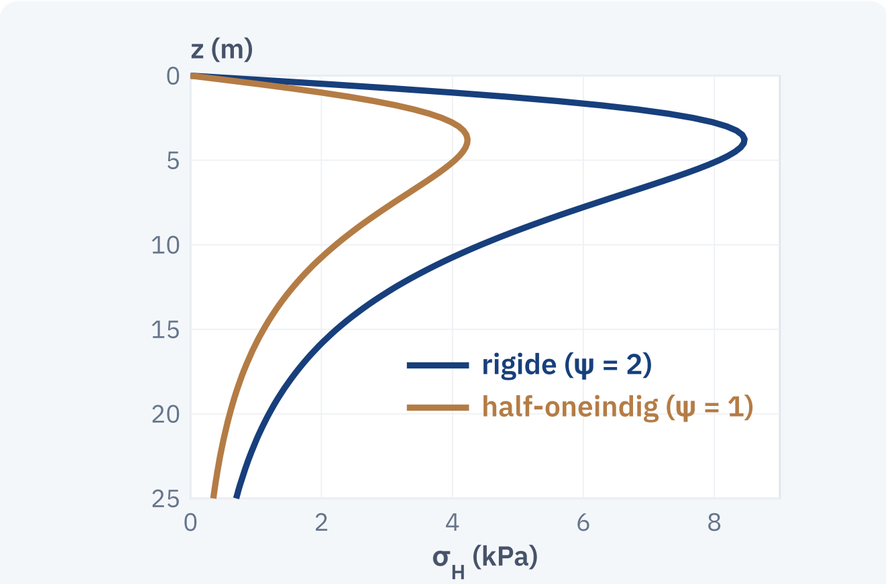
ψ = 2 en ψ = 1: twee uitdrukkingsvormen

THEORIE

ψ = 1 (halfoneindig medium): de horizontale spanning die de strookbelasting in een elastisch medium opwekt alsof er geen wand is; geschikt voor een wand die voldoende vervormt om de grondspanning te ontlasten

ψ = 2 (rigide wand): de niet-verplaatsende wand verhindert de beweging van de grond aan zijn front en neemt **het dubbele** van deze spanning op; zoals bij de puntbelasting is dit de standaardwaarde van de module

z (m)	β (°)	α (°)	σ_H ψ = 1 (kPa)	σ_H ψ = 2 (kPa)
0.00	0.000	90.000	0.00	0.00
2.50	20.237	68.113	3.84	7.68
5.00	28.720	53.020	4.04	8.07
7.50	29.922	43.034	3.11	6.21
10.00	28.393	35.998	2.22	4.44
15.00	23.728	26.796	1.12	2.23
20.00	19.654	21.137	0.5994	1.1988
25.00	16.551	17.366	0.3486	0.6971



Oppervlakte en eerste moment van het diagram

THEORIE

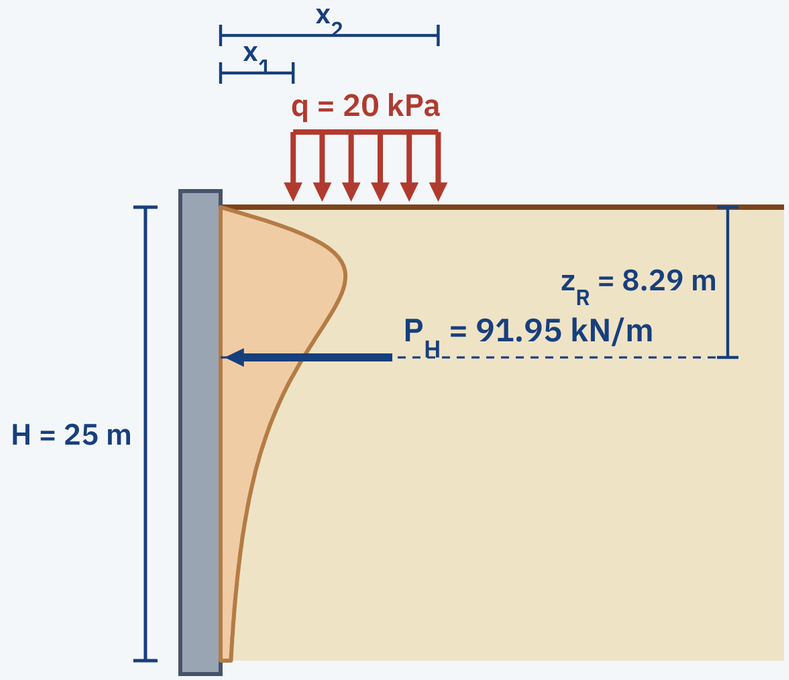
De **resultante** druk per eenheid van wandlengte is de **oppervlakte** onder het drukdiagram; de **diepte vanaf het maaiveld** is het punt waar het eerste moment van het diagram in evenwicht is

De module berekent beide integralen numeriek met volledige precisie; de **gesloten vorm voor de oppervlakte** wordt als controle gegeven

Bij een zeer diepe wand nadert P_H tot ψ·q·b/π

$$P_H = \int_0^H \sigma_H \, dz = \psi \, \frac{q}{\pi} \, H \, (\theta_2 - \theta_1) \qquad \theta_i = \tan^{-1}\left(\frac{x_i}{H}\right)$$

$$z_R = \frac{\int_0^H z \, \sigma_H \, dz}{P_H}$$



Opgave

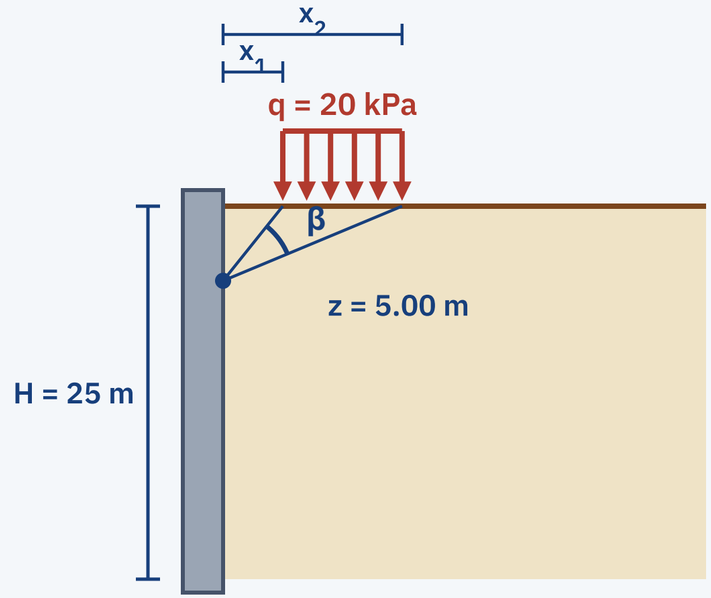
VOORBEELD

Gegeven

Wand	$H = 25.00$ **m**
Strook	$x_1 = 4.00$ **m,** $x_2 = 12.00$ **m,** $q = 20.00$ **kPa**
Diepte	$z = 5.00$ **m**

GEVRAAGD

β, **α** en σ_H: eerst halfoneindig medium (ψ = 1), dan starre wand (ψ = 2).



Oplossing (1/2)

OPLOSSING

1 Strookbreedte

$$b = x_2 - x_1 = 12.00 - 4.00 = \mathbf{8.00}\ \text{m}$$

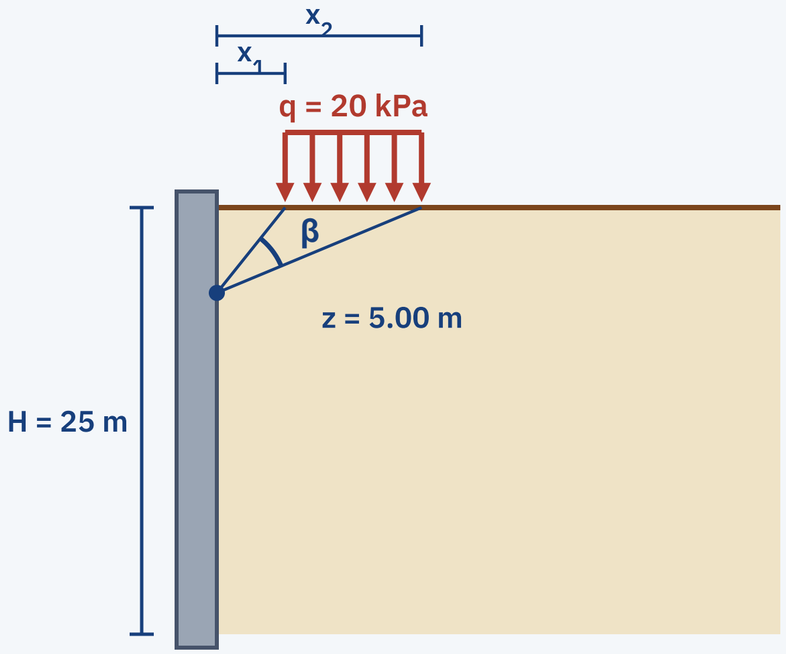
2 β: hoek tussen de twee stralen

$$\beta = \tan^{-1}\tfrac{12}{5} - \tan^{-1}\tfrac{4}{5} = 67.380^\circ - 38.660^\circ = \mathbf{28.720}^\circ$$

3 α: hoek van de bissectrice met de verticaal

$$\alpha = \tan^{-1}\tfrac{4}{5} + \tfrac{\beta}{2} = 38.660^\circ + 14.3602^\circ = \mathbf{53.020}^\circ$$

In radialen β = **0.50126** en 2α = **1.85075** (op de volgende pagina gebruikt voor σ_H).



Oplossing (2/2)

OPLOSSING

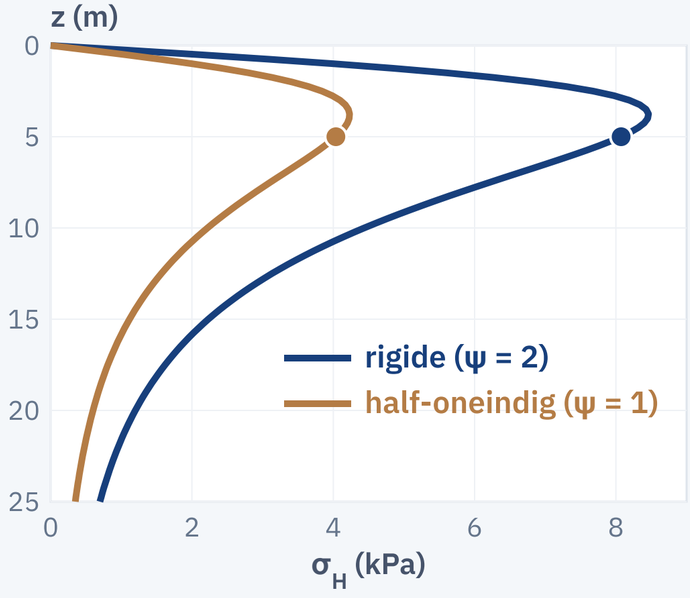
4 Halfoneindig medium (ψ = 1)

$$\sigma_H = \frac{20}{\pi}\left[0.50126 - \sin(0.50126)\cos(1.85075)\right] = \mathbf{4.0364}\ \mathrm{kPa}$$

5 Starre wand (ψ = 2): tweemaal

$$\sigma_H = 2 \times 4.0364 = \mathbf{8.0728}\ \mathrm{kPa}$$

Bij z = 5 m **4.0364 kPa** voor een half-oneindig medium en **8.0728 kPa** voor een starre wand. Dezelfde β en α worden in beide vormen gebruikt; ψ is slechts een schaalfactor.



Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

VOORBEELD

Gegeven

Muur en strook	$H = 25.00$ **m,** $x_1 = 4.00$ **m,** $x_2 = 12.00$ **m,** $q = 20.00$ **kPa**
Diepten	$z = 0$ **–** 25 **m, elke** 2.5 **m**

GEVRAAGD

Het profiel van **β**, **α**, **σ_H** (twee vormen); de **maximale druk** en de diepte ervan.

Oplossing (1/2)

OPLOSSING

z (m)	β (°)	α (°)	σ_H ψ = 1 (kPa)	σ_H ψ = 2 (kPa)
0.00	0.000	90.000	0.0000	0.0000
2.50	20.237	68.113	3.8387	7.6773
5.00	**28.720**	**53.020**	**4.0364**	**8.0728**
7.50	29.922	43.034	3.1069	6.2137
10.00	28.393	35.998	2.2191	4.4382
12.50	26.086	30.788	1.5660	3.1319
15.00	23.728	26.796	1.1160	2.2319
17.50	21.564	23.657	0.8096	1.6193
20.00	19.654	21.137	0.5994	1.1988
22.50	17.992	19.077	0.4528	0.9056
25.00	16.551	17.366	0.3486	0.6971

Bij z = 0 is er geen druk (de strook ligt ver van de wand); de druk neemt toe met de diepte, bereikt een piek bij **z ≈ 3.81 m** en neemt daarna af. De rij z = 5.00 m is Voorbeeld 1. Aan de basis (z = 25 m) blijft 0.6971 kPa over voor ψ = 2.

Oplossing (2/2)

OPLOSSING

1 Topdiepte: voorwaarde $d\sigma_H/dz = 0$

$$\frac{x_1^3}{(x_1^2+z^2)^2} = \frac{x_2^3}{(x_2^2+z^2)^2} \Rightarrow z^2 = \frac{(x_1x_2)^{3/2}\left(\sqrt{x_2}-\sqrt{x_1}\right)}{x_2^{3/2}-x_1^{3/2}}$$

$$z^2 = 14.504 \Rightarrow z = \mathbf{3.8084}\ \mathrm{m}$$

2 Hoeken op deze diepte

$$\beta = \tan^{-1}\frac{12}{3.8084} - \tan^{-1}\frac{4}{3.8084} = \mathbf{25.99}^\circ \qquad \alpha = \tan^{-1}\frac{4}{3.8084} + \frac{\beta}{2} = \mathbf{59.40}^\circ$$

3 Maximale druk

$$\sigma_{H,max} = \frac{20}{\pi}[0.45355 - \sin(0.45355)\cos(2.07341)] = \mathbf{4.23}\ (\psi = 1);\ \ \mathbf{8.46}\ \mathrm{kPa}\ (\psi = 2)$$

Op de top z = **3.81 m**: **8.46 kPa** (ψ = 2), **4.23 kPa** (ψ = 1); de diepte hangt alleen af van x_1, x_2.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

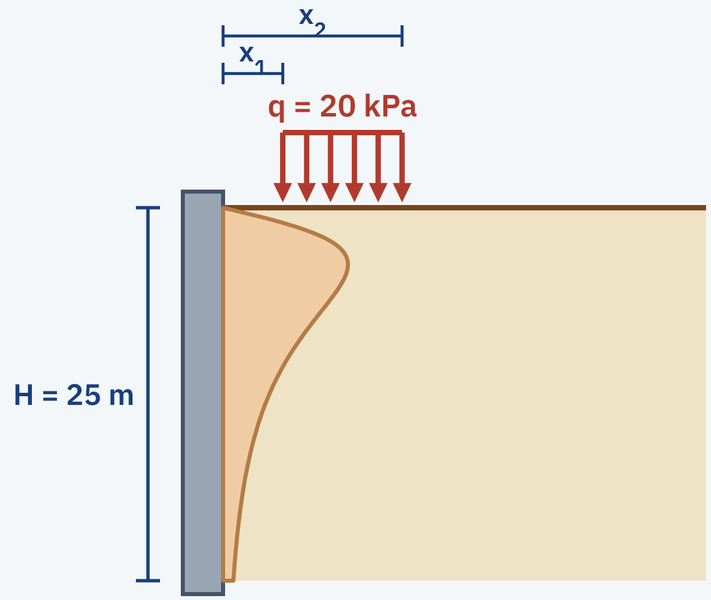
VOORBEELD

GEVRAAGD

P_H (met de gesloten uitdrukking voor de oppervlakte), z_R en de hoogte ervan boven de basis.

Gegeven

Muur en strook	$H = 25.00$ **m,** $x_1 = 4.00$ **m,** $x_2 = 12.00$ **m,** $q = 20.00$ **kPa**
Vormen	**half-oneindig medium ($\psi = 1$) en starre wand ($\psi = 2$)**



Oplossing (1/2)

OPLOSSING

1 Hoeken (op diepte H = 25 m)

$$\theta_1 = \tan^{-1}\frac{4}{25} = \mathbf{0.158655}\ \text{rad}$$

$$\theta_2 = \tan^{-1}\frac{12}{25} = \mathbf{0.447520}\ \text{rad}$$

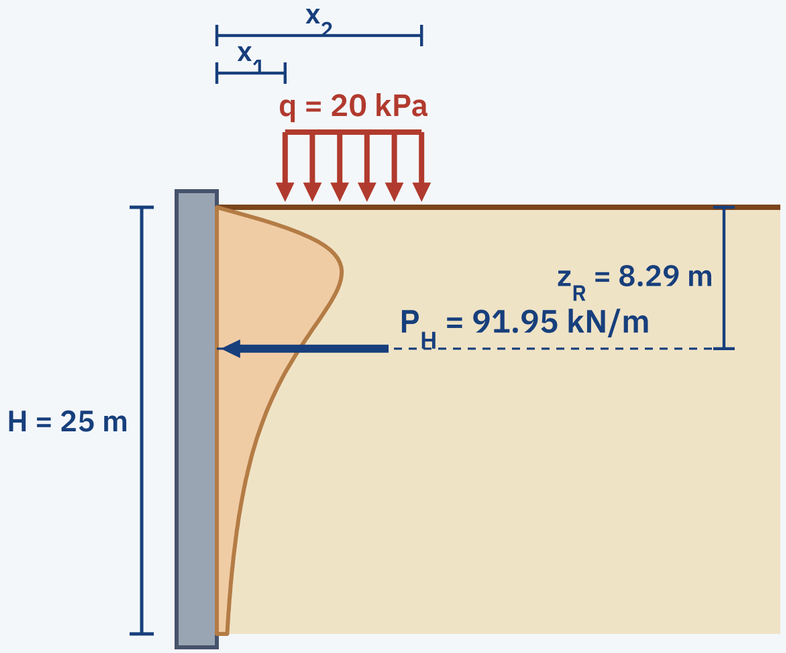
2 Halfoneindig medium (ψ = 1)

$$P_H = \frac{20}{\pi} \times 25 \times (0.447520 - 0.158655) = \mathbf{45.97}\ \text{kN/m}$$

3 Starre wand (ψ = 2): tweemaal

$$P_H = 2 \times 45.974 = \mathbf{91.95}\ \text{kN/m}$$

De resultante is **45.97 kN/m** voor een halfoneindig medium en **91.95 kN/m** voor een starre wand; de numerieke integratie van de module geeft dezelfde waarde.



Oplossing (2/2)

OPLOSSING

1 Eerste moment (gesloten vorm; ψ = 1, tussen [ ] min voor x_2, plus voor x_1)

$$M = \int_0^H z\,\sigma_H\,dz = \frac{q}{\pi}\left[\frac{H^2}{2}\tan^{-1}\frac{x}{H} - \frac{x}{2}\left(H - x\tan^{-1}\frac{H}{x}\right)\right]_{x_1}^{x_2}$$

2 Getallen (ψ = 1)

$$x_2: \quad 312.5(0.447520) - 6(25 - 12\cdot 1.12328) = 70.7259$$

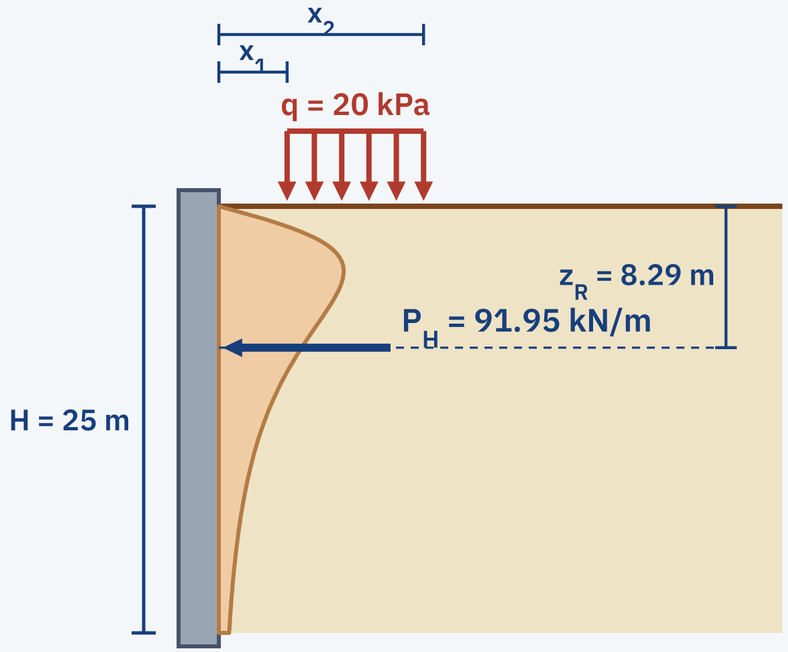
$$x_1: \quad 312.5(0.158655) - 2(25 - 4\cdot 1.41214) = 10.8769$$

$$M = \frac{20}{\pi}(70.7259 - 10.8769) = \mathbf{381.011}\ \text{kN}$$

3 Diepte en hoogte boven de basis

$$z_R = \frac{M}{P_H} = \frac{381.011}{45.974} = \mathbf{8.287}\ \text{m} \qquad H - z_R = \mathbf{16.71}\ \text{m}$$

De resultante ligt **8.29 m** onder het maaiveld en **16.71 m** boven de voet; de diepte is in beide gevallen dezelfde.



Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

VOORBEELD

Gegeven

Keermuur en belasting	$H = 25.00$ **m,** $q = 20.00$ **kPa, starre wand (** $\psi = 2$**)**
Strook	**breedte** $b = 8.00$ **m constant;** $x_1 = 0,\ 2,\ 4,\ 8,\ 12,\ 20$ **m**

GEVRAAGD

P_H, z_R, de grootste druk en de diepte daarvan; handmatige controle voor **x_1 = 0**.

Oplossing (1/2)

OPLOSSING

x_1 (m)	x_2 (m)	P_H (kN/m)	z_R (m)	$\sigma_{H,max}$ (kPa)	z (m)
0	8	98.58	4.80	20.00	0.00
2	10	95.71	6.72	11.53	2.33
4	**12**	**91.95**	**8.29**	**8.46**	**3.81**
8	16	82.64	10.63	5.57	6.40
12	20	72.33	12.21	4.16	8.85
20	28	53.22	14.06	2.76	13.60

Naarmate de strook zich van de wand verwijdert, **neemt de resultante af** (98.58 → 53.22 kN/m), **wordt de werklijn dieper** (4.80 → 14.06 m) en verschuift de piek van de druk naar beneden; de rij met x_1 = 4 m is Voorbeeld 1 en 3.

Oplossing (2/2)

OPLOSSING

1 Aan het oppervlak nemen de hoeken hun grenswaarde aan (z = 0)

$$\beta = 90^\circ, \quad \alpha = 45^\circ$$

$$\sigma_H = \psi \frac{q}{\pi}\left[\frac{\pi}{2} - \sin 90^\circ \cos 90^\circ\right] = \psi \frac{q}{2} = \frac{2 \times 20}{2} = \mathbf{20.00}\ \mathrm{kPa}$$

2 Resultante ($\theta_1 = 0$, $\theta_2 = \tan^{-1}(8/25)$)

$$P_H = \frac{2 \times 20}{\pi} \times 25 \times (0.309703 - 0) = \mathbf{98.58}\ \mathrm{kN/m}$$

Een strook die bij het wandvlak begint, **belast rechtstreeks** het bovenste deel van de muur: de druk aan het maaiveld is ψq/2 = **20.00 kPa** (10.00 kPa in een half-oneindig medium), de resultante is **98.58 kN/m** en z_R = 4.80 m.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

VOORBEELD

Gegeven

Keermuur en belasting $q = 20.00$ **kPa, starre wand** ($\psi = 2$)

Breedte	$x_1 = 4.00$ **m constant,** $b = 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 36$ **m** ($H = 25$ **m**)
Hoogte	$x_1 = 4$, $x_2 = 12$ **m;** $H = 5,\ 10,\ 25,\ 50,\ 100,\ 250$ **m**

GEVRAAGD

P_H en z_R; vergelijking met de limiet voor een diepe wand **ψ q b / π**.

Oplossing

OPLOSSING

b (m)	x_2 (m)	P_H (kN/m)	z_R (m)	$\sigma_{H,max}$ (kPa)
2	6	**24.47**	6.12	3.32
4	8	**48.08**	6.95	5.57
8	12	**91.95**	8.29	8.46
16	20	**164.28**	10.01	11.53
36	40	**271.69**	11.82	14.63

Een **bredere strook** draagt meer belasting: P_H neemt toe, z_R en de top worden dieper.

H (m)	P_H (kN/m)	P_H / (ψqb/π)	z_R (m)	vanaf de basis (m)
5	**31.91**	0.3133	3.00	2.00
10	**63.10**	0.6194	5.10	4.90
25	**91.95**	0.9027	8.29	16.71
50	**99.13**	0.9732	10.13	39.87
100	**101.16**	0.9931	11.27	88.73
250	**101.75**	0.9989	12.03	237.97

Bij een diepe wand nadert P_H de waarde ψqb/π = 101.86 kN/m.

Het drukprofiel is niet afhankelijk van de wandhoogte ($\sigma_{H,max}$ = 8.46 kPa, z = 3.81 m voor elke H): de hoogte verandert alleen de bovengrens van de integraal.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Samenvatting

Belangrijkste punten

$\beta = \tan^{-1}(x_2/z) - \tan^{-1}(x_1/z)$, $\alpha = \tan^{-1}(x_1/z) + \beta/2$; $\sigma_H = \psi\,(q/\pi)[\beta - \sin\beta\cos 2\alpha]$; $\psi = 2$ starre wand, $\psi = 1$ half-oneindig medium

Voorbeeld ($H = 25$ m, $x_1 = 4$, $x_2 = 12$, $q = 20$): bij $z = 5$ m is $\beta = 28.720°$, $\alpha = 53.020°$, $\sigma_H = 4.0364$ kPa ($\psi = 1$) en 8.0728 kPa ($\psi = 2$)

Maximale druk 8.46 kPa ($\psi = 2$) op diepte $z = 3.81$ m; nul aan het oppervlak, 0.6971 kPa aan de basis

Resultante $P_H = \psi\,(q/\pi)\,H\,(\theta_2 - \theta_1)$ = **91.95 kN/m** ($\psi = 2$), **$z_R = 8.29$ m** onder het maaiveld (16.71 m vanaf de voet)

Effecten: naarmate de strook verder weg ligt, neemt P_H af en wordt z_R dieper; als $x_1 = 0$ geldt $\psi q/2$ aan het oppervlak; bij een zeer diepe wand geldt $P_H \to \psi q b/\pi$

Literatuur

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning; deze pagina volgt deze methode.

California Department of Transportation. Trenching and Shoring Manual — de stijve wand-vorm (verdubbeld) van de strookbelastingsspanning.

OPMERKING

Alle numerieke voorbeelden zijn gegenereerd met de eigen berekeningsmotor van de module; de module geeft dezelfde waarden. De openingswand van de module heeft H = 25 m, x_1 = 4 m, x_2 = 12 m en q = 20 kPa.

GeoTerva

Online geotechnische berekeningen

Van theorie naar praktijk

Voer uw eigen wand en de positie en breedte van uw strookbelasting in GeoTerva in; de module levert tegelijk de waarden van β, α en σ_H op elke diepte, het drukprofiel, de resultante en de werklijn, de stapsgewijze oplossing en het rapport.

Module openen → | **Theoriepagina →**

Openen op de smartphone
Proefmodules vereisen geen registratie.

Wilt u ze in uw colleges gebruiken: info@geoterva.com