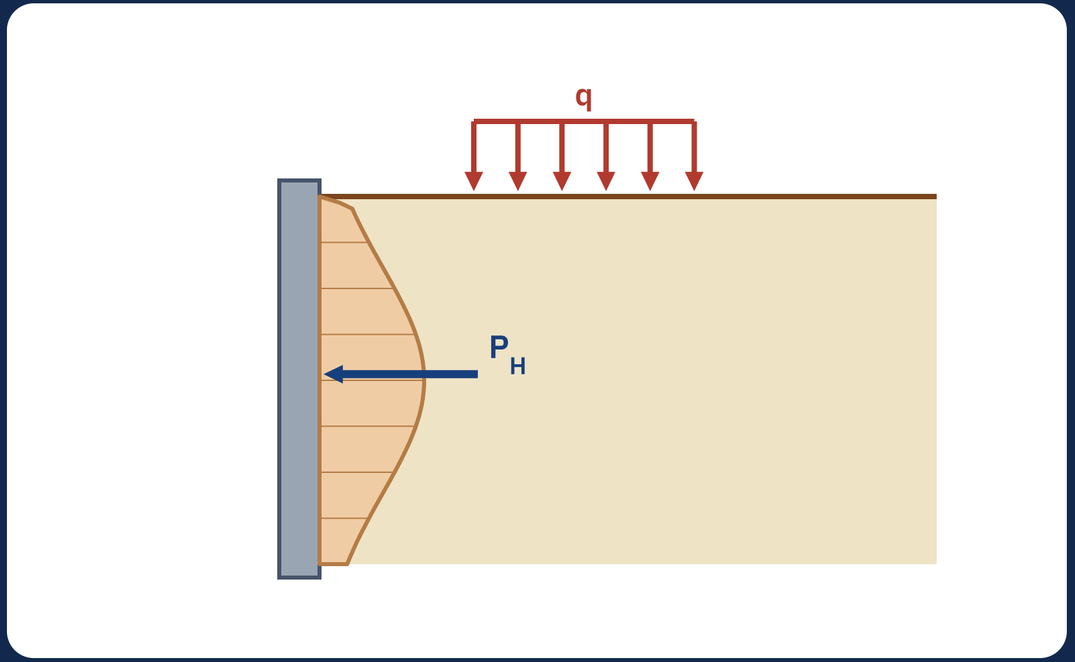
지반공학 강의 자료 · 상부하중

띠 상재하중

강의: 벽체와 평행한 긴 띠하중이 벽체에 일으키는 측방압력; 압력 분포, 합력과 작용선, 계산 예제.

- $\beta \cdot \alpha$
- $\sigma_H = \psi\,(q/\pi)[\beta - \sin\beta\cos 2\alpha]$
- 강성 벽체 $\psi = 2$
- P_H 및 z_R
- 압력 분포



개요

이 강의에서 다루는 내용

- 띠하중의 기하 조건: x_1, x_2, $b = x_2 - x_1$ 및 벽체 위의 한 점에서 띠의 두 변으로 그은 **반직선**
- 각 **β**와 **α**로부터 압력을 구하는 방법: $\sigma_H = \psi\,(q/\pi)[\beta - \sin\beta\cos 2\alpha]$
- **강성 벽체($\psi = 2$)** 형태와 **반무한 매질($\psi = 1$)** 형태, 그리고 각각이 언제 적합한지
- 압력 분포도의 면적으로부터 P_H, 1차 모멘트로부터 z_R; 최대 압력의 깊이
- 띠하중의 **위치, 폭** 및 **벽체 높이**가 결과에 미치는 영향

강의 흐름

각 주제는 **세 단계**로 다룬다:

1 · **이론**: 공식과 그 근거

2 · **문제**: 조건과 구하는 값

3 · **풀이**: 단계별 수치 계산

예제 벽체: H = 25 m, 띠하중은 x_1 = 4 m와 x_2 = 12 m 사이, q = 20 kPa. 힘은 벽체 단위 길이당 값이다(kN/m).

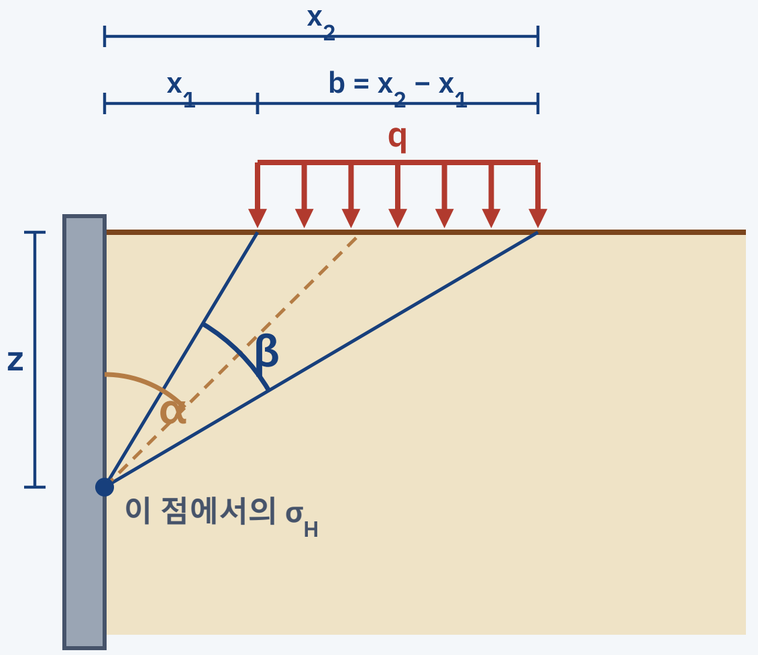
벽체에 작용하는 띠하중

이론

벽체로부터 x_1과 x_2 거리 사이에서, 지표면에 작용하는 균일 분포 **q** 띠하중은 벽체에 수평 압력을 추가한다

깊이 z에서의 압력은 벽체의 해당 점과 띠의 **가까운 쪽 및 먼 쪽 가장자리**를 잇는 두 시선의 기하로부터 구한다

띠하중은 길고 벽체와 평행하다: 모든 결과는 벽체 **단위 길이당 값**이다



H — 벽체 높이; **z** — 지표면으로부터의 깊이

x_1, x_2 — 벽체에서 띠하중의 가까운 쪽 및 먼 쪽 가장자리까지의 수평거리

$b = x_2 - x_1$ — 띠 폭; **q** — 띠 위의 등분포 하중

β, α 및 σ_H

이론

깊이 z에서 띠하중은 벽체의 점에서 **β** 각으로 보이며, 이 각의 **이등분선**은 수직선과 **α** 각을 이룬다

삼각함수는 각을 **라디안** 단위로 받으며, 도 단위는 가독성을 위한 것일 뿐이다. 비율에서는 **z** 자체를 사용한다

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{x_2}{z}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{x_1}{z}\right) \qquad \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{x_1}{z}\right) + \frac{\beta}{2}$$

$$\sigma_H = \psi \, \frac{q}{\pi} \left[\beta - \sin\beta \, \cos 2\alpha\right]$$

지표면에서(z = 0): 벽체에서 떨어진 띠하중은 압력을 일으키지 않는다; $x_1 = 0$이면 β = 90°, α = 45°이고 $\sigma_H = \psi q/2$

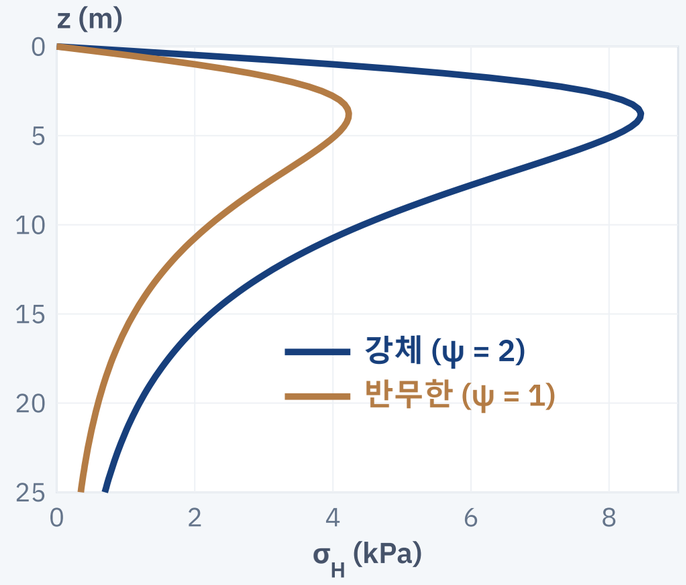
ψ = 2와 ψ = 1: 두 가지 표현 형태

이론

ψ = 1(반무한 매질): 벽체가 없는 것처럼 띠하중이 탄성 매질에 만드는 수평응력이며, 지반 응력을 해소할 만큼 변형하는 벽체에 적합하다

ψ = 2(강성 벽체): 변위하지 않는 벽체는 벽면에 접한 지반의 움직임을 구속하여 이 응력의 **2배**를 받는다. 집중하중의 경우와 마찬가지로 모듈의 기본값이다

z (m)	β (°)	α (°)	σ_H ψ = 1 (kPa)	σ_H ψ = 2 (kPa)
0.00	0.000	90.000	0.00	0.00
2.50	20.237	68.113	3.84	7.68
5.00	28.720	53.020	4.04	8.07
7.50	29.922	43.034	3.11	6.21
10.00	28.393	35.998	2.22	4.44
15.00	23.728	26.796	1.12	2.23
20.00	19.654	21.137	0.5994	1.1988
25.00	16.551	17.366	0.3486	0.6971



분포도의 면적과 1차 모멘트

이론

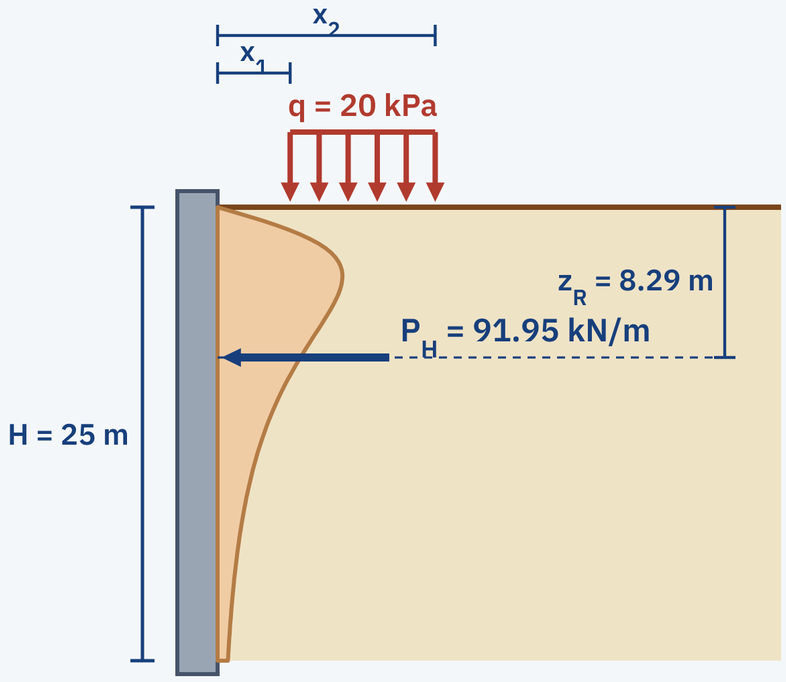
벽체 단위길이당 **합력**은 압력 분포도 아래의 **면적**이며,
지표면으로부터의 깊이는 분포도의 1차 모멘트가 평형을 이루는 점이다

모듈은 두 적분을 모두 완전한 정밀도로 수치 계산하며,
검토용으로 **면적의 폐쇄형 식**을 제시한다

매우 깊은 벽체에서 P_H는 $\psi \cdot q \cdot b/\pi$ 값에 수렴한다

$$P_H = \int_0^H \sigma_H \, dz = \psi \, \frac{q}{\pi} \, H \, (\theta_2 - \theta_1) \qquad \theta_i = \tan^{-1}\left(\frac{x_i}{H}\right)$$

$$z_R = \frac{\int_0^H z \, \sigma_H \, dz}{P_H}$$



문제

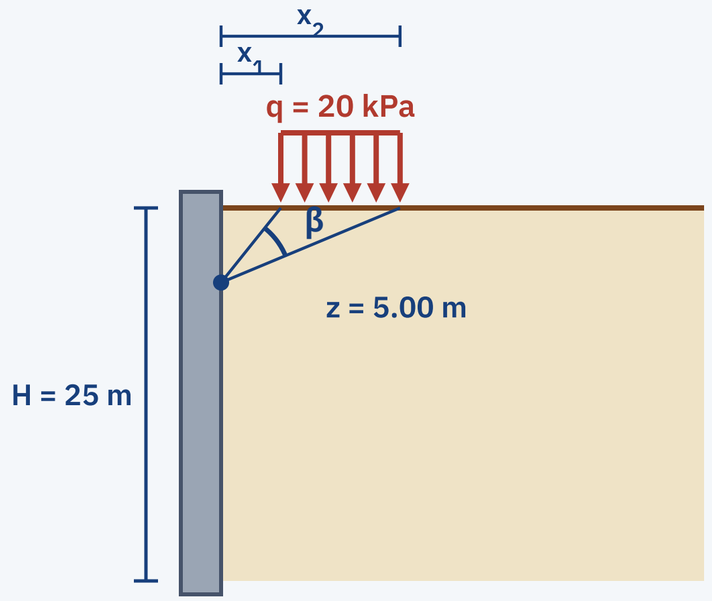
예제

구하는 값

β, **α** 및 σ_H: 먼저 반무한 매질($\psi = 1$), 이어서 강성 벽체($\psi = 2$).

조건

벽체	$H = 25.00$ **m**
띠	$x_1 = 4.00$ **m**, $x_2 = 12.00$ **m**, $q = 20.00$ **kPa**
깊이	$z = 5.00$ **m**



풀이 (1/2)

풀이

1 띠하중 폭

$$b = x_2 - x_1 = 12.00 - 4.00 = \mathbf{8.00}\ \text{m}$$

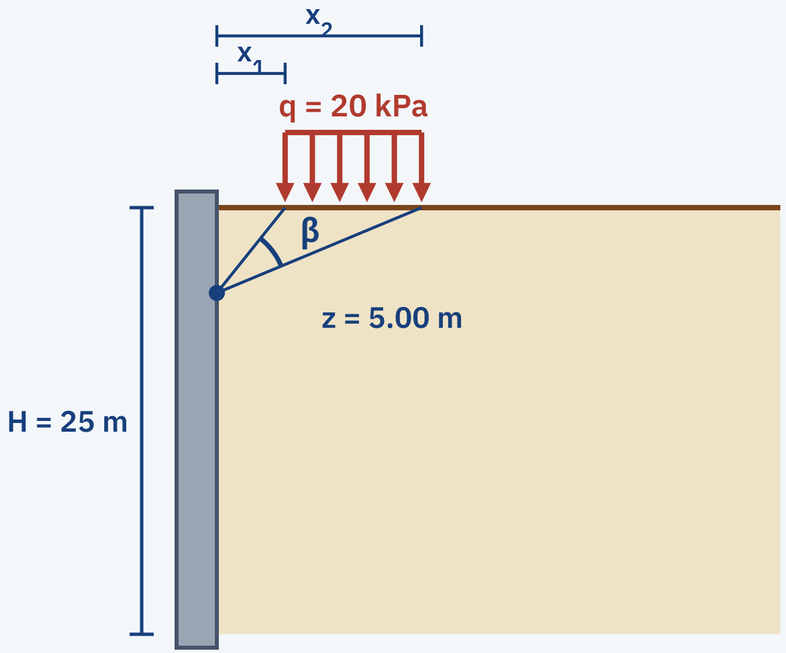
2 β: 두 반직선 사이의 각

$$\beta = \tan^{-1}\frac{12}{5} - \tan^{-1}\frac{4}{5} = 67.380^\circ - 38.660^\circ = \mathbf{28.720}^\circ$$

3 α: 이등분선이 수직선과 이루는 각

$$\alpha = \tan^{-1}\frac{4}{5} + \frac{\beta}{2} = 38.660^\circ + 14.3602^\circ = \mathbf{53.020}^\circ$$

라디안으로 β = **0.50126**, 2α = **1.85075**(다음 페이지의 σ_H 계산에 사용된다).



풀이 (2/2)

풀이

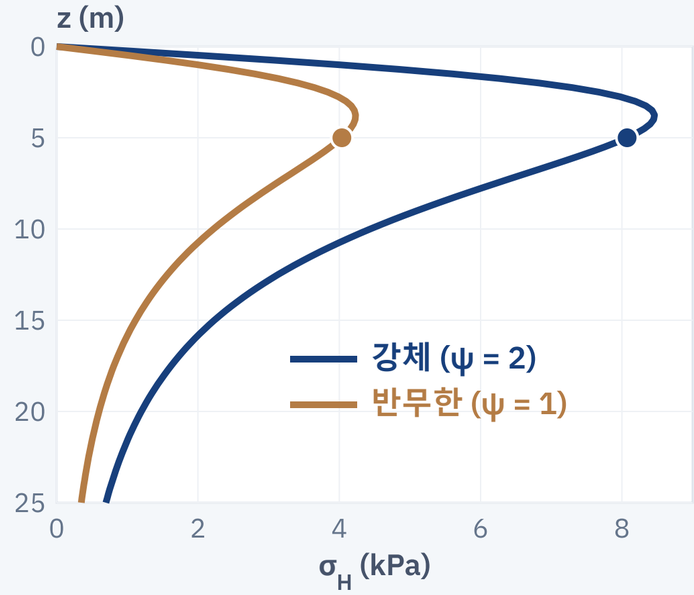
4 반무한 매질 (ψ = 1)

$$\sigma_H = \frac{20}{\pi}\left[0.50126 - \sin(0.50126)\cos(1.85075)\right] = \mathbf{4.0364}\ \text{kPa}$$

5 강성 벽체 (ψ = 2): 두 배

$$\sigma_H = 2 \times 4.0364 = \mathbf{8.0728}\ \text{kPa}$$

z = 5 m에서 반무한 매질에 대해서는 **4.0364 kPa**, 강성 벽체에 대해서는 **8.0728 kPa**이다. 같은 β와 α를 두 형태에 모두 사용하며, ψ는 단지 배율 계수이다.



GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

문제

예제

조건

벽체와 띠하중	$H = 25.00$ **m,** $x_1 = 4.00$ **m,** $x_2 = 12.00$ **m,** $q = 20.00$ **kPa**
깊이	$z = 0$ **–** 25 **m,** 2.5 **m 간격**

구하는 값

β, **α**, σ_H 분포(두 가지 형태); **최대 압력**과 그 깊이.

풀이 (1/2)

풀이

z (m)	β (°)	α (°)	σ_H ψ = 1 (kPa)	σ_H ψ = 2 (kPa)
0.00	0.000	90.000	0.0000	0.0000
2.50	20.237	68.113	3.8387	7.6773
5.00	**28.720**	**53.020**	**4.0364**	**8.0728**
7.50	29.922	43.034	3.1069	6.2137
10.00	28.393	35.998	2.2191	4.4382
12.50	26.086	30.788	1.5660	3.1319
15.00	23.728	26.796	1.1160	2.2319
17.50	21.564	23.657	0.8096	1.6193
20.00	19.654	21.137	0.5994	1.1988
22.50	17.992	19.077	0.4528	0.9056
25.00	16.551	17.366	0.3486	0.6971

z = 0에서는 압력이 없으며(띠하중이 벽체에서 멀다), 압력은 깊이에 따라 증가하여 **z ≈ 3.81 m**에서 최대가 된 뒤 감소한다. z = 5.00 m 행이 예제 1이다. 저면(z = 25 m)에서는 ψ = 2일 때 0.6971 kPa가 남는다.

풀이 (2/2)

풀이

1 최대점 깊이: $d\sigma_H/dz = 0$ 조건

$$\frac{x_1^3}{(x_1^2+z^2)^2} = \frac{x_2^3}{(x_2^2+z^2)^2} \;\Rightarrow\; z^2 = \frac{(x_1x_2)^{3/2}\left(\sqrt{x_2}-\sqrt{x_1}\right)}{x_2^{3/2}-x_1^{3/2}}$$

$$z^2 = 14.504 \;\Rightarrow\; z = \mathbf{3.8084}\ \text{m}$$

2 이 깊이에서의 각

$$\beta = \tan^{-1}\frac{12}{3.8084} - \tan^{-1}\frac{4}{3.8084} = \mathbf{25.99}^\circ \qquad \alpha = \tan^{-1}\frac{4}{3.8084} + \frac{\beta}{2} = \mathbf{59.40}^\circ$$

3 최대 압력

$$\sigma_{H,max} = \frac{20}{\pi}\left[0.45355 - \sin(0.45355)\cos(2.07341)\right] = \mathbf{4.23}\ (\psi = 1);\quad \mathbf{8.46}\ \text{kPa}\ (\psi = 2)$$

최대점 z = **3.81 m**에서: **8.46 kPa**(ψ = 2), **4.23 kPa**(ψ = 1); 깊이는 x_1, x_2에만 의존한다.

GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

문제

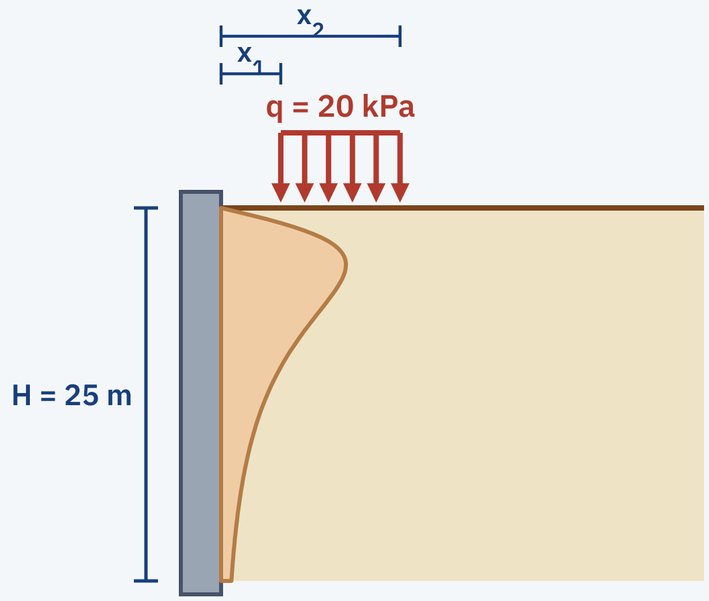
예제

구하는 값

P_H(면적의 닫힌 형태 식 이용), z_R 및 저면으로부터의 높이.

조건

벽체와 띠하중	$H = 25.00$ m, $x_1 = 4.00$ m, $x_2 = 12.00$ m, $q = 20.00$ kPa
형태	**반무한 매질 ($\psi = 1$)과 강성 벽체 ($\psi = 2$)**



풀이 (1/2)

풀이

1 각도 (깊이 H = 25 m)

$$\theta_1 = \tan^{-1}\frac{4}{25} = \mathbf{0.158655}\ \text{rad}$$

$$\theta_2 = \tan^{-1}\frac{12}{25} = \mathbf{0.447520}\ \text{rad}$$

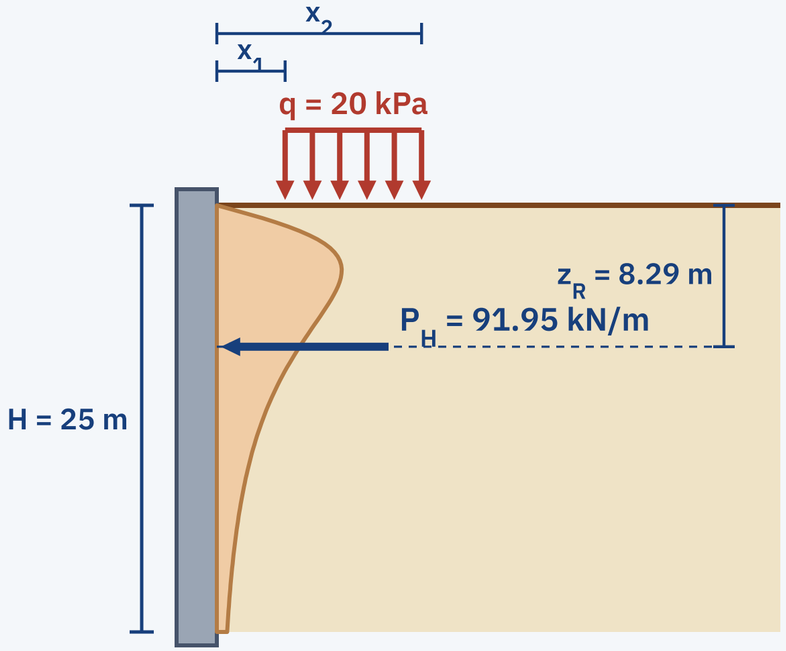
2 반무한 매질 (ψ = 1)

$$P_H = \frac{20}{\pi} \times 25 \times (0.447520 - 0.158655) = \mathbf{45.97}\ \text{kN/m}$$

3 강성 벽체 (ψ = 2): 두 배

$$P_H = 2 \times 45.974 = \mathbf{91.95}\ \text{kN/m}$$

합력은 반무한 매질에서 **45.97 kN/m**, 강성 벽체에서 **91.95 kN/m**이며, 모듈의 수치 적분도 같은 값을 준다.



풀이 (2/2)

풀이

1 1차 모멘트 (닫힌 형태의 식; ψ = 1, [ ] 안은 x_2의 값에서 x_1의 값을 뺌)

$$M = \int_0^H z\,\sigma_H\,dz = \frac{q}{\pi}\left[\frac{H^2}{2}\tan^{-1}\frac{x}{H} - \frac{x}{2}\left(H - x\tan^{-1}\frac{H}{x}\right)\right]_{x_1}^{x_2}$$

2 수치 (ψ = 1)

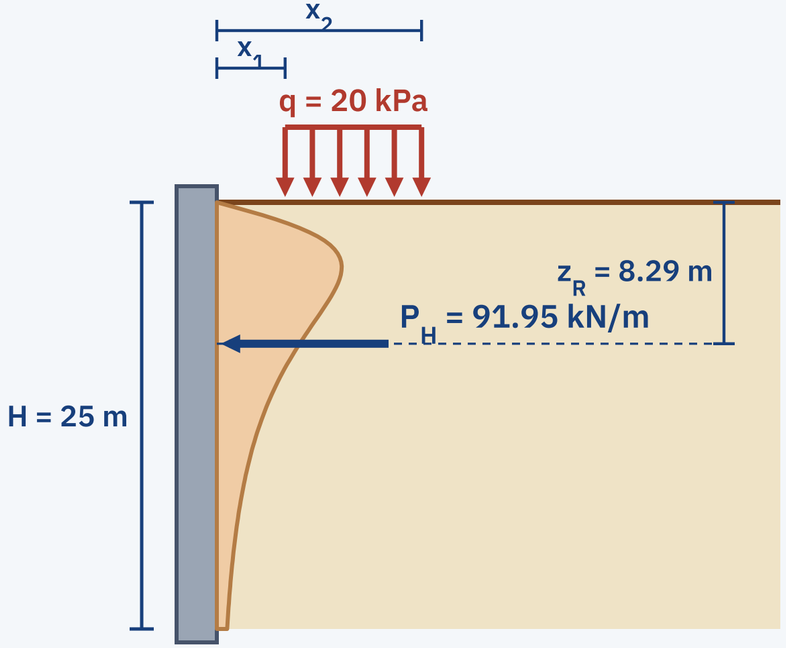
$$x_2: \quad 312.5(0.447520) - 6(25 - 12\cdot 1.12328) = 70.7259$$

$$x_1: \quad 312.5(0.158655) - 2(25 - 4\cdot 1.41214) = 10.8769$$

$$M = \frac{20}{\pi}(70.7259 - 10.8769) = \mathbf{381.011}\ \text{kN}$$

3 깊이와 저면으로부터의 높이

$$z_R = \frac{M}{P_H} = \frac{381.011}{45.974} = \mathbf{8.287}\ \text{m} \qquad H - z_R = \mathbf{16.71}\ \text{m}$$



합력은 지표면 **8.29 m** 아래, 저면 **16.71 m** 위에 있으며, 깊이는 두 형태 모두 같다.

GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

문제

예제

조건

벽체와 하중	$H = 25.00$ m, $q = 20.00$ kPa, 강성 벽체 ($\psi = 2$)
띠	폭 $b = 8.00$ m 일정; $x_1 = 0,\ 2,\ 4,\ 8,\ 12,\ 20$ m

구하는 값

P_H, z_R, 최대 압력과 그 깊이; $x_1 = 0$에 대한 수계산 검토.

풀이 (1/2)

풀이

x_1 (m)	x_2 (m)	P_H (kN/m)	z_R (m)	$\sigma_{H,max}$ (kPa)	z (m)
0	8	98.58	4.80	20.00	0.00
2	10	95.71	6.72	11.53	2.33
4	**12**	**91.95**	**8.29**	**8.46**	**3.81**
8	16	82.64	10.63	5.57	6.40
12	20	72.33	12.21	4.16	8.85
20	28	53.22	14.06	2.76	13.60

띠하중이 벽체에서 멀어질수록 **합력은 감소하고**(98.58 → 53.22 kN/m) **작용선은 깊어지며** (4.80 → 14.06 m) 압력의 정점은 아래로 내려간다. x_1 = 4 m인 행이 예제 1과 3에 해당한다.

풀이 (2/2)

풀이

1 지표면에서 각도는 극한값을 취함 (z = 0)

$$\beta = 90^\circ, \quad \alpha = 45^\circ$$

$$\sigma_H = \psi \frac{q}{\pi}\left[\frac{\pi}{2} - \sin 90^\circ \cos 90^\circ\right] = \psi \frac{q}{2} = \frac{2 \times 20}{2} = \mathbf{20.00}\ \text{kPa}$$

2 합력 ($\theta_1 = 0$, $\theta_2 = \tan^{-1}(8/25)$)

$$P_H = \frac{2 \times 20}{\pi} \times 25 \times (0.309703 - 0) = \mathbf{98.58}\ \text{kN/m}$$

벽면에서 시작하는 띠하중은 벽체 상부에 **직접 하중을 가한다**: 지표면에서의 압력은 $\psi q/2$ = **20.00 kPa**이며(반무한 매질에서는 10.00 kPa), 합력은 **98.58 kN/m**, z_R = 4.80 m이다.

GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

문제

예제

조건

벽체와 하중	$q = 20.00$ kPa, 강성 벽체 ($\psi = 2$)
폭	$x_1 = 4.00$ m 일정, $b = 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 36$ m ($H = 25$ m)
높이	$x_1 = 4$, $x_2 = 12$ m; $H = 5,\ 10,\ 25,\ 50,\ 100,\ 250$ m

구하는 값

P_H와 z_R; 깊은 벽체 한계값 $\psi\, q\, b / \pi$와의 비교.

풀이

풀이

b (m)	x_2 (m)	P_H (kN/m)	z_R (m)	$\sigma_{H,max}$ (kPa)
2	6	**24.47**	6.12	3.32
4	8	**48.08**	6.95	5.57
8	12	**91.95**	8.29	8.46
16	20	**164.28**	10.01	11.53
36	40	**271.69**	11.82	14.63

폭이 넓은 띠하중은 더 큰 하중을 전달한다: P_H가 증가하고 z_R과 정점이 깊어진다.

H (m)	P_H (kN/m)	$P_H / (\psi qb/\pi)$	z_R (m)	저면에서 (m)
5	**31.91**	0.3133	3.00	2.00
10	**63.10**	0.6194	5.10	4.90
25	**91.95**	0.9027	8.29	16.71
50	**99.13**	0.9732	10.13	39.87
100	**101.16**	0.9931	11.27	88.73
250	**101.75**	0.9989	12.03	237.97

깊은 벽체에서 P_H는 $\psi qb/\pi$ = 101.86 kN/m 값에 접근한다.

압력 분포는 벽체 높이에 의존하지 않는다($\sigma_{H,max}$ = 8.46 kPa, z = 3.81 m, 모든 H에서 동일): 높이는 적분의 상한만 바꾼다.

GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

요약

핵심 정리

$\beta = \tan^{-1}(x_2/z) - \tan^{-1}(x_1/z)$, $\alpha = \tan^{-1}(x_1/z) + \beta/2$; $\sigma_H = \psi\,(q/\pi)[\beta - \sin\beta\cos 2\alpha]$; $\psi = 2$ 강성 벽체, $\psi = 1$ 반무한 매질

예제 ($H = 25$ m, $x_1 = 4$, $x_2 = 12$, $q = 20$): $z = 5$ m에서 $\beta = 28.720°$, $\alpha = 53.020°$, $\sigma_H = 4.0364$ kPa ($\psi = 1$) 및 8.0728 kPa ($\psi = 2$)

최대 압력 8.46 kPa($\psi = 2$), 깊이 $z = 3.81$ m; 지표면에서 0, 저면에서 0.6971 kPa

합력 $P_H = \psi\,(q/\pi)\,H\,(\theta_2 - \theta_1)$ = **91.95 kN/m** ($\psi = 2$), 지표면 아래 **$z_R = 8.29$ m** (저면에서 16.71 m)

영향: 띠하중이 멀어질수록 P_H는 감소하고 z_R은 깊어진다; $x_1 = 0$이면 표면에서 $\psi q/2$이다; 매우 깊은 벽체에서는 $P_H \to \psi q b/\pi$

참고문헌

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning; 본 페이지는 이 문헌을 준용합니다.

California Department of Transportation. Trenching and Shoring Manual — 띠하중 측압에 대한 강성 벽체(2배) 해법.

참고

수치 예제는 모두 모듈 자체의 계산 엔진으로 산출하였으며, 모듈은 동일한 값을 제공한다. 모듈의 초기 벽체는 H = 25 m, x_1 = 4 m, x_2 = 12 m, q = 20 kPa이다.

온라인 지반공학 계산

이론에서 실무로

벽체, 띠하중의 위치와 폭을 GeoTerva에 직접 입력한다. 모듈은 각 깊이에서의 β, α, σ_H 값, 압력 프로파일, 합력과 작용선, 단계별 풀이와 보고서를 함께 제공한다.

모듈 열기 →

이론 페이지 →

스마트폰으로 열기

체험 모듈은 가입 없이 이용할 수 있습니다.