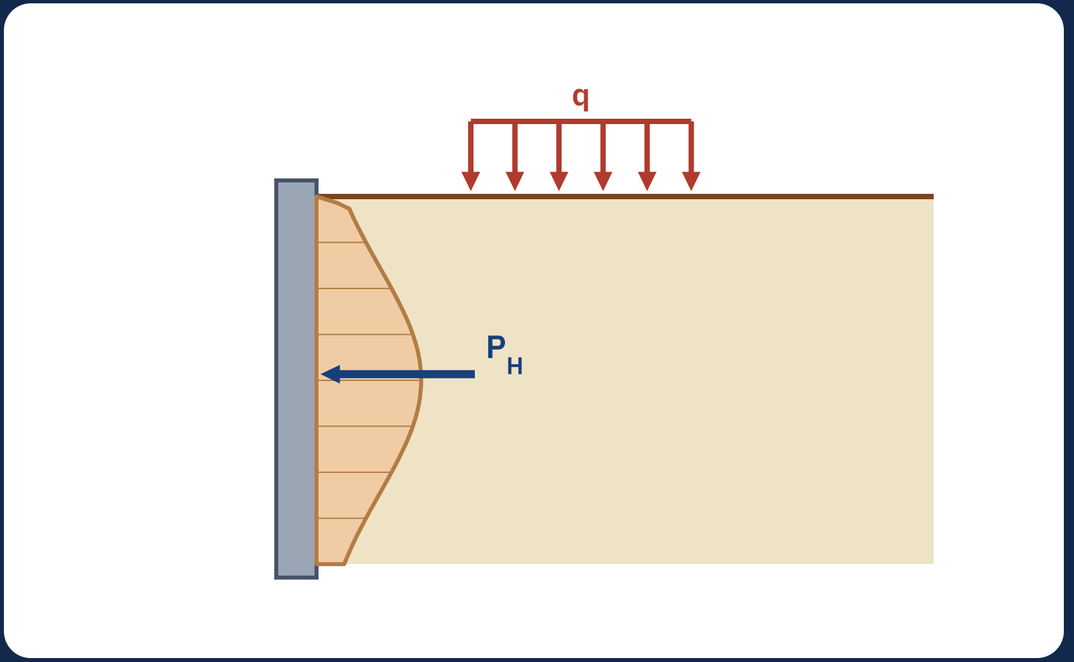
地盤工学の講義スライド ・ 上載荷重

帯状上載荷重

講義：壁面に平行な長い帯状荷重が壁面に生じさせる土圧。土圧分布、合力と作用線、計算例。

- β ・ α
- $\sigma_H = \psi\ (q/\pi)[\beta - \sin\beta\cos 2\alpha]$
- 剛体壁 $\psi = 2$
- P_H と z_R
- 土圧分布



はじめに

この講義で学ぶこと

- 帯状荷重の幾何形状：x_1、x_2、$b = x_2 - x_1$、および壁上の1点から帯状荷重の両縁へ引いた**射線**
- β と α の角度から圧力を求める：$\sigma_H = \psi\,(q/\pi)[\beta - \sin\beta\cos 2\alpha]$
- **剛体壁**（$\psi = 2$）と**半無限媒体**（$\psi = 1$）の形式、およびそれぞれがいつ適切か
- 圧力図の面積からP_Hを、一次モーメントからz_Rを求める；最大圧力の深さ
- 帯状荷重の**位置と幅**および**壁高**が結果にどのように影響するか

講義の流れ

各項目は**3つの手順**で扱う：

1. **理論**：式とその根拠
2. **問題**：与条件と求めるもの
3. **解答**：数値を用いて手順ごとに

例題の擁壁：H = 25 m、帯状荷重はx_1 = 4 mとx_2 = 12 mの間、q = 20 kPa。力は壁の単位長さ当たりである（kN/m）。

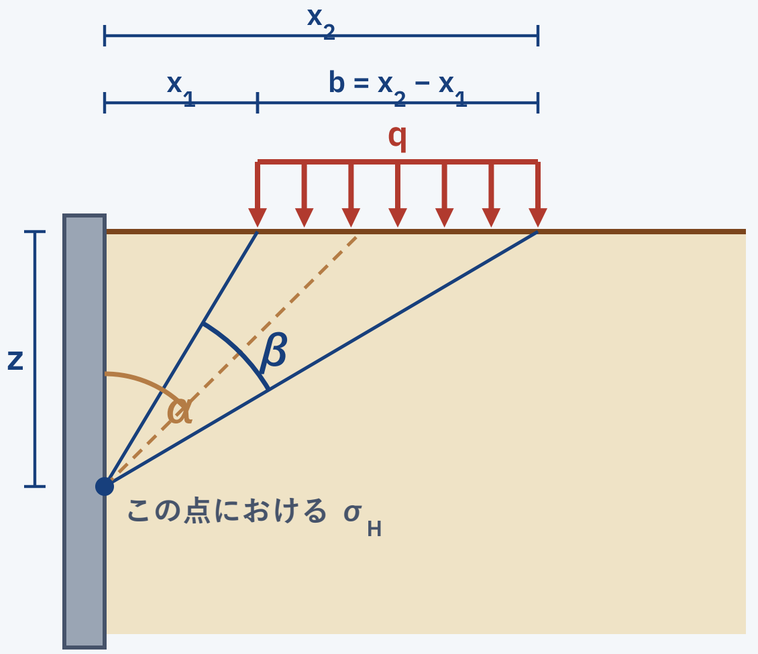
壁面に作用する帯状荷重

理論

壁からの距離x_1とx_2の間で地表面に作用する等分布帯状荷重**q**は、壁に水平な圧力を付加する

深さzにおける圧力は、壁上のその点を帯状荷重の**近接縁と遠方縁**に結ぶ2本の光線の幾何から得られる

帯状荷重は長く壁に平行である：すべての結果は**壁の単位長さ当たり**である



H ― 壁高；**z** ― 地表面からの深さ

x_1、x_2 ― 壁面から帯状載荷の近接側縁および遠方側縁までの水平距離

$b = x_2 - x_1$ ― 帯状載荷の幅；**q** ― 帯状載荷上の等分布荷重

β、αおよびσH

理論

深さzにおいて、帯は壁上の点で**β**の角度をなす。この角度の**二等分線**は鉛直と**α**の角度をなす

三角関数は角度を**ラジアン**で受け取る；度は可読性のためだけである。比には**z**自体を用いる

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{x_2}{z}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{x_1}{z}\right) \qquad \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{x_1}{z}\right) + \frac{\beta}{2}$$

$$\sigma_H = \psi \, \frac{q}{\pi} \left[\beta - \sin\beta \, \cos 2\alpha\right]$$

地表面において（z = 0）：壁から離れた帯状載荷は土圧を与えない；$x_1 = 0$ ならば $\beta = 90°$、$\alpha = 45°$、$\sigma_H = \psi q/2$ である

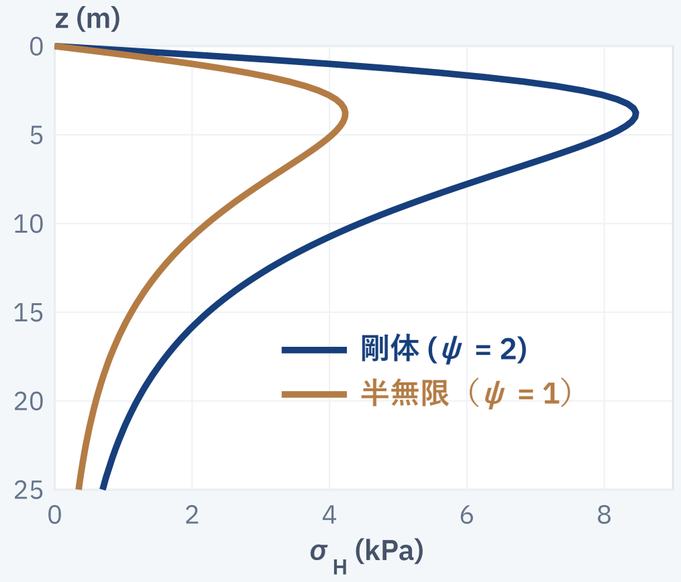
$\psi = 2$ および $\psi = 1$：2つの表現形式

理論

$\psi = 1$（半無限媒体）：壁が存在しないものとして、帯状荷重が弾性地盤中に生じさせる水平応力；地盤の応力を解放するのに十分な変形をする壁に適する

$\psi = 2$（剛体壁）：変位しない壁は壁面の地盤の動きを拘束し、この応力の**2倍**を受ける；集中荷重の場合と同様、モジュールの既定値である

z (m)	β (°)	α (°)	σ_H $\psi = 1$ (kPa)	σ_H $\psi = 2$ (kPa)
0.00	0.000	90.000	0.00	0.00
2.50	20.237	68.113	3.84	7.68
5.00	28.720	53.020	4.04	8.07
7.50	29.922	43.034	3.11	6.21
10.00	28.393	35.998	2.22	4.44
15.00	23.728	26.796	1.12	2.23
20.00	19.654	21.137	0.5994	1.1988
25.00	16.551	17.366	0.3486	0.6971



図の面積と一次モーメント

理論

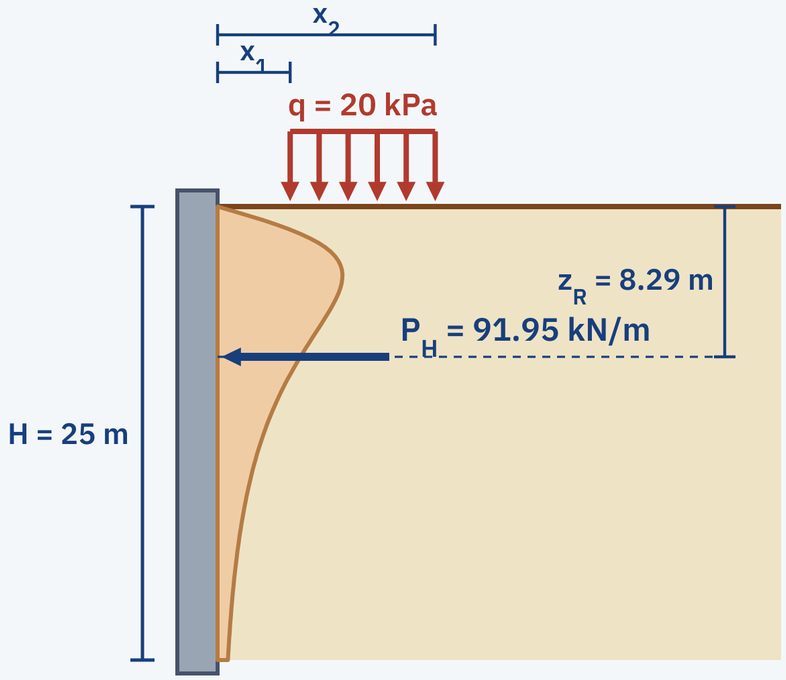
壁の単位長さ当たりの**合力**は圧力図の下の**面積**であり、**地表面からの深さ**は圧力図の一次モーメントが釣り合う点である。

モジュールは両方の積分を完全な精度で数値計算する。**面積の閉形式解**は照査用として与える

非常に深い壁ではP_Hは$\psi \cdot q \cdot b / \pi$の値に近づく

$$P_H = \int_0^H \sigma_H \, dz = \psi \, \frac{q}{\pi} \, H \, (\theta_2 - \theta_1) \qquad \theta_i = \tan^{-1}\left(\frac{x_i}{H}\right)$$

$$z_R = \frac{\int_0^H z \, \sigma_H \, dz}{P_H}$$



問題

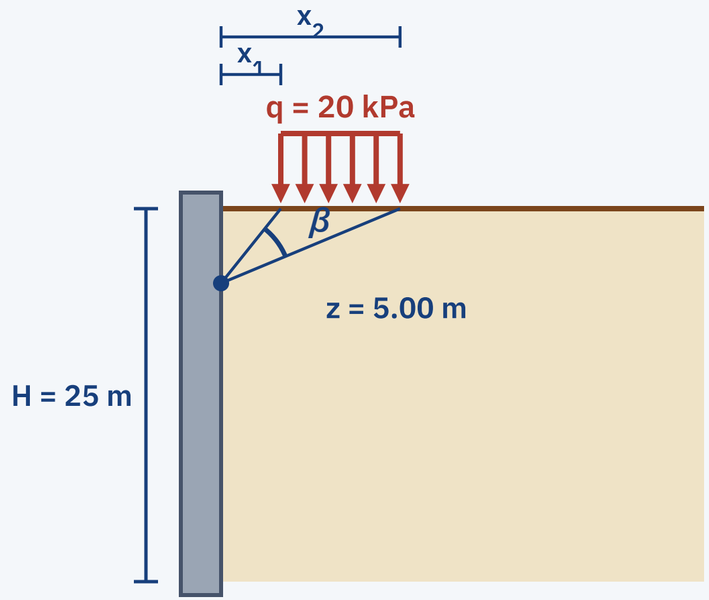
例題

与条件

壁	$H = 25.00$ m
帯状	$x_1 = 4.00$ m, $x_2 = 12.00$ m, $q = 20.00$ kPa
深さ	$z = 5.00$ m

求めるもの

β、α および σ_H：まず半無限体（$\psi = 1$）、次に剛体壁（$\psi = 2$）。



解答 (1/2)

解答

1 帯状荷重の幅

$$b = x_2 - x_1 = 12.00 - 4.00 = \mathbf{8.00}\ \text{m}$$

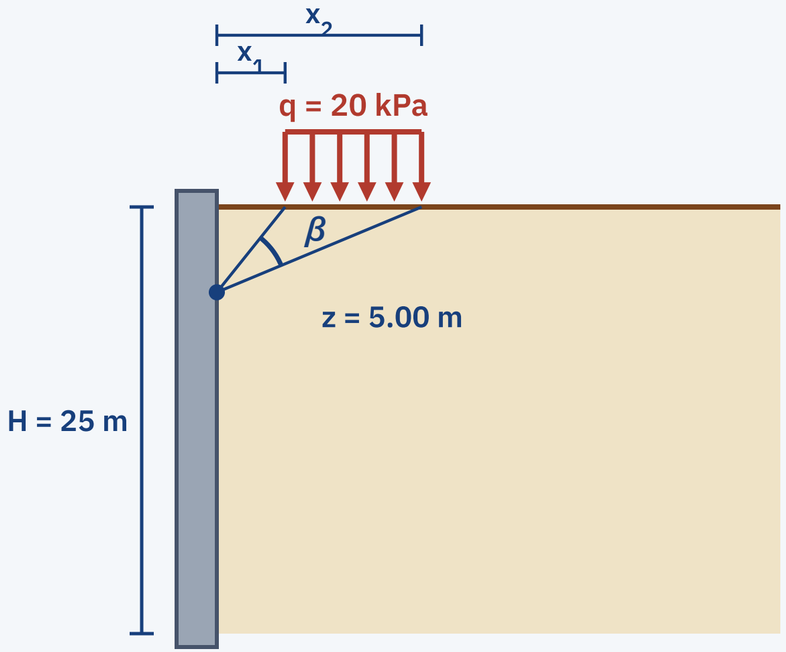
2 β：2本の半直線の間の角度

$$\beta = \tan^{-1}\frac{12}{5} - \tan^{-1}\frac{4}{5} = 67.380^\circ - 38.660^\circ = \mathbf{28.720}^\circ$$

3 α：二等分線と鉛直のなす角

$$\alpha = \tan^{-1}\frac{4}{5} + \frac{\beta}{2} = 38.660^\circ + 14.3602^\circ = \mathbf{53.020}^\circ$$

ラジアンでβ = **0.50126**、2α = **1.85075**（次ページでσ_Hに用いる）。



解答 (2/2)

解答

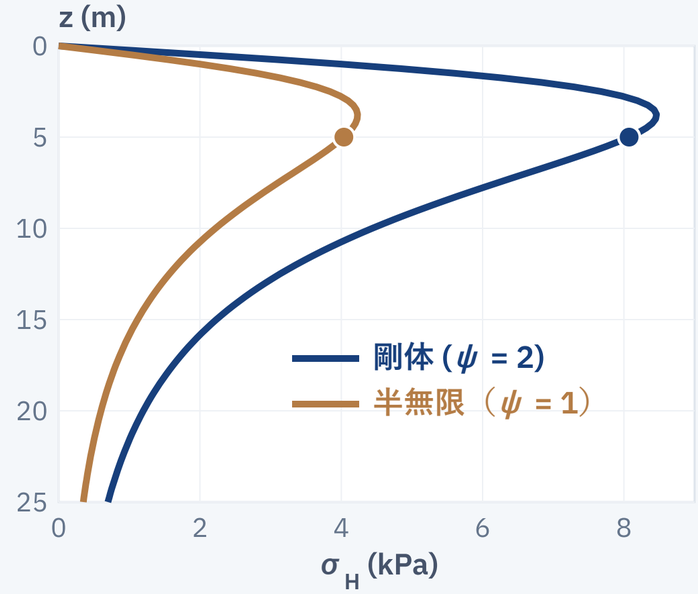
4 半無限地盤（$\psi = 1$）

$$\sigma_H = \frac{20}{\pi}\left[0.50126 - \sin(0.50126)\cos(1.85075)\right] = \mathbf{4.0364}\ \text{kPa}$$

5 剛な壁（$\psi = 2$）：2倍

$$\sigma_H = 2 \times 4.0364 = \mathbf{8.0728}\ \text{kPa}$$

z = 5 mで半無限体の場合**4.0364 kPa**、剛体壁の場合**8.0728 kPa**。同じβとαが両方の形で用いられ、ψは単なる尺度である。



GeoTervaで解答を確認する ↗

問題

例題

与条件

壁と帯状	$H = 25.00$ m, $x_1 = 4.00$ m, $x_2 = 12.00$ m, $q = 20.00$ kPa
深さ	$z = 0$ – 25 m、2.5 mごと

求めるもの

β、α、σ_Hの分布（2つの形）；**最大圧力**とその深さ。

解答 (1/2)

解答

z (m)	β (°)	α (°)	σ_H ψ = 1 (kPa)	σ_H ψ = 2 (kPa)
0.00	0.000	90.000	0.0000	0.0000
2.50	20.237	68.113	3.8387	7.6773
5.00	**28.720**	**53.020**	**4.0364**	**8.0728**
7.50	29.922	43.034	3.1069	6.2137
10.00	28.393	35.998	2.2191	4.4382
12.50	26.086	30.788	1.5660	3.1319
15.00	23.728	26.796	1.1160	2.2319
17.50	21.564	23.657	0.8096	1.6193
20.00	19.654	21.137	0.5994	1.1988
22.50	17.992	19.077	0.4528	0.9056
25.00	16.551	17.366	0.3486	0.6971

z = 0では圧力はない（帯状荷重は壁から離れている）。圧力は深さとともに増大し、**z ≈ 3.81 m**でピークとなった後、減少する。z = 5.00 mの行は例題1である。底面（z = 25 m）ではψ = 2に対して0.6971 kPaが残る。

解答 (2/2)

解答

1 頂部深さ：d σ_H/dz = 0 の条件

$$\frac{x_1^3}{(x_1^2+z^2)^2} = \frac{x_2^3}{(x_2^2+z^2)^2} \;\Rightarrow\; z^2 = \frac{(x_1x_2)^{3/2}\left(\sqrt{x_2}-\sqrt{x_1}\right)}{x_2^{3/2}-x_1^{3/2}}$$

$$z^2 = 14.504 \;\Rightarrow\; z = \mathbf{3.8084}\ \text{m}$$

2 この深さにおける角度

$$\beta = \tan^{-1}\frac{12}{3.8084} - \tan^{-1}\frac{4}{3.8084} = \mathbf{25.99}^\circ \qquad \alpha = \tan^{-1}\frac{4}{3.8084} + \frac{\beta}{2} = \mathbf{59.40}^\circ$$

3 最大圧力

$$\sigma_{H,max} = \frac{20}{\pi}\left[0.45355 - \sin(0.45355)\cos(2.07341)\right] = \mathbf{4.23}\ (\psi = 1);\ \ \mathbf{8.46}\ \text{kPa}\ (\psi = 2)$$

ピークはz = **3.81 m**で：**8.46 kPa**（ψ = 2）、**4.23 kPa**（ψ = 1）；深さはx_1、x_2のみに依存する。

GeoTervaで解答を確認する ↗

問題

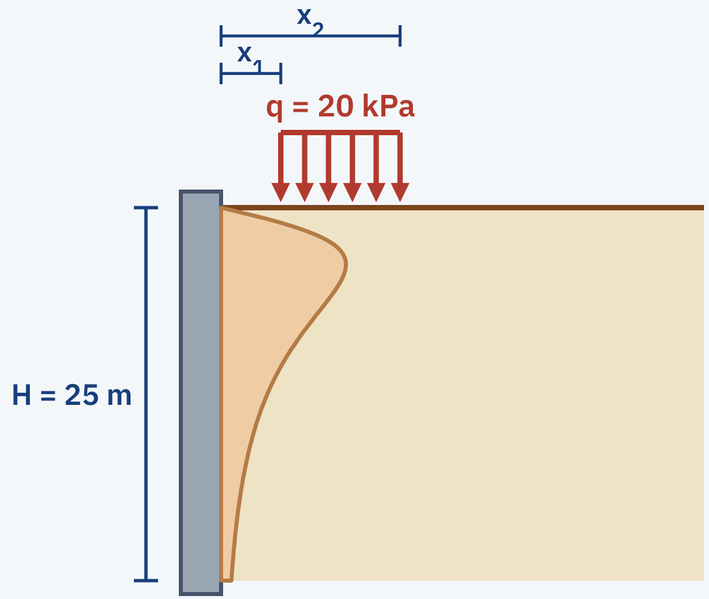
例題

与条件

壁と帯状	$H = 25.00$ m, $x_1 = 4.00$ m, $x_2 = 12.00$ m, $q = 20.00$ kPa
形状	**半無限媒体（$\psi = 1$）と剛体壁（$\psi = 2$）**

求めるもの

P_H（面積の閉形式表現による）、z_Rおよび底面からの高さ。



解答 (1/2)

解答

1 角度（深さH = 25 mにおける）

$$\theta_1 = \tan^{-1}\frac{4}{25} = \mathbf{0.158655}\ \text{rad}$$

$$\theta_2 = \tan^{-1}\frac{12}{25} = \mathbf{0.447520}\ \text{rad}$$

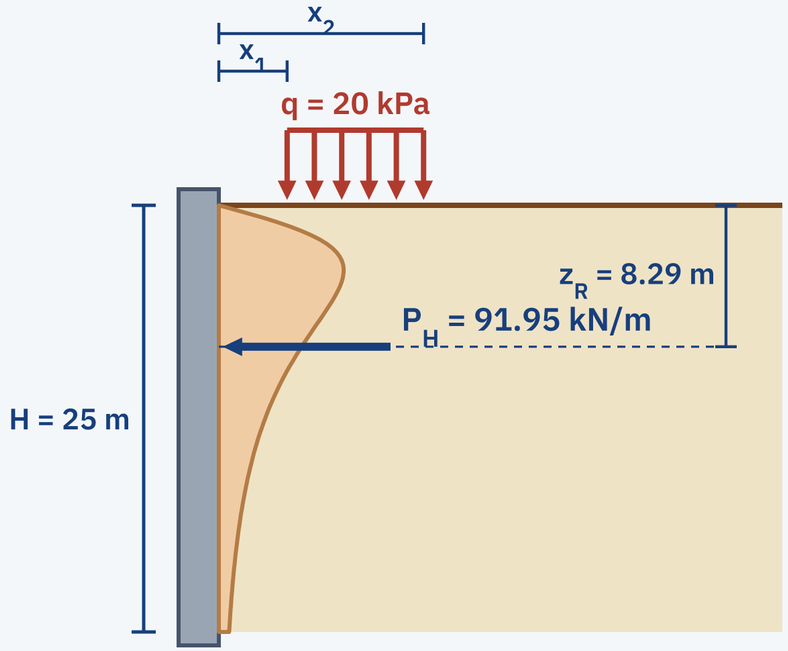
2 半無限地盤（ψ = 1）

$$P_H = \frac{20}{\pi} \times 25 \times (0.447520 - 0.158655) = \mathbf{45.97}\ \text{kN/m}$$

3 剛な壁（ψ = 2）：2倍

$$P_H = 2 \times 45.974 = \mathbf{91.95}\ \text{kN/m}$$

合力は半無限媒体で**45.97 kN/m**、剛体壁で**91.95 kN/m**である；モジュールの数値積分も同じ値を与える。



解答 (2/2)

解答

1 一次モーメント（閉形式；$\psi = 1$、[ ]内はx_2でマイナス、x_1でプラス）

$$M = \int_0^H z\,\sigma_H\,dz = \frac{q}{\pi}\left[\frac{H^2}{2}\tan^{-1}\frac{x}{H} - \frac{x}{2}\left(H - x\tan^{-1}\frac{H}{x}\right)\right]_{x_1}^{x_2}$$

2 数値（$\psi = 1$）

$$x_2:\quad 312.5(0.447520) - 6(25 - 12\cdot 1.12328) = 70.7259$$

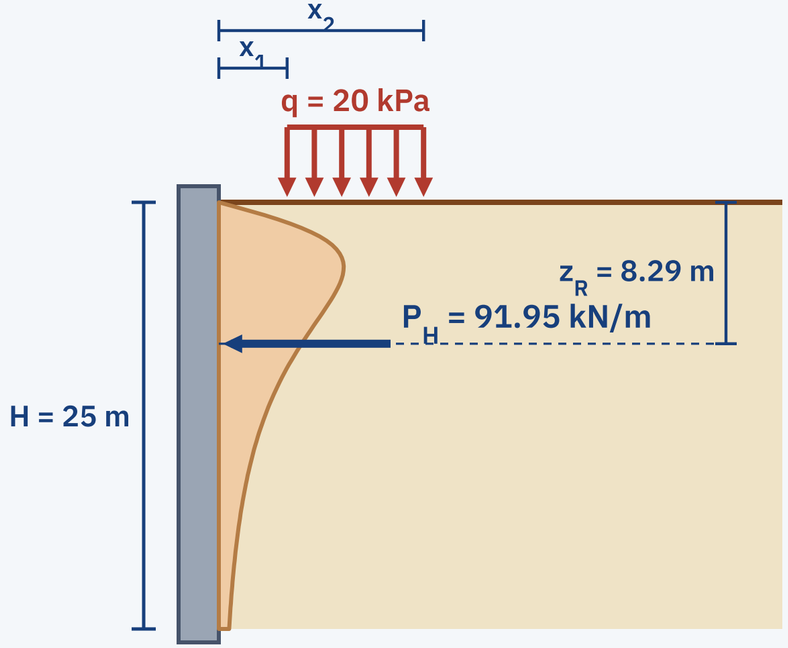
$$x_1:\quad 312.5(0.158655) - 2(25 - 4\cdot 1.41214) = 10.8769$$

$$M = \frac{20}{\pi}(70.7259 - 10.8769) = \mathbf{381.011}\ \text{kN}$$

3 深さと底面からの高さ

$$z_R = \frac{M}{P_H} = \frac{381.011}{45.974} = \mathbf{8.287}\ \text{m} \qquad H - z_R = \mathbf{16.71}\ \text{m}$$

合力は地表面の**8.29 m**下、底面の**16.71 m**上にある；深さはどちらで表しても同じである。



GeoTervaで解答を確認する ↗

問題

例題

与条件

壁と荷重	$H = 25.00$ m、$q = 20.00$ kPa、剛体壁（$\psi = 2$）
帯状	幅$b = 8.00$ mは一定；$x_1 = 0,\ 2,\ 4,\ 8,\ 12,\ 20$ m

求めるもの

P_H、z_R、最大圧力とその深さ；$x_1 = 0$の場合の手計算による照査。

解答 (1/2)

解答

x_1 (m)	x_2 (m)	P_H (kN/m)	z_R (m)	$\sigma_{H,max}$ (kPa)	z (m)
0	8	98.58	4.80	20.00	0.00
2	10	95.71	6.72	11.53	2.33
4	**12**	**91.95**	**8.29**	**8.46**	**3.81**
8	16	82.64	10.63	5.57	6.40
12	20	72.33	12.21	4.16	8.85
20	28	53.22	14.06	2.76	13.60

帯状荷重が壁から遠ざかるほど**合力は減少し**（98.58 → 53.22 kN/m）、**作用線は深くなり**（4.80 → 14.06 m）、圧力のピークは下方へ移る。x_1 = 4 mの行は例題1および3である。

解答 (2/2)

解答

1 表面では角度が限界値をとる（z = 0）。

$$\beta = 90^\circ, \quad \alpha = 45^\circ$$

$$\sigma_H = \psi \frac{q}{\pi}\left[\frac{\pi}{2} - \sin 90^\circ \cos 90^\circ\right] = \psi \frac{q}{2} = \frac{2 \times 20}{2} = \mathbf{20.00}\ \text{kPa}$$

2 合力（$\theta_1 = 0$, $\theta_2 = \tan^{-1}(8/25)$）

$$P_H = \frac{2 \times 20}{\pi} \times 25 \times (0.309703 - 0) = \mathbf{98.58}\ \text{kN/m}$$

壁面から始まる帯状荷重は擁壁の上部を**直接載荷する**。地表面における圧力は ψ q/2 = **20.00 kPa**（半無限媒体では10.00 kPa）であり、合力は**98.58 kN/m**、z_R = 4.80 mである。

GeoTervaで解答を確認する ↗

問題

例題

与条件

壁と荷重	$q = 20.00$ kPa、剛な壁（$\psi = 2$）
幅	$x_1 = 4.00$ mは一定、$b = 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 36$ m（$H = 25$ m）
高さ	$x_1 = 4$, $x_2 = 12$ m; $H = 5,\ 10,\ 25,\ 50,\ 100,\ 250$ m

求めるもの

P_Hおよびz_R；深い壁の限界$\psi\ q\ b\ /\ \pi$との比較。

解答

解答

b (m)	x_2 (m)	P_H (kN/m)	z_R (m)	$\sigma_{H,max}$ (kPa)
2	6	**24.47**	6.12	3.32
4	8	**48.08**	6.95	5.57
8	12	**91.95**	8.29	8.46
16	20	**164.28**	10.01	11.53
36	40	**271.69**	11.82	14.63

幅の広い帯状の方がより多くの荷重を負担する：P_Hは増加し、z_Rと頂部は深くなる。

H (m)	P_H (kN/m)	$P_H / (\psi qb/\pi)$	z_R (m)	底面から (m)
5	**31.91**	0.3133	3.00	2.00
10	**63.10**	0.6194	5.10	4.90
25	**91.95**	0.9027	8.29	16.71
50	**99.13**	0.9732	10.13	39.87
100	**101.16**	0.9931	11.27	88.73
250	**101.75**	0.9989	12.03	237.97

深い壁では、P_Hは$\psi qb/\pi$ = 101.86 kN/mの値に近づく。

土圧分布は擁壁高さに依存しない（$\sigma_{H,max}$ = 8.46 kPa、すべてのHでz = 3.81 m）：高さは積分の上限を変えるだけである。

GeoTervaで解答を確認する ↗

ポイントのまとめ

$\beta = \tan^{-1}(x_2/z) - \tan^{-1}(x_1/z)$、**$\alpha = \tan^{-1}(x_1/z) + \beta/2$**；**$\sigma_H = \psi\,(q/\pi)[\beta - \sin\beta\,\cos 2\alpha]$**；$\psi = 2$は剛な壁、$\psi = 1$は半無限媒体

例題（$H = 25$ m、$x_1 = 4$、$x_2 = 12$、$q = 20$）：$z = 5$ mにおいて$\beta = 28.720°$、$\alpha = 53.020°$、$\sigma_H = 4.0364$ kPa（$\psi = 1$）および8.0728 kPa（$\psi = 2$）

最大圧力は8.46 kPa（$\psi = 2$）で深さ$z = 3.81$ m；表面ではゼロ、底面では0.6971 kPa

合力 $P_H = \psi\,(q/\pi)\,H\,(\theta_2 - \theta_1) =$ **91.95 kN/m**（$\psi = 2$）、**$z_R = 8.29$ m** は地表面下（底面から 16.71 m）

影響：帯状荷重が遠ざかるにつれてP_Hは減少し、z_Rは深くなる；$x_1 = 0$なら表面で$\psi q/2$；非常に深い壁では$P_H \to \psi qb/\pi$

参考文献

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning。本ページはこの文献に従っています。

California Department of Transportation. Trenching and Shoring Manual — 帯状荷重による圧力の剛壁形式（2倍形式）。

注記

数値例はすべてモジュール自身の計算エンジンで生成した；モジュールは同じ値を与える。モジュールの初期画面の壁は$H = 25$ m、$x_1 = 4$ m、$x_2 = 12$ m、$q = 20$ kPaである。

GeoTerva

オンライン地盤工学計算

理論から実務へ

GeoTervaに自分の壁、帯状荷重の位置と幅を入力する。モジュールは各深度におけるβ、α、σ_Hの値、土圧分布、合力と作用線、手順ごとの解答およびレポートをまとめて出力する。

モジュールを開く →

理論ページ →

スマートフォンで開く

お試しモジュールは登録不要です。

講義で使用したい場合：info@geoterva.com