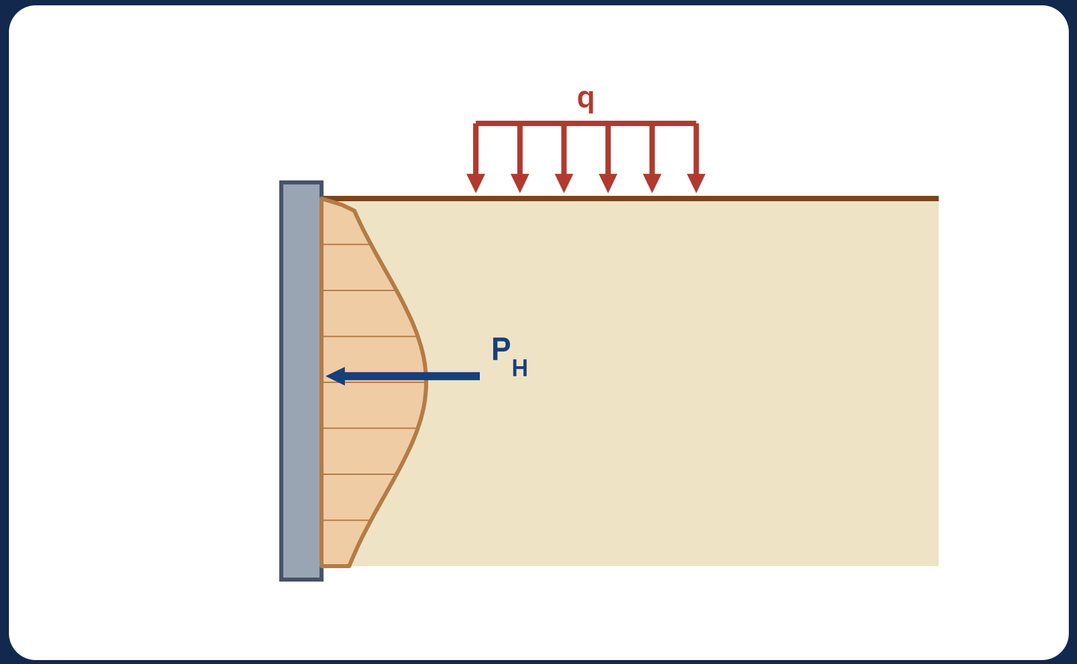
Lezione di geotecnica · Sovraccarichi

Carico a striscia

Lezione: spinta laterale indotta sulla parete da un carico a striscia di grande lunghezza parallelo alla parete; profilo di pressione, risultante e linea d'azione, esempi di calcolo.



β · α

$\sigma_H = \psi\,(q/\pi)[\beta - \sin\beta\cos 2\alpha]$

Muro rigido ψ = 2

P_H e z_R

Profilo di pressione

Introduzione

Che cosa si impara in questa lezione?

- La geometria del carico a striscia: x_1, x_2, $b = x_2 - x_1$ e i **raggi** da un punto del muro ai due bordi della striscia
- Determinazione della pressione dagli angoli **β** e **α**: $\sigma_H = \psi\,(q/\pi)[\beta - \sin\beta\cos 2\alpha]$
- La forma per una **parete rigida (ψ = 2)** rispetto a un **mezzo seminfinito (ψ = 1)** e quando ciascuna è appropriata
- L'area del diagramma di pressione fornisce P_H e, dal momento del primo ordine, z_R; la profondità della pressione massima
- Come la **posizione e la larghezza** della striscia e l'**altezza del muro** influenzano il risultato

SVOLGIMENTO DELLA LEZIONE

Ogni argomento è trattato in **tre passaggi**:

1 · **Teoria**: formula e relativa motivazione

2 · **Traccia**: dati e richiesto

3 · **Soluzione**: passo per passo, con i numeri

Muro di esempio: H = 25 m, striscia tra x_1 = 4 m e x_2 = 12 m, q = 20 kPa. Le forze sono per unità di lunghezza del muro (kN/m).

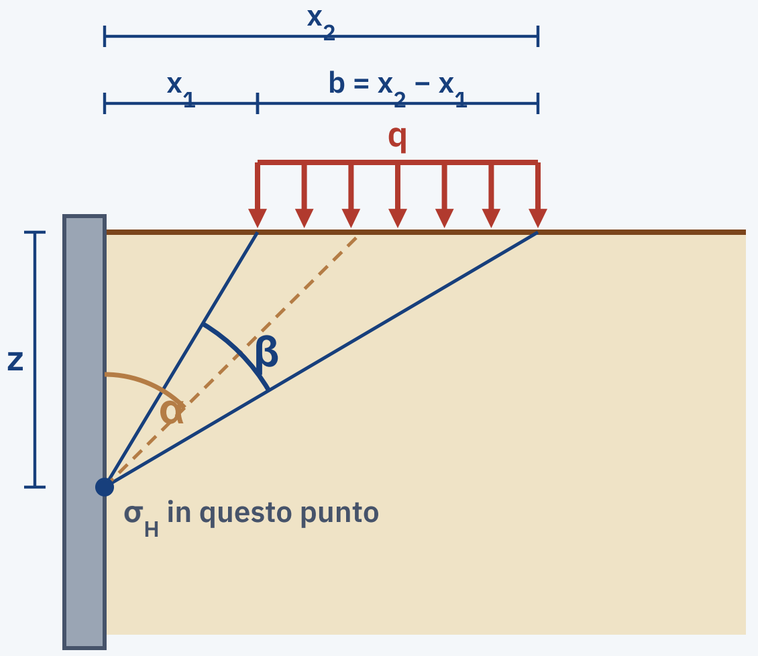
Carico a striscia agente sul muro

TEORIA

Tra le distanze x_1 e x_2 dal muro, un carico a striscia uniformemente distribuito **q** agente sul piano di campagna aggiunge una pressione orizzontale al muro

La pressione alla profondità z si ottiene dalla geometria delle due rette che congiungono quel punto della parete al **bordo vicino e al bordo lontano** della striscia

La striscia è lunga e parallela al muro: tutti i risultati sono **per unità di lunghezza del muro**



H — altezza del muro; **z** — profondità dalla superficie

x_1, x_2 — distanze orizzontali dal muro al bordo vicino e a quello lontano della striscia

$b = x_2 - x_1$ — larghezza della striscia; **q** — carico uniforme sulla striscia

β, α e σ_H

TEORIA

Alla profondità z, la striscia vede l'angolo **β** nel punto sul muro; la **bisettrice** di questo angolo forma l'angolo **α** con la verticale

Le funzioni trigonometriche assumono gli angoli in **radianti**; i gradi servono solo per leggibilità. Nei rapporti si utilizza **z** stesso

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{x_2}{z}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{x_1}{z}\right) \qquad \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{x_1}{z}\right) + \frac{\beta}{2}$$

$$\sigma_H = \psi \frac{q}{\pi} \left[\beta - \sin\beta \, \cos 2\alpha\right]$$

Alla superficie del terreno (z = 0): una striscia lontana dal muro non produce spinta; se $x_1 = 0$ allora β = 90°, α = 45° e $\sigma_H = \psi q/2$

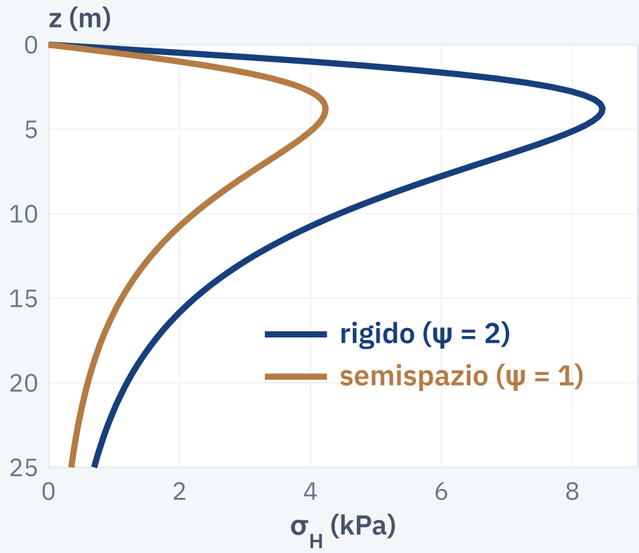
ψ = 2 e ψ = 1: due forme di espressione

TEORIA

ψ = 1 (mezzo seminfinito): la tensione orizzontale prodotta dal carico a striscia in un mezzo elastico come se il muro non esistesse; adatta a un muro che si deforma quanto basta ad alleviare la tensione nel terreno

ψ = 2 (muro rigido): il muro che non si sposta impedisce il movimento del terreno alla sua faccia e riceve **il doppio** di questa tensione; come per il carico concentrato, è il valore predefinito del modulo

z (m)	β (°)	α (°)	σ_H ψ = 1 (kPa)	σ_H ψ = 2 (kPa)
0.00	0.000	90.000	0.00	0.00
2.50	20.237	68.113	3.84	7.68
5.00	28.720	53.020	4.04	8.07
7.50	29.922	43.034	3.11	6.21
10.00	28.393	35.998	2.22	4.44
15.00	23.728	26.796	1.12	2.23
20.00	19.654	21.137	0.5994	1.1988
25.00	16.551	17.366	0.3486	0.6971



Area e momento statico del diagramma

TEORIA

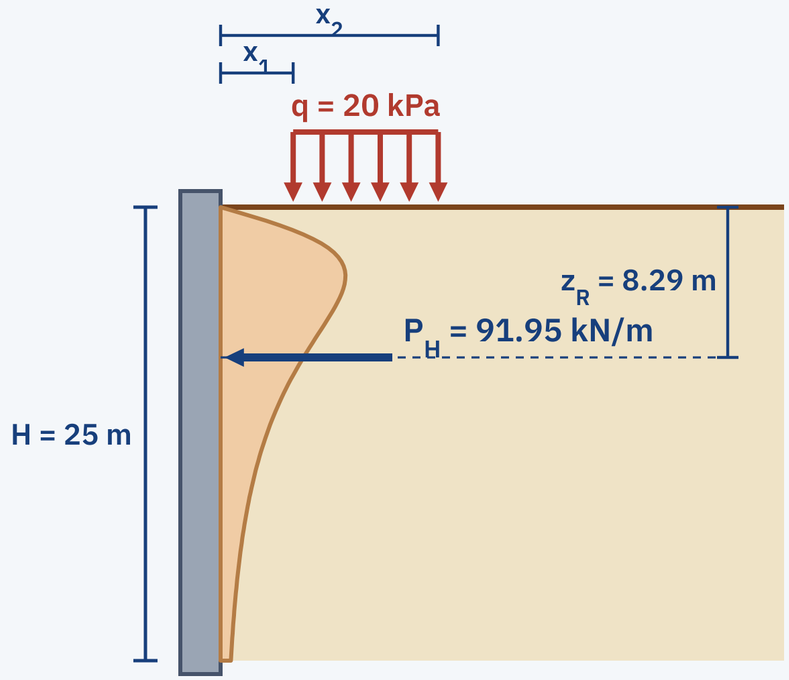
La **risultante** della spinta per unità di lunghezza del muro è l'**area** sottesa al diagramma delle pressioni; la sua **profondità dal piano di campagna** è il punto in cui si equilibra il momento del primo ordine del diagramma

Il modulo calcola entrambi gli integrali numericamente a piena precisione; l'**espressione in forma chiusa dell'area** è fornita come verifica

Per un muro molto profondo, P_H tende a ψ·q·b/π

$$P_H = \int_0^H \sigma_H \, dz = \psi \, \frac{q}{\pi} \, H \, (\theta_2 - \theta_1) \qquad \theta_i = \tan^{-1}\left(\frac{x_i}{H}\right)$$

$$z_R = \frac{\int_0^H z \, \sigma_H \, dz}{P_H}$$



Traccia

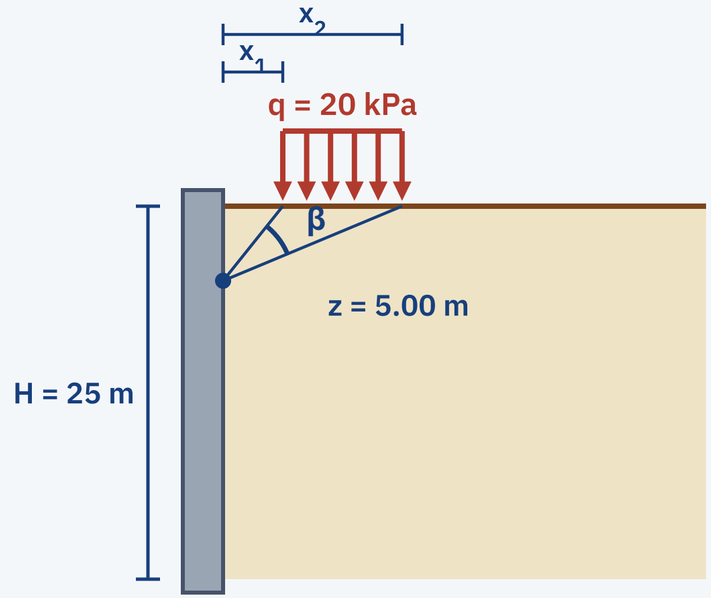
ESEMPIO

RICHIESTO

β, **α** e **σ_H**: prima semispazio infinito (ψ = 1), poi muro rigido (ψ = 2).

Dati

Muro	$H = 25.00$ **m**
Striscia	$x_1 = 4.00$ **m,** $x_2 = 12.00$ **m,** $q = 20.00$ **kPa**
Profondità	$z = 5.00$ **m**



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 Larghezza della striscia

$$b = x_2 - x_1 = 12.00 - 4.00 = \mathbf{8.00}\ \text{m}$$

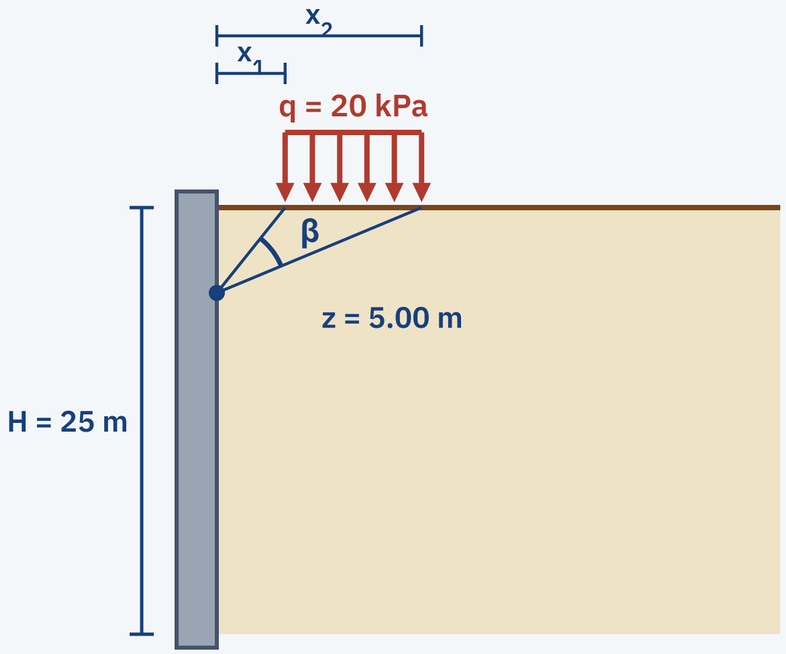
2 β: angolo tra i due raggi

$$\beta = \tan^{-1}\frac{12}{5} - \tan^{-1}\frac{4}{5} = 67.380^\circ - 38.660^\circ = \mathbf{28.720}^\circ$$

3 α: angolo della bisettrice rispetto alla verticale

$$\alpha = \tan^{-1}\frac{4}{5} + \frac{\beta}{2} = 38.660^\circ + 14.3602^\circ = \mathbf{53.020}^\circ$$

In radianti β = **0.50126** e 2α = **1.85075** (utilizzati per σ_H nella pagina successiva).



Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

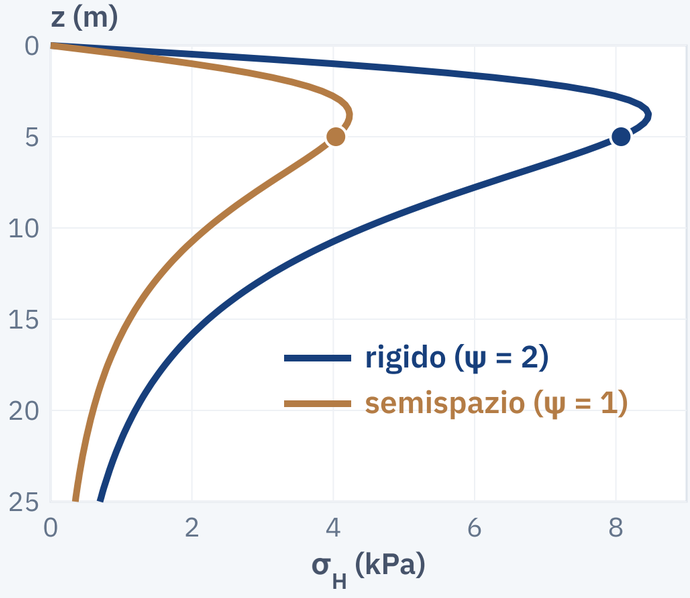
4 Mezzo seminfinito (ψ = 1)

$$\sigma_H = \frac{20}{\pi}\left[0.50126 - \sin(0.50126)\cos(1.85075)\right] = \mathbf{4.0364}\ \text{kPa}$$

5 Muro rigido (ψ = 2): il doppio

$$\sigma_H = 2 \times 4.0364 = \mathbf{8.0728}\ \text{kPa}$$

A z = 5 m, **4.0364 kPa** per il semispazio e **8.0728 kPa** per il muro rigido. Gli stessi β e α sono usati in entrambe le forme; ψ è solo un fattore di scala.



Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

ESEMPIO

Dati

Muro e striscia	$H = 25.00$ **m,** $x_1 = 4.00$ **m,** $x_2 = 12.00$ **m,** $q = 20.00$ **kPa**
Profondità	$z = 0$ **–** 25 **m, ogni** 2.5 **m**

RICHIESTO

Il profilo di **β**, **α**, **σ_H** (due forme); la **pressione massima** e la sua profondità.

Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

z (m)	β (°)	α (°)	σ_H ψ = 1 (kPa)	σ_H ψ = 2 (kPa)
0.00	0.000	90.000	0.0000	0.0000
2.50	20.237	68.113	3.8387	7.6773
5.00	**28.720**	**53.020**	**4.0364**	**8.0728**
7.50	29.922	43.034	3.1069	6.2137
10.00	28.393	35.998	2.2191	4.4382
12.50	26.086	30.788	1.5660	3.1319
15.00	23.728	26.796	1.1160	2.2319
17.50	21.564	23.657	0.8096	1.6193
20.00	19.654	21.137	0.5994	1.1988
22.50	17.992	19.077	0.4528	0.9056
25.00	16.551	17.366	0.3486	0.6971

Per z = 0 non vi è pressione (il carico a striscia è lontano dal muro); la pressione cresce con la profondità, raggiunge il picco per **z ≈ 3.81 m** e poi diminuisce. La riga z = 5.00 m corrisponde all'Esempio 1. Alla base (z = 25 m) restano 0.6971 kPa per ψ = 2.

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

1 Profondità della cresta: condizione $d\sigma_H/dz = 0$

$$\frac{x_1^3}{(x_1^2+z^2)^2} = \frac{x_2^3}{(x_2^2+z^2)^2} \;\Rightarrow\; z^2 = \frac{(x_1x_2)^{3/2}\left(\sqrt{x_2}-\sqrt{x_1}\right)}{x_2^{3/2}-x_1^{3/2}}$$

$$z^2 = 14.504 \;\Rightarrow\; z = \mathbf{3.8084}\ \mathrm{m}$$

2 Angoli a questa profondità

$$\beta = \tan^{-1}\frac{12}{3.8084} - \tan^{-1}\frac{4}{3.8084} = \mathbf{25.99}^\circ \qquad \alpha = \tan^{-1}\frac{4}{3.8084} + \frac{\beta}{2} = \mathbf{59.40}^\circ$$

3 Pressione massima

$$\sigma_{H,max} = \frac{20}{\pi}[0.45355 - \sin(0.45355)\cos(2.07341)] = \mathbf{4.23}\ (\psi = 1);\quad \mathbf{8.46}\ \mathrm{kPa}\ (\psi = 2)$$

Al picco z = **3.81 m**: **8.46 kPa** (ψ = 2), **4.23 kPa** (ψ = 1); la profondità dipende solo da x_1, x_2.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

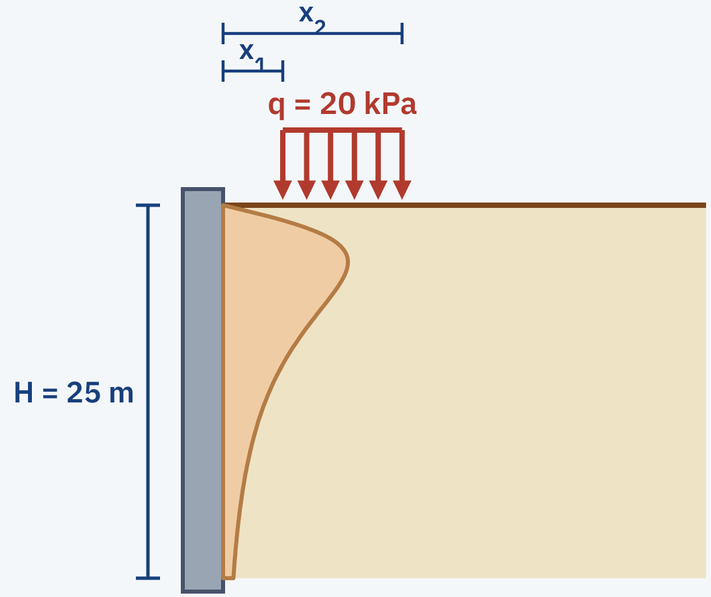
ESEMPIO

RICHIESTO

P_H (con l'espressione in forma chiusa dell'area), z_R e la sua altezza sopra la base.

Dati

Muro e striscia	$H = 25.00$ **m,** $x_1 = 4.00$ **m,** $x_2 = 12.00$ **m,** $q = 20.00$ **kPa**
Forme	**mezzo seminfinito ($\psi = 1$) e parete rigida ($\psi = 2$)**



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 Angoli (alla profondità H = 25 m)

$$\theta_1 = \tan^{-1}\frac{4}{25} = \mathbf{0.158655}\ \text{rad}$$

$$\theta_2 = \tan^{-1}\frac{12}{25} = \mathbf{0.447520}\ \text{rad}$$

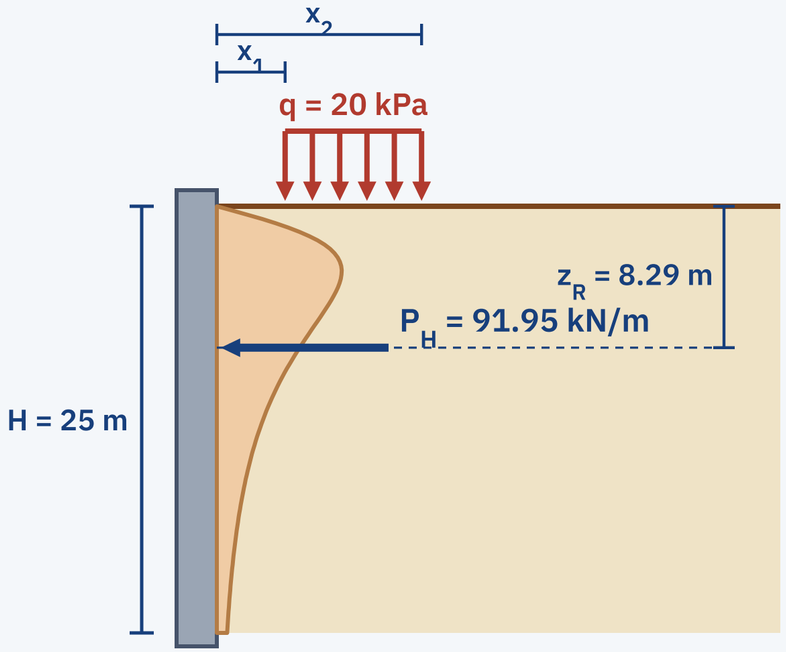
2 Mezzo seminfinito (ψ = 1)

$$P_H = \frac{20}{\pi} \times 25 \times (0.447520 - 0.158655) = \mathbf{45.97}\ \text{kN/m}$$

3 Muro rigido (ψ = 2): il doppio

$$P_H = 2 \times 45.974 = \mathbf{91.95}\ \text{kN/m}$$

La risultante vale **45.97 kN/m** per il semispazio e **91.95 kN/m** per il muro rigido; l'integrazione numerica del modulo fornisce lo stesso valore.



Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

1 Momento del primo ordine (forma chiusa; ψ = 1, tra [ ] con segno meno per x_2 e più per x_1)

$$M = \int_0^H z\,\sigma_H\,dz = \frac{q}{\pi}\left[\frac{H^2}{2}\tan^{-1}\frac{x}{H} - \frac{x}{2}\left(H - x\tan^{-1}\frac{H}{x}\right)\right]_{x_1}^{x_2}$$

2 Valori numerici (ψ = 1)

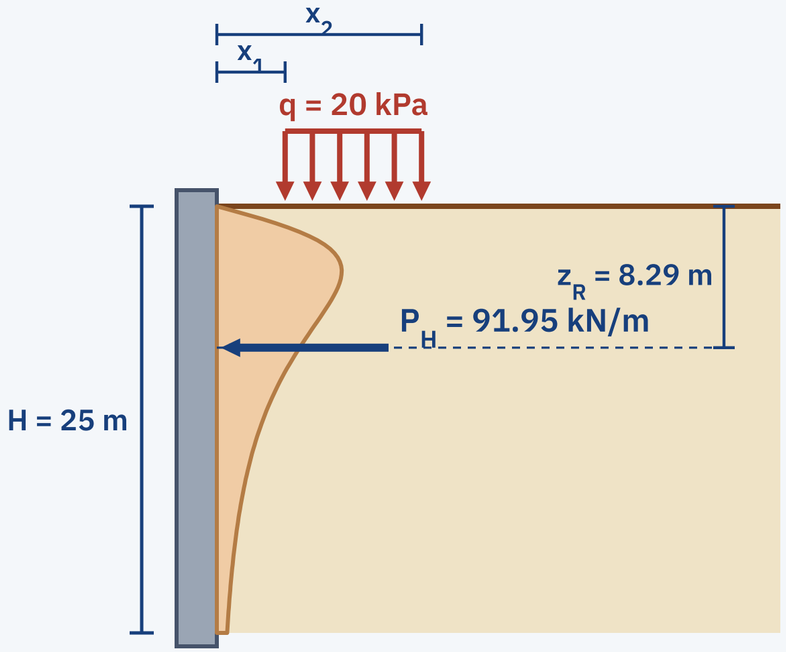
$$x_2: \quad 312.5(0.447520) - 6(25 - 12\cdot 1.12328) = 70.7259$$

$$x_1: \quad 312.5(0.158655) - 2(25 - 4\cdot 1.41214) = 10.8769$$

$$M = \frac{20}{\pi}(70.7259 - 10.8769) = \mathbf{381.011}\ \text{kN}$$

3 Profondità e altezza sopra la base

$$z_R = \frac{M}{P_H} = \frac{381.011}{45.974} = \mathbf{8.287}\ \text{m} \qquad H - z_R = \mathbf{16.71}\ \text{m}$$



La risultante si trova **8.29 m** sotto la superficie e **16.71 m** sopra la base; la profondità è la stessa in entrambi i modi.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

ESEMPIO

Dati

Muro e carico	$H = 25.00$ **m,** $q = 20.00$ **kPa, muro rigido (** $\psi = 2$**)**
Striscia	**larghezza** $b = 8.00$ **m costante;** $x_1 = 0,\ 2,\ 4,\ 8,\ 12,\ 20$ **m**

RICHIESTO

P_H, z_R, la pressione massima e la sua profondità; verifica manuale per **$x_1 = 0$**.

Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

x_1 (m)	x_2 (m)	P_H (kN/m)	z_R (m)	$\sigma_{H,max}$ (kPa)	z (m)
0	8	98.58	4.80	20.00	0.00
2	10	95.71	6.72	11.53	2.33
4	**12**	**91.95**	**8.29**	**8.46**	**3.81**
8	16	82.64	10.63	5.57	6.40
12	20	72.33	12.21	4.16	8.85
20	28	53.22	14.06	2.76	13.60

Allontanandosi il carico a striscia dal muro **la risultante diminuisce** (98.58 → 53.22 kN/m), **la linea d'azione si approfondisce** (4.80 → 14.06 m) e il picco di pressione scende verso il basso; la riga x_1 = 4 m corrisponde agli Esempi 1 e 3.

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

1 In superficie gli angoli assumono il valore limite (z = 0)

$$\beta = 90^\circ, \quad \alpha = 45^\circ$$

$$\sigma_H = \psi \frac{q}{\pi}\left[\frac{\pi}{2} - \sin 90^\circ \cos 90^\circ\right] = \psi \frac{q}{2} = \frac{2 \times 20}{2} = \mathbf{20.00}\ \mathrm{kPa}$$

2 Risultante ($\theta_1 = 0$, $\theta_2 = \tan^{-1}(8/25)$)

$$P_H = \frac{2 \times 20}{\pi} \times 25 \times (0.309703 - 0) = \mathbf{98.58}\ \mathrm{kN/m}$$

Un carico a striscia che inizia in corrispondenza del paramento **carica direttamente** la parte superiore del muro: alla superficie del terreno la pressione vale ψq/2 = **20.00 kPa** (10.00 kPa in un mezzo seminfinito), la risultante è **98.58 kN/m** e z_R = 4.80 m.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

ESEMPIO

Dati

Muro e carico	$q = 20.00$ **kPa, muro rigido (**$\psi = 2$**)**
Larghezza	$x_1 = 4.00$ **m costante,** $b = 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 36$ **m (**$H = 25$ **m)**
Altezza	$x_1 = 4$**,** $x_2 = 12$ **m;** $H = 5,\ 10,\ 25,\ 50,\ 100,\ 250$ **m**

RICHIESTO

P_H e z_R; confronto con il limite di muro profondo **ψ q b / π**.

Soluzione

SOLUZIONE

b (m)	x_2 (m)	P_H (kN/m)	z_R (m)	$\sigma_{H,max}$ (kPa)
2	6	**24.47**	6.12	3.32
4	8	**48.08**	6.95	5.57
8	12	**91.95**	8.29	8.46
16	20	**164.28**	10.01	11.53
36	40	**271.69**	11.82	14.63

Una **striscia più larga** porta più carico: P_H aumenta, z_R e la cresta si approfondiscono.

H (m)	P_H (kN/m)	$P_H / (\psi q b/\pi)$	z_R (m)	dalla base (m)
5	**31.91**	0.3133	3.00	2.00
10	**63.10**	0.6194	5.10	4.90
25	**91.95**	0.9027	8.29	16.71
50	**99.13**	0.9732	10.13	39.87
100	**101.16**	0.9931	11.27	88.73
250	**101.75**	0.9989	12.03	237.97

Nella **paratia profonda** P_H tende al valore $\psi q b/\pi$ = 101.86 kN/m.

Il profilo di pressione non dipende dall'altezza del muro ($\sigma_{H,max}$ = 8.46 kPa, z = 3.81 m per ogni H): l'altezza modifica soltanto il limite superiore dell'integrale.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Sintesi

Punti chiave

$\beta = \tan^{-1}(x_2/z) - \tan^{-1}(x_1/z)$, $\alpha = \tan^{-1}(x_1/z) + \beta/2$; $\sigma_H = \psi\,(q/\pi)[\beta - \sin\beta\cos 2\alpha]$; $\psi = 2$ muro rigido, $\psi = 1$ mezzo seminfinito

Esempio ($H = 25$ m, $x_1 = 4$, $x_2 = 12$, $q = 20$): a $z = 5$ m, $\beta = 28.720°$, $\alpha = 53.020°$, $\sigma_H = 4.0364$ kPa ($\psi = 1$) e 8.0728 kPa ($\psi = 2$)

La **pressione massima** vale 8.46 kPa ($\psi = 2$) alla profondità $z = 3.81$ m; nulla in superficie, 0.6971 kPa alla base

Risultante $P_H = \psi\,(q/\pi)\,H\,(\theta_2 - \theta_1)$ = **91.95 kN/m** ($\psi = 2$), **$z_R = 8.29$ m** sotto la superficie (16.71 m dalla base)

Effetti: allontanandosi la striscia P_H diminuisce e z_R si approfondisce; se $x_1 = 0$ si ha $\psi q/2$ in superficie; per un muro molto profondo $P_H \to \psi q b/\pi$

Bibliografia

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning; questa pagina fa riferimento a tale testo.

California Department of Transportation. Trenching and Shoring Manual — formulazione raddoppiata per muro rigido della pressione da carico a striscia.

NOTA

Tutti gli esempi numerici sono stati prodotti con il motore di calcolo del modulo; il modulo restituisce gli stessi valori. Il muro di apertura del modulo ha H = 25 m, x_1 = 4 m, x_2 = 12 m e q = 20 kPa.

GeoTerva

Calcoli geotecnici online

Dalla teoria alla pratica

Inserire in GeoTerva il proprio muro, la posizione e la larghezza del proprio carico a striscia; il modulo fornisce insieme i valori di β, α, σ_H a ogni profondità, il profilo delle pressioni, la risultante e la linea d'azione, la soluzione passo per passo e la relazione.

Aprire il modulo →

Pagina di teoria →

Aprire dallo smartphone

I moduli di prova non richiedono registrazione.

Se si desidera utilizzarli nelle proprie lezioni: info@geoterva.com