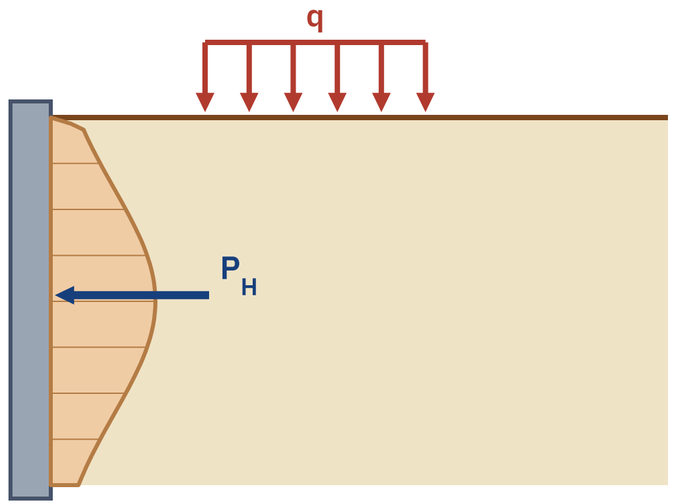
حمل إضافي شريطي

المحاضرة: الضغط الجانبي الذي يولده حمل شريطي طويل موازٍ للجدار في الجدار؛ مخطط الضغط، والمحصلة وخط التأثير، وأمثلة محلولة.



$\beta \cdot \alpha$

$\sigma_H = \psi\,(q/\pi)[\beta - \sin\beta\cos 2\alpha]$

جدار جاسئ $\psi = 2$

P_H و z_R

مخطط الضغط

ماذا سنتعلم في هذه المحاضرة؟

- هندسة الحمل الشريطي: x_1 و x_2 و $b = x_2 - x_1$ و **الأشعة** الممتدة من نقطة على الجدار إلى حافتي الشريط
- تحديد الضغط من الزاويتين β و α: $\sigma_H = \psi\,(q/\pi)[\beta - \sin\beta\cos 2\alpha]$
- **الجدار الصلب** ($\psi = 2$) مقابل **الوسط شبه اللانهائي** ($\psi = 1$) وأي الصيغتين مناسبة ومتى
- مساحة مخطط الضغط تعطي P_H، ومن العزم الأول z_R؛ وعمق أقصى ضغط
- كيف يؤثر **موقع الشريط وعرضه** و**ارتفاع الجدار** في النتيجة

تسلسل المحاضرة

يعالج كل موضوع في **ثلاث خطوات:**

1 · **النظرية:** المعادلة ومبرراتها

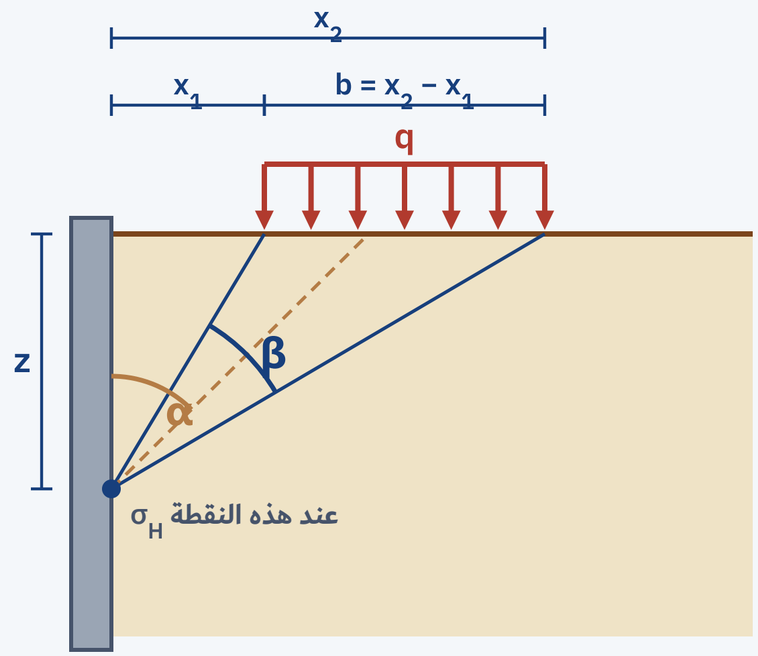
2 · **المسألة:** المعطيات والمطلوب

3 · **الحل:** خطوة بخطوة، بالأرقام

جدار المثال: $H = 25$ m، شريط بين $x_1 = 4$ m و $x_2 = 12$ m، $q =$ 20 kPa. القوى لكل وحدة طول من الجدار (kN/m).

النظرية

حمل شريطي مؤثر على الجدار



يضيف الحمل الشريطي المنتظم التوزيع **q** المؤثر على سطح الأرض بين المسافتين x_1 و x_2 من الجدار ضغطا أفقيا على الجدار

يستنتج الضغط عند العمق z من هندسة الشعاعين اللذين يصلان تلك النقطة على الجدار **بالحافة القريبة وبالحافة البعيدة** للشريط

الشريط طويل وموازٍ للجدار: جميع النتائج **لكل وحدة طول من الجدار**

H — ارتفاع الجدار؛ **z** — العمق من السطح

x_1، x_2 — المسافتان الأفقيتان من الجدار إلى الحافة القريبة والحافة البعيدة للشريط

$b = x_2 - x_1$ — عرض الشريط؛ **q** — الحمل المنتظم على الشريط

β و α و σ_H

النظرية

عند العمق z يشاهد الشريط من النقطة الواقعة على الجدار بزاوية **β**؛ ويصنع **منصف** هذه الزاوية مع الرأسي الزاوية **α**

تتعامل الدوال المثلثية مع الزوايا بوحدة **الراديان**؛ أما الدرجات فللمقروئية فقط. وفي النسب تستخدم قيمة **z** نفسها

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{x_2}{z}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{x_1}{z}\right) \qquad \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{x_1}{z}\right) + \frac{\beta}{2}$$

$$\sigma_H = \psi \, \frac{q}{\pi} \left[\beta - \sin\beta \, \cos 2\alpha\right]$$

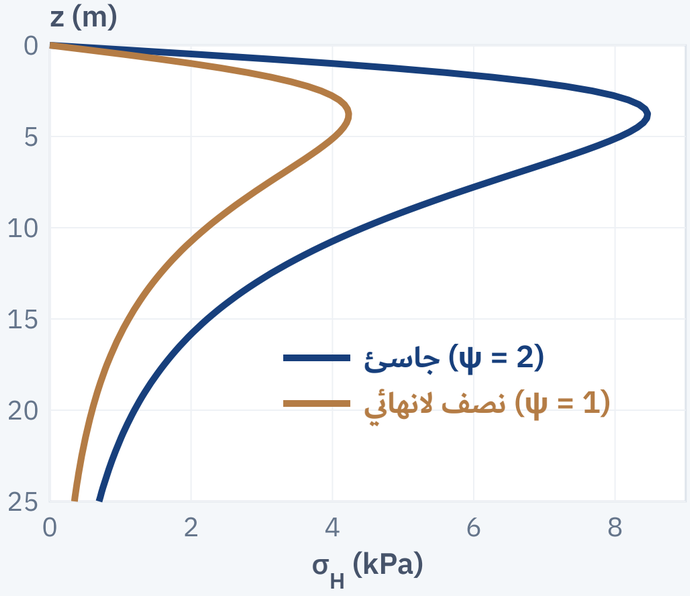
عند سطح الأرض (z = 0): لا يولد الحمل الشريطي البعيد عن الجدار ضغطاً؛ وإذا كانت $x_1 = 0$ فإن $\beta = 90°$ و $\alpha = 45°$ و $\sigma_H = \psi q/2$

النظرية

ψ = 2 و ψ = 1: صيغتان للتعبير

ψ = 1 (وسط شبه لانهائي): الإجهاد الأفقي الذي يولده الحمل الشريطي في وسط مرن كأن الجدار غير موجود؛ ويناسب جداراً يتشوه بما يكفي لتخفيف إجهاد التربة

ψ = 2 (جدار جاسئ): الجدار الذي لا يتحرك يمنع حركة التربة عند وجهه فيتلقى **ضعف** هذا الإجهاد؛ وهذه هي القيمة الافتراضية للوحدة، كما في الحمل النقطي



σ_H ψ = 2 (kPa)	σ_H ψ = 1 (kPa)	(°) α	(°) β	z (m)
0.00	0.00	90.000	0.000	0.00
7.68	3.84	68.113	20.237	2.50
8.07	4.04	53.020	28.720	5.00
6.21	3.11	43.034	29.922	7.50
4.44	2.22	35.998	28.393	10.00
2.23	1.12	26.796	23.728	15.00
1.1988	0.5994	21.137	19.654	20.00
0.6971	0.3486	17.366	16.551	25.00

النظرية

مساحة المخطط وعزمه الأول

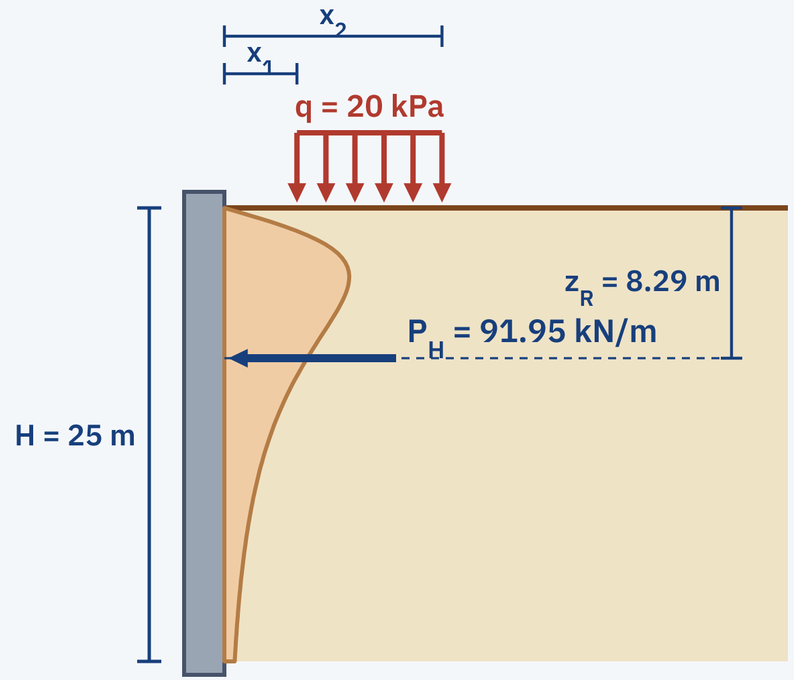
المحصلة لكل وحدة طول من الجدار هي **المساحة** تحت مخطط الضغط؛ أما **عمقها عن سطح الأرض** فهو النقطة التي يتوازن عندها العزم الأول للمخطط

تحسب الوحدة كلا التكاملين عددياً بدقة تامة؛ ويُعطى **التعبير المغلق للمساحة** للتحقق

في الجدار العميق جداً يقترب P_H من القيمة $\psi \cdot q \cdot b/\pi$

$$P_H = \int_0^H \sigma_H \, dz = \psi \, \frac{q}{\pi} \, H \, (\theta_2 - \theta_1) \qquad \theta_i = \tan^{-1}\left(\frac{x_i}{H}\right)$$

$$z_R = \frac{\int_0^H z \, \sigma_H \, dz}{P_H}$$



المسألة

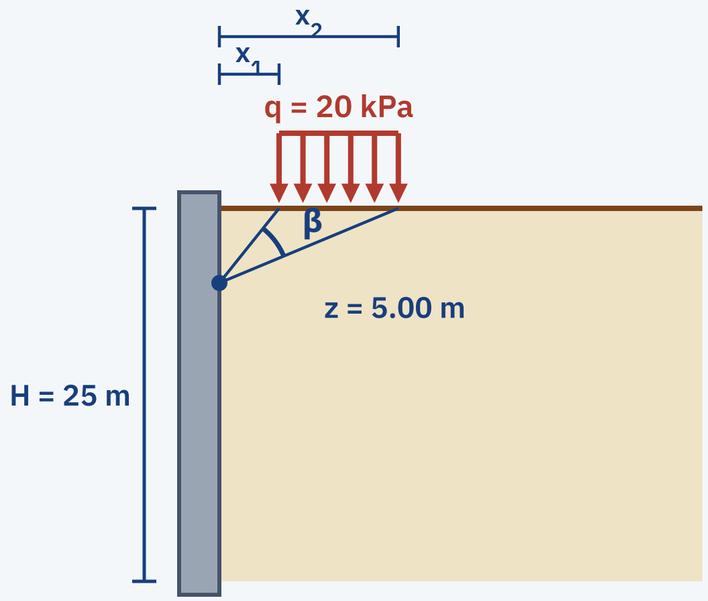
مثال

المعطيات

الجدار	$H = 25.00$ m
الشريط	$x_1 = 4.00$ m, $x_2 = 12.00$ m $q = 20.00$ kPa
العمق	$z = 5.00$ m

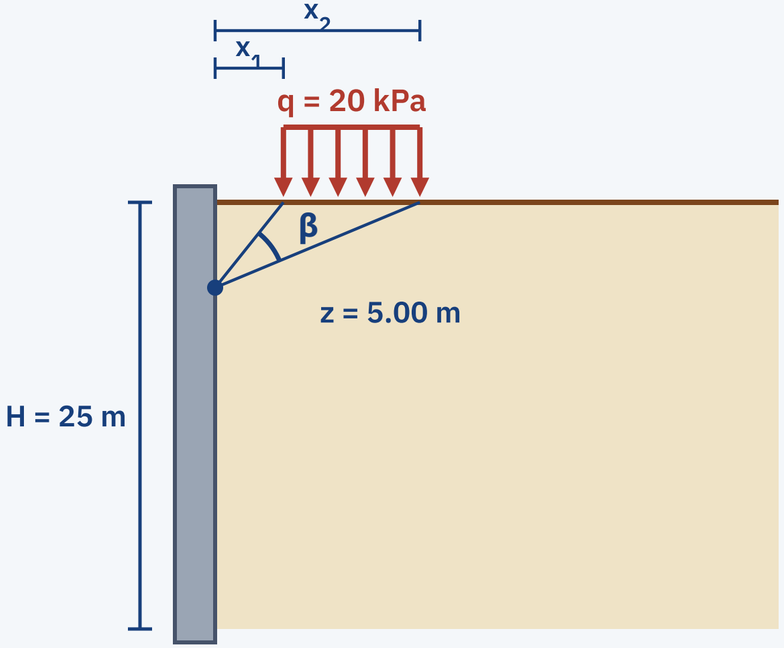
المطلوب

β و **α** و σ_H: أولاً الوسط شبه اللانهائي ($\psi = 1$)، ثم الجدار الجاسئ ($\psi = 2$).



الحل (1/2)

الحل



1 عرض الشريط

$$b = x_2 - x_1 = 12.00 - 4.00 = \mathbf{8.00}\ \text{m}$$

2 β: الزاوية بين الشعاعين

$$\beta = \tan^{-1}\frac{12}{5} - \tan^{-1}\frac{4}{5} = 67.380^\circ - 38.660^\circ = \mathbf{28.720}^\circ$$

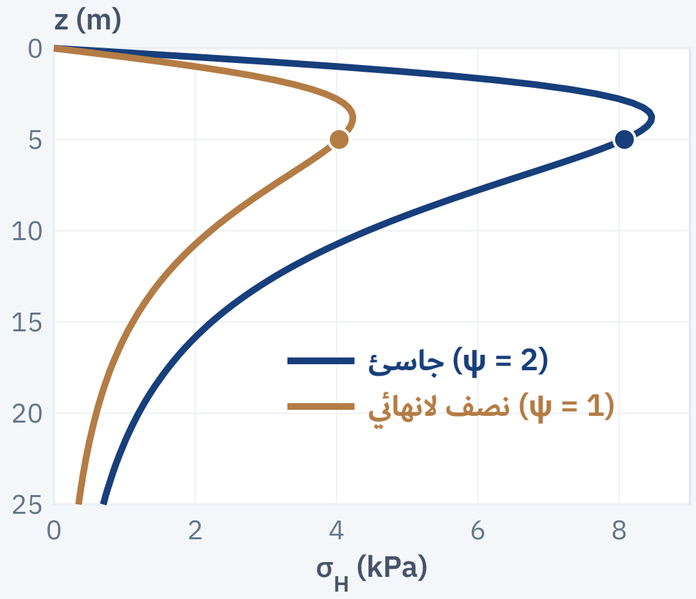
3 α: زاوية المنصف مع الرأسي

$$\alpha = \tan^{-1}\frac{4}{5} + \frac{\beta}{2} = 38.660^\circ + 14.3602^\circ = \mathbf{53.020}^\circ$$

بالراديان **β = 0.50126** و **2α = 1.85075** (تستخدم في الصفحة التالية لحساب σ_H).

الحل (2/2)

الحل



4 وسط شبه لانهائي (ψ = 1)

$$\sigma_H = \frac{20}{\pi}\left[0.50126 - \sin(0.50126)\cos(1.85075)\right] = \mathbf{4.0364}\ \text{kPa}$$

5 جدار جاسئ (ψ = 2): ضعف

$$\sigma_H = 2 \times 4.0364 = \mathbf{8.0728}\ \text{kPa}$$

عند z = 5 m تكون القيمة **4.0364 kPa** للوسط النصف اللانهائي و**8.0728 kPa** للجدار الصلب. وتستخدم الزاويتان β و α نفسهما في الصيغتين؛ و ψ مجرد معامل مقياس.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

المسألة

مثال

المعطيات

الجدار والشريط	$H = 25.00$ m, $x_1 = 4.00$ m, $x_2 = 12.00$ m, $q = 20.00$ kPa
الأعماق	$z = 0$ – 25 m، كل 2.5 m

المطلوب

مخطط **β** و **α** و **σ_H** (بصيغتين)؛ **أقصى ضغط** وعمقه.

الحل (1/2)

الحل

σ_H ψ = 2 (kPa)	σ_H ψ = 1 (kPa)	(°) α	(°) β	z (m)
0.0000	0.0000	90.000	0.000	0.00
7.6773	3.8387	68.113	20.237	2.50
8.0728	**4.0364**	**53.020**	**28.720**	**5.00**
6.2137	3.1069	43.034	29.922	7.50
4.4382	2.2191	35.998	28.393	10.00
3.1319	1.5660	30.788	26.086	12.50
2.2319	1.1160	26.796	23.728	15.00
1.6193	0.8096	23.657	21.564	17.50
1.1988	0.5994	21.137	19.654	20.00
0.9056	0.4528	19.077	17.992	22.50
0.6971	0.3486	17.366	16.551	25.00

عند $z = 0$ لا يوجد ضغط (الشريط بعيد عن الجدار)؛ ويزداد الضغط مع العمق، وتكون قمته عند **$z \approx 3.81$ m** ثم يتناقص. والصف $z = 5.00$ m هو المثال 1. وعند القاعدة ($z = 25$ m) يتبقى 0.6971 kPa عند $\psi = 2$.

الحل (2/2)

الحل

1 عمق القمة: الشرط $d\sigma_H/dz = 0$

$$\frac{x_1^3}{(x_1^2+z^2)^2} = \frac{x_2^3}{(x_2^2+z^2)^2} \Rightarrow z^2 = \frac{(x_1x_2)^{3/2}\left(\sqrt{x_2}-\sqrt{x_1}\right)}{x_2^{3/2}-x_1^{3/2}}$$

$$z^2 = 14.504 \Rightarrow z = \mathbf{3.8084}\ \text{m}$$

2 الزوايا عند هذا العمق

$$\beta = \tan^{-1}\frac{12}{3.8084} - \tan^{-1}\frac{4}{3.8084} = \mathbf{25.99}^\circ \qquad \alpha = \tan^{-1}\frac{4}{3.8084} + \frac{\beta}{2} = \mathbf{59.40}^\circ$$

3 أقصى ضغط

$$\sigma_{H,max} = \frac{20}{\pi}[0.45355 - \sin(0.45355)\cos(2.07341)] = \mathbf{4.23}\ (\psi=1);\ \ \mathbf{8.46}\ \text{kPa}\ (\psi=2)$$

الذروة عند $\psi = 2$) **8.46 kPa**: **z = 3.81 m** و$\psi = 1$) **4.23 kPa**؛ ويعتمد العمق على x_1 و x_2 فقط.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

المسألة

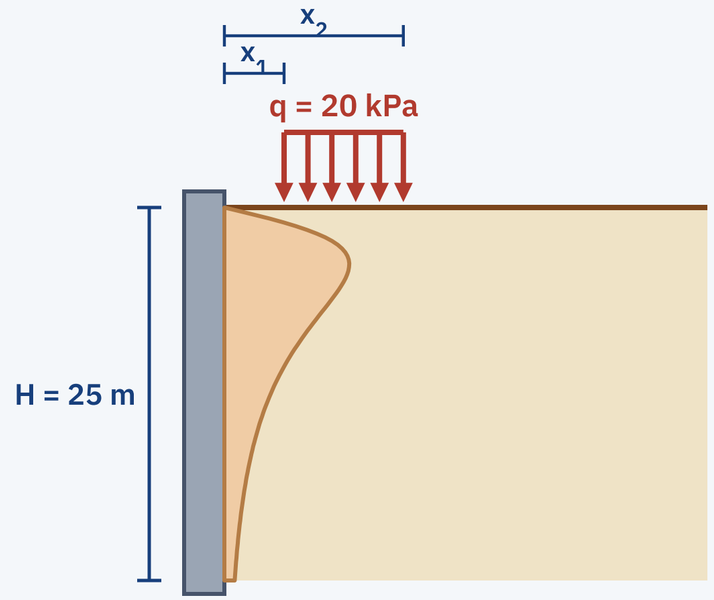
مثال

المعطيات

الجدار والشريط	$H = 25.00$ m, $x_1 = 4.00$ m, $x_2 = 12.00$ m, $q = 20.00$ kPa
الأشكال	**وسط نصف لانهائي ($\psi = 1$) وجدار جاسئ ($\psi = 2$)**

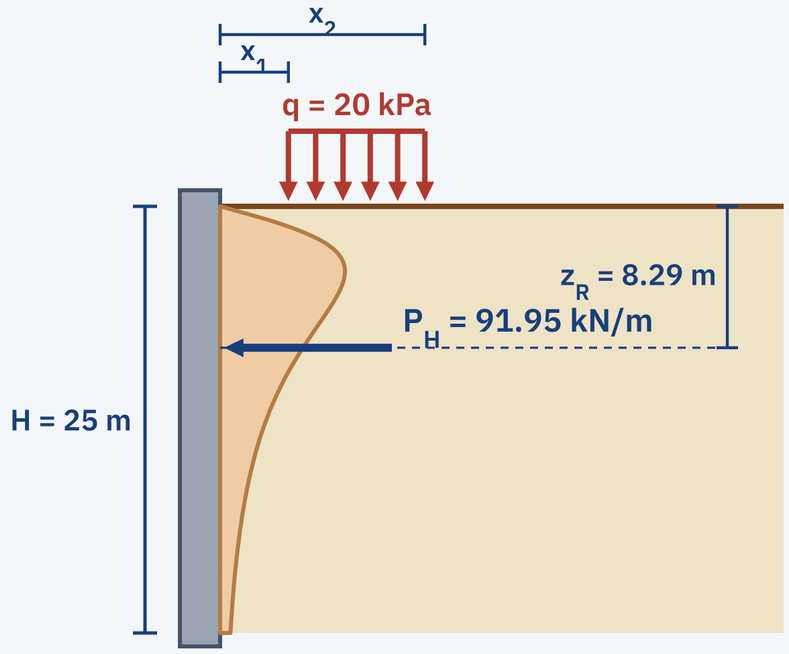
المطلوب

P_H (بالتعبير المغلق للمساحة)، وz_R وارتفاعه فوق القاعدة.



الحل (1/2)

الحل



1 الزوايا (عند العمق H = 25 m)

$$\theta_1 = \tan^{-1}\frac{4}{25} = \mathbf{0.158655}\ \text{rad}$$
$$\theta_2 = \tan^{-1}\frac{12}{25} = \mathbf{0.447520}\ \text{rad}$$

2 وسط شبه لانهائي (ψ = 1)

$$P_H = \frac{20}{\pi} \times 25 \times (0.447520 - 0.158655) = \mathbf{45.97}\ \text{kN/m}$$

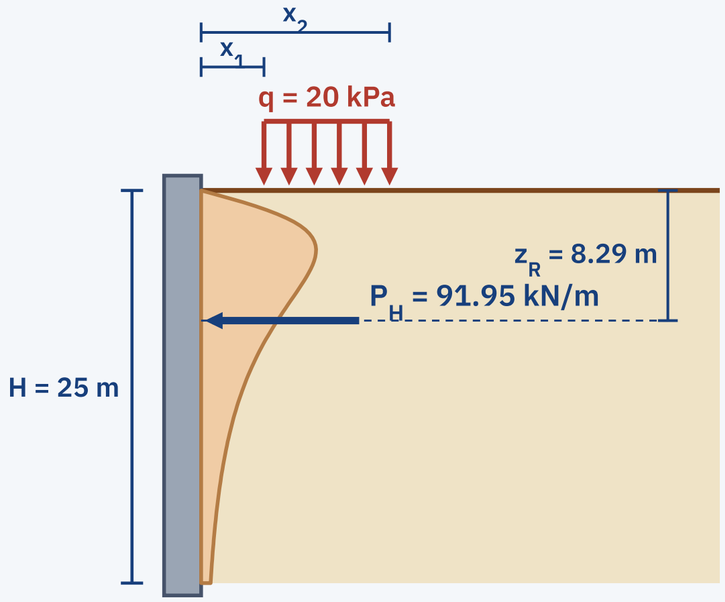
3 جدار جاسئ (ψ = 2): ضعف

$$P_H = 2 \times 45.974 = \mathbf{91.95}\ \text{kN/m}$$

تبلغ المحصلة **45.97 kN/m** للوسط نصف اللانهائي و**91.95 kN/m** للجدار الجاسئ؛ ويعطي التكامل العددي في الوحدة القيمة نفسها.

الحل (2/2)

الحل



1 العزم الأول (صيغة مغلقة؛ $\psi = 1$، تقيّم القيمة داخل [ ] عند x_2 ثم يطرح منها ما يقابلها عند x_1)

$$M = \int_0^H z\,\sigma_H\,dz = \frac{q}{\pi}\left[\frac{H^2}{2}\tan^{-1}\frac{x}{H} - \frac{x}{2}\left(H - x\tan^{-1}\frac{H}{x}\right)\right]_{x_1}^{x_2}$$

2 القيم العددية ($\psi = 1$)

$$x_2: \quad 312.5(0.447520) - 6(25 - 12\cdot 1.12328) = 70.7259$$

$$x_1: \quad 312.5(0.158655) - 2(25 - 4\cdot 1.41214) = 10.8769$$

$$M = \frac{20}{\pi}(70.7259 - 10.8769) = \mathbf{381.011}\ \text{kN}$$

3 العمق والارتفاع فوق القاعدة

$$z_R = \frac{M}{P_H} = \frac{381.011}{45.974} = \mathbf{8.287}\ \text{m} \qquad H - z_R = \mathbf{16.71}\ \text{m}$$

تقع المحصلة على عمق **8.29 m** تحت السطح، وعلى ارتفاع **16.71 m** فوق القاع؛ والعمق نفسه في الصيغتين.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

المسألة

مثال

المعطيات

الجدار والحمل

جدار صلب ($\psi = 2$ **)،** $q = 20.00$ **kPa،** $H = 25.00$ **m**

الشريط

العرض $b = 8.00$ **m ثابت؛**

$x_1 = 0,\ 2,\ 4,\ 8,\ 12,\ 20$ **m**

المطلوب

P_H، وz_R، وأقصى ضغط وعمقه؛ وتحقق يدوي عند $x_1 = 0$.

الحل (1/2)

الحل

z (m)	$\sigma_{H,max}$ (kPa)	z_R (m)	P_H (kN/m)	x_2 (m)	x_1 (m)
0.00	20.00	4.80	98.58	8	0
2.33	11.53	6.72	95.71	10	2
3.81	**8.46**	**8.29**	**91.95**	**12**	**4**
6.40	5.57	10.63	82.64	16	8
8.85	4.16	12.21	72.33	20	12
13.60	2.76	14.06	53.22	28	20

كلما ابتعد الشريط عن الجدار **تنقص المحصلة** (98.58 → 53.22 kN/m) و**يزداد عمق خط التأثير** (4.80 → 14.06 m) وتنزل قمة الضغط إلى الأسفل؛ والصف $x_1 = 4$ m هو المثالان 1 و 3.

الحل (2/2)

الحل

1 تأخذ الزوايا عند السطح قيمتها الحدية ($z = 0$)

$$\beta = 90^\circ, \quad \alpha = 45^\circ$$

$$\sigma_H = \psi \frac{q}{\pi}\left[\frac{\pi}{2} - \sin 90^\circ \cos 90^\circ\right] = \psi \frac{q}{2} = \frac{2 \times 20}{2} = \mathbf{20.00}\ \text{kPa}$$

2 المحصلة ($\theta_1 = 0$، $\theta_2 = \tan^{-1}(8/25)$)

$$P_H = \frac{2 \times 20}{\pi} \times 25 \times (0.309703 - 0) = \mathbf{98.58}\ \text{kN/m}$$

الشريط الذي يبدأ عند وجه الجدار **يحمّل الجزء العلوي من الجدار مباشرة:** يبلغ الضغط عند سطح الأرض $\psi q/2$ = **20.00 kPa** (وهو 10.00 kPa في الوسط شبه اللانهائي)، والمحصلة **98.58 kN/m**، وقيمة z_R = 4.80 m.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

المسألة

مثال

المعطيات

الجدار والحمل	$q = 20.00$ **kPa**، **جدار جاسئ** $(\psi = 2)$
العرض	$x_1 = 4.00$ **m ثابت،** $b = 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 36$ **m**) $(H = 25$ **m**
الارتفاع	$x_1 = 4$ **,** $x_2 = 12$ **m;** $H = 5,\ 10,\ 25,\ 50,\ 100,\ 250$ **m**

المطلوب

P_H و z_R؛ ومقارنة مع حد الجدار العميق **ψ q b / π**.

الحل

الحل

b (m)	x_2 (m)	P_H (kN/m)	z_R (m)	$\sigma_{H,max}$ (kPa)
2	6	**24.47**	6.12	3.32
4	8	**48.08**	6.95	5.57
8	12	**91.95**	8.29	8.46
16	20	**164.28**	10.01	11.53
36	40	**271.69**	11.82	14.63

الشريط الأوسع يحمل حماً أكبر: يزداد P_H، ويتعمق z_R والقمة.

H (m)	P_H (kN/m)	$P_H / (\psi qb/\pi)$	z_R (m)	من القاعدة (m)
5	**31.91**	0.3133	3.00	2.00
10	**63.10**	0.6194	5.10	4.90
25	**91.95**	0.9027	8.29	16.71
50	**99.13**	0.9732	10.13	39.87
100	**101.16**	0.9931	11.27	88.73
250	**101.75**	0.9989	12.03	237.97

في الجدار العميق تقترب P_H من القيمة $\psi qb/\pi = 101.86$ kN/m.

لا يعتمد مخطط الضغط على ارتفاع الجدار ($\sigma_{H,max} = 8.46$ kPa عند $z = 3.81$ m لأي قيمة من H): فالارتفاع لا يغير سوى الحد الأعلى للتكامل.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

النقاط الرئيسية

$\psi = 1$ للجدار الجاسئ، $\psi = 2$ للوسط شبه اللانهائي؛ $\sigma_H = \psi\,(q/\pi)[\beta - \sin\beta\cos 2\alpha]$؛ $\beta = \tan^{-1}(x_2/z) - \tan^{-1}(x_1/z)$، $\alpha = \tan^{-1}(x_1/z) + \beta/2$

مثال ($H = 25$ m، $x_1 = 4$، $x_2 = 12$، $q = 20$): عند $z = 5$ m تكون ($\psi = 1$) $\sigma_H = 4.0364$ kPa، $\alpha = 53.020°$، $\beta = 28.720°$ و ($\psi = 2$) 8.0728 kPa

أقصى ضغط ($\psi = 2$) 8.46 kPa عند العمق $z = 3.81$ m؛ وهو صفر عند السطح و 0.6971 kPa عند القاع

المحصلة ($\psi = 2$) $= \mathbf{91.95\ kN/m} = P_H = \psi\,(q/\pi)\,H\,(\theta_2 - \theta_1)$، و $\mathbf{z_R = 8.29\ m}$ تحت السطح (على بعد 16.71 m من القاع)

التأثيرات: كلما ابتعد الحمل الشريطي تناقصت P_H وازداد عمق z_R؛ وإذا كانت $x_1 = 0$ كانت القيمة عند السطح $\psi q/2$؛ وفي الجدار العميق جدا $P_H \to \psi qb/\pi$

المراجع

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning؛ تتبع هذه الصفحة هذا المرجع.

إدارة النقل في كاليفورنيا (California Department of Transportation). دليل الخندقة والتدعيم (Trenching and Shoring Manual) — صيغة الجدار الصلب (المضاعفة) لضغط الحمل الشريطي.

ملاحظة

جميع الأمثلة العددية مستخرجة بمحرك الحساب الخاص بالوحدة؛ وتعطي الوحدة القيم نفسها. والجدار الابتدائي للوحدة هو $H = 25\ m$ و $x_1 = 4\ m$ و $x_2 = 12\ m$ و $q = 20\ kPa$.

حسابات الجيوتكنيك عبر الإنترنت

من النظرية إلى التطبيق

أدخل في GeoTerva الجدار الخاص بك وموضع الحمل الشريطي وعرضه؛ وتعطي الوحدة قيم σ_H ،α ،β عند كل عمق، ومخطط الضغط، والمحصلة وخط تأثيرها، والحل خطوة بخطوة، والتقرير معاً.

افتح الوحدة ←

صفحة النظرية ←

افتح على الهاتف

لا تتطلب الوحدات التجريبية تسجيلاً.

إذا رغبت في استخدامها في محاضراتك: info@geoterva.com