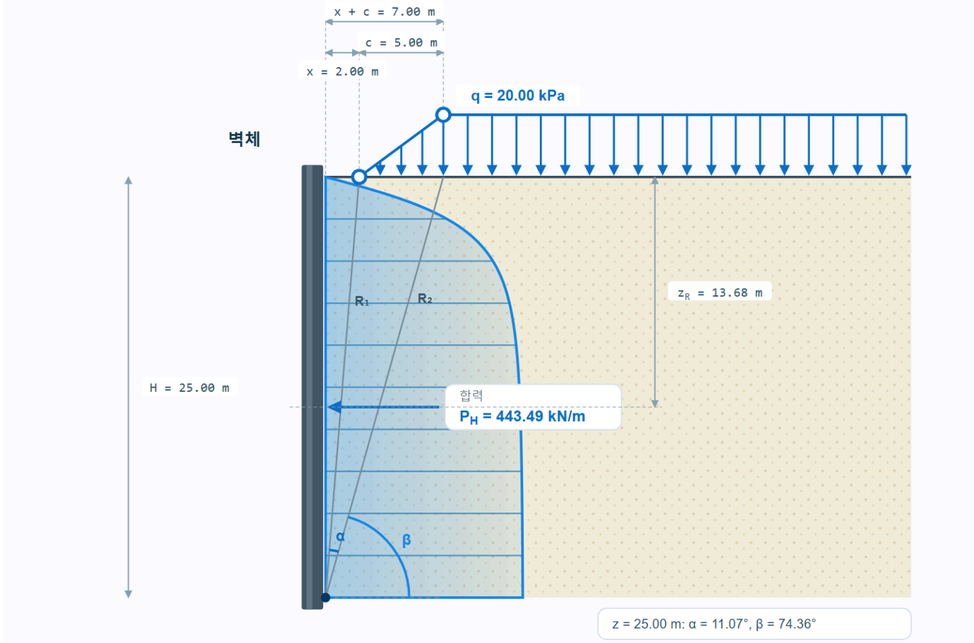
지반공학 강의 자료 · 상부하중

경사 상재하중

강의: 0에서 시작하여 일정한 값에 도달하는 경사하중; 한 깊이에서의 종좌표값은 손계산으로 풀고, 분포, 합력 및 변형 조건은 표로 다룬다.

선하중의 중첩 | R_1, R_2, α, β | 강성 벽체 ψ = 2 | 합력과 z_R | 손계산 가능



개요

이 강의에서 다루는 내용

경사하중의 형상: 벽체로부터 **x** 떨어진 곳에서 0으로 시작하여 폭 **c**에 걸쳐 q 값까지 증가하고, 그 이후에는 일정한 q로 이어진다

깊이 z에서 반지름 $\mathbf{R_1}$, $\mathbf{R_2}$와 각도 **α, β**를 구하기(라디안)

수평압력을 **선하중의 중첩**으로 구한 닫힌 형태의 식: $\sigma_H = \psi\, q/(\pi c)\,[c\beta - x\alpha + 2z \ln(R_2/R_1)]$

강성 벽체($\psi = 2$)와 **반무한 매질**($\psi = 1$)의 차이

합력 P_H와 **작용 깊이 z_R**: 압력 분포도의 면적과 1차 모멘트; x와 c의 영향을 확인하기

강의 흐름

각 주제는 **세 단계**로 다룬다:

1 · **이론**: 공식과 그 근거

2 · **문제**: 조건과 구하는 값

3 · **풀이**: 단계별 수치 계산

예제: H = 25 m, x = 2 m, c = 5 m, q = 20 kPa; 강성 벽체. z = 5 m에서의 종좌표 하나를 손계산으로 푼다.

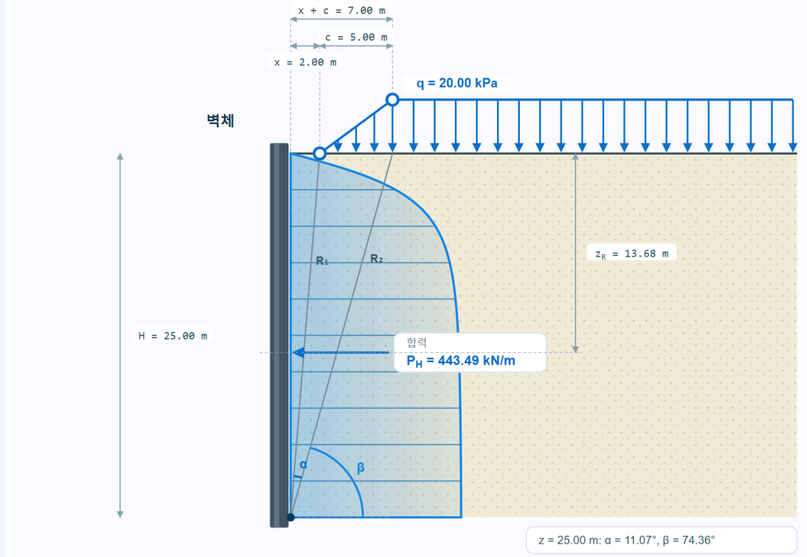
벽체에 작용하는 경사 상재하중

이론

경사형 상재하중은 벽체로부터 수평거리 **x**에서 시작된다

지표면 압력은 경사하중 폭 **c**에 걸쳐 0에서 전체 **q** 값까지 선형으로 증가하며, **x + c** 너머에서는 상재하중이 일정한 강도 q로 계속된다

하중은 길고 벽체와 평행하며, 합력은 벽체 **단위 길이당** 값으로 제시한다



H: 벽체 전체 높이

x: 벽체에서 경사하중 시작점까지의 거리

c: 하중이 0에서 q까지 증가하는 수평 폭

q: 경사하중 구간 바깥의 완전한 등분포 상재하중 크기

z: σ_H를 계산하는 지표면으로부터의 깊이

깊이 z에서의 기하

이론

깊이 z에서 벽체의 점으로부터 경사하중의 **시작점**과 **끝점**으로 향하는 두 직선의 길이와 그 사이의 각은 아래와 같다

압력식에서 각도는 **라디안**으로 취하며, 도(°) 값은 가독성을 위해 인터페이스와 계산 보고서에 표시될 수 있다

$$R_1 = \sqrt{x^2 + z^2} \qquad R_2 = \sqrt{(x + c)^2 + z^2}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\frac{x + c}{z} - \tan^{-1}\frac{x}{z} \qquad \beta = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\frac{x + c}{z}$$

선하중의 중첩

이론

경사하중은 각각 **w(s)·ds** 크기의 선하중이 연속적으로 배열된 것이다(경사 구간에서는 증가하고 평탄부에서는 일정); 탄성 수평응력(Flamant)을 합산한다

상승 경사부와 평탄부는 추가적인 대수적 항을 만들어 내며, 이 항들은 서로 정확히 상쇄되어 **각도와 로그**만 남는다

$$\sigma_H = \psi \frac{2}{\pi} \int w(s) \frac{s^2 z}{(s^2 + z^2)^2} ds$$

$$\sigma_H = \psi \frac{q}{\pi c} \left[c\beta - x\alpha + 2z \ln \frac{R_2}{R_1} \right]$$

ψ = 1은 반무한 매질(벽체 없음)이며, **ψ = 2**는 수평응력을 두 배로 만드는, 변위하지 않는 강성 벽체이다: 모듈의 기본값이다. σ_H는 지표면에서 0이다

분포도의 면적과 1차 모멘트

이론

벽체 단위 길이당 **상재하중의 합력**과 지표면으로부터의 그 깊이는 선도의 면적과 1차 모멘트에 해당한다; 모듈은 두 적분을 모두 완전한 정밀도로 수치 계산한다

$$P_H = \int_0^H \sigma_H(z)\,dz$$

$$z_R = \frac{\int_0^H z\,\sigma_H(z)\,dz}{P_H}$$

예제에서 **P_H = 443.49 kN/m** (강성 벽체) 또는 **221.74 kN/m** (반무한 매질)이며, 두 경우 모두 지표면 아래 **z_R = 13.68 m**이다

여섯 단계와 한 개의 종좌표

이론

1 · H, x, c, q 정의 및 ψ 선택

2 · 지표면과 벽체 저면 사이에서 깊이 **z**를 선택한다

3 · R_1, R_2 계산; **4** · α, β 계산(라디안)

5 · σ_H 계산: q, c, x, α, β, R_1, R_2 대입

6 · 반복 및 적분: 압력 분포, 이어서 P_H와 z_R

$$z = 5\ \text{m}: \quad R_1 = 5.385\ \text{m} \quad R_2 = 8.602\ \text{m} \qquad \alpha = 32.661^\circ \quad \beta = 35.538^\circ$$

$$\sigma_H = \frac{20}{5\pi}\left[5(0.62025) - 2(0.57004) + 10\ln\frac{8.6023}{5.3852}\right] = 8.461\ \text{kPa}\ \ (\psi = 1) \ \rightarrow\ 16.921\ \text{kPa}\ \ (\psi = 2)$$

문제

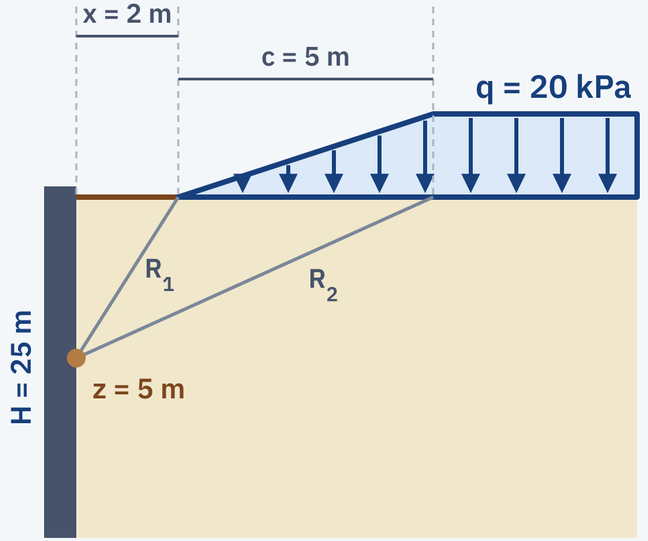
예제

구하는 값

깊이 **z = 5 m**에서 $\mathbf{R_1}$, $\mathbf{R_2}$, **α, β** 및 수평압력 $\boldsymbol{\sigma_H}$(두 ψ 값에 대해); 모듈과의 비교.

조건

벽체와 하중	$H = 25.0$ **m;** $x = 2.0$ **m;** $c = 5.0$ **m;** $q = 20.0$ **kPa**
벽체	**반무한 매질 ($\psi = 1$)과 강성 벽체 ($\psi = 2$)**



풀이 (1/2)

풀이

1 벽체의 점에서 경사하중의 시작(x)과 끝(x + c)으로 향하는 광선

$$R_1 = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{29} = \mathbf{5.3852}\ \text{m}$$

$$R_2 = \sqrt{7^2 + 5^2} = \sqrt{74} = \mathbf{8.6023}\ \text{m}$$

2 각도 (라디안)

$$\alpha = \tan^{-1}\frac{7}{5} - \tan^{-1}\frac{2}{5} = 0.95055 - 0.38051 = \mathbf{0.57004}\ \text{rad}\ \ (32.661^\circ)$$

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\frac{7}{5} = 1.57080 - 0.95055 = \mathbf{0.62025}\ \text{rad}\ \ (35.538^\circ)$$

경사하중의 시점은 벽체 위의 점에서 **32.66°**, 종점은 **35.54°**의 각도로 보이며, 시선의 길이는 5.385 및 8.602 m이다.

풀이 (2/2)

풀이

3 반무한 매질 (ψ = 1): 대괄호 안의 세 항

$$\sigma_H = \frac{q}{\pi c}\left[c\beta - x\alpha + 2z\ln\frac{R_2}{R_1}\right] = \frac{20}{5\pi}\left[5(0.62025) - 2(0.57004) + 10\ln\frac{8.6023}{5.3852}\right]$$

$$= 1.27324\left[3.1012 - 1.1401 + 4.6838\right] = 1.27324(6.6450) = \mathbf{8.461}\ \text{kPa}$$

4 강성 벽체 (ψ = 2): 반무한 매질 값의 2배

$$\sigma_H = 2 \times 8.461 = \mathbf{16.921}\ \text{kPa}$$

z = 5 m에서 **σ_H = 16.921 kPa**이다(강성 벽체; 반무한 매질에서는 8.461). 모듈도 같은 값을 준다. x·α 항은 마이너스 부호로 들어간다. 상승하는 경사하중은 x에서 시작하는 완전한 띠하중에 비해 벽체에 가까운 하중을 감소시킨다.

GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

문제

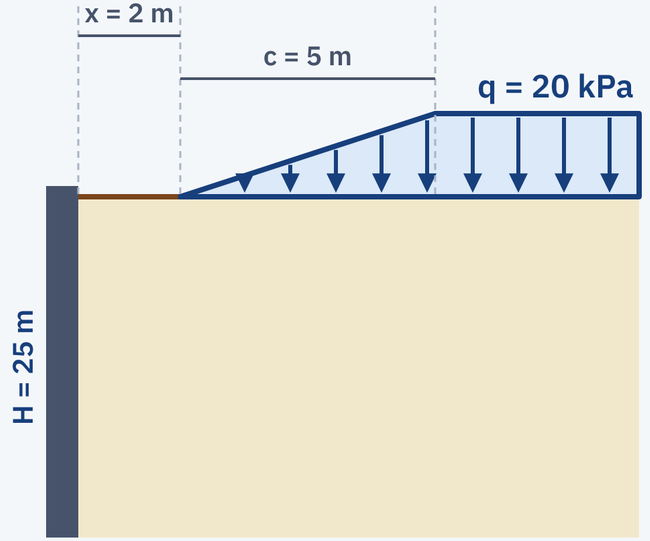
예제

조건

모델	**예제 1의 경사하중; 강성 벽체; 표는 $H/30 = 0.833$ m마다**
각 행마다	**R_1, R_2, α, β 및 σ_H; 반무한 매질의 값은 강성 벽체 값의 절반이다**

구하는 값

압력 분포와 벽체 저면에서의 값; 깊은 곳에서 압력의 거동(식의 $z \to \infty$ 극한).



풀이 (1/2)

풀이

z (m)	R_1 (m)	R_2 (m)	α (°)	β (°)	σ_H (kPa)
0.00	2.000	7.000	0.00	0.00	0.000
0.83	2.167	7.049	15.83	6.79	5.109
1.67	2.603	7.196	26.41	13.39	9.258
2.50	3.202	7.433	31.69	19.65	12.275
3.33	3.887	7.753	33.57	25.46	14.395
4.17	4.622	8.146	33.60	30.76	15.877
5.00	**5.385**	**8.602**	**32.66**	**35.54**	**16.921**
5.83	6.167	9.112	31.27	39.81	17.665
6.67	6.960	9.667	29.70	43.60	18.202
7.50	7.762	10.259	28.09	46.97	18.596
8.33	8.570	10.883	26.53	49.97	18.887
9.17	9.382	11.534	25.06	52.63	19.107
10.00	10.198	12.207	23.68	55.01	19.275
10.83	11.016	12.898	22.41	57.13	19.405
11.67	11.837	13.606	21.24	59.04	19.506
12.50	12.659	14.327	20.16	60.75	19.586

z (m)	R_1 (m)	R_2 (m)	α (°)	β (°)	σ_H (kPa)
13.33	13.482	15.059	19.17	62.30	19.651
14.17	14.307	15.802	18.26	63.71	19.703
15.00	15.133	16.553	17.42	64.98	19.745
15.83	15.959	17.312	16.65	66.15	19.780
16.67	16.786	18.077	15.94	67.22	19.809
17.50	17.614	18.848	15.28	68.20	19.833
18.33	18.442	19.624	14.67	69.10	19.853
19.17	19.271	20.405	14.11	69.94	19.870
20.00	20.100	21.190	13.58	70.71	19.885
20.83	20.929	21.978	13.09	71.43	19.897
21.67	21.759	22.769	12.63	72.10	19.908
22.50	22.589	23.564	12.20	72.72	19.918
23.33	23.419	24.361	11.80	73.30	19.926
24.17	24.249	25.160	11.42	73.85	19.933
25.00	25.080	25.962	11.07	74.36	19.939

풀이 (2/2)

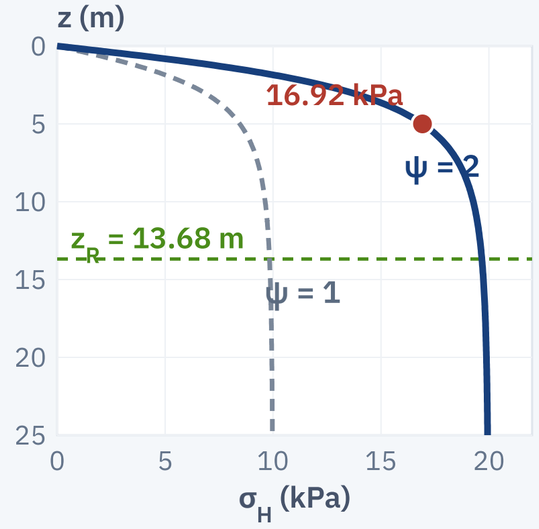
풀이

1 지표면과 지중에서

$$z = 0: \quad \sigma_H = 0 \qquad z = H = 25\ \text{m}: \quad \sigma_H = \mathbf{19.94}\ \text{kPa}$$

$$z \to \infty: \quad \alpha \to 0,\ \beta \to \tfrac{\pi}{2},\ 2z \ln \tfrac{R_2}{R_1} \to 0 \ \Rightarrow\ \sigma_H \to \psi\, \frac{q}{2}$$

압력은 지표면에서 0이며 **깊이에 따라 증가한다**: 최댓값은 벽체 하단에서 나타난다(19.94 kPa). 깊은 곳에서는 $\sigma_H \to \psi q/2 = \mathbf{q}$가 된다: z = 50 m에서 19.99, z = 1000 m에서 20.00 kPa(강성 벽체). z = 5 m에서의 종좌표는 16.921 kPa이다(굵은 행, 예제 1).



GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

문제

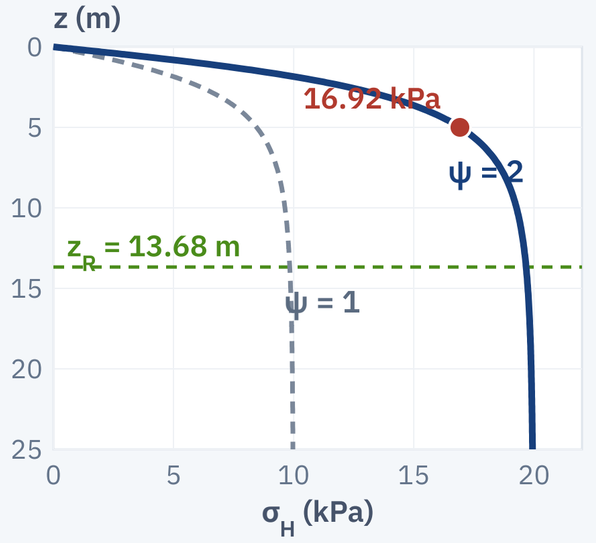
예제

구하는 값

P_H와 z_R (손계산, 표 이용); 반무한 매질 값; 모듈 결과와의 비교.

조건

모델	**예제 1의 경사하중; 강성 벽체; 예제 2의 $H/30$ 표 ($n = 30$, $h = H/30 = 0.8333$ m)**
방법	**Simpson 공식; $z_R = \int z\,\sigma\,dz \,/\, P_H$**



풀이 (1/2)

풀이

	σ_0	Σ 홀수항 (i = 1, 3, …, 29)	Σ 짝수항 (i = 2, 4, …, 28)	σ_{30}
σ_H (kPa)	0.000	266.553	255.220	19.939

1 Simpson 합과 면적

$$\Sigma = \sigma_0 + 4(266.553) + 2(255.220) + \sigma_{30} = 1{,}596.59$$

$$P_H \approx \frac{h}{3}\,\Sigma = \frac{0.8333}{3}(1{,}596.59) = \mathbf{443.50}\ \text{kN/m}$$

손계산 **443.50 kN/m**; 모듈의 정밀 적분 **443.49 kN/m**(차이 0.002%). 반무한 매질에서는 그 절반인 **221.74 kN/m**이다.

풀이 (2/2)

풀이

	$z_0\sigma_0$	Σ 단일	Σ 이중	$z_{30}\sigma_{30}$
$z\sigma_H$ (kPa·m)	0.000	3,638.41	3,393.35	498.48

2 1차 모멘트와 깊이

$$\int z\,\sigma\,dz \approx \frac{0.8333}{3}\left[0 + 4(3{,}638.41) + 2(3{,}393.35) + 498.48\right] = 6{,}066.3 \text{ kN}$$

$$z_R = \frac{6{,}066.3}{443.50} = \mathbf{13.68}\ \text{m}\ \text{(지표에서)} \qquad H - z_R = 11.32\ \text{m (저면에서)}$$

손계산으로 **z_R = 13.68 m**이고, 모듈은 13.68 m이다. 합력 443.49 kN/m는 **지표면 아래 13.68 m**(저면에서 11.32 m 위)에 작용하며, ψ가 바뀌어도 z_R은 변하지 않는다.

GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

문제

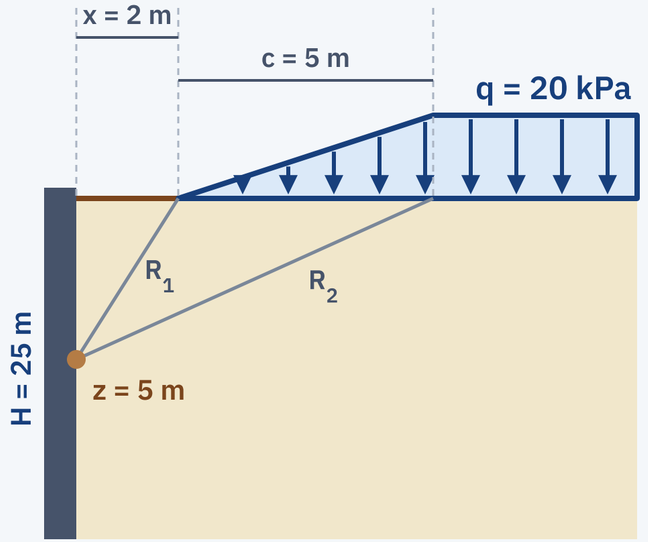
예제

조건

모델	**예제 1:** $z = 5$ **m; 반무한체** ($\psi = 1$)
방법	$\sigma_H = \dfrac{2}{\pi}\int w(s)\,\dfrac{s^2 z}{(s^2+z^2)^2}\,ds$**; 경사부** $w = q(s-x)/c$**, 평탄부** $w = q$
계산	**경사 구간: Simpson (**$n = 10$**,** $h = 0.5$ **m); 평탄 구간: 닫힌 형태의 적분**

구하는 값

경사부와 평탄부의 기여분을 각각 구해 합산한 σ_H; 예제 1의 폐쇄형 식과의 비교.



풀이 (1/2)

풀이

i	s (m)	w(s) (kPa)	f(s) = s²z/(s²+z²)² (1/m)	c	c·w·f
0	2.0	0.00	0.02378	1	0.00000
1	2.5	2.00	0.03200	4	0.25600
2	3.0	4.00	0.03893	2	0.31142
3	3.5	6.00	0.04414	4	1.05941
4	4.0	8.00	0.04759	2	0.76145
5	4.5	10.00	0.04945	4	1.97796
6	5.0	12.00	0.05000	2	1.20000
7	5.5	14.00	0.04955	4	2.77472
8	6.0	16.00	0.04837	2	1.54797
9	6.5	18.00	0.04671	4	3.36314
10	7.0	20.00	0.04474	1	0.89481
			Σ c·w·f =		**14.14688**

1 램프 위 선하중의 적분

$$I_{ramp} = \frac{h}{3}\sum c_i\, w_i f_i = \frac{0.5}{3}(14.14688) = \mathbf{2.3578}$$

풀이 (2/2)

풀이

2 평탄 구간 (s ≥ x + c = 7 m): A(s) = ½[tan⁻¹(s/z) − sz/(s² + z²)]에 의한 닫힌 형태의 적분

$$A(7) = \frac{1}{2}\left[\tan^{-1}\frac{7}{5} - \frac{7(5)}{74}\right] = 0.23879 \qquad A(\infty) = \frac{\pi}{4} = 0.78540$$

$$I_{plateau} = q\,[A(\infty) - A(7)] = 20(0.78540 - 0.23879) = 10.9322$$

3 합계와 ψ

$$\sigma_H = \frac{2}{\pi}\,(I_{ramp} + I_{plateau}) = \frac{2}{\pi}(2.3578 + 10.9322) = \mathbf{8.4607}\ \text{kPa}\ \ (\psi = 1)$$

$$\psi = 2: \quad \sigma_H = \mathbf{16.921}\ \text{kPa}$$

중첩법으로 구한 값은 **8.4607 kPa**이고 닫힌 형태의 해(예제 1)의 값도 **8.4607 kPa**이다. 두 방법은 동일하다. 대괄호 안의 항은 경사부와 평탄부 적분의 합이다.

GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

문제

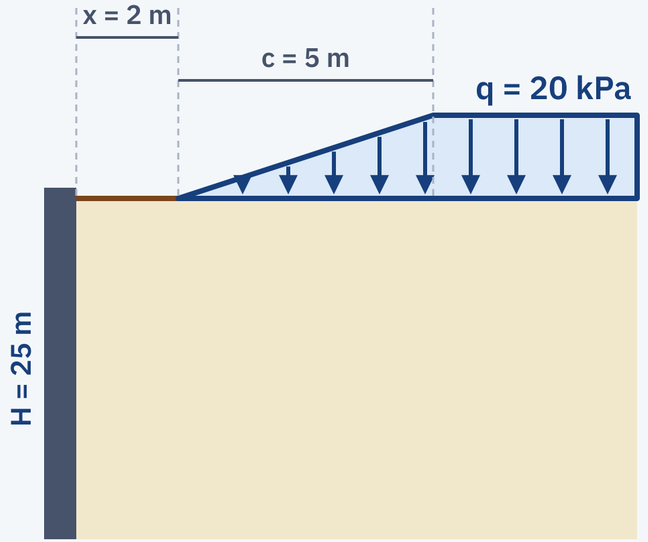
예제

구하는 값

각 경우의 P_H, z_R, 벽체 하단의 토압; 반무한 매질의 값; 상한(등분포하중).

조건

모델	$H = 25.0$ m; $q = 20$ kPa; 강성 벽체; 한 번에 하나만 변경
변수	시작 거리 $x = 0; 2; 5; 10$ m($c = 5$ m) 및 폭 $c = 1; 5; 10; 20$ m($x = 2$ m)



풀이 (1/2)

풀이

x (m), c = 5	P_H (kN/m), ψ = 2	P_H (kN/m), ψ = 1	z_R (m)	H − z_R (m)	σ_H(H) (kPa)
0	468.38	234.19	13.19	11.81	19.98
2	443.49	221.74	13.68	11.32	19.94
5	407.49	203.75	14.28	10.72	19.78
10	352.75	176.38	15.00	10.00	19.17

c (m), x = 2	P_H (kN/m), ψ = 2	P_H (kN/m), ψ = 1	z_R (m)	H − z_R (m)	σ_H(H) (kPa)
1	468.28	234.14	13.22	11.78	19.99
5	443.49	221.74	13.68	11.32	19.94
10	414.10	207.05	14.11	10.89	19.76
20	362.68	181.34	14.67	10.33	19.02

경사하중이 벽체에서 멀어지거나(x ↑) 천천히 증가할수록(c ↑) **합력은 감소하고 z_R은 깊어진다**. 저면의 압력은 항상 q = 20 kPa에 가깝다. ψ = 1의 값은 강성 벽체 값의 절반이다.

풀이 (2/2)

풀이

1 상한: 하중이 벽면에서 시작하여 (x = 0) 곧바로 q가 된다 (c → 0): 등분포 상재하중

$$\sigma_H = \psi\,\frac{q}{2} = q \quad \text{(모든 z)} \;\Rightarrow\; P_H = qH = 20 \times 25 = \mathbf{500}\ \text{kN/m}, \quad z_R = \frac{H}{2} = 12.5\ \text{m}$$

2 경사하중의 폭 c → 0: x = 2 m에서 시작되는 계단형 하중

$$c = 0.001\ \text{m}: \quad P_H = 474.58\ \text{kN/m}, \quad z_R = 13.09\ \text{m}$$

띠하중 공식 $(x_2 \to \infty)$: $\quad P_H = 474.59\ \text{kN/m}, \quad z_R = 13.09\ \text{m}$

예제 1의 경사하중은 이 두 한계 사이에 있다: **443.49 kN/m**, 상한 500 kN/m의 88.7%. 경사가 가파를수록 결과는 계단형 하중의 띠하중 해에 가까워지며, 이는 같은 중첩이다. (모듈은 x = 0, c = 0.001 m에 대해 499.99 kN/m를 준다.)

GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

요약

핵심 정리

$\sigma_H = \psi\, q/(\pi c)\,[c\beta - x\alpha + 2z\,\ln(R_2/R_1)]$; $R_1 = \sqrt{(x^2 + z^2)}$, $R_2 = \sqrt{((x + c)^2 + z^2)}$, $\alpha = \tan^{-1}((x + c)/z) - \tan^{-1}(x/z)$, $\beta = \pi/2 - \tan^{-1}((x + c)/z)$ (라디안); $\psi = 2$: 강성 벽체, $\psi = 1$: 반무한 매질

예제($z = 5$ m): R_1 5.385 m, R_2 8.602 m; α 32.661°, β 35.538°; σ_H = 8.461 kPa($\psi = 1$), **16.921 kPa**($\psi = 2$)

분포: 지표면에서 0이고 깊이에 따라 증가하며, 깊은 곳에서 $\psi q/2 = q$ 값에 접근한다(저면에서 19.94 kPa)

합력 $P_H = \int \sigma_H dz$ = **443.49 kN/m**, $z_R = \int z\sigma_H dz / P_H$ = **13.68 m** (지표면으로부터); $\psi = 1$일 때 P_H = 221.74 kN/m, z_R 값은 동일

비교: 경사하중이 벽체에서 멀어지고 폭이 넓어질수록 합력은 감소한다; 상한은 등분포하중($q\,H$ = 500 kN/m)이고, 하한 쪽에서는 경사가 가팔라지면 계단형 하중이 된다

참고문헌

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning; 본 페이지는 이 문헌을 준용합니다.

참고

수치 예제는 모두 모듈 자체의 계산 엔진으로 산출하였으며, 모듈도 같은 값을 준다. 모듈의 초기 예제는 H = 25 m, x = 2 m, c = 5 m, q = 20 kPa인 벽체이다.

GeoTerva

온라인 지반공학 계산

이론에서 실무로

사용자의 경사하중, 시작 거리, 폭, 벽체 높이를 GeoTerva에 입력하면 모듈이 압력 분포도, 합력과 그 작용 깊이, 세 가지 보기, 단계별 풀이, 보고서를 함께 제공한다.

모듈 열기 →

이론 페이지 →

스마트폰으로 열기

체험 모듈은 가입 없이 이용할 수 있습니다.

강의에서 사용하려면: info@geoterva.com