GeoTerva

地盤工学の講義スライド ・ 上載荷重

ランプ上載荷重

講義：ゼロから始まりプラトーに達するランプ載荷；ある深さにおける縦距を手計算で求め、分布、合力および変種を表で示す。

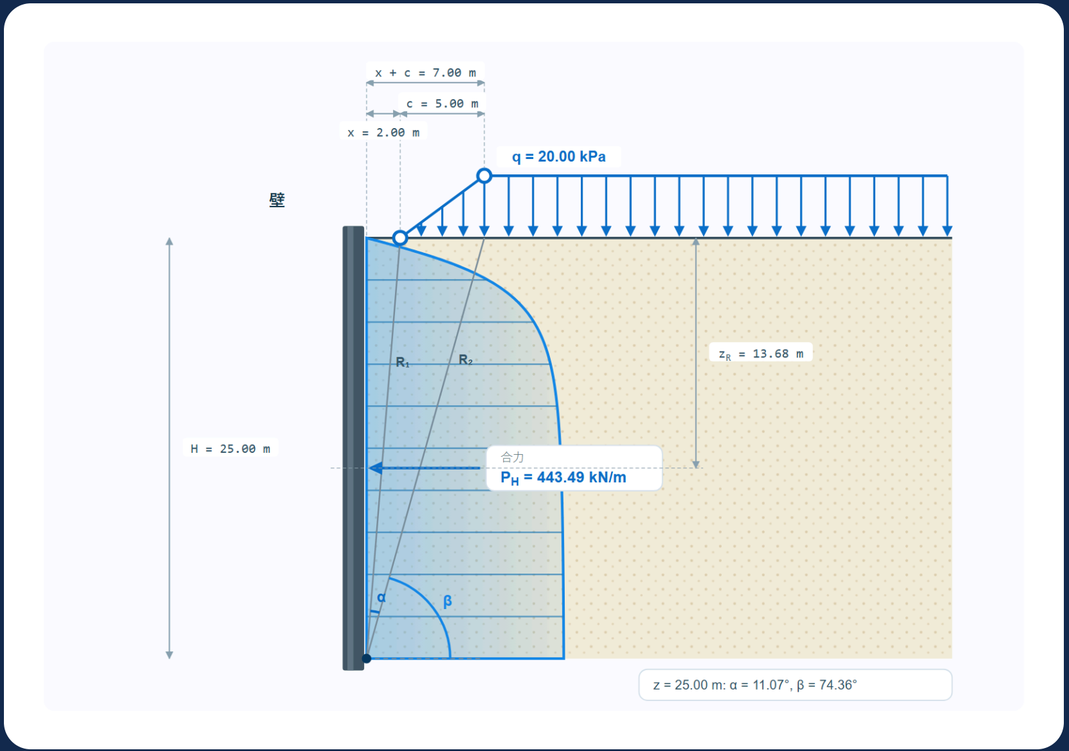
線荷重の重ね合わせ

R_1、R_2、α、β

剛体擁壁 $\psi = 2$

合力とz_R

手計算で解ける



この講義で学ぶこと

ランプ荷重の形状：壁面から**x**の距離でゼロから始まり、幅**c**でqの値まで増加し、それ以遠は一定のqで続く

ある深さzにおいて半径$\mathbf{R_1}$, $\mathbf{R_2}$および角度$\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\beta}$を求めること（ラジアン）

線荷重の重ね合わせから得られる側方土圧の閉形式：$\sigma_H = \psi\ q/(\pi c)\,[c\beta - x\alpha + 2z\ln(R_2/R_1)]$

剛体壁（$\psi = 2$）と**半無限体**（$\psi = 1$）の違い

合力P_Hと**作用深さz_R**：分布図の面積と一次モーメント、xとcの影響

講義の流れ

各項目は**3つの手順**で扱う：

1 · **理論**：式とその根拠

2 · **問題**：与条件と求めるもの

3 · **解答**：数値を用いて手順ごとに

例：H = 25 m、x = 2 m、c = 5 m、q = 20 kPa；剛な壁。z = 5 mにおける1つの縦距を手計算で解く。

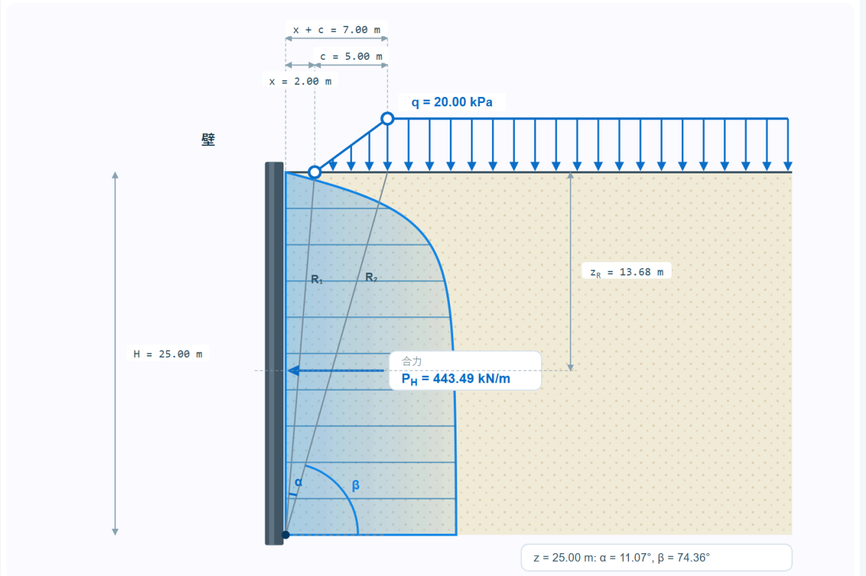
擁壁に作用するランプ上載荷重

理論

ランプ上載荷重は壁面から水平距離**x**の位置から始まる。

表面圧力はランプ幅**c**にわたってゼロから全値**q**まで直線的に増加する；**x + c**より先では上載荷重は一定の強度qで継続する

荷重は長く壁面に平行である；合力は壁の**単位長さ当たり**で与えられる



H：壁の全高

x：壁からランプ開始点までの距離

c：荷重が0からqまで増加する水平幅

q：ランプ以遠の等分布上載荷重の大きさ

z：σ_Hを計算する地表面からの深さ

深さzにおける幾何形状

理論

深さzにおいて、壁上の点からランプの**始点**および**終点**へ向かう2本の放射線の長さと、それらの間の角度を以下に示す。

圧力の式では角度を**ラジアン**でとる。度の値は可読性のためインターフェースおよび計算レポートに表示してよい。

$$R_1 = \sqrt{x^2 + z^2} \qquad R_2 = \sqrt{(x + c)^2 + z^2}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\frac{x + c}{z} - \tan^{-1}\frac{x}{z} \qquad \beta = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\frac{x + c}{z}$$

線荷重の重ね合わせ

理論

ランプ荷重は、それぞれ**w(s)·ds**の強さをもつ連続した線荷重の列である（ランプ部で増加、プラットホーム部で一定）；弾性水平応力（Flamant）を合計する

立ち上がりランプとプラトーは追加の代数項を生む；これらは正確に相殺され、**角度と対数**だけが残る

$$\sigma_H = \psi \frac{2}{\pi} \int w(s) \frac{s^2 z}{(s^2 + z^2)^2} \, ds$$

$$\sigma_H = \psi \frac{q}{\pi c} \left[c\beta - x\alpha + 2z \ln \frac{R_2}{R_1} \right]$$

ψ = 1は半無限体（壁なし）である。**ψ = 2**は水平応力を2倍にする変位しない剛体壁であり、モジュールの既定値である。σ_Hは地盤表面でゼロである。

図の面積と一次モーメント

理論

壁の単位長さ当たりの**上載荷重の合力**と地表面からの深さは、図の面積および一次モーメントである；モジュールは両方の積分を完全な精度で数値計算する

$$P_H = \int_0^H \sigma_H(z)\,dz$$

$$z_R = \frac{\int_0^H z\,\sigma_H(z)\,dz}{P_H}$$

例題では**P_H = 443.49 kN/m**（剛体壁）または**221.74 kN/m**（半無限媒体）；いずれも**z_R = 13.68 m**で、地表面より下である

6つの手順と1つの縦距

理論

1 ・ H、x、c、qを定義し、ψを選ぶ

2 · 地表面と擁壁底面の間で深さ**z**を選ぶ

3 · R_1とR_2を計算する；**4** · αとβを計算する（ラジアン）

5 · σ_Hを計算する：q、c、x、α、β、R_1、R_2を代入する

6 ・反復計算と積分：圧力分布、次にP_Hとz_R

$$z = 5 \text{ m}: \quad R_1 = 5.385 \text{ m} \quad R_2 = 8.602 \text{ m} \qquad \alpha = 32.661^\circ \quad \beta = 35.538^\circ$$

$$\sigma_H = \frac{20}{5\pi}\left[5(0.62025) - 2(0.57004) + 10\ln\frac{8.6023}{5.3852}\right] = 8.461 \text{ kPa} \ \ (\psi = 1) \ \ \rightarrow \ \ 16.921 \text{ kPa} \ \ (\psi = 2)$$

問題

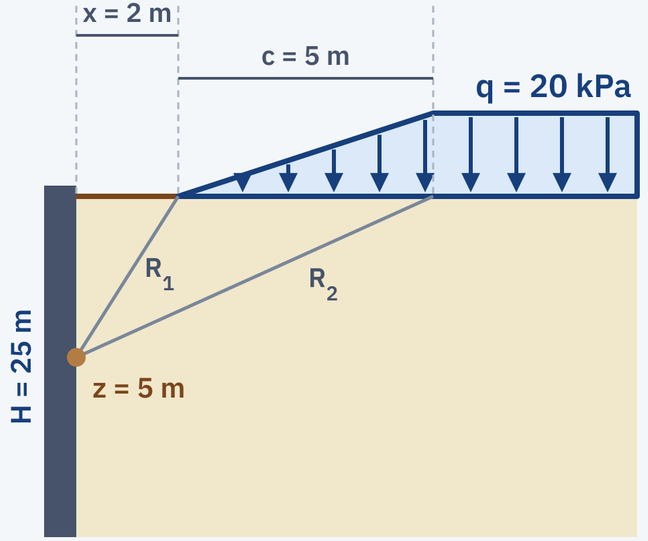
例題

求めるもの

深さ**z = 5 m**における**R_1, R_2**、**α, β**および水平圧力**σ_H**（2つのψについて）；モジュールとの比較。

与条件

壁と荷重	$H = 25.0$ **m;** $x = 2.0$ **m;** $c = 5.0$ **m;** $q = 20.0$ **kPa**
壁	**半無限媒体（$\psi = 1$）と剛体壁（$\psi = 2$）**



解答 (1/2)

解答

1 壁上の点からランプの始点（x）および終点（x + c）への放射線

$$R_1 = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{29} = \mathbf{5.3852}\ \text{m}$$

$$R_2 = \sqrt{7^2 + 5^2} = \sqrt{74} = \mathbf{8.6023}\ \text{m}$$

2 角度（ラジアン）

$$\alpha = \tan^{-1}\frac{7}{5} - \tan^{-1}\frac{2}{5} = 0.95055 - 0.38051 = \mathbf{0.57004}\ \text{rad}\ \ (32.661^\circ)$$

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\frac{7}{5} = 1.57080 - 0.95055 = \mathbf{0.62025}\ \text{rad}\ \ (35.538^\circ)$$

ランプの始点は壁上の点から**32.66°**、終点は**35.54°**の角度で見える；視線の長さは5.385 mおよび8.602 mである。

解答 (2/2)

解答

3 半無限媒体（$\psi = 1$）：括弧内の3項

$$\sigma_H = \frac{q}{\pi c}\left[c\beta - x\alpha + 2z\ln\frac{R_2}{R_1}\right] = \frac{20}{5\pi}\left[5(0.62025) - 2(0.57004) + 10\ln\frac{8.6023}{5.3852}\right]$$

$$= 1.27324\left[3.1012 - 1.1401 + 4.6838\right] = 1.27324(6.6450) = \mathbf{8.461}\ \text{kPa}$$

4 剛な壁（$\psi = 2$）：半無限媒体の値の2倍

$$\sigma_H = 2 \times 8.461 = \mathbf{16.921}\ \text{kPa}$$

z = 5 mにおいて **σ_H = 16.921 kPa**（剛体壁；半無限媒体では8.461）。モジュールは同じ値を与える。x·α の項は負符号で入る：上昇するランプは、xから始まる完全な帯状荷重に比べて壁近傍の荷重を減少させる。

GeoTervaで解答を確認する ↗

問題

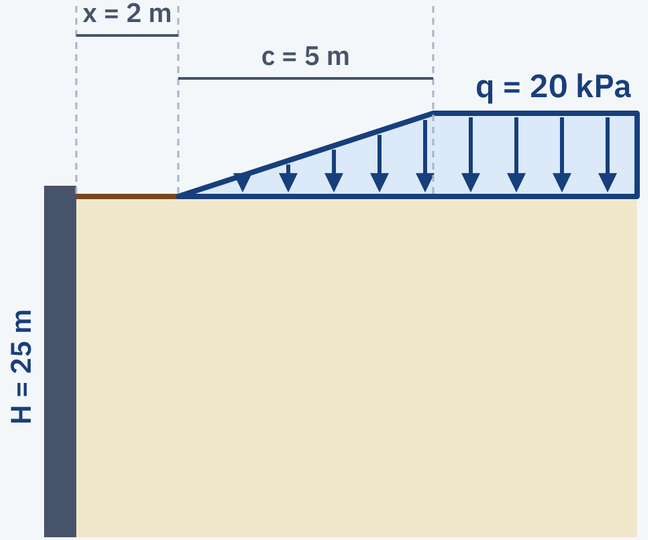
例題

与条件

モデル	**例題1のランプ；剛体壁；表は$H/30 = 0.833$ mごと**
各行で	**R_1、R_2、α、βおよびσ_H；半無限媒体の値は剛体壁の半分である**

求めるもの

圧力分布と壁底面における値。深部における圧力の挙動（式の z → ∞ の極限）。



解答 (1/2)

解答

z (m)	R_1 (m)	R_2 (m)	α (°)	β (°)	σ_H (kPa)
0.00	2.000	7.000	0.00	0.00	0.000
0.83	2.167	7.049	15.83	6.79	5.109
1.67	2.603	7.196	26.41	13.39	9.258
2.50	3.202	7.433	31.69	19.65	12.275
3.33	3.887	7.753	33.57	25.46	14.395
4.17	4.622	8.146	33.60	30.76	15.877
5.00	**5.385**	**8.602**	**32.66**	**35.54**	**16.921**
5.83	6.167	9.112	31.27	39.81	17.665
6.67	6.960	9.667	29.70	43.60	18.202
7.50	7.762	10.259	28.09	46.97	18.596
8.33	8.570	10.883	26.53	49.97	18.887
9.17	9.382	11.534	25.06	52.63	19.107
10.00	10.198	12.207	23.68	55.01	19.275
10.83	11.016	12.898	22.41	57.13	19.405
11.67	11.837	13.606	21.24	59.04	19.506
12.50	12.659	14.327	20.16	60.75	19.586
13.33	13.482	15.059	19.17	62.30	19.651
14.17	14.307	15.802	18.26	63.71	19.703
15.00	15.133	16.553	17.42	64.98	19.745
15.83	15.959	17.312	16.65	66.15	19.780
16.67	16.786	18.077	15.94	67.22	19.809
17.50	17.614	18.848	15.28	68.20	19.833
18.33	18.442	19.624	14.67	69.10	19.853
19.17	19.271	20.405	14.11	69.94	19.870
20.00	20.100	21.190	13.58	70.71	19.885
20.83	20.929	21.978	13.09	71.43	19.897
21.67	21.759	22.769	12.63	72.10	19.908
22.50	22.589	23.564	12.20	72.72	19.918
23.33	23.419	24.361	11.80	73.30	19.926
24.17	24.249	25.160	11.42	73.85	19.933
25.00	25.080	25.962	11.07	74.36	19.939

解答 (2/2)

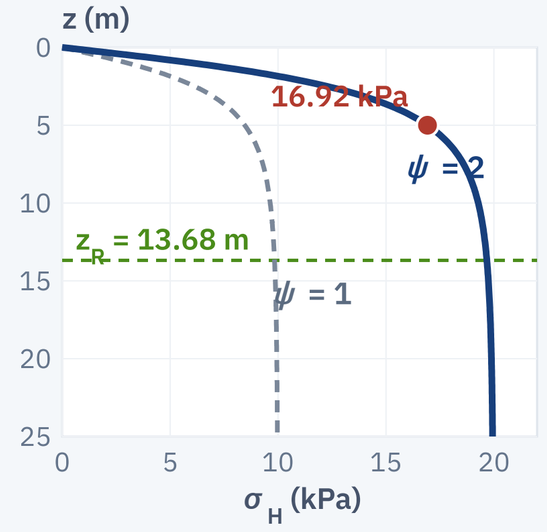
解答

1 地表面と深部

$$z = 0: \quad \sigma_H = 0 \qquad z = H = 25\ \text{m}: \quad \sigma_H = \mathbf{19.94}\ \text{kPa}$$

$$z \to \infty: \quad \alpha \to 0,\ \beta \to \tfrac{\pi}{2},\ 2z \ln \tfrac{R_2}{R_1} \to 0 \ \Rightarrow\ \sigma_H \to \psi\, \frac{q}{2}$$

圧力は地表面でゼロであり、**深さとともに増加する**：最大値は壁の底面にある（19.94 kPa）。深部では $\sigma_H \to \psi q/2 = \mathbf{q}$ となる：z = 50 mで19.99、z = 1000 mで20.00 kPa（剛体壁）。z = 5 mにおける値は16.921 kPaである（太字の行、例題1）。



GeoTervaで解答を確認する ↗

問題

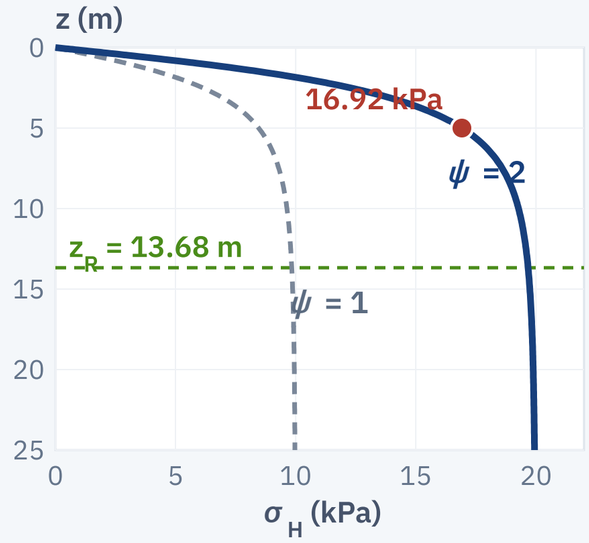
例題

求めるもの

P_Hおよびz_R（手計算、表から）；半無限体の値；モジュールの結果との比較。

与条件

モデル	**例題1のランプ；剛体壁；例題2の$H/30$表（$n = 30$、$h = H/30 = 0.8333$ m）**
手法	**Simpson則；$z_R = \int z\,\sigma\,dz \,/\, P_H$**



解答 (1/2)

解答

	σ_0	Σ 奇数 (i = 1, 3, …, 29)	Σ 偶数 (i = 2, 4, …, 28)	σ_{30}
σ_H (kPa)	0.000	266.553	255.220	19.939

1 Simpsonの和と面積

$$\Sigma = \sigma_0 + 4(266.553) + 2(255.220) + \sigma_{30} = 1{,}596.59$$

$$P_H \approx \frac{h}{3}\,\Sigma = \frac{0.8333}{3}(1{,}596.59) = \mathbf{443.50}\ \text{kN/m}$$

手計算では**443.50 kN/m**、モジュールの精密積分では**443.49 kN/m**（差は0.002%）。半無限地盤ではその半分：**221.74 kN/m**。

解答 (2/2)

解答

	$z_0\,\sigma_0$	Σ 単一	Σ ダブル	$z_{30}\,\sigma_{30}$
$z\,\sigma_H$ (kPa·m)	0.000	3,638.41	3,393.35	498.48

2 一次モーメントと深さ

$$\int z\,\sigma\,dz \approx \frac{0.8333}{3}\left[0 + 4(3{,}638.41) + 2(3{,}393.35) + 498.48\right] = 6{,}066.3\ \text{kN}$$

$$z_R = \frac{6{,}066.3}{443.50} = \mathbf{13.68}\ \text{m}\quad（地盤から）\qquad H - z_R = 11.32\ \text{m}\quad（底面から）$$

手計算では**z_R = 13.68 m**、モジュールでも13.68 mである。合力443.49 kN/mは**地表面下13.68 m**（底面から11.32 m上方）に作用し、ψ を変えてもz_Rは変化しない。

GeoTervaで解答を確認する ↗

問題

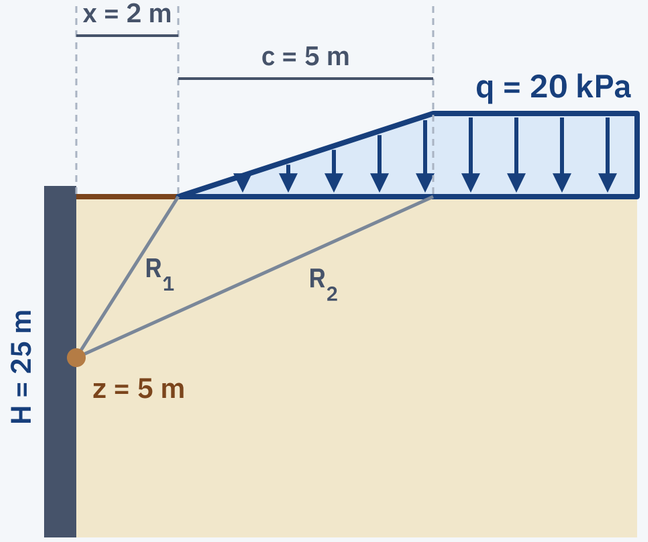
例題

与条件

モデル	**例題1：$z = 5$ m、半無限媒体（$\psi = 1$）**
手法	$\sigma_H = \dfrac{2}{\pi}\int w(s)\,\dfrac{s^2 z}{(s^2+z^2)^2}\,ds$**；ランプ上で** $w = q(s-x)/c$**、平坦部で** $w = q$
計算	**ランプ：Simpson（$n = 10$、$h = 0.5$ m）；平坦部：閉形式積分**

求めるもの

ランプとプラトーの寄与を別々に求めて合算しσ_Hを求める；例題1の閉形式解と比較する。



解答 (1/2)

解答

i	s (m)	w(s) (kPa)	f(s) = s²z/(s²+z²)² (1/m)	c	c·w·f
0	2.0	0.00	0.02378	1	0.00000
1	2.5	2.00	0.03200	4	0.25600
2	3.0	4.00	0.03893	2	0.31142
3	3.5	6.00	0.04414	4	1.05941
4	4.0	8.00	0.04759	2	0.76145
5	4.5	10.00	0.04945	4	1.97796
6	5.0	12.00	0.05000	2	1.20000
7	5.5	14.00	0.04955	4	2.77472
8	6.0	16.00	0.04837	2	1.54797
9	6.5	18.00	0.04671	4	3.36314
10	7.0	20.00	0.04474	1	0.89481
			Σ c·w·f =		**14.14688**

1 ランプ上の線荷重の積分

$$I_{ramp} = \frac{h}{3}\sum c_i\, w_i\, f_i = \frac{0.5}{3}(14.14688) = \mathbf{2.3578}$$

解答 (2/2)

解答

2 プラトー（s ≥ x + c = 7 m）：A(s) = ½[tan⁻¹(s/z) − sz/(s² + z²)]による閉形式積分

$$A(7) = \frac{1}{2}\left[\tan^{-1}\frac{7}{5} - \frac{7(5)}{74}\right] = 0.23879 \qquad A(\infty) = \frac{\pi}{4} = 0.78540$$

$$I_{plateau} = q\,[A(\infty) - A(7)] = 20(0.78540 - 0.23879) = 10.9322$$

3 合計と ψ

$$\sigma_H = \frac{2}{\pi}\,(I_{ramp} + I_{plateau}) = \frac{2}{\pi}(2.3578 + 10.9322) = \mathbf{8.4607}\ \text{kPa} \quad (\psi = 1)$$

$$\psi = 2: \quad \sigma_H = \mathbf{16.921}\ \text{kPa}$$

重ね合わせでは**8.4607 kPa**となる。閉形式（例題1）では**8.4607 kPa**。二つの方法は同一である：角括弧内の項は、ランプとプラトーの積分の和である。

GeoTervaで解答を確認する ↗

問題

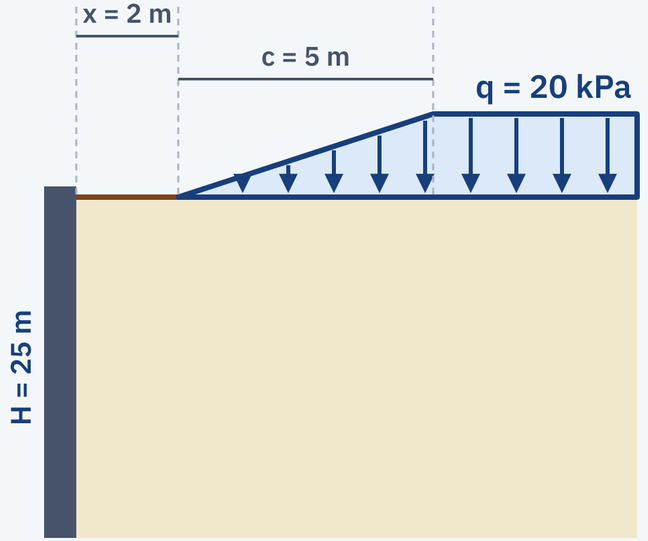
例題

求めるもの

各ケースについてP_H、z_R、底面の圧力；半無限体の値；上界（等分布荷重）。

与条件

モデル	$H = 25.0$ m、$q = 20$ kPa、剛体壁、一度に1つだけ変化させる
変化させる量	開始位置$x = 0$；2；5；10 m（$c = 5$ m）および幅$c = 1$；5；10；20 m（$x = 2$ m）



解答 (1/2)

解答

x (m), c = 5	P_H (kN/m), ψ = 2	P_H (kN/m), ψ = 1	z_R (m)	H − z_R (m)	σ_H(H) (kPa)
0	468.38	234.19	13.19	11.81	19.98
2	443.49	221.74	13.68	11.32	19.94
5	407.49	203.75	14.28	10.72	19.78
10	352.75	176.38	15.00	10.00	19.17

c (m), x = 2	P_H (kN/m), ψ = 2	P_H (kN/m), ψ = 1	z_R (m)	H − z_R (m)	σ_H(H) (kPa)
1	468.28	234.14	13.22	11.78	19.99
5	443.49	221.74	13.68	11.32	19.94
10	414.10	207.05	14.11	10.89	19.76
20	362.68	181.34	14.67	10.33	19.02

ランプが壁から遠ざかるほど（x ↑）、あるいはゆっくり上昇するほど（c ↑）、**合力は減少し、z_Rは深くなる**。底面の圧力は常にq = 20 kPaに近い。ψ = 1の値は剛体壁の半分である。

解答 (2/2)

解答

1 上限：荷重は壁面から始まり（x = 0）、直ちにqとなる（c → 0）：等分布上載荷重

$$\sigma_H = \psi\,\frac{q}{2} = q \quad \text{（任意のzにおいて）} \quad \Rightarrow \; P_H = qH = 20 \times 25 = \mathbf{500}\ \text{kN/m}, \quad z_R = \frac{H}{2} = 12.5\ \text{m}$$

2 ランプ幅c → 0：x = 2 mから始まる段状荷重

$$c = 0.001\ \text{m}: \quad P_H = 474.58\ \text{kN/m}, \quad z_R = 13.09\ \text{m}$$

$$\text{帯状荷重の式}\ (x_2 \to \infty): \quad P_H = 474.59\ \text{kN/m}, \quad z_R = 13.09\ \text{m}$$

例題1のランプはこの2つの限界の間に位置する：**443.49 kN/m**であり、上限500 kN/mの88.7 %である。ランプが急になるほど、階段載荷の結果は帯状載荷の解に近づく：同じ重ね合わせである。（モジュールはx = 0、c = 0.001 mに対して499.99 kN/mを与える。）

GeoTervaで解答を確認する ↗

まとめ

ポイントのまとめ

$\sigma_H = \psi\, q/(\pi c)\,[c\beta - x\alpha + 2z \ln(R_2/R_1)]$；$R_1 = \sqrt{(x^2 + z^2)}$、$R_2 = \sqrt{((x + c)^2 + z^2)}$、$\alpha = \tan^{-1}((x + c)/z) - \tan^{-1}(x/z)$、$\beta = \pi/2 - \tan^{-1}((x + c)/z)$（rad）、$\psi = 2$は剛体壁、$\psi = 1$は半無限地盤

例（z = 5 m）：R_1 5.385 m、R_2 8.602 m、α 32.661°、β 35.538°、σ_H = 8.461 kPa（$\psi = 1$）、**16.921 kPa**（$\psi = 2$）

分布：表面で0、深さとともに増加し、深部では$\psi q/2 = q$の値に近づく（底面で19.94 kPa）

合力$P_H = \int \sigma_H dz$ = **443.49 kN/m**、$z_R = \int z\,\sigma_H dz/P_H$ = **13.68 m**（地表面から）；$\psi = 1$の場合P_H = 221.74 kN/m、z_Rは同じ

比較：ランプが壁面から遠ざかり幅が広がるほど合力は減少する；上限は等分布荷重（q H = 500 kN/m）、下限はランプが急勾配になったときのステップ荷重である

参考文献

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning。本ページはこの文献に従っています。

注記

数値例はすべてモジュール自身の計算エンジンで生成しており、モジュールも同じ値を与える。モジュールの初期例はH = 25 m、x = 2 m、c = 5 m、q = 20 kPaの擁壁である。

GeoTerva

オンライン地盤工学計算

理論から実務へ

自身のランプ荷重、開始距離、幅、擁壁高さをGeoTervaに入力する；モジュールは圧力図、合力とその作用深さ、3つの表示、手順ごとの解答、レポートをまとめて出力する。

モジュールを開く →

理論ページ →

スマートフォンで開く

お試しモジュールは登録不要です。

講義で使用したい場合：info@geoterva.com