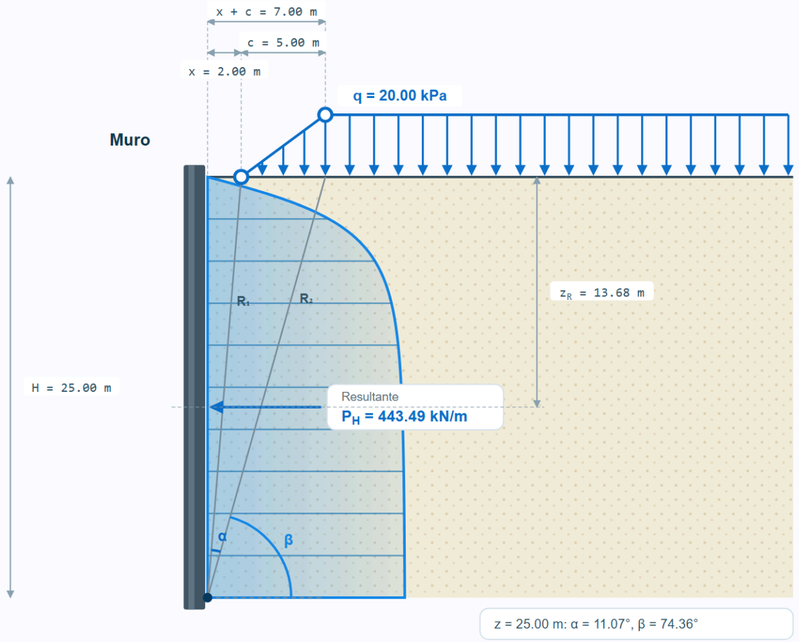
Presentación de clase de geotecnia · Sobrecargas

Sobrecarga en rampa

Clase: carga en rampa que parte de cero y alcanza una meseta; la ordenada a una profundidad dada se resuelve a mano, con perfiles, resultante y variantes en tablas.

- Superposición de cargas lineales
- R_1, R_2, α, β
- Muro rígido ψ = 2
- Resultante y z_R
- Resoluble a mano



Introducción

¿Qué aprenderemos en esta clase?

- La geometría de la **carga en rampa**: comienza en cero a la distancia **x** del muro, alcanza el valor q en un ancho **c** y continúa con q constante a partir de ahí
- Hallar, a una profundidad z, los radios $\mathbf{R_1}$, $\mathbf{R_2}$ y los ángulos **α, β** (en radianes)
- La forma cerrada de la presión horizontal procedente de la **superposición de cargas lineales**: $\sigma_H = \psi\, q/(\pi c)\,[c\beta - x\alpha + 2z\,\ln(R_2/R_1)]$
- La diferencia entre el **muro rígido** (ψ = 2) y el **medio semiinfinito** (ψ = 1)
- La **resultante** $\mathbf{P_H}$ y la **profundidad de aplicación** $\mathbf{z_R}$: el área y el momento de primer orden del diagrama; el efecto de x y c

DESARROLLO DE LA CLASE

Cada tema se desarrolla en **tres pasos**:

1 · **Teoría**: fórmula y su justificación

2 · **Enunciado**: datos y se pide

3 · **Solución**: paso a paso, con números

Ejemplo: H = 25 m, x = 2 m, c = 5 m, q = 20 kPa; muro rígido. Una ordenada en z = 5 m se resuelve a mano.

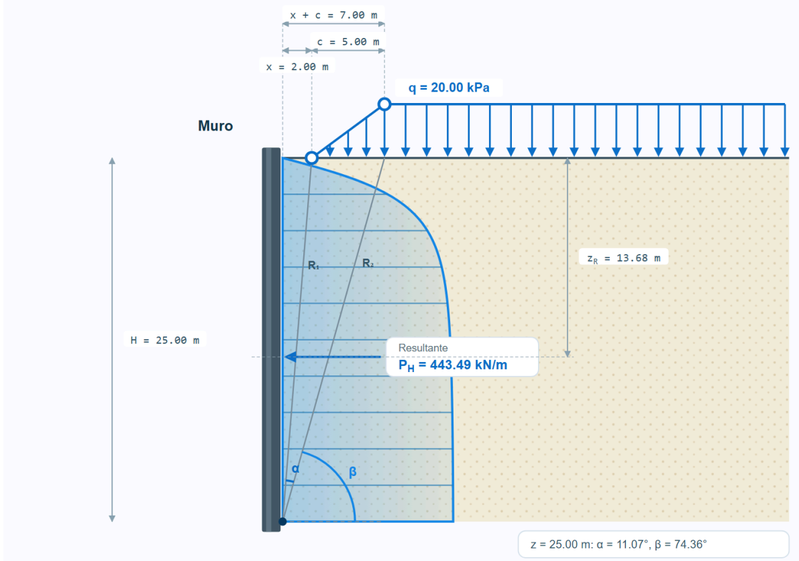
Sobrecarga en rampa que actúa sobre el muro

TEORÍA

La sobrecarga en rampa comienza a una distancia horizontal **x** del muro

La presión superficial aumenta linealmente desde cero hasta el valor completo **q** en el ancho de rampa **c**; más allá de **x + c** la sobrecarga continúa con intensidad q constante

La carga es larga y paralela al muro; la resultante se da **por unidad de longitud** de muro



H: altura total del muro
x: distancia desde el muro hasta el comienzo de la rampa
c: ancho horizontal en el que la carga crece de 0 a q
q: intensidad de la sobrecarga uniforme completa más allá de la rampa
z: profundidad desde la superficie del terreno a la que se calcula σ_H

Geometría a la profundidad z

TEORÍA

A la profundidad z, a continuación se indican las longitudes de los dos rayos que van desde el punto del muro hasta el **inicio** y el **final** de la rampa, y los ángulos entre ellos

En la ecuación de la presión los ángulos se toman en **radianes**; los valores en grados pueden mostrarse en la interfaz y en la memoria de cálculo para facilitar la lectura

$$R_1 = \sqrt{x^2 + z^2} \qquad R_2 = \sqrt{(x + c)^2 + z^2}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\frac{x + c}{z} - \tan^{-1}\frac{x}{z} \qquad \beta = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\frac{x + c}{z}$$

Superposición de cargas lineales

TEORÍA

La carga en rampa es una sucesión continua de cargas lineales, cada una de intensidad **w(s)·ds** (creciente en la rampa, constante en la meseta); se suman las tensiones horizontales elásticas (Flamant)

La rampa ascendente y la meseta producen términos algebraicos adicionales; estos se anulan exactamente y quedan **ángulos y un logaritmo**

$$\sigma_H = \psi \frac{2}{\pi} \int w(s) \frac{s^2 z}{(s^2 + z^2)^2} ds$$

$$\sigma_H = \psi \frac{q}{\pi c} \left[c\beta - x\alpha + 2z \ln \frac{R_2}{R_1} \right]$$

ψ = 1 es el medio semiinfinito (sin muro); **ψ = 2** es el muro rígido que no cede, que duplica la tensión horizontal: el valor predeterminado del módulo. σ_H es cero en la superficie del terreno

Área del diagrama y su primer momento

TEORÍA

La **fuerza resultante de la sobrecarga** por unidad de longitud del muro y su profundidad desde la superficie del terreno son el área y el momento estático del diagrama; el módulo calcula numéricamente ambas integrales con plena precisión

$$P_H = \int_0^H \sigma_H(z)\, dz$$

$$z_R = \frac{\int_0^H z\, \sigma_H(z)\, dz}{P_H}$$

En el ejemplo, **P_H = 443.49 kN/m** (muro rígido) o **221.74 kN/m** (medio semiinfinito); en ambos casos **z_R = 13.68 m**, por debajo del nivel del terreno

Seis pasos y una ordenada

TEORÍA

1 · se definen H, x, c, q y se elige ψ

2 · Se elige una profundidad **z** entre el nivel del terreno y la base del muro

3 · Se calculan R_1 y R_2; **4** · se calculan α y β (radianes)

5 · Se calcula σ_H: se sustituyen q, c, x, α, β, R_1, R_2

6 · Se itera e integra: perfil de presiones, después P_H y z_R

$$z = 5\ \text{m}: \quad R_1 = 5.385\ \text{m} \quad R_2 = 8.602\ \text{m} \qquad \alpha = 32.661^\circ \quad \beta = 35.538^\circ$$

$$\sigma_H = \frac{20}{5\pi}\left[5(0.62025) - 2(0.57004) + 10\ln\frac{8.6023}{5.3852}\right] = 8.461\ \text{kPa}\ \ (\psi = 1) \ \ \rightarrow \ \ 16.921\ \text{kPa}\ \ (\psi = 2)$$

Enunciado

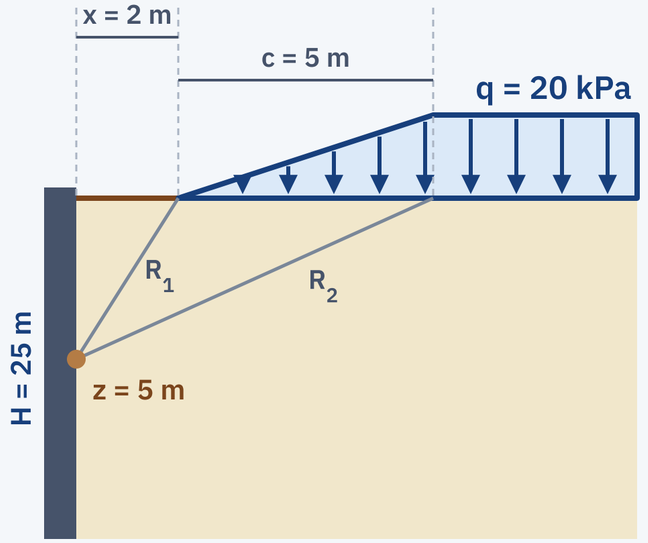
EJEMPLO

SE PIDE

A la profundidad **z = 5 m**: **R_1, R_2, α, β** y la presión horizontal **σ_H** (para dos valores de ψ); comparación con el módulo.

Datos

Muro y carga	$H = 25.0$ **m;** $x = 2.0$ **m;** $c = 5.0$ **m;** $q = 20.0$ **kPa**
Muro	**medio semiinfinito (**$\psi = 1$**) y muro rígido (** $\psi = 2$**)**



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Rayos desde el punto del muro hasta el inicio (x) y el final (x + c) de la rampa

$$R_1 = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{29} = \mathbf{5.3852}\ \text{m}$$

$$R_2 = \sqrt{7^2 + 5^2} = \sqrt{74} = \mathbf{8.6023}\ \text{m}$$

2 Ángulos (radianes)

$$\alpha = \tan^{-1}\frac{7}{5} - \tan^{-1}\frac{2}{5} = 0.95055 - 0.38051 = \mathbf{0.57004}\ \text{rad}\ \ (32.661^\circ)$$

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\frac{7}{5} = 1.57080 - 0.95055 = \mathbf{0.62025}\ \text{rad}\ \ (35.538^\circ)$$

El inicio de la rampa se ve desde el punto del muro bajo un ángulo de **32.66°** y su final bajo **35.54°**; los rayos visuales miden 5.385 y 8.602 m.

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

3 Medio semiinfinito (ψ = 1): los tres términos del corchete

$$\sigma_H = \frac{q}{\pi c}\left[c\beta - x\alpha + 2z\ln\frac{R_2}{R_1}\right] = \frac{20}{5\pi}\left[5(0.62025) - 2(0.57004) + 10\ln\frac{8.6023}{5.3852}\right]$$

$$= 1.27324\,[3.1012 - 1.1401 + 4.6838] = 1.27324(6.6450) = \mathbf{8.461}\ \text{kPa}$$

4 Muro rígido (ψ = 2): el doble del valor del medio semiinfinito

$$\sigma_H = 2 \times 8.461 = \mathbf{16.921}\ \text{kPa}$$

En z = 5 m, **σ_H = 16.921 kPa** (muro rígido; 8.461 en un medio semiinfinito). El módulo da el mismo valor. El término x·α se introduce con signo negativo: una rampa ascendente reduce la carga próxima al muro respecto a una franja completa que parte de x.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

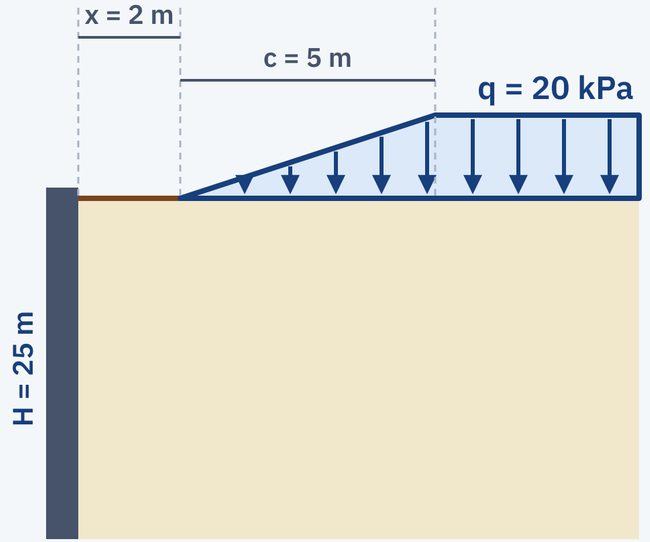
EJEMPLO

Datos

Modelo	**Carga en rampa del ejemplo 1; muro rígido; tabla cada $H/30 = 0.833$ m**
En cada fila	**R_1, R_2, α, β y σ_H; los valores del medio semiinfinito son la mitad de los del muro rígido**

SE PIDE

Perfil de presiones y valor en la base del muro; comportamiento de la presión en profundidad (límite de la fórmula para z $\to \infty$).



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

z (m)	R_1 (m)	R_2 (m)	α (°)	β (°)	σ_H (kPa)
0.00	2.000	7.000	0.00	0.00	0.000
0.83	2.167	7.049	15.83	6.79	5.109
1.67	2.603	7.196	26.41	13.39	9.258
2.50	3.202	7.433	31.69	19.65	12.275
3.33	3.887	7.753	33.57	25.46	14.395
4.17	4.622	8.146	33.60	30.76	15.877
5.00	**5.385**	**8.602**	**32.66**	**35.54**	**16.921**
5.83	6.167	9.112	31.27	39.81	17.665
6.67	6.960	9.667	29.70	43.60	18.202
7.50	7.762	10.259	28.09	46.97	18.596
8.33	8.570	10.883	26.53	49.97	18.887
9.17	9.382	11.534	25.06	52.63	19.107
10.00	10.198	12.207	23.68	55.01	19.275
10.83	11.016	12.898	22.41	57.13	19.405
11.67	11.837	13.606	21.24	59.04	19.506
12.50	12.659	14.327	20.16	60.75	19.586
13.33	13.482	15.059	19.17	62.30	19.651
14.17	14.307	15.802	18.26	63.71	19.703
15.00	15.133	16.553	17.42	64.98	19.745
15.83	15.959	17.312	16.65	66.15	19.780
16.67	16.786	18.077	15.94	67.22	19.809
17.50	17.614	18.848	15.28	68.20	19.833
18.33	18.442	19.624	14.67	69.10	19.853
19.17	19.271	20.405	14.11	69.94	19.870
20.00	20.100	21.190	13.58	70.71	19.885
20.83	20.929	21.978	13.09	71.43	19.897
21.67	21.759	22.769	12.63	72.10	19.908
22.50	22.589	23.564	12.20	72.72	19.918
23.33	23.419	24.361	11.80	73.30	19.926
24.17	24.249	25.160	11.42	73.85	19.933
25.00	25.080	25.962	11.07	74.36	19.939

Solución (2/2)

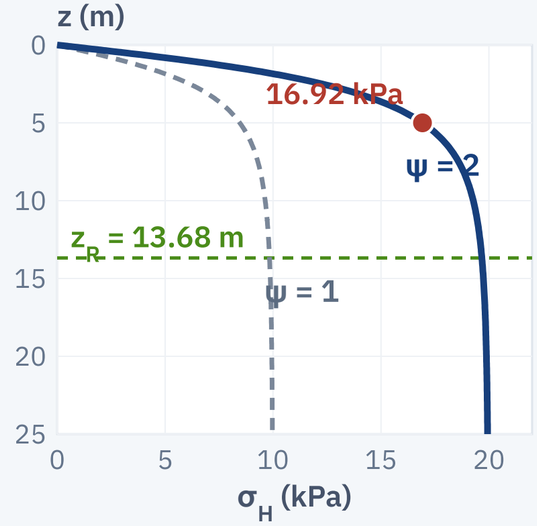
SOLUCIÓN

1 En la superficie y en profundidad

$$z = 0: \quad \sigma_H = 0 \qquad z = H = 25\ \text{m}: \quad \sigma_H = \mathbf{19.94}\ \text{kPa}$$

$$z \to \infty: \quad \alpha \to 0,\ \beta \to \tfrac{\pi}{2},\ 2z \ln \tfrac{R_2}{R_1} \to 0 \ \Rightarrow\ \sigma_H \to \psi\, \frac{q}{2}$$

La presión es nula en la superficie y **aumenta con la profundidad**: el valor máximo está en la base del muro (19.94 kPa). En profundidad $\sigma_H \to \psi q/2 =$ **q**: 19.99 en z = 50 m, 20.00 kPa en z = 1000 m (muro rígido). La ordenada en z = 5 m es 16.921 kPa (fila en negrita, Ejemplo 1).



Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

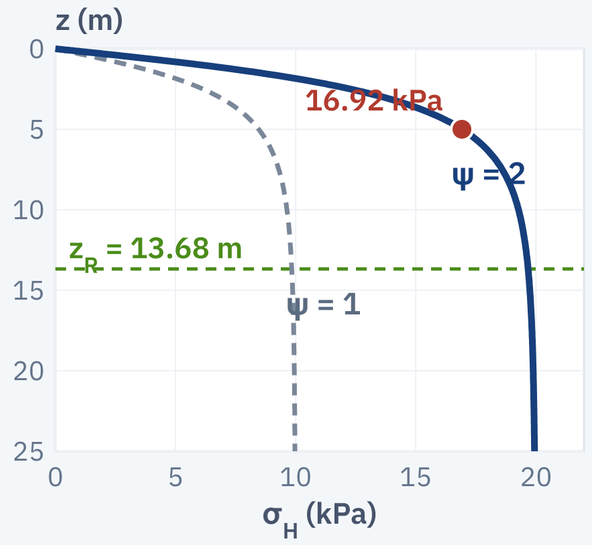
EJEMPLO

Datos

Modelo	**La rampa del Ejemplo 1; muro rígido; la tabla $H/30$ del Ejemplo 2 ($n = 30$, $h = H/30 = 0.8333$ m)**
Método	**Regla de Simpson; $z_R = \int z\,\sigma\,dz \,/\, P_H$**

SE PIDE

P_H y z_R (a mano, a partir de la tabla); valores para medio semiinfinito; comparación con el resultado del módulo.



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

	σ_0	Σ impares (i = 1, 3, …, 29)	Σ pares (i = 2, 4, …, 28)	σ_{30}
σ_H (kPa)	0.000	266.553	255.220	19.939

1 Suma de Simpson y área

$$\Sigma = \sigma_0 + 4(266.553) + 2(255.220) + \sigma_{30} = 1{,}596.59$$

$$P_H \approx \frac{h}{3}\,\Sigma = \frac{0.8333}{3}(1{,}596.59) = \mathbf{443.50}\ \mathrm{kN/m}$$

A mano, **443.50 kN/m**; la integral precisa del módulo, **443.49 kN/m** (diferencia del 0.002%). En un medio semiinfinito, la mitad: **221.74 kN/m**.

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

	$z_0\sigma_0$	Σ individual	Σ doble	$z_{30}\sigma_{30}$
$z\sigma_H$ (kPa·m)	0.000	3,638.41	3,393.35	498.48

2 Primer momento y profundidad

$$\int z\,\sigma\,dz \approx \frac{0.8333}{3}\left[0 + 4(3{,}638.41) + 2(3{,}393.35) + 498.48\right] = 6{,}066.3\ \text{kN}$$

$$z_R = \frac{6{,}066.3}{443.50} = \mathbf{13.68}\ \text{m}\ \ (\text{desde el terreno}) \qquad H - z_R = 11.32\ \text{m}\ (\text{desde la base})$$

A mano, **z_R = 13.68 m**; el módulo da 13.68 m. La resultante de 443.49 kN/m actúa a **13.68 m por debajo de la superficie del terreno** (11.32 m por encima de la base); z_R no varía al cambiar ψ.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

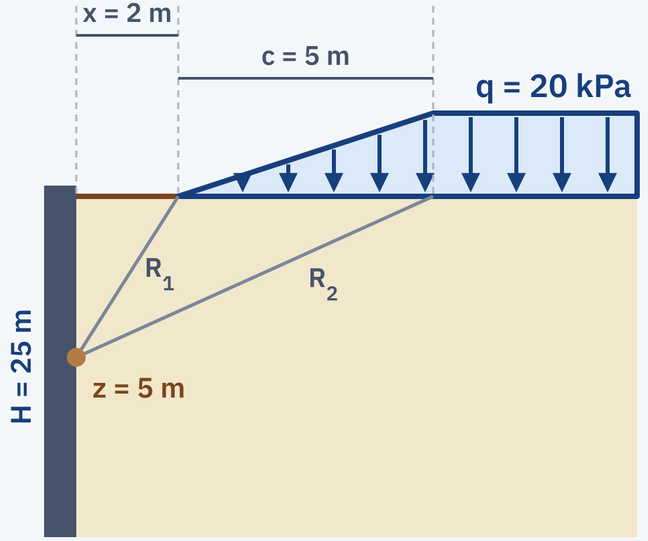
EJEMPLO

Datos

Modelo	**Ejemplo 1: $z = 5$ m; medio semiinfinito ($\psi = 1$)**
Método	$\sigma_H = \frac{2}{\pi} \int w(s) \, \frac{s^2 z}{(s^2 + z^2)^2} \, ds$**; $w = q(s - x)/c$ en la rampa, $w = q$ en la meseta**
Cálculo	**rampa: Simpson ($n = 10$, $h = 0.5$ m); meseta: integral en forma cerrada**

SE PIDE

σ_H hallando por separado las aportaciones de la rampa y de la meseta y sumándolas; comparación con la forma cerrada del Ejemplo 1.



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

i	s (m)	w(s) (kPa)	f(s) = s²z/(s²+z²)² (1/m)	c	c·w·f
0	2.0	0.00	0.02378	1	0.00000
1	2.5	2.00	0.03200	4	0.25600
2	3.0	4.00	0.03893	2	0.31142
3	3.5	6.00	0.04414	4	1.05941
4	4.0	8.00	0.04759	2	0.76145
5	4.5	10.00	0.04945	4	1.97796
6	5.0	12.00	0.05000	2	1.20000
7	5.5	14.00	0.04955	4	2.77472
8	6.0	16.00	0.04837	2	1.54797
9	6.5	18.00	0.04671	4	3.36314
10	7.0	20.00	0.04474	1	0.89481
			Σ c·w·f =		**14.14688**

1 Integral de las cargas lineales sobre la rampa

$$I_{ramp} = \frac{h}{3}\sum c_i\, w_i f_i = \frac{0.5}{3}(14.14688) = \mathbf{2.3578}$$

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

2 Meseta (s ≥ x + c = 7 m): integral en forma cerrada con A(s) = ½[tan⁻¹(s/z) − sz/(s² + z²)]

$$A(7) = \frac{1}{2}\left[\tan^{-1}\frac{7}{5} - \frac{7(5)}{74}\right] = 0.23879 \qquad A(\infty) = \frac{\pi}{4} = 0.78540$$

$$I_{plateau} = q\,[A(\infty) - A(7)] = 20(0.78540 - 0.23879) = 10.9322$$

3 Total y ψ

$$\sigma_H = \frac{2}{\pi}\,(I_{ramp} + I_{plateau}) = \frac{2}{\pi}(2.3578 + 10.9322) = \mathbf{8.4607}\ \text{kPa}\ \ (\psi = 1)$$

$$\psi = 2: \quad \sigma_H = \mathbf{16.921}\ \text{kPa}$$

La superposición da **8.4607 kPa**; la forma cerrada (Ejemplo 1) da **8.4607 kPa**. Los dos caminos son idénticos: los términos entre corchetes son la suma de las integrales de la rampa y de la meseta.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

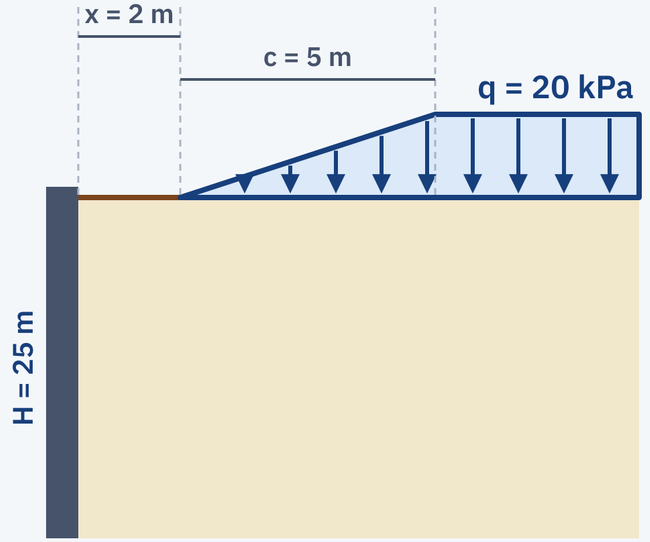
EJEMPLO

SE PIDE

Para cada caso: **P_H, z_R**, presión en la base; valores para medio semiinfinito; límite superior (carga uniforme).

Datos

Modelo	$H = 25.0$ **m;** $q = 20$ **kPa; muro rígido; solo varía uno cada vez**
Variables	**distancia inicial** $x = 0; 2; 5; 10$ **m (**$c = 5$ **m) y ancho** $c = 1; 5; 10; 20$ **m (**$x = 2$ **m)**



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

x (m), c = 5	P_H (kN/m), ψ = 2	P_H (kN/m), ψ = 1	z_R (m)	H − z_R (m)	σ_H(H) (kPa)
0	468.38	234.19	13.19	11.81	19.98
2	443.49	221.74	13.68	11.32	19.94
5	407.49	203.75	14.28	10.72	19.78
10	352.75	176.38	15.00	10.00	19.17

c (m), x = 2	P_H (kN/m), ψ = 2	P_H (kN/m), ψ = 1	z_R (m)	H − z_R (m)	σ_H(H) (kPa)
1	468.28	234.14	13.22	11.78	19.99
5	443.49	221.74	13.68	11.32	19.94
10	414.10	207.05	14.11	10.89	19.76
20	362.68	181.34	14.67	10.33	19.02

A medida que la rampa se aleja del muro (x ↑) o sube lentamente (c ↑), **la resultante disminuye y z_R se hace más profunda**; la presión en la base se mantiene siempre próxima a q = 20 kPa. Los valores con ψ = 1 son la mitad de los del muro rígido.

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

1 Límite superior: la carga comienza en el paramento del muro (x = 0) y se convierte de inmediato en q (c → 0): sobrecarga uniforme

$$\sigma_H = \psi\,\frac{q}{2} = q \quad (\text{cualquier z}) \;\Rightarrow\; P_H = qH = 20 \times 25 = \mathbf{500}\ \text{kN/m}, \quad z_R = \frac{H}{2} = 12.5\ \text{m}$$

2 Ancho de la rampa c → 0: carga escalonada que comienza en x = 2 m

$$c = 0.001\ \text{m}: \quad P_H = 474.58\ \text{kN/m}, \quad z_R = 13.09\ \text{m}$$

$$\text{fórmula de la franja}\ (x_2 \to \infty): \quad P_H = 474.59\ \text{kN/m}, \quad z_R = 13.09\ \text{m}$$

La rampa del Ejemplo 1 se encuentra entre estos dos límites: **443.49 kN/m**, que es el 88.7 % del límite superior de 500 kN/m. A medida que la rampa se hace más empinada, el resultado se aproxima a la solución en franja de la carga escalonada: la misma superposición. (El módulo da 499.99 kN/m para x = 0, c = 0.001 m.)

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Resumen

Puntos clave

$\sigma_H = \psi\, q/(\pi c)\,[c\beta - x\alpha + 2z \ln(R_2/R_1)]$; $R_1 = \sqrt{(x^2 + z^2)}$, $R_2 = \sqrt{((x + c)^2 + z^2)}$, $\alpha = \tan^{-1}((x + c)/z) - \tan^{-1}(x/z)$, $\beta = \pi/2 - \tan^{-1}((x + c)/z)$ (en radianes); $\psi = 2$ para muro rígido, $\psi = 1$ para medio semiinfinito

Ejemplo (z = 5 m): R_1 5.385 m, R_2 8.602 m; α 32.661°, β 35.538°; σ_H = 8.461 kPa ($\psi = 1$), **16.921 kPa** ($\psi = 2$)

Perfil: 0 en la superficie, aumenta con la profundidad y en profundidad tiende a $\psi q/2 = q$ (19.94 kPa en la base)

Resultante $P_H = \int \sigma_H dz$ = **443.49 kN/m**, $z_R = \int z\sigma_H dz / P_H$ = **13.68 m** (desde la superficie del terreno); para $\psi = 1$, P_H = 221.74 kN/m, z_R igual

Comparación: la resultante disminuye a medida que la rampa se aleja del muro y se ensancha; el límite superior es la carga uniforme (q H = 500 kN/m) y, en el extremo inferior, cuando la rampa se hace más empinada, la carga escalonada

Referencias bibliográficas

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning; esta página se basa en esta obra.

NOTA

Todos los ejemplos numéricos se han obtenido con el propio motor de cálculo del módulo; el módulo da los mismos valores. El ejemplo inicial del módulo es el muro con H = 25 m, x = 2 m, c = 5 m, q = 20 kPa.

GeoTerva

Cálculos geotécnicos en línea

De la teoría a la práctica

Introducir en GeoTerva la propia carga en rampa, la distancia de inicio, el ancho y la altura del muro; el módulo proporciona conjuntamente el diagrama de presiones, la resultante y su profundidad de actuación, las tres vistas, la solución paso a paso y el informe.

Abrir el módulo → | **Página de teoría →**

Abrir en el teléfono
Los módulos de prueba no requieren registro.

Si desea utilizarlas en sus clases: info@geoterva.com