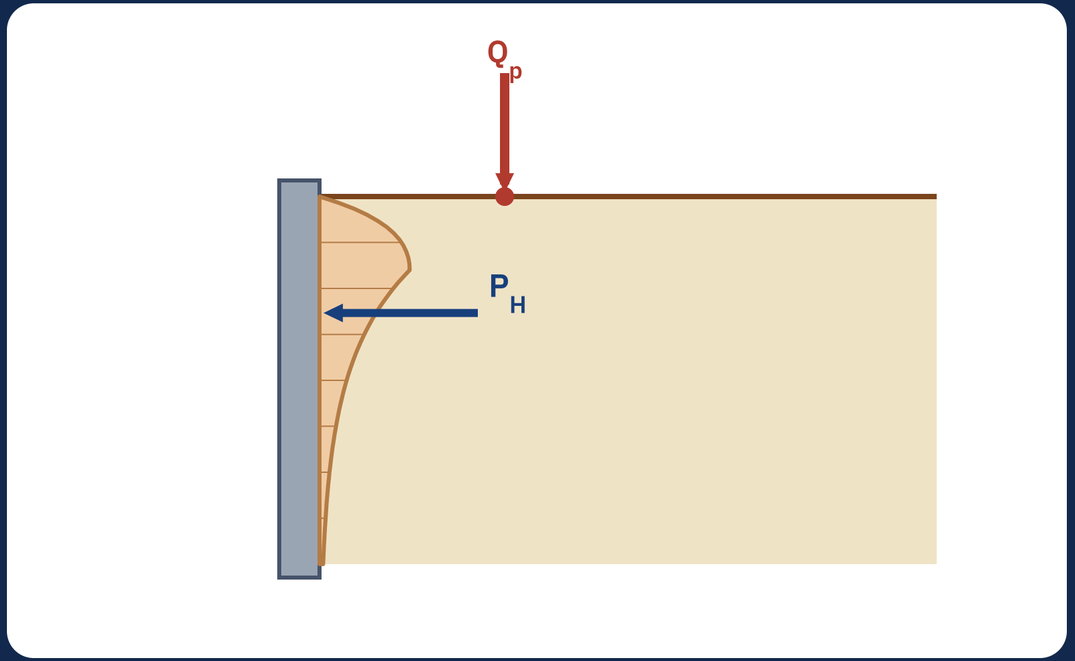
Презентация лекции по геотехнике · Внешние нагрузки

Сосредоточенная пригрузка

Лекция: боковое давление на стену от сосредоточенной нагрузки на поверхности; два метода, равнодействующая, распределение в плане и несколько нагрузок, примеры расчёта.

- $m = x/H \cdot n = z/H$
- $\sigma_H = (3Q_p/\pi)\, x^2 z/R^5$
- Номограмма Terzaghi–NAVFAC
- P_H и L
- Распределение в плане



Что мы изучим на этой лекции?

- Геометрия сосредоточенной силы: **x**, **y**, **z**, **R** и безразмерные **m = x/H**, **n = z/H**
- Решение для **упругой (жёсткой) стены**: удвоенное напряжение по Boussinesq, наибольшее давление на глубине **z = x/2**; x_{min} **= 0.30 m**
- **Номограмма Terzaghi–NAVFAC**: случай 1 (m ≤ 0.4) и случай 2 (m > 0.4)
- Равнодействующая $P_H = (Q_p/H)\cdot I_0$ и высота $L = H\cdot I_1/I_0$; выражения I_0, I_1 в замкнутом виде
- Распределение по стене **в плане** ($\cos^2(1.1\theta)$) и **не более трёх нагрузок на одной прямой**

ХОД ЛЕКЦИИ

Каждая тема излагается **в три шага**:

1 · **Теория**: формула и обоснование

2 · **Условие**: дано и требуется определить

3 · **Решение**: пошагово, с числами

Стена примера: H = 15 m, сосредоточенная нагрузка Q_p = 38 kN на расстоянии x = 5 m от стены. P_H — сила на единицу длины стены в сечении нагрузки (kN/m).

Сосредоточенная нагрузка, действующая на стену

ТЕОРИЯ

Сосредоточенная нагрузка Q_p на поверхности создаёт в грунте трёхмерное поле напряжений; если нагрузка находится в зоне влияния вертикальной стены, часть приращения напряжений передаётся на стену в виде **горизонтального давления**

Модуль выдаёт изменение давления с глубиной вдоль прямой, перпендикулярной стене и проходящей через нагрузку, его **равнодействующую** и **линию действия**, а также распределение вдоль стены в плане

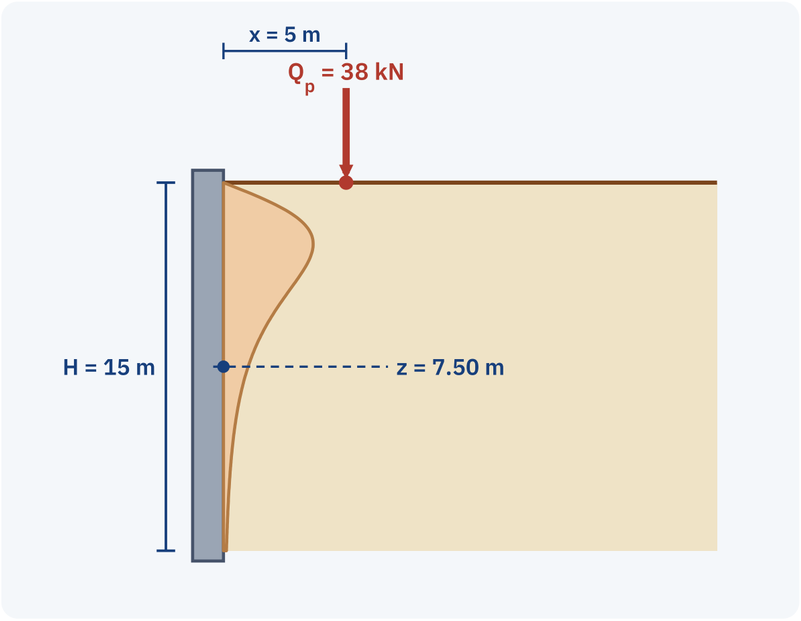
$$m = \frac{x}{H}, \qquad n = \frac{z}{H}$$

H — высота стены; **x** — горизонтальное расстояние от стены до нагрузки; **z** — глубина от поверхности

y — расстояние вдоль стены от перпендикуляра к стене, проведённого через нагрузку; **R = √(x² + y² + z²)**

σ_H — боковое давление на оси; **σ'_H** — в плане; **P_H** — равнодействующая; **L** — расстояние от подошвы до линии действия

θ — угол в плане на номограмме; **x_{min}** — наименьшее расчётное расстояние в методе теории упругости (0.30 m)



Упругое решение и диаграмма Terzaghi–NAVFAC

ТЕОРИЯ

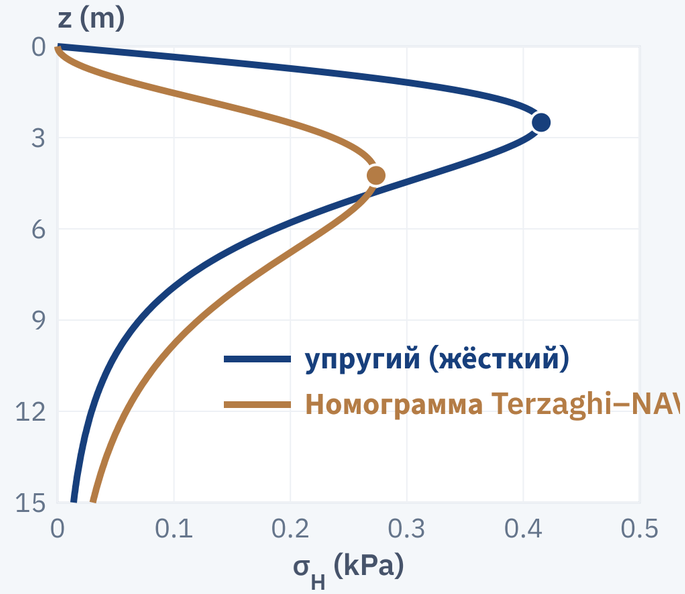
Обе описывают **неподатливую стену**; сильнее всего они расходятся **при нагрузке вблизи стены**

Упругое решение: **удвоенное** напряжение Boussinesq: зеркально отражённая нагрузка по другую сторону стены обнуляет боковое перемещение на грани (Mindlin 1936); коэффициент Пуассона 0.5

График (Terzaghi 1954): влияние расстояния прекращается при **m = 0.4**; нагрузка в пределах 0.4H строится так, как если бы она находилась на расстоянии 0.4H

При нагрузке в пределах 0.4H упругое решение сосредоточивает **возрастающее давление** вблизи верхней части стены, тогда как номограмма сохраняет единую эпюру; на большем удалении они дают один и тот же порядок величины

Профиль (H = 15 m, x = 5 m, Q_p = 38 kN)



Жёсткая стена: давление, пиковое значение и равнодействующая в замкнутом виде

ТЕОРИЯ

На прямой, проходящей через нагрузку перпендикулярно стене (y = 0): $\sigma_H = (3Q_p/\pi)\, x^2 z/R^5$; максимум достигается при $z = x/2$, $\sigma_{H,max} = 0.2733\, Q_p/x^2$

По мере приближения нагрузки к стене решение становится **сингулярным**: P_H растёт как $\approx Q_p/(\pi x)$; поэтому при $x < x_{min} = 0.30$ m нагрузка рассчитывается на расстоянии 0.30 m

В пределах критического расстояния около **0.4H** упругие уравнения перестают быть надёжными: требуется инженерная оценка, номограмма даёт возможность сравнения

$$\sigma_H = \frac{3}{\pi}\,\frac{Q_p}{H^2}\,\frac{m^2\, n}{\left(m^2+n^2\right)^{5/2}}$$

$$I_0 = \frac{1}{\pi}\left[\frac{1}{m} - \frac{m^2}{\left(1+m^2\right)^{3/2}}\right] \qquad I_1 = I_0 - \frac{1}{\pi\left(1+m^2\right)^{3/2}}$$

Terzaghi–NAVFAC: Случай 1 и Случай 2

ТЕОРИЯ

На каждой глубине вычисляется **n = z/H**, уравнение выбирается в зависимости от **m**

Уравнение случая 1 не содержит m: это значение случая 2 при m = 0.4 (1.77 × 0.16 = 0.2832, записано как **0.28**); нагрузка в пределах 0.4H, где бы она ни находилась, даёт **одну и ту же эпюру, P_H и L**

Из-за округления на пределе m = 0.4 величина P_H получает небольшой скачок (≈ 1.1 %); L остаётся непрерывной

$$\sigma_H = 0.28\,\frac{Q_p}{H^2}\,\frac{n^2}{(0.16+n^2)^3} \qquad m \le 0.4 \text{ (Случай 1)}$$

$$\sigma_H = 1.77\,\frac{Q_p}{H^2}\,\frac{m^2\,n^2}{(m^2+n^2)^3} \qquad m > 0.4 \text{ (Случай 2)}$$

P_H, L и I_0, I_1

ТЕОРИЯ

P_H — площадь эпюры давления; **L** — высота центра тяжести над подошвой стены: равнодействующая действует на глубине **H − L** от поверхности

P_H — сила в сечении самой нагрузки (y = 0); так как давление вдоль стены убывает, она **не умножается на длину стены**

При записи $\sigma_H = (Q_p/H^2)\cdot f(n)$ остаются два безразмерных числа; в упругом решении они получаются в замкнутом виде, а в номограмме — как численный (или замкнутый) интеграл. Константы номограммы — это значения этого интеграла, считанные при одном значении m: для **m = 0.4** P_H = 0.787 Q_p/H, L = 0.587 H; для **m = 0.6** — 0.457 Q_p/H и 0.476 H

$$P_H = \frac{Q_p}{H} I_0 \qquad L = H \frac{I_1}{I_0}$$

$$I_0 = \int_0^1 f(n)\, dn \qquad I_1 = \int_0^1 f(n)\,(1-n)\, dn$$

Давление вдоль стены и несколько нагрузок

ТЕОРИЯ

Упругое решение: формула для σ_H справедлива в каждой точке стены ($R^2 = x^2 + y^2 + z^2$); на постоянной глубине давление вдоль стены убывает как $(R_0/R)^5$, максимум — на глубине $z = \sqrt{(x^2 + y^2)}/2$

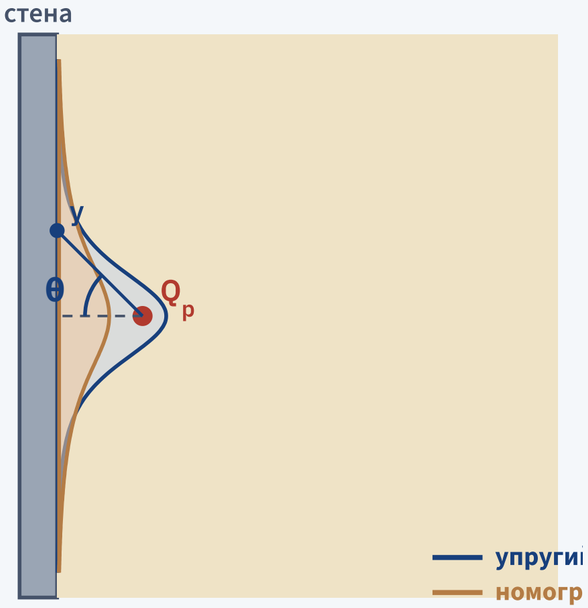
Номограмма: давление по осевой прямой уменьшается с учётом угла в плане; когда угол 1.1θ достигает 90° (**$\theta \approx 81.8°$**), уменьшение удерживается на нуле

Несколько нагрузок (не более 3): у каждой свои значения x_i и $Q_{p,i}$; поскольку давления являются приращениями напряжений, они **суммируются**; равнодействующая приложена в точке, где уравновешиваются моменты относительно основания

$$\sigma'_H = \sigma_H \cos^2(1.1\,\theta) \qquad \theta = \tan^{-1}\frac{y}{x} \text{ (номограмма)}$$

$$\sigma_H = \sum_i \sigma_{H,i} \qquad P_H = \sum_i \frac{Q_{p,i}}{H} I_{0,i} \qquad L = \frac{\sum_i P_{H,i}\, L_i}{P_H}$$

План: на глубине z = 2.5 m



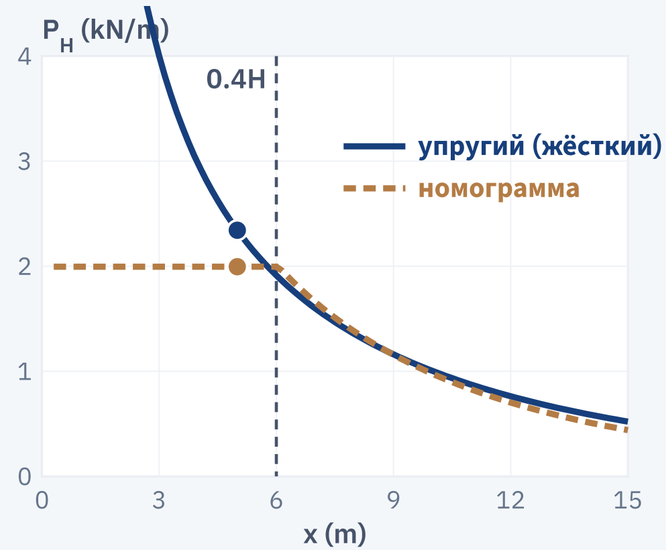
Равнодействующая и её положение в зависимости от расстояния до нагрузки

ТЕОРИЯ

x (m)	m	P_H (упругое решение)	Упругая L	Номограмма P_H	Номограмма L	Состояние
0.30	0.020	40.32	14.70	1.99	8.81	Случай 1
1.00	0.067	12.09	14.01	1.99	8.81	Случай 1
2.00	0.133	6.03	13.05	1.99	8.81	Случай 1
3.00	0.200	4.00	12.15	1.99	8.81	Случай 1
4.00	0.267	2.97	11.33	1.99	8.81	Случай 1
5.00	0.333	2.34	10.59	1.99	8.81	Случай 1
6.00	0.400	1.91	9.94	1.99	8.81	Случай 1
8.00	0.533	1.35	8.87	1.38	7.61	Случай 2
10.00	0.667	1.00	8.05	0.9755	6.74	Случай 2
15.00	1.000	0.5213	6.80	0.4402	5.45	Случай 2

m ≤ 0.4 (x ≤ 6 m): номограмма даёт те же P_H и L; упругое P_H быстро растёт по мере приближения нагрузки

m > 0.4: упругая равнодействующая действует несколько выше (L больше)



Условие

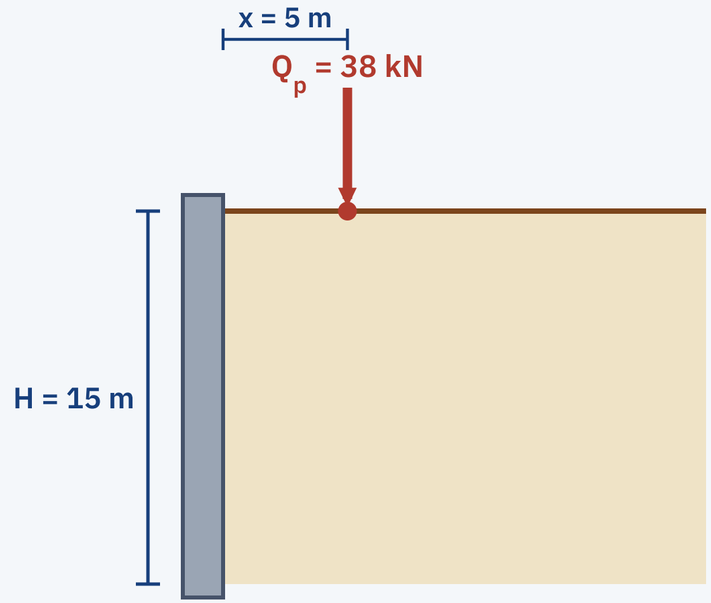
ПРИМЕР

Дано

Стена	$H = 15.00$ **m**
Нагрузка	$Q_p = 38.0$ **kN, на расстоянии** $x = 5.00$ **m от стены**
Метод	**по упругому решению (жёсткая стена);** $x \geq x_{min}$

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

m, наибольшее давление $\sigma_{H,max}$ (z = x/2), I_0, I_1, P_H, **L** и глубина равнодействующей от поверхности.



Решение (1/3)

РЕШЕНИЕ

1 Отношение расстояний

$$m = \frac{x}{H} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} = \mathbf{0.333} \quad (x \geq x_{min} = 0.30 \text{ m})$$

2 Глубина пика

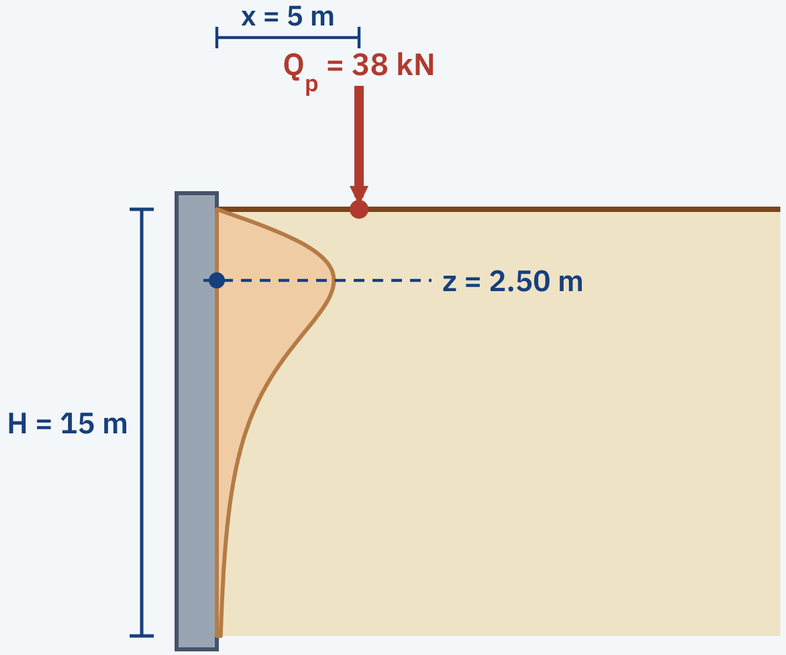
$$z = \frac{x}{2} = \mathbf{2.50} \text{ m}$$

$$R = \sqrt{x^2 + z^2} = \sqrt{25.00 + 6.25} = \mathbf{5.5902} \text{ m}$$

3 Давление на вершине

$$\sigma_{H,max} = \frac{3 \times 38}{\pi} \cdot \frac{5.00^2 \times 2.50}{5.5902^5}$$

$$\sigma_{H,max} = 36.287 \times 0.011449 = \mathbf{0.4154} \text{ kPa}$$



Упругий максимум **0.4154 kPa** на глубине z = 2.50 m: совпадает с 0.2733 Q_p/x^2 = 0.4154 kPa.

Решение (2/3)

РЕШЕНИЕ

4 Безразмерное значение площади I_0

$$I_0 = \frac{1}{\pi}\left[\frac{1}{m} - \frac{m^2}{(1+m^2)^{3/2}}\right] = \frac{1}{\pi}\left[3 - \frac{1/9}{(10/9)^{3/2}}\right] = \frac{1}{\pi}[3 - 0.09487] = \mathbf{0.92473}$$

5 Безразмерное значение момента I_1

$$I_1 = I_0 - \frac{1}{\pi(1+m^2)^{3/2}} = 0.92473 - \frac{1}{\pi(10/9)^{3/2}} = 0.92473 - 0.27178 = \mathbf{0.65295}$$

I_0 = **0.92473**, I_1 = **0.65295**: два числа, зависящих только от m; нагрузка и высота в них не входят.

Решение (3/3)

РЕШЕНИЕ

6 Равнодействующая

$$P_H = \frac{Q_p}{H}\, I_0 = \frac{38}{15} \times 0.92473 = \mathbf{2.34}\ \text{kN/m}$$

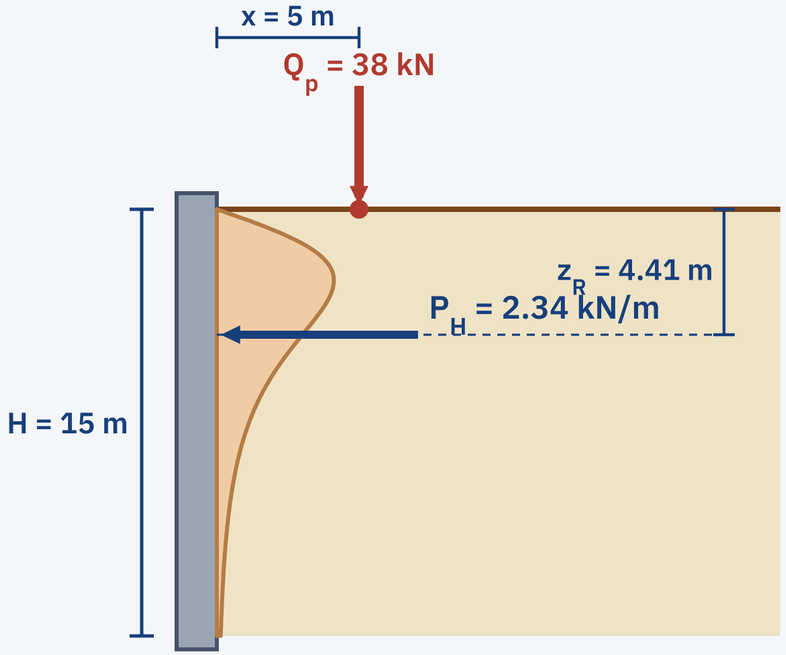
7 Линия действия (от подошвы)

$$L = H\,\frac{I_1}{I_0} = 15 \times \frac{0.65295}{0.92473} = \mathbf{10.59}\ \text{m}$$

8 Глубина от поверхности

$$H - L = 15.00 - 10.59 = \mathbf{4.41}\ \text{m}$$

P_H = 2.34 kN/m, на **4.41 m** ниже поверхности (10.59 m от подошвы). Сила приложена в сечении нагрузки: на длину стены она не умножается.



Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

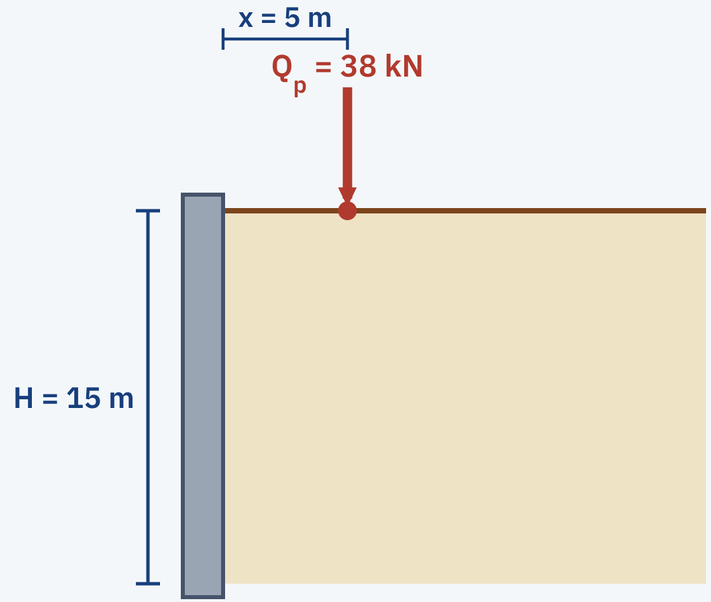
ПРИМЕР

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Выбор случая, σ_H (z = 2.5 m), I_0, I_1, P_H и **L**.

Дано

Стена и нагрузка	$H = 15.00$ **m,** $Q_p = 38.0$ **kN,** $x = 5.00$ **m**
Метод	**Номограмма Terzaghi–NAVFAC; давление на глубине** $z = 2.50$ **m**



Решение (1/3)

РЕШЕНИЕ

1 Выбор случая

$$m = \frac{1}{3} = 0.333 \le 0.4 \;\Rightarrow\; \text{Случай 1: диаграмма } m = 0.4\text{— const}$$

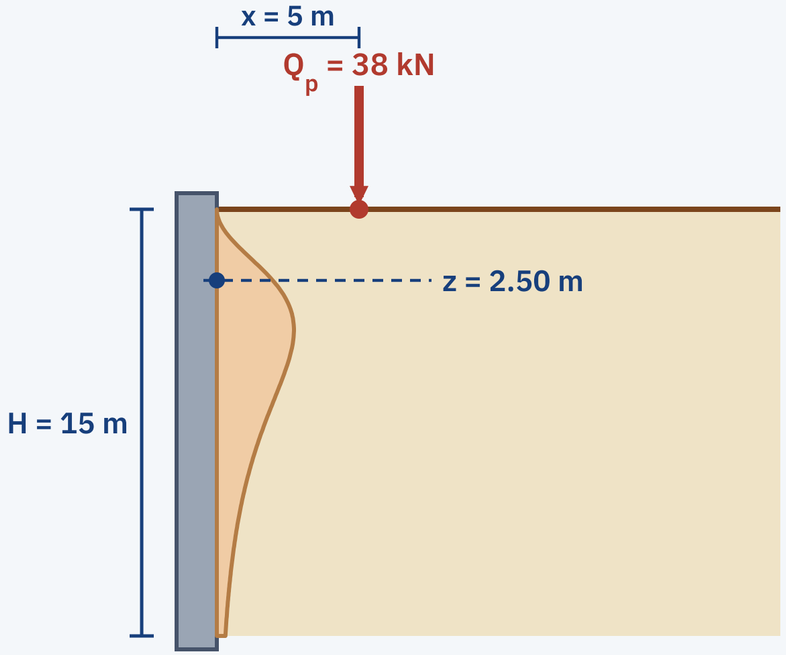
2 Отношение глубин

$$n = \frac{z}{H} = \frac{2.50}{15} = \mathbf{0.1667}$$

3 Давление

$$\sigma_H = 0.28\,\frac{38}{15^2}\cdot\frac{n^2}{(0.16+n^2)^3} = 0.04729 \times \frac{0.02778}{0.006621}$$

$$\sigma_H = 0.04729 \times 4.1953 = \mathbf{0.1984}\ \text{kPa}$$



При z = 2.5 m давление по номограмме составляет **0.1984 kPa**; на той же глубине упругое решение даёт 0.4154 kPa (максимум).

Решение (2/3)

РЕШЕНИЕ

4 Интеграл (замкнутая форма, a = 0.16)

$$I_0 = \int_0^1 0.28\,\frac{n^2}{(a+n^2)^3}\,dn = 0.28\left[\frac{1}{8a(1+a)} - \frac{1}{4(1+a)^2} + \frac{\tan^{-1}(1/\sqrt{a})}{8a^{3/2}}\right]$$

5 Числа

$$\frac{1}{8(0.16)(1.16)} = 0.6735 \qquad \frac{1}{4(1.16)^2} = 0.1858 \qquad \frac{\tan^{-1} 2.5}{8(0.16)^{3/2}} = 2.3248$$

$$I_0 = 0.28\,[0.6735 - 0.1858 + 2.3248] = 0.28 \times 2.8125 = \mathbf{0.7875}$$

I_0 = **0.7875**: совпадает с постоянной 0.787 Q_p/H, которую номограмма даёт для m = 0.4. Модуль вычисляет этот интеграл численно (методом Simpson).

Решение (3/3)

РЕШЕНИЕ

6 $I_1 = I_0 - \int n\,f\,dn$ (замкнутое выражение, a = 0.16)

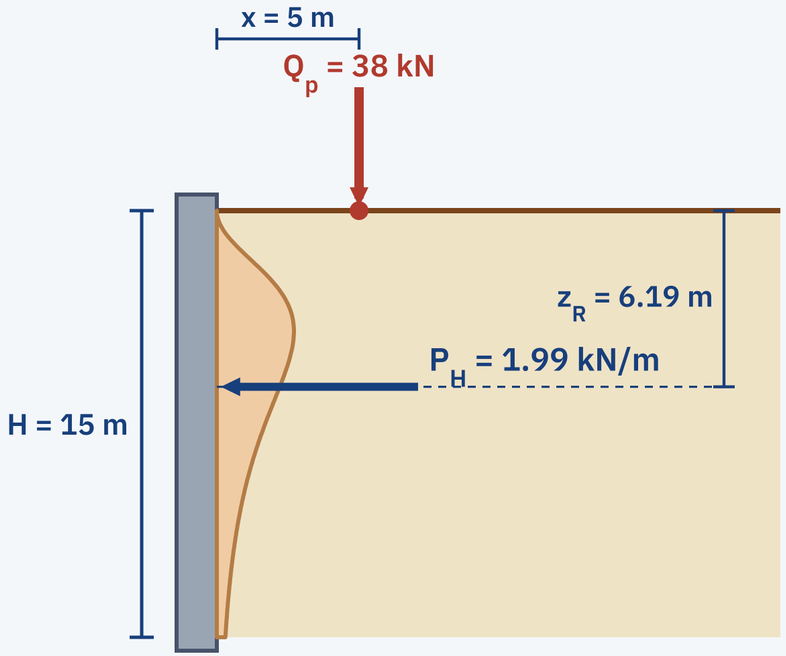
$$\int_0^1 nf\,dn = 0.28 \cdot \tfrac{1}{2}\left[\frac{1}{2a} - \frac{1}{1+a} + \frac{a}{2(1+a)^2}\right]$$

$$= 0.28 \times 1.1612 = 0.3251 \;\Rightarrow\; I_1 = 0.7875 - 0.3251 = \mathbf{0.4624}$$

7 Равнодействующая и линия действия

$$P_H = \frac{38}{15} \times 0.7875 = \mathbf{1.99}\ \text{kN/m}$$

$$L = 15 \times \frac{0.4624}{0.7875} = \mathbf{8.81}\ \text{m}$$



Номограмма: **P_H = 1.99 kN/m**, L = **8.81 m** (6.19 m от поверхности). По сравнению с упругим решением равнодействующая меньше на 15%, линия действия расположена на 1.78 m ниже.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

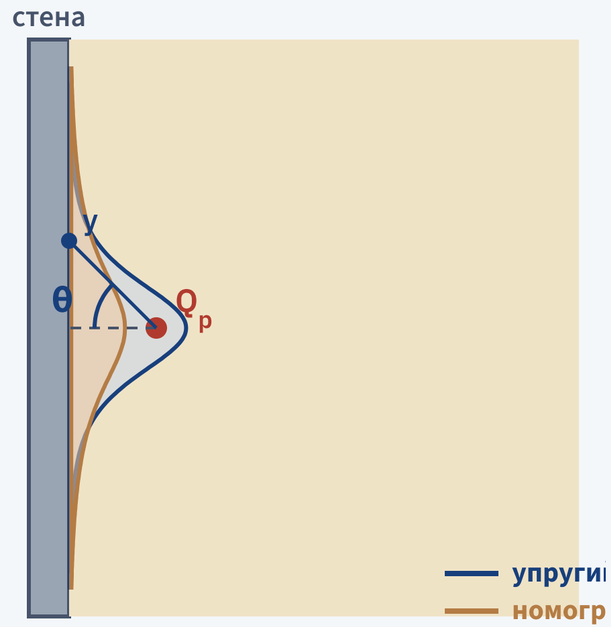
ПРИМЕР

Дано

Стена и нагрузка	$H = 15.00$ **m,** $Q_p = 38.0$ **kN,** $x = 5.00$ **m**
Глубина	$z = 2.50$ **m**
Положение	**на расстоянии** $y = 5.00$ **m от перпендикуляра, проведённого через нагрузку (**$\theta = 45^\circ$**)**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Для обоих методов **σ′H** (y = 5 m); распределение при y = 0 – 15 m.



Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

1 Упругое решение: затухание по $(R_0/R)^5$

$$R_0^2 = x^2 + z^2 = 31.25 \qquad R^2 = x^2 + y^2 + z^2 = 56.25$$

$$\sigma'_H = \sigma_H \left(\frac{R_0}{R}\right)^5 = 0.4154 \times \left(\frac{31.25}{56.25}\right)^{5/2} = 0.4154 \times 0.2300 = \mathbf{0.0956}\ \text{kPa}$$

2 Номограмма: уменьшение по $\cos^2(1.1\theta)$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{y}{x} = \tan^{-1}\frac{5}{5} = 45^\circ$$

$$\sigma'_H = \sigma_H \cos^2(1.1\theta) = 0.1984 \times \cos^2(49.5^\circ) = 0.1984 \times 0.4218 = \mathbf{0.0837}\ \text{kPa}$$

При y = 5 m упругое давление составляет 0.23 от значения на оси (0.0956 kPa), а по номограмме — 0.42 (0.0837 kPa): по номограмме давление убывает вдоль стены медленнее, но от меньшего начального значения.

Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

y (m)	θ (°)	σ'_H по упругому решению (kPa)	отношение	σ'_H по номограмме (kPa)	отношение	упругий пик z (m)	пиковое давление (kPa)
0.0	0.0	0.4154	1.00	0.1984	1.00	2.50	0.4154
2.5	26.6	0.2634	0.63	0.1511	0.76	2.80	0.2659
5.0	45.0	0.0956	0.23	0.0837	0.42	3.54	0.1039
7.5	56.3	0.0317	0.08	0.0439	0.22	4.51	0.0393
10.0	63.4	0.0115	0.03	0.0237	0.12	5.59	0.0166
15.0	71.6	0.0022	0.01	0.0076	0.04	7.91	0.0042

Давление максимально на нормали, проведённой через нагрузку, и быстро затухает вдоль стены; в упругом решении глубина пика с ростом y уменьшается до $\sqrt{(x^2 + y^2)}/2$. На номограмме снижение после $\theta \approx 81.8°$ удерживается на нуле.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

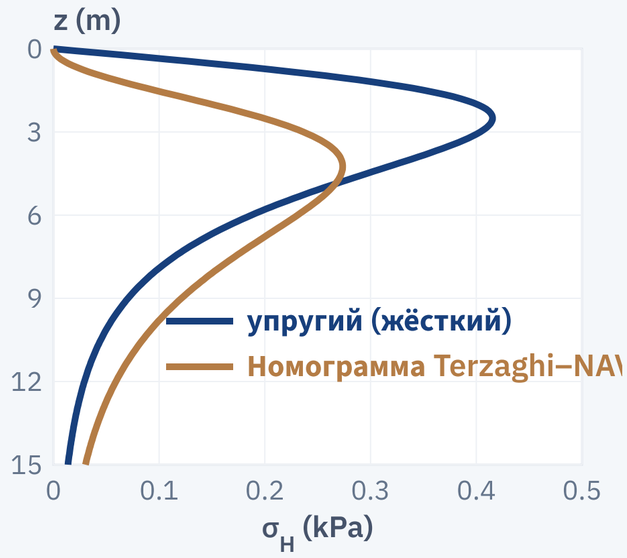
ПРИМЕР

Дано

Стена и нагрузка	$H = 15.00$ **m,** $Q_p = 38.0$ **kN,** $x = 5.00$ **m**
Глубины	$z = 0$ **–** 15 **m, с шагом** 1.5 **m**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Эпюра **σ_H** для двух методов; **пик** графика (Случай 1) вручную.



Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

z (m)	n = z/H	σ_H по упругому решению (kPa)	Номограмма σ_H (kPa)
0.00	0.00	0.0000	0.0000
1.50	0.10	0.3511	0.0963
3.00	0.20	0.4038	0.2364
4.50	0.30	0.2964	0.2724
6.00	0.40	0.1873	0.2309
7.50	0.50	0.1143	0.1715
9.00	0.60	0.0706	0.1211
10.50	0.70	0.0448	0.0844
12.00	0.80	0.0293	0.0591
13.50	0.90	0.0198	0.0420
15.00	1.00	0.0138	0.0303

Упругое давление достигает максимума 0.4154 kPa на глубине, близкой к поверхности (2.5 m), и быстро затухает; номограмма даёт более плавный профиль, максимум которого расположен глубже и меньше по величине.

Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

1 Производная равна нулю: d/dn [n²/(0.16 + n²)³] = 0

$$2n(0.16 + n^2) - 6n^3 = 0 \;\Rightarrow\; n^2 = \frac{0.16}{3} = 0.0533$$

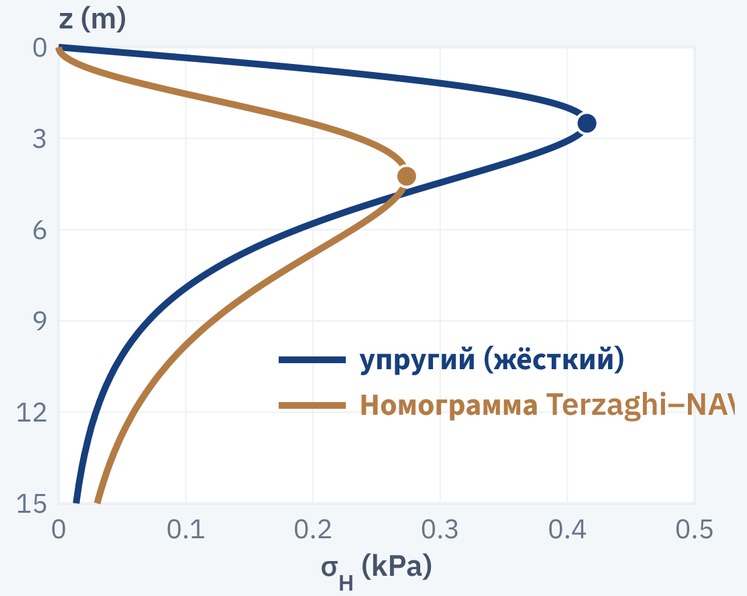
$$n = \mathbf{0.2828} \;\Rightarrow\; z = nH = \mathbf{4.243}\ \text{m}$$

2 Пиковое давление (n² = 0.08)

$$\sigma_{H,max} = 0.28\,\frac{38}{15^2}\cdot\frac{0.08}{(0.16+0.08)^3}$$

$$\sigma_{H,max} = 0.04729 \times 5.787 = \mathbf{0.2737}\ \text{kPa}$$

Пик по номограмме **0.2737 kPa** (z = 4.24 m); упругий пик **0.4154 kPa** (z = 2.50 m): номограмма смещает пик вниз и снижает его до двух третей.



Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

ПРИМЕР

Дано

Стена и нагрузка	$H = 15.00$ **m,** $Q_p = 38.0$ **kN**
Расстояния	$x = 0.3;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6;\ 8;\ 10;\ 15$ **m**
Ek	$x < 0.30$ **m и предел номограммы** $0.4H = 6$ **m**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

P_H и **L** для двух методов; проверка вручную для **x = 10 m**; x_{min} и предел.

Решение (1/3)

РЕШЕНИЕ

x (m)	m	P_H по упругому решению (kN/m)	L упругая (m)	P_H по номограмме (kN/m)	L по номограмме (m)	Состояние
0.30	0.020	40.32	14.70	1.99	8.81	Случай 1
1.00	0.067	12.09	14.01	1.99	8.81	Случай 1
2.00	0.133	6.03	13.05	1.99	8.81	Случай 1
3.00	0.200	4.00	12.15	1.99	8.81	Случай 1
4.00	0.267	2.97	11.33	1.99	8.81	Случай 1
5.00	**0.333**	**2.34**	**10.59**	**1.99**	**8.81**	**Случай 1**
6.00	0.400	1.91	9.94	1.99	8.81	Случай 1
8.00	0.533	1.35	8.87	1.38	7.61	Случай 2
10.00	0.667	1.00	8.05	0.9755	6.74	Случай 2
15.00	1.000	0.5213	6.80	0.4402	5.45	Случай 2

x ≤ 6 m: номограмма даёт 1.99 kN/m и L = 8.81 m, расстояние не влияет; упругое P_H быстро растёт по мере приближения нагрузки (40.32 kN/m при x = 0.3 m). **x > 6 m**: два метода сближаются, упругая равнодействующая действует выше.

Решение (2/3)

РЕШЕНИЕ

1 m = 10/15 = 0.667 > 0.4: номограмма, случай 2. Упругое решение: I_0, I_1, P_H, L

$$I_0 = \frac{1}{\pi}\left[\frac{1}{m} - \frac{m^2}{(1+m^2)^{3/2}}\right] = 0.3960 \qquad I_1 = I_0 - \frac{1}{\pi(1+m^2)^{3/2}} = 0.2126$$

$$P_H = \frac{38}{15} \times 0.3960 = \mathbf{1.00}\ \text{kN/m} \qquad L = 15 \times \frac{0.2126}{0.3960} = \mathbf{8.05}\ \text{m}$$

2 Номограмма (случай 2): те же замкнутые выражения, что и в Примере 2, a = m² и коэффициент 1.77 m²

$$I_0 = \int_0^1 f\, dn = 0.3851 \qquad I_1 = \int_0^1 f\,(1-n)\, dn = 0.1730$$

$$P_H = \frac{38}{15} \times 0.3851 = \mathbf{0.9755}\ \text{kN/m} \qquad L = 15 \times \frac{0.1730}{0.3851} = \mathbf{6.74}\ \text{m}$$

x = 10 m: упругое решение **1.00 kN/m**, L = 8.05 m; номограмма **0.9755 kN/m**, L = 6.74 m (строка в таблице).

Решение (3/3)

РЕШЕНИЕ

x (m)	расчётное x (m)	P_H по упругому решению (kN/m)	L (m)	$\sigma_{H,max}$ по упругому решению (kPa)	P_H по номограмме (kN/m)
0.05	**0.30**	40.32	14.70	115.4	1.995
0.10	**0.30**	40.32	14.70	115.4	1.995
0.20	**0.30**	40.32	14.70	115.4	1.995
0.30	0.30	40.32	14.70	115.4	1.995
0.50	0.50	24.19	14.50	41.5	1.995

При **x < 0.30 m** нагрузка рассчитывается для 0.30 m; даже на этом расстоянии пик равен 115.4 kPa.

x (m)	m	Состояние	P_H по номограмме (kN/m)	L по номограмме (m)
5.99	0.3993	Случай 1	1.9950	8.8069
6.00	0.4000	Случай 1	1.9950	8.8069
6.000001	0.400000	Случай 2	2.0178	8.8069
6.01	0.4007	Случай 2	2.0137	8.8000

При переходе через границу **m = 0.4** номограмма увеличивает P_H на 1.14%; L остаётся непрерывной.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

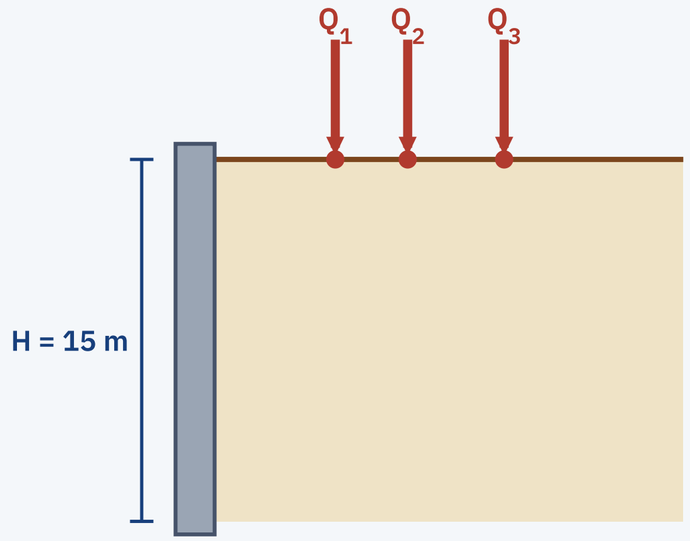
ПРИМЕР

Дано

Стена	$H = 15.00$ **m**
Нагрузки	$Q_1 = 38$ **kN** ($x_1 = 5$ **m**), $Q_2 = 60$ **kN** ($x_2 = 8$ **m**), $Q_3 = 25$ **kN** ($x_3 = 12$ **m**); **все на одной прямой, перпендикулярной стене**
Метод	**упругое решение (жёсткая стена); номограмма для сравнения**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Значения $P_{H,i}$ и L_i каждой нагрузки; суммарные P_H, L и пик суммарного давления.



Решение (1/3)

РЕШЕНИЕ

Нагрузка	x (m)	Q_p (kN)	m	I_0	I_1	$P_{H,i}$ (kN/m)	L_i (m)
Q_1	5	38	0.3333	0.92473	0.65295	2.3427	10.592
Q_2	8	60	0.5333	0.53463	0.31597	2.1385	8.865
Q_3	12	25	0.8000	0.30089	0.14933	0.5015	7.444

1 Каждая нагрузка при своём значении m (упругое решение)

$$P_{H,i} = \frac{Q_{p,i}}{H}\, I_{0,i} \qquad L_i = H\,\frac{I_{1,i}}{I_{0,i}} \qquad \text{напр. } P_{H,2} = \frac{60}{15} \times 0.53463 = \mathbf{2.1385}\ \text{kN/m}$$

Каждая нагрузка находится на своём расстоянии x_i; все они расположены напротив одного и того же сечения стены, поэтому равнодействующие можно складывать.

Решение (2/3)

РЕШЕНИЕ

2 Суммарная равнодействующая (упругая)

$$P_H = \sum P_{H,i} = 2.3427 + 2.1385 + 0.5015 = \mathbf{4.9827}\ \text{kN/m}$$

3 Линия действия: равновесие моментов относительно подошвы

$$L = \frac{\sum P_{H,i} L_i}{P_H} = \frac{2.343(10.592) + 2.139(8.865) + 0.501(7.444)}{4.983} = \mathbf{9.534}\ \text{m}$$

Метод	$P_{H,1}$	$P_{H,2}$	$P_{H,3}$	суммарное P_H (kN/m)	L общая (m)	от поверхности (m)
Упругий	2.3427	2.1385	0.5015	**4.9827**	**9.534**	5.466
Номограмма	1.9950	2.1774	0.4624	**4.6347**	**7.975**	7.025

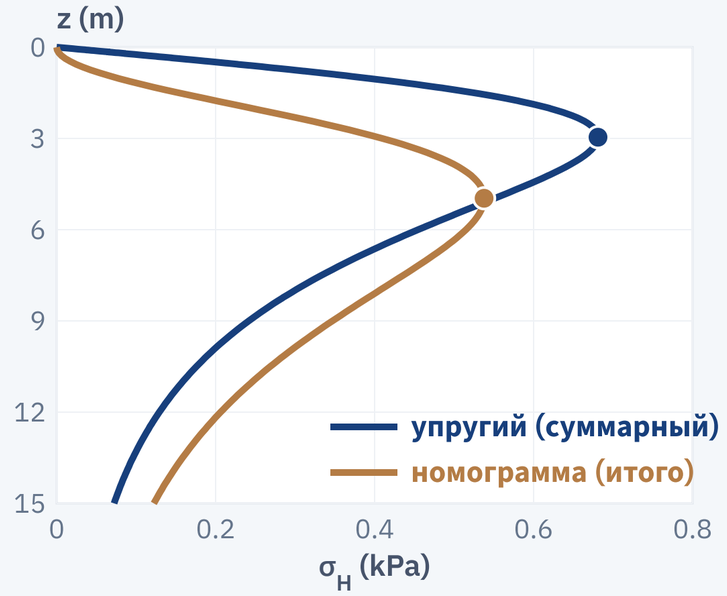
Суммарная равнодействующая трёх нагрузок равна **4.98 kN/m** по упругому решению и **4.63 kN/m** по графику; линия действия находится на 9.53 m и 7.97 m выше подошвы.

Решение (3/3)

РЕШЕНИЕ

z (m)	$\sigma_{H,1}$ (kPa)	$\sigma_{H,2}$ (kPa)	$\sigma_{H,3}$ (kPa)	суммарное σ_H (kPa)
0.0	0.0000	0.0000	0.0000	**0.0000**
1.5	0.3511	0.1540	0.0199	**0.5250**
3.0	0.4038	0.2416	0.0356	**0.6810**
4.5	0.2964	0.2533	0.0447	**0.5944**
6.0	0.1873	0.2200	0.0475	**0.4548**
9.0	0.0706	0.1304	0.0407	**0.2417**
12.0	0.0293	0.0705	0.0293	**0.1291**
15.0	0.0138	0.0387	0.0197	**0.0722**

Давления суммируются (приращение напряжений): максимум упругой суммы составляет **0.6811 kPa** при z = 2.96 m; по номограмме — 0.5377 kPa при z = 4.97 m. Максимум возникает на глубине, где преобладающей становится доля наибольшей нагрузки (Q_2).



Проверить решение в GeoTerva ↗

Резюме

Главное

m = x/H, **n = z/H**; упругое решение (жёсткая стена): **$\sigma_H = (3Q_p/\pi)\, x^2 z/R^5$**, максимум при z = x/2, $\sigma_{H,max} = 0.2733\ Q_p/x^2$; **$x_{min} = 0.30$ m**

Номограмма: случай 1 ($m \le 0.4$): $\sigma_H = 0.28\ (Q_p/H^2)\ n^2/(0.16 + n^2)^3$; случай 2: $1.77\ (Q_p/H^2)\ m^2n^2/(m^2 + n^2)^3$; в пределах 0.4H расстояние не влияет

Пример (H = 15 m, x = 5 m, Q_p = 38 kN): упругий пик 0.4154 kPa (z = 2.5 m), $I_0 = 0.9247$, $I_1 = 0.6530$, **$P_H = 2.34$ kN/m**, L = 10.59 m; номограмма $P_H = 1.99$ kN/m, L = 8.81 m

В плане: упругое решение $(R_0/R)^5$, номограмма $\cos^2(1.1\theta)$ (до $\theta \approx 81.8°$); **несколько нагрузок** (не более 3): давления и $P_{H,i}$ суммируются, L — из условия равновесия моментов

Сравнение: при $m \le 0.4$ номограмма постоянна; упругое значение P_H растёт по мере приближения нагрузки; P_H относится к сечению нагрузки и не умножается на длину стены

Список литературы

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning; эта страница основана на данном источнике.

Terzaghi, K. (1954). Anchored bulkheads. Transactions of the ASCE, 119, 1243–1280.

NAVFAC DM-7.02 (1986). Foundations and Earth Structures. Naval Facilities Engineering Command.

Boussinesq, J. (1883). Application des Potentiels à l’Étude de l’Équilibre et du Mouvement des Solides Élastiques. Gauthier-Villars, Paris.

Mindlin, R.D. (1936). Discussion: Pressure distribution on retaining walls. Proc. 1st Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Harvard, Vol. III, 155–156.

Spangler, M.G. and Mickle, J.L. (1956). Lateral pressures on retaining walls due to backfill surface loads. Highway Research Board Bulletin 141.

Bowles, J.E. (1996). Foundation Analysis and Design, 5th ed.

Frazee, G. (2021). New formulations of Boussinesq solution for vertical and lateral stresses in soil. ASCE Practice Periodical on Structural Design and Construction, 26(2).

USS Steel Sheet Piling Design Manual (1984); California Department of Transportation, Trenching and Shoring Manual — метод графиков.

ПРИМЕЧАНИЕ

Все числовые примеры получены с помощью собственного расчётного ядра модуля; модуль даёт те же значения. Начальная стена модуля: H = 15 m, x = 5 m и Q_p = 38 kN (упругий метод).

GeoTerva

Геотехнические расчёты онлайн

От теории к практике

Ввести в GeoTerva собственную стену, сосредоточенные нагрузки (не более трёх) и метод; модуль выдаёт эпюру давления, распределение в плане, равнодействующую и линию действия, а также пошаговое решение и отчёт.

Открыть модуль →

Страница теории →

Открыть на телефоне

Для пробных модулей регистрация не требуется.