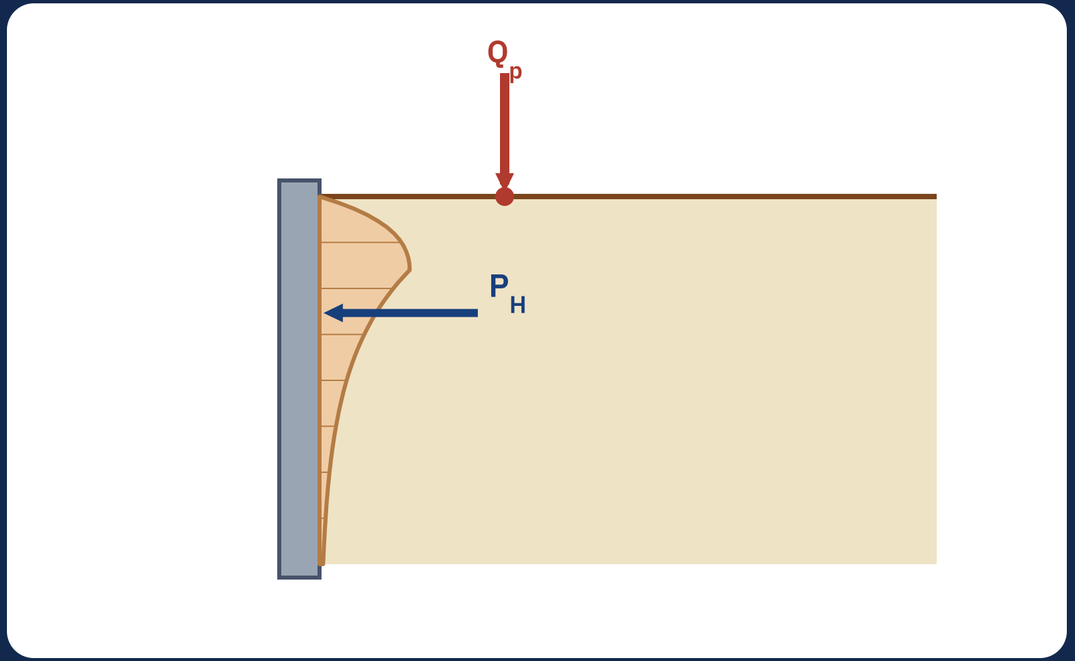
Geotechnisch college · Bovenbelastingen

Puntvormige bovenbelasting

College: de horizontale gronddruk die een puntbelasting aan het maaiveld op de muur veroorzaakt; twee methoden, de resultante, de verdeling in bovenaanzicht en meerdere belastingen, met rekenvoorbeelden.

- $m = x/H \cdot n = z/H$
- $\sigma_H = (3Q_p/\pi)\, x^2 z/R^5$
- grafiek van Terzaghi–NAVFAC
- P_H en L
- Verdeling in bovenaanzicht



Wat leren we in dit college?

De geometrie van een puntbelasting: **x**, **y**, **z**, **R** en de dimensieloze **m = x/H**, **n = z/H**

Elastische (stijve muur) oplossing: tweemaal de spanning volgens Boussinesq, de grootste druk bij **z = x/2**; $\mathbf{x_{min} = 0.30\ m}$

Terzaghi–NAVFAC-diagram: geval 1 (m ≤ 0.4) en geval 2 (m > 0.4)

Resultante $\mathbf{P_H = (Q_p/H)\cdot I_0}$ en hoogte $\mathbf{L = H\cdot I_1/I_0}$; gesloten uitdrukkingen voor I_0, I_1

In bovenaanzicht de verdeling langs de wand ($\cos^2(1.1\theta)$) en **ten hoogste drie belastingen op dezelfde lijn**

COLLEGESTRUCTUUR

Elk onderwerp wordt in **drie stappen** behandeld:

1 · **Theorie**: formule en onderbouwing

2 · **Opgave**: gegeven en gevraagd

3 · **Oplossing**: stap voor stap, met getallen

Voorbeeldwand: H = 15 m, puntlast Q_p = 38 kN op een afstand x = 5 m van de wand. P_H is de kracht per eenheid wandlengte in de doorsnede van de belasting (kN/m).

Puntbelasting op de wand

THEORIE

De geconcentreerde belasting **Q_p** aan het oppervlak veroorzaakt een driedimensionaal spanningsveld in de grond; als de belasting binnen de invloedszone van een verticale wand ligt, wordt een deel van de spanningstoename op de wand overgedragen als **horizontale gronddruk**

De module geeft de verandering van de druk met de diepte langs de lijn loodrecht op de wand, de **resultante** en de **werkingslijn** ervan, en tevens de verdeling langs de wand in bovenaanzicht

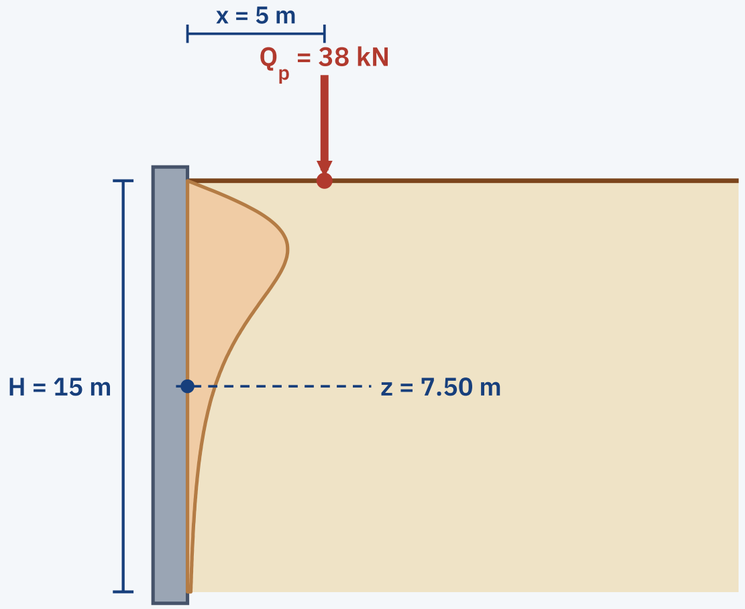
$$m = \frac{x}{H}, \qquad n = \frac{z}{H}$$

H — wandhoogte; **x** — horizontale afstand van de wand tot de belasting; **z** — diepte vanaf het maaiveld

y — afstand langs de wand vanaf de loodlijn door de belasting op de wand; **R = √(x² + y² + z²)**

σ_H — horizontale druk op de aslijn; **σ'_H** — in bovenaanzicht; **P_H** — resultante; **L** — afstand van de basis tot de werklijn

θ — planhoek in het diagram; **x_{min}** — kleinste rekenafstand bij de elastische methode (0.30 m)



Elastische oplossing en grafiek volgens Terzaghi–NAVFAC

THEORIE

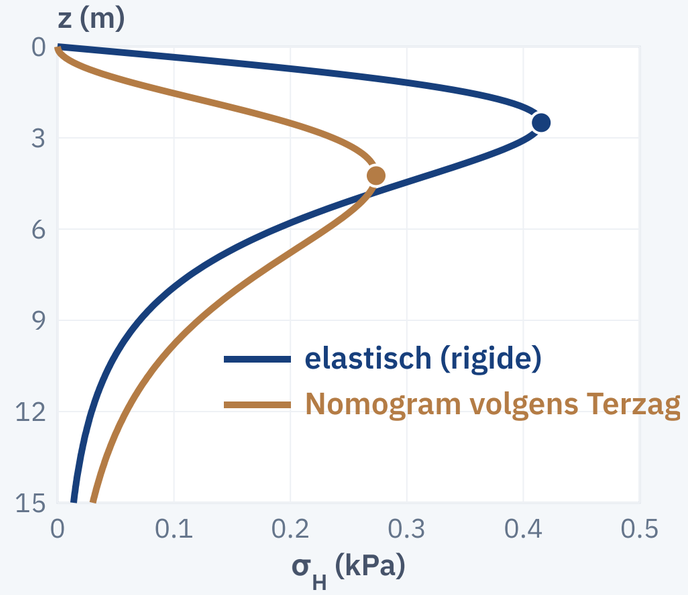
Beide beschrijven de **niet-verplaatsende wand**; zij wijken het meest van elkaar af **bij een belasting dicht bij de wand**

Elastisch: **tweemaal** de Boussinesq-spanning: de spiegelbeeldbelasting aan de overzijde van de wand reduceert de horizontale verplaatsing aan het wandvlak tot nul (Mindlin 1936); dwarscontractiecoëfficiënt 0.5

Nomogram (Terzaghi 1954): het afstandseffect stopt bij **m = 0.4**; een belasting binnen 0.4H wordt getekend alsof deze op een afstand van 0.4H ligt

Bij een belasting binnen 0.4H concentreert de elastische oplossing een **toenemende druk** nabij het bovenste deel van de wand, terwijl de abak één enkel diagram behoudt; verder weg geven zij dezelfde orde van grootte

Profiel (H = 15 m, x = 5 m, Q_p = 38 kN)



Stijve wand: druk, piek en resultante in gesloten vorm

THEORIE

Op de verticaal door de belasting (y = 0): $\sigma_H = (3Q_p/\pi)\, x^2 z/R^5$; de piek ligt bij $z = x/2$, $\sigma_{H,max} = 0.2733\, Q_p/x^2$

Naarmate de belasting de muur nadert, wordt de oplossing **singulier**: P_H neemt toe als $\approx Q_p/(\pi x)$; daarom wordt voor $x < x_{min} = 0.30$ m de belasting op 0.30 m berekend

Binnen de kritieke afstand van ongeveer **0.4H** zijn de elastische vergelijkingen niet meer betrouwbaar: ingenieursinzicht is vereist, en de nomogrammen bieden een vergelijking

$$\sigma_H = \frac{3}{\pi}\,\frac{Q_p}{H^2}\,\frac{m^2\, n}{\left(m^2+n^2\right)^{5/2}}$$

$$I_0 = \frac{1}{\pi}\left[\frac{1}{m} - \frac{m^2}{\left(1+m^2\right)^{3/2}}\right] \qquad I_1 = I_0 - \frac{1}{\pi\left(1+m^2\right)^{3/2}}$$

Terzaghi–NAVFAC: geval 1 en geval 2

THEORIE

Op elke diepte wordt **n = z/H** berekend; de vergelijking wordt gekozen op basis van **m**

De vergelijking van geval 1 bevat geen m: zij is de waarde van geval 2 voor m = 0.4 (1.77 × 0.16 = 0.2832, geschreven als **0.28**); de belasting binnen 0.4H geeft, waar zij zich ook bevindt, **hetzelfde diagram, P_H en L**

Door afronding maakt P_H een kleine stap bij de grens m = 0.4 (≈ 1.1%); L blijft continu

$$\sigma_H = 0.28\,\frac{Q_p}{H^2}\,\frac{n^2}{\left(0.16+n^2\right)^3} \qquad m \le 0.4\ (\text{Geval 1})$$

$$\sigma_H = 1.77\,\frac{Q_p}{H^2}\,\frac{m^2\,n^2}{\left(m^2+n^2\right)^3} \qquad m > 0.4\ (\text{Geval 2})$$

P_H, L en I_0, I_1

THEORIE

P_H is de oppervlakte van het drukdiagram; **L** is de hoogte van het zwaartepunt boven de damwandvoet: de resultante grijpt aan op een diepte van **H – L** vanaf het maaiveld

P_H is een kracht in de eigen doorsnede van de belasting (y = 0); omdat de druk langs de wand afneemt, wordt zij **niet met de wandlengte vermenigvuldigd**

Wanneer men $\sigma_H = (Q_p/H^2)\cdot f(n)$ schrijft, blijven er twee zuivere getallen over; in de elasticiteitstheorie in gesloten vorm, in het diagram een numerieke (of gesloten) integraal. De constanten van het diagram zijn deze integraal, afgelezen bij één enkele waarde van m: voor **m = 0.4** geldt $P_H = 0.787\ Q_p/H$, $L = 0.587\ H$; voor **m = 0.6** geldt $0.457\ Q_p/H$ en $0.476\ H$

$$P_H = \frac{Q_p}{H}\, I_0 \qquad L = H\,\frac{I_1}{I_0}$$

$$I_0 = \int_0^1 f(n)\, dn \qquad I_1 = \int_0^1 f(n)\,(1-n)\, dn$$

Druk langs de wand en meerdere belastingen

THEORIE

Elastisch: de formule voor σ_H geldt in elk punt van de wand ($R^2 = x^2 + y^2 + z^2$); op constante diepte neemt de druk langs de wand af met $\mathbf{(R_0/R)^5}$, met een piek bij $z = \sqrt{(x^2 + y^2)}/2$

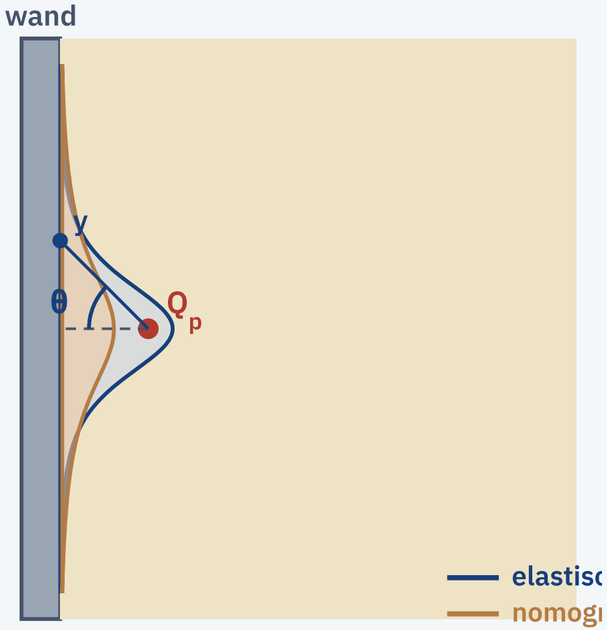
Grafiek: de axiale lijndruk wordt met de planhoek gereduceerd; wanneer de hoek 1.1θ 90° bereikt ($\boldsymbol{\theta \approx 81.8°}$), wordt de reductie op nul gehouden

Meerdere belastingen (maximaal 3): elk met een eigen x_i en $Q_{p,i}$; omdat de drukken spanningsverhogingen zijn, worden ze **gesuperponeerd**; de resultante grijpt aan in het punt waar de momenten om de zool in evenwicht zijn

$$\sigma'_H = \sigma_H \cos^2(1.1\,\theta) \qquad \theta = \tan^{-1}\frac{y}{x}\ \text{(nomogram)}$$

$$\sigma_H = \sum_i \sigma_{H,i} \qquad P_H = \sum_i \frac{Q_{p,i}}{H} I_{0,i} \qquad L = \frac{\sum_i P_{H,i}\, L_i}{P_H}$$

Bovenaanzicht: op diepte z = 2.5 m



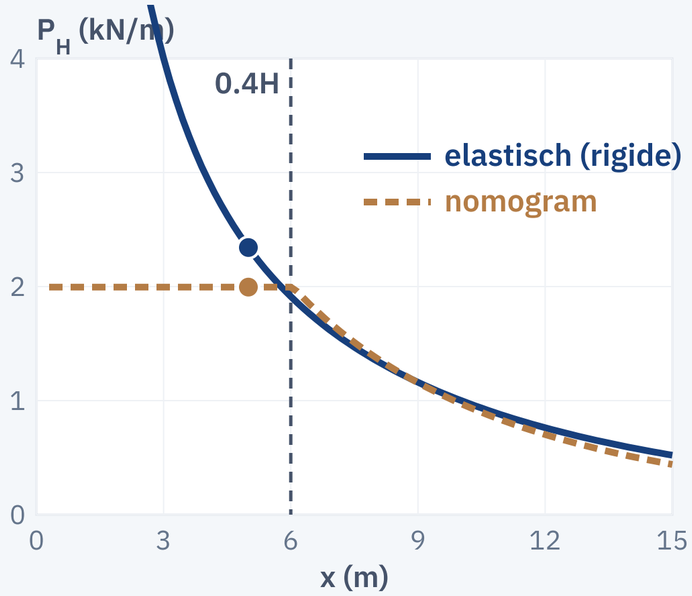
Resultante en locatie, met belastingafstand

THEORIE

x (m)	m	P_H elastisch	Elastische L	P_H-grafiek	L-grafiek	Toestand
0.30	0.020	40.32	14.70	1.99	8.81	Situatie 1
1.00	0.067	12.09	14.01	1.99	8.81	Situatie 1
2.00	0.133	6.03	13.05	1.99	8.81	Situatie 1
3.00	0.200	4.00	12.15	1.99	8.81	Situatie 1
4.00	0.267	2.97	11.33	1.99	8.81	Situatie 1
5.00	0.333	2.34	10.59	1.99	8.81	Situatie 1
6.00	0.400	1.91	9.94	1.99	8.81	Situatie 1
8.00	0.533	1.35	8.87	1.38	7.61	Situatie 2
10.00	0.667	1.00	8.05	0.9755	6.74	Situatie 2
15.00	1.000	0.5213	6.80	0.4402	5.45	Situatie 2

m ≤ 0.4 (x ≤ 6 m): het nomogram geeft dezelfde P_H en L; de elastische P_H neemt snel toe naarmate de belasting nadert

m > 0.4: de elastische resultante grijpt wat hoger aan (L is groter)



Opgave

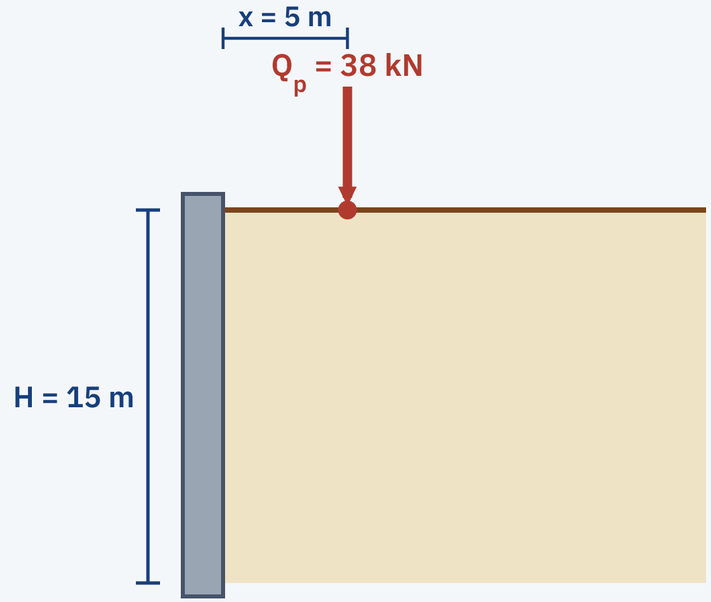
VOORBEELD

Gegeven

Wand	$H = 15.00$ **m**
Belasting	$Q_p = 38.0$ **kN,** $x = 5.00$ **m vanaf de wand**
Methode	**elastisch (starre wand);** $x \geq x_{min}$

GEVRAAGD

m, de maximale druk $\sigma_{H,max}$ (z = x/2), I_0, I_1, P_H, **L** en de diepte van de resultante onder het maaiveld.



Oplossing (1/3)

OPLOSSING

1 Afstandsverhouding

$$m = \frac{x}{H} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} = \mathbf{0.333} \quad (x \geq x_{min} = 0.30\ \text{m})$$

2 Diepte van de piek

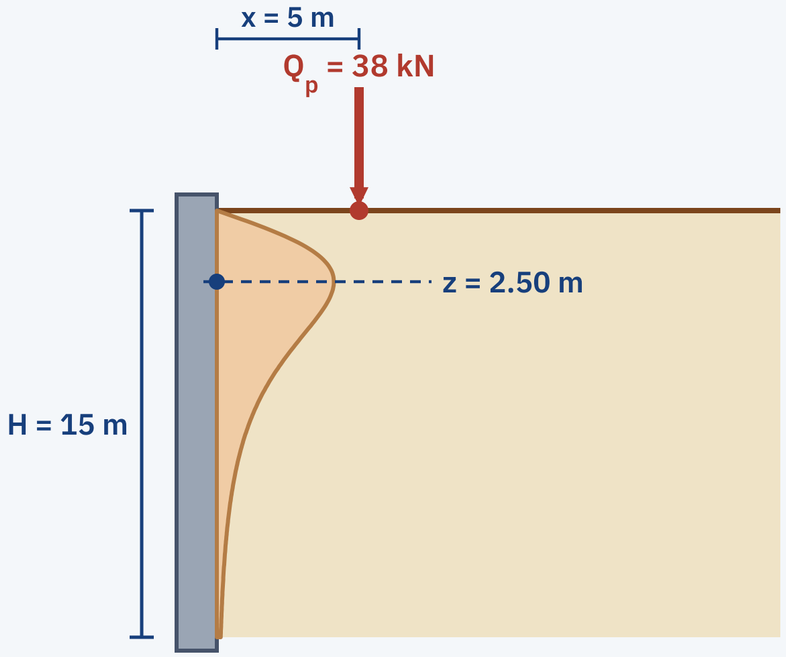
$$z = \frac{x}{2} = \mathbf{2.50}\ \text{m}$$

$$R = \sqrt{x^2 + z^2} = \sqrt{25.00 + 6.25} = \mathbf{5.5902}\ \text{m}$$

3 Druk aan de bovenzijde

$$\sigma_{H,max} = \frac{3 \times 38}{\pi} \cdot \frac{5.00^2 \times 2.50}{5.5902^5}$$

$$\sigma_{H,max} = 36.287 \times 0.011449 = \mathbf{0.4154}\ \text{kPa}$$



De elastische piek is **0.4154 kPa**, op een diepte z = 2.50 m: 0.2733 Q_p/x^2 = 0.4154 kPa geeft dezelfde waarde.

Oplossing (2/3)

OPLOSSING

4 Dimensieloze waarde van het oppervlak I_0

$$I_0 = \frac{1}{\pi}\left[\frac{1}{m} - \frac{m^2}{(1+m^2)^{3/2}}\right] = \frac{1}{\pi}\left[3 - \frac{1/9}{(10/9)^{3/2}}\right] = \frac{1}{\pi}[3 - 0.09487] = \mathbf{0.92473}$$

5 Dimensieloze waarde van het moment I_1

$$I_1 = I_0 - \frac{1}{\pi(1+m^2)^{3/2}} = 0.92473 - \frac{1}{\pi(10/9)^{3/2}} = 0.92473 - 0.27178 = \mathbf{0.65295}$$

I_0 = **0.92473**, I_1 = **0.65295**: twee getallen die alleen van m afhangen; de belasting en de hoogte blijven daar buiten.

Oplossing (3/3)

OPLOSSING

6 Resultante

$$P_H = \frac{Q_p}{H} I_0 = \frac{38}{15} \times 0.92473 = \mathbf{2.34}\ \mathrm{kN/m}$$

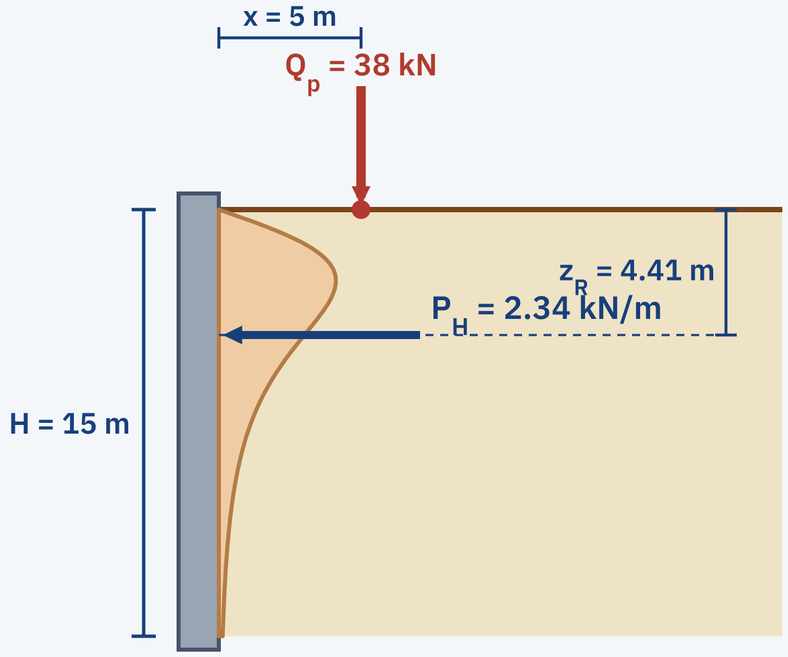
7 Invloedslijn (vanaf de zool)

$$L = H \frac{I_1}{I_0} = 15 \times \frac{0.65295}{0.92473} = \mathbf{10.59}\ \mathrm{m}$$

8 Diepte vanaf het oppervlak

$$H - L = 15.00 - 10.59 = \mathbf{4.41}\ \mathrm{m}$$

P_H = 2.34 kN/m, op **4.41 m** onder het maaiveld (10.59 m vanaf de voet). De kracht werkt in de doorsnede van de belasting: deze wordt niet vermenigvuldigd met de wandlengte.



Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

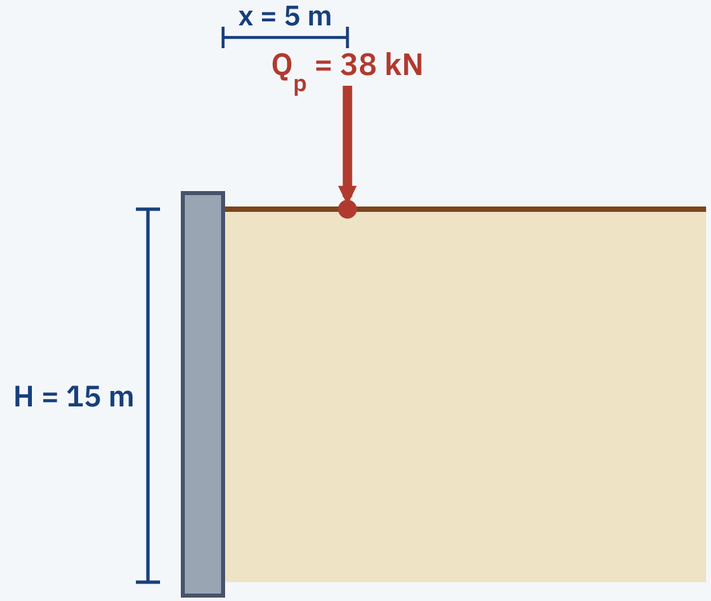
VOORBEELD

Gegeven

Keermuur en belasting	$H = 15.00$ **m,** $Q_p = 38.0$ **kN,** $x = 5.00$ **m**
Methode	**Terzaghi–NAVFAC-diagram; druk op** $z = 2.50$ **m**

GEVRAAGD

Keuze van het geval, σ_H (z = 2.5 m), I_0, I_1, P_H en **L**.



Oplossing (1/3)

OPLOSSING

1 Gevalselectie

$$m = \frac{1}{3} = 0.333 \leq 0.4 \;\Rightarrow\; \text{Situatie 1: diagram } m = 0.4 \text{constant bij '}$$

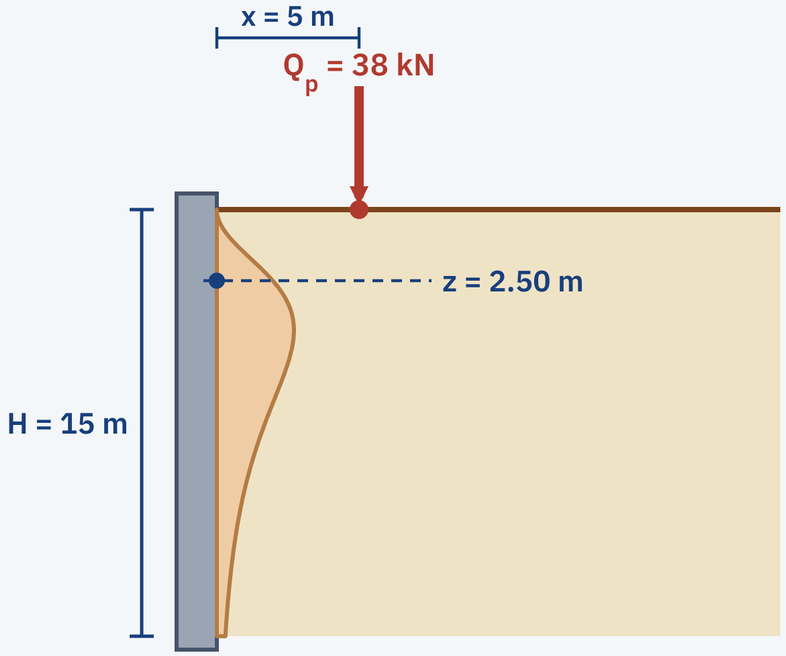
2 Diepteratio

$$n = \frac{z}{H} = \frac{2.50}{15} = \mathbf{0.1667}$$

3 Druk

$$\sigma_H = 0.28\,\frac{38}{15^2} \cdot \frac{n^2}{(0.16 + n^2)^3} = 0.04729 \times \frac{0.02778}{0.006621}$$

$$\sigma_H = 0.04729 \times 4.1953 = \mathbf{0.1984}\ \text{kPa}$$



Bij z = 2.5 m is de abakdruk **0.1984 kPa**; op dezelfde diepte geeft de elastische oplossing 0.4154 kPa (piek).

Oplossing (2/3)

OPLOSSING

4 Integraal (gesloten vorm, a = 0.16)

$$I_0 = \int_0^1 0.28\,\frac{n^2}{(a+n^2)^3}\,dn = 0.28\left[\frac{1}{8a(1+a)} - \frac{1}{4(1+a)^2} + \frac{\tan^{-1}(1/\sqrt{a})}{8a^{3/2}}\right]$$

5 Getallen

$$\frac{1}{8(0.16)(1.16)} = 0.6735 \qquad \frac{1}{4(1.16)^2} = 0.1858 \qquad \frac{\tan^{-1} 2.5}{8(0.16)^{3/2}} = 2.3248$$

$$I_0 = 0.28\,[0.6735 - 0.1858 + 2.3248] = 0.28 \times 2.8125 = \mathbf{0.7875}$$

I_0 = **0.7875**: dit komt overeen met de constante 0.787 Q_p/H die het diagram voor m = 0.4 geeft. De module berekent deze integraal numeriek (Simpson).

Oplossing (3/3)

OPLOSSING

6 $I_1 = I_0 - \int n\,f\,dn$ (gesloten vorm, a = 0.16)

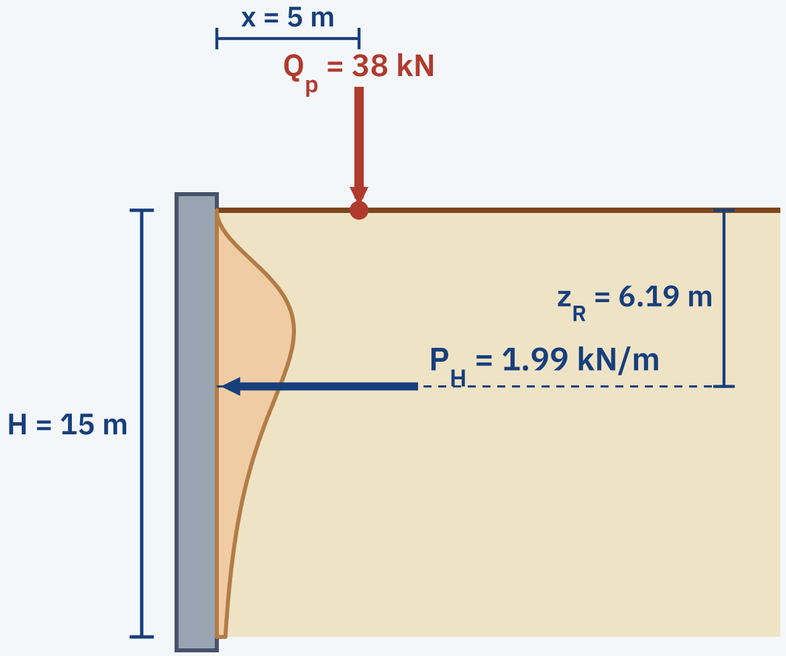
$$\int_0^1 nf\,dn = 0.28 \cdot \tfrac{1}{2}\left[\frac{1}{2a} - \frac{1}{1+a} + \frac{a}{2(1+a)^2}\right]$$

$$= 0.28 \times 1.1612 = 0.3251 \;\Rightarrow\; I_1 = 0.7875 - 0.3251 = \mathbf{0.4624}$$

7 Resultante en invloedslijn

$$P_H = \frac{38}{15} \times 0.7875 = \mathbf{1.99}\ \mathrm{kN/m}$$

$$L = 15 \times \frac{0.4624}{0.7875} = \mathbf{8.81}\ \mathrm{m}$$



Abak: **P_H = 1.99 kN/m**, L = **8.81 m** (6.19 m vanaf het oppervlak). Ten opzichte van de elastische oplossing is de resultante 15% kleiner en ligt de werklijn 1.78 m lager.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

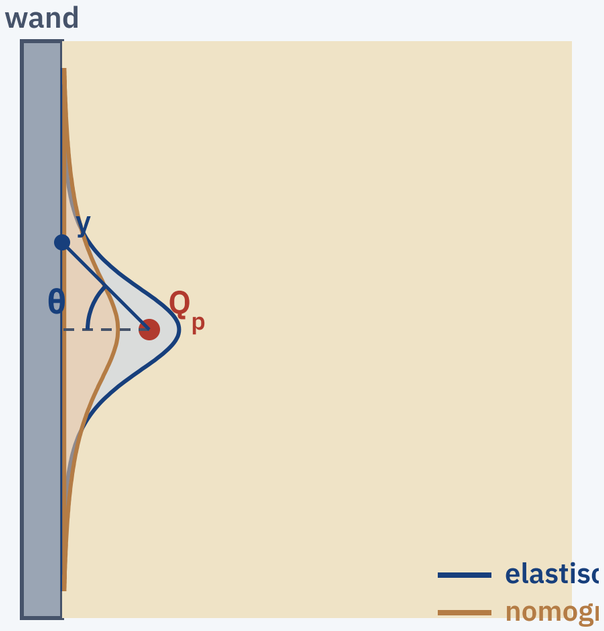
VOORBEELD

Gegeven

Keermuur en belasting	$H = 15.00$ **m,** $Q_p = 38.0$ **kN,** $x = 5.00$ **m**
Diepte	$z = 2.50$ **m**
Locatie	**op** $y = 5.00$ **m van de loodlijn door de belasting (**$\theta = 45°$**)**

GEVRAAGD

In beide methoden σ'_H (y = 5 m); verdeling voor y = 0 – 15 m.



Oplossing (1/2)

OPLOSSING

1 Elastisch: afname met $(R_0/R)^5$

$$R_0^2 = x^2 + z^2 = 31.25 \qquad R^2 = x^2 + y^2 + z^2 = 56.25$$

$$\sigma'_H = \sigma_H \left(\frac{R_0}{R}\right)^5 = 0.4154 \times \left(\frac{31.25}{56.25}\right)^{5/2} = 0.4154 \times 0.2300 = \mathbf{0.0956}\ \text{kPa}$$

2 Nomogram: afname met $\cos^2(1.1\theta)$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{y}{x} = \tan^{-1}\frac{5}{5} = 45^\circ$$

$$\sigma'_H = \sigma_H \cos^2(1.1\theta) = 0.1984 \times \cos^2(49.5^\circ) = 0.1984 \times 0.4218 = \mathbf{0.0837}\ \text{kPa}$$

Op y = 5 m bedraagt de elastische druk 0.23 van de waarde op de as (0.0956 kPa), terwijl het nomogram 0.42 daarvan geeft (0.0837 kPa): het nomogram neemt langzamer af langs de wand, maar vanuit een kleinere beginwaarde.

Oplossing (2/2)

OPLOSSING

y (m)	θ (°)	σ'_H elastisch (kPa)	verhouding	σ'_H grafiek (kPa)	verhouding	elastische piek z (m)	piekdruk (kPa)
0.0	0.0	0.4154	1.00	0.1984	1.00	2.50	0.4154
2.5	26.6	0.2634	0.63	0.1511	0.76	2.80	0.2659
5.0	45.0	0.0956	0.23	0.0837	0.42	3.54	0.1039
7.5	56.3	0.0317	0.08	0.0439	0.22	4.51	0.0393
10.0	63.4	0.0115	0.03	0.0237	0.12	5.59	0.0166
15.0	71.6	0.0022	0.01	0.0076	0.04	7.91	0.0042

De druk is het grootst langs de normaal op de belasting en neemt langs de wand snel af; in de elastische oplossing daalt de diepte van de piek tot $\sqrt{(x^2 + y^2)}/2$ naarmate y toeneemt. In het nomogram wordt de reductie na $\theta \approx 81.8°$ op nul gehouden.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

VOORBEELD

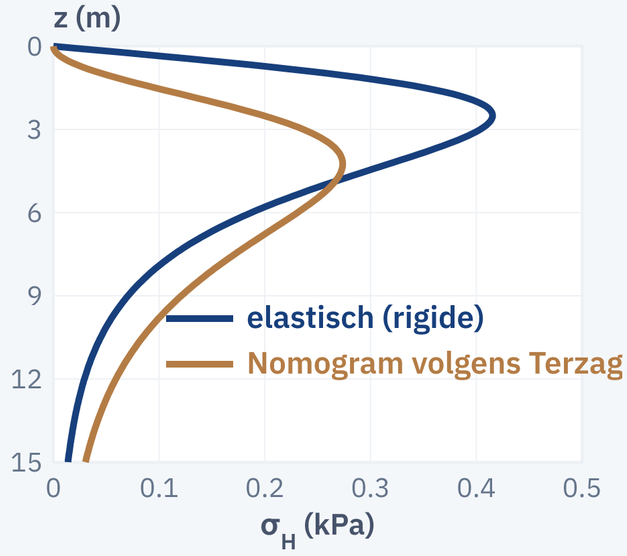
Gegeven

Keermuur en belasting $H = 15.00$ **m,** $Q_p = 38.0$ **kN,** $x = 5.00$ **m**

Diepten $z = 0$ **–** 15 **m, elke** 1.5 **m**

GEVRAAGD

σ_H-profiel voor de twee methoden; de **top** van het diagram (geval 1) met de hand.



Oplossing (1/2)

OPLOSSING

z (m)	n = z/H	σ_H elastisch (kPa)	σ_H-grafiek (kPa)
0.00	0.00	0.0000	0.0000
1.50	0.10	0.3511	0.0963
3.00	0.20	0.4038	0.2364
4.50	0.30	0.2964	0.2724
6.00	0.40	0.1873	0.2309
7.50	0.50	0.1143	0.1715
9.00	0.60	0.0706	0.1211
10.50	0.70	0.0448	0.0844
12.00	0.80	0.0293	0.0591
13.50	0.90	0.0198	0.0420
15.00	1.00	0.0138	0.0303

De elastische druk bereikt een piek van 0.4154 kPa op een diepte nabij het maaiveld (2.5 m) en neemt snel af; het nomogram geeft een vlakker profiel, met een diepere en kleinere piek.

Oplossing (2/2)

OPLOSSING

1 Afgeleide nul: d/dn [n²/(0.16 + n²)³] = 0

$$2n(0.16 + n^2) - 6n^3 = 0 \;\Rightarrow\; n^2 = \frac{0.16}{3} = 0.0533$$

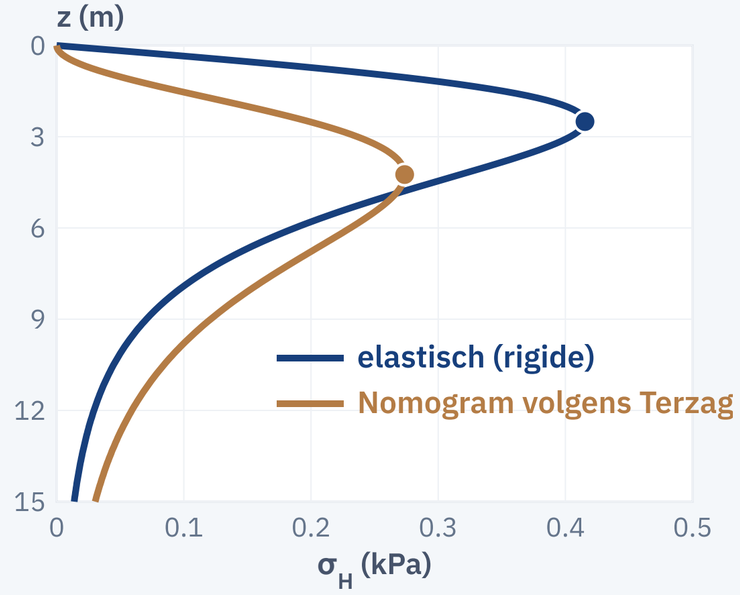
$$n = \mathbf{0.2828} \;\Rightarrow\; z = nH = \mathbf{4.243}\ \mathrm{m}$$

2 Topdruk (n² = 0.08)

$$\sigma_{H,max} = 0.28\,\frac{38}{15^2}\cdot\frac{0.08}{(0.16+0.08)^3}$$

$$\sigma_{H,max} = 0.04729 \times 5.787 = \mathbf{0.2737}\ \mathrm{kPa}$$

Piek van het nomogram **0.2737 kPa** (z = 4.24 m); elastische piek **0.4154 kPa** (z = 2.50 m): het nomogram verschuift de piek naar beneden en reduceert deze tot twee derde.



Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

VOORBEELD

Gegeven

Keermuur en belasting	$H = 15.00$ **m,** $Q_p = 38.0$ **kN**
Afstanden	$x = 0.3;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6;\ 8;\ 10;\ 15$ **m**
Ek	$x < 0.30$ **m en de** $0.4H = 6$ **m-grens van de grafiek**

GEVRAAGD

P_H en **L** voor de twee methoden; handmatige controle voor **x = 10 m**; x_{min} en de grens.

Oplossing (1/3)

OPLOSSING

x (m)	m	P_H elastisch (kN/m)	L elastisch (m)	P_H grafiek (kN/m)	L-grafiek (m)	Toestand
0.30	0.020	40.32	14.70	1.99	8.81	Situatie 1
1.00	0.067	12.09	14.01	1.99	8.81	Situatie 1
2.00	0.133	6.03	13.05	1.99	8.81	Situatie 1
3.00	0.200	4.00	12.15	1.99	8.81	Situatie 1
4.00	0.267	2.97	11.33	1.99	8.81	Situatie 1
5.00	**0.333**	**2.34**	**10.59**	**1.99**	**8.81**	**Geval 1**
6.00	0.400	1.91	9.94	1.99	8.81	Situatie 1
8.00	0.533	1.35	8.87	1.38	7.61	Situatie 2
10.00	0.667	1.00	8.05	0.9755	6.74	Situatie 2
15.00	1.000	0.5213	6.80	0.4402	5.45	Situatie 2

x ≤ 6 m: het nomogram geeft 1.99 kN/m en L = 8.81 m; de afstand heeft geen invloed; de elastische belasting P_H neemt snel toe naarmate de belasting dichterbij komt (40.32 kN/m voor x = 0.3 m). **x > 6 m**: de twee methoden naderen elkaar en de elastische resultante grijpt hoger aan.

Oplossing (2/3)

OPLOSSING

1 m = 10/15 = 0.667 > 0.4: nomogram geval 2. Elastisch: I_0, I_1, P_H, L

$$I_0 = \frac{1}{\pi}\left[\frac{1}{m} - \frac{m^2}{(1+m^2)^{3/2}}\right] = 0.3960 \qquad I_1 = I_0 - \frac{1}{\pi(1+m^2)^{3/2}} = 0.2126$$

$$P_H = \frac{38}{15} \times 0.3960 = \mathbf{1.00}\ \mathrm{kN/m} \qquad L = 15 \times \frac{0.2126}{0.3960} = \mathbf{8.05}\ \mathrm{m}$$

2 Grafiek (geval 2): dezelfde gesloten uitdrukkingen als in voorbeeld 2, a = m² en coëfficiënt 1.77 m²

$$I_0 = \int_0^1 f\, dn = 0.3851 \qquad I_1 = \int_0^1 f\,(1-n)\, dn = 0.1730$$

$$P_H = \frac{38}{15} \times 0.3851 = \mathbf{0.9755}\ \mathrm{kN/m} \qquad L = 15 \times \frac{0.1730}{0.3851} = \mathbf{6.74}\ \mathrm{m}$$

x = 10 m: elastisch **1.00 kN/m**, L = 8.05 m; nomogram **0.9755 kN/m**, L = 6.74 m (rij in de tabel).

Oplossing (3/3)

OPLOSSING

x (m)	berekening x (m)	P_H elastisch (kN/m)	L (m)	$\sigma_{H,max}$ elastisch (kPa)	P_H grafiek (kN/m)
0.05	**0.30**	40.32	14.70	115.4	1.995
0.10	**0.30**	40.32	14.70	115.4	1.995
0.20	**0.30**	40.32	14.70	115.4	1.995
0.30	0.30	40.32	14.70	115.4	1.995
0.50	0.50	24.19	14.50	41.5	1.995

Voor **x < 0.30 m** wordt de belasting op 0.30 m berekend; zelfs op deze afstand bedraagt de piek 115.4 kPa.

x (m)	m	Toestand	P_H grafiek (kN/m)	L-grafiek (m)
5.99	0.3993	Situatie 1	1.9950	8.8069
6.00	0.4000	Situatie 1	1.9950	8.8069
6.000001	0.400000	Situatie 2	2.0178	8.8069
6.01	0.4007	Situatie 2	2.0137	8.8000

Het diagram verhoogt P_H met 1.14% bij het overschrijden van de grens **m = 0.4**; L blijft continu.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

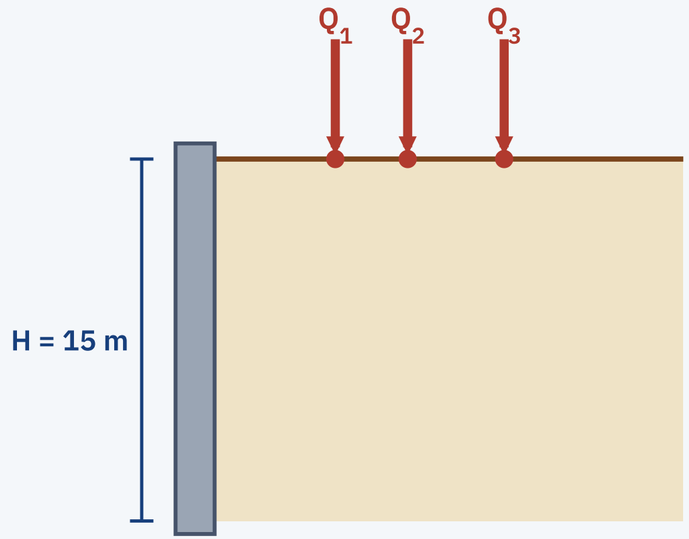
VOORBEELD

Gegeven

Wand	$H = 15.00$ **m**
Belastingen	$Q_1 = 38$ **kN** ($x_1 = 5$ **m**), $Q_2 = 60$ **kN** ($x_2 = 8$ **m**), $Q_3 = 25$ **kN** ($x_3 = 12$ **m**); **alle op één enkele lijn loodrecht op de wand**
Methode	**elastisch (starre wand); grafiek ter vergelijking**

GEVRAAGD

De $P_{H,i}$- en L_i-waarde van elke belasting; de totale P_H, L en de top van de totale druk.



Oplossing (1/3)

OPLOSSING

Belasting	x (m)	Q_p (kN)	m	I_0	I_1	$P_{H,i}$ (kN/m)	L_i (m)
Q_1	5	38	0.3333	0.92473	0.65295	2.3427	10.592
Q_2	8	60	0.5333	0.53463	0.31597	2.1385	8.865
Q_3	12	25	0.8000	0.30089	0.14933	0.5015	7.444

1 Elke belasting bij zijn eigen m-waarde (elastisch)

$$P_{H,i} = \frac{Q_{p,i}}{H}\, I_{0,i} \qquad L_i = H\,\frac{I_{1,i}}{I_{0,i}} \qquad \text{bijv. } P_{H,2} = \frac{60}{15} \times 0.53463 = \mathbf{2.1385}\ \mathrm{kN/m}$$

Elke belasting aangrijpt op haar eigen afstand x_i; alle werken op dezelfde doorsnede van de wand, zodat de resultanten mogen worden gesommeerd.

Oplossing (2/3)

OPLOSSING

2 Totale resultante (elastisch)

$$P_H = \sum P_{H,i} = 2.3427 + 2.1385 + 0.5015 = \mathbf{4.9827}\ \mathrm{kN/m}$$

3 Invloedslijn: evenwicht van de momenten om de basis

$$L = \frac{\sum P_{H,i} L_i}{P_H} = \frac{2.343(10.592) + 2.139(8.865) + 0.501(7.444)}{4.983} = \mathbf{9.534}\ \mathrm{m}$$

Methode	$P_{H,1}$	$P_{H,2}$	$P_{H,3}$	P_H totaal (kN/m)	L totaal (m)	vanaf het oppervlak (m)
Elastisch	2.3427	2.1385	0.5015	**4.9827**	**9.534**	5.466
Nomogram	1.9950	2.1774	0.4624	**4.6347**	**7.975**	7.025

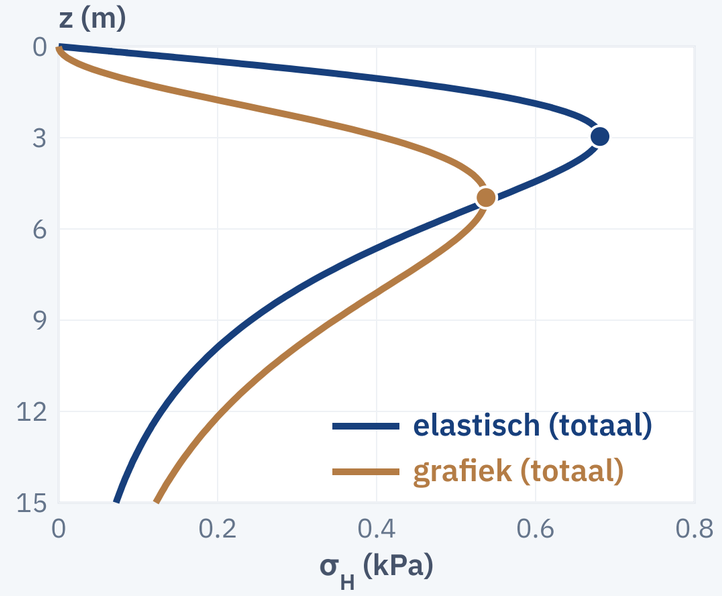
De resultante van de drie belastingen is elastisch **4.98 kN/m**, volgens het nomogram **4.63 kN/m**; de werklijn ligt 9.53 m en 7.97 m boven de basis.

Oplossing (3/3)

OPLOSSING

z (m)	$\sigma_{H,1}$ (kPa)	$\sigma_{H,2}$ (kPa)	$\sigma_{H,3}$ (kPa)	totale σ_H (kPa)
0.0	0.0000	0.0000	0.0000	**0.0000**
1.5	0.3511	0.1540	0.0199	**0.5250**
3.0	0.4038	0.2416	0.0356	**0.6810**
4.5	0.2964	0.2533	0.0447	**0.5944**
6.0	0.1873	0.2200	0.0475	**0.4548**
9.0	0.0706	0.1304	0.0407	**0.2417**
12.0	0.0293	0.0705	0.0293	**0.1291**
15.0	0.0138	0.0387	0.0197	**0.0722**

De drukken worden gesommeerd (spanningstoename): de elastische totale piek bedraagt **0.6811 kPa**, op z = 2.96 m; volgens het diagram 0.5377 kPa, op z = 4.97 m. De piek treedt op op de diepte waar het aandeel van de grootste belasting (Q_2) dominant wordt.



Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Samenvatting

Belangrijkste punten

m = x/H, **n = z/H**; elastisch (starre wand): $\boldsymbol{\sigma_H = (3Q_p/\pi)\, x^2 z/R^5}$, piek op z = x/2, $\sigma_{H,max} = 0.2733\ Q_p/x^2$; $\boldsymbol{x_{min} = 0.30\ m}$

Nomogram: geval 1 ($m \le 0.4$): $\sigma_H = 0.28\ (Q_p/H^2)\ n^2/(0.16 + n^2)^3$; geval 2: $1.77\ (Q_p/H^2)\ m^2n^2/(m^2 + n^2)^3$; binnen 0.4H heeft de afstand geen effect

Voorbeeld (H = 15 m, x = 5 m, Q_p = 38 kN): elastische piek 0.4154 kPa (z = 2.5 m), $I_0 = 0.9247$, $I_1 = 0.6530$, **P_H = 2.34 kN/m**, L = 10.59 m; nomogram $P_H = 1.99$ kN/m, L = 8.81 m

In bovenaanzicht: elastisch $(R_0/R)^5$, diagram $\cos^2(1.1\theta)$ (tot $\theta \approx 81.8°$); **meerdere belastingen** (maximaal 3): de drukken en $P_{H,i}$ worden gesommeerd, L uit het momentenevenwicht

Vergelijking: het nomogram is constant voor $m \le 0.4$; de elastische P_H neemt toe naarmate de belasting nadert; P_H bevindt zich in de doorsnede van de belasting en wordt niet met de wandlengte vermenigvuldigd

Literatuur

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning; deze pagina volgt deze methode.

Terzaghi, K. (1954). Anchored bulkheads. Transactions of the ASCE, 119, 1243–1280.

NAVFAC DM-7.02 (1986). Foundations and Earth Structures. Naval Facilities Engineering Command.

Boussinesq, J. (1883). Application des Potentiels à l’Étude de l’Équilibre et du Mouvement des Solides Élastiques. Gauthier-Villars, Paris.

Mindlin, R.D. (1936). Discussion: Pressure distribution on retaining walls. Proc. 1st Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Harvard, Vol. III, 155–156.

Spangler, M.G. en Mickle, J.L. (1956). Lateral pressures on retaining walls due to backfill surface loads. Highway Research Board Bulletin 141.

Bowles, J.E. (1996). Foundation Analysis and Design, 5th ed.

Frazee, G. (2021). New formulations of Boussinesq solution for vertical and lateral stresses in soil. ASCE Practice Periodical on Structural Design and Construction, 26(2).

USS Steel Sheet Piling Design Manual (1984); California Department of Transportation, Trenching and Shoring Manual — the chart method.

OPMERKING

Alle numerieke voorbeelden zijn geproduceerd met de eigen berekeningsmotor van de module; de module geeft dezelfde waarden. De openingswand van de module is H = 15 m, x = 5 m en Q_p = 38 kN (elastische methode).

GeoTerva

Online geotechnische berekeningen

Van theorie naar praktijk

Voer uw eigen wand, uw puntbelastingen (ten hoogste drie) en de methode in GeoTerva in; de module geeft het druksprofiel, de verdeling in bovenaanzicht, de resultante en de werklijn samen met een stapsgewijze oplossing en rapport.

Module openen →

Theoriepagina →

Openen op de smartphone

Proefmodules vereisen geen registratie.

Wilt u ze in uw colleges gebruiken: info@geoterva.com