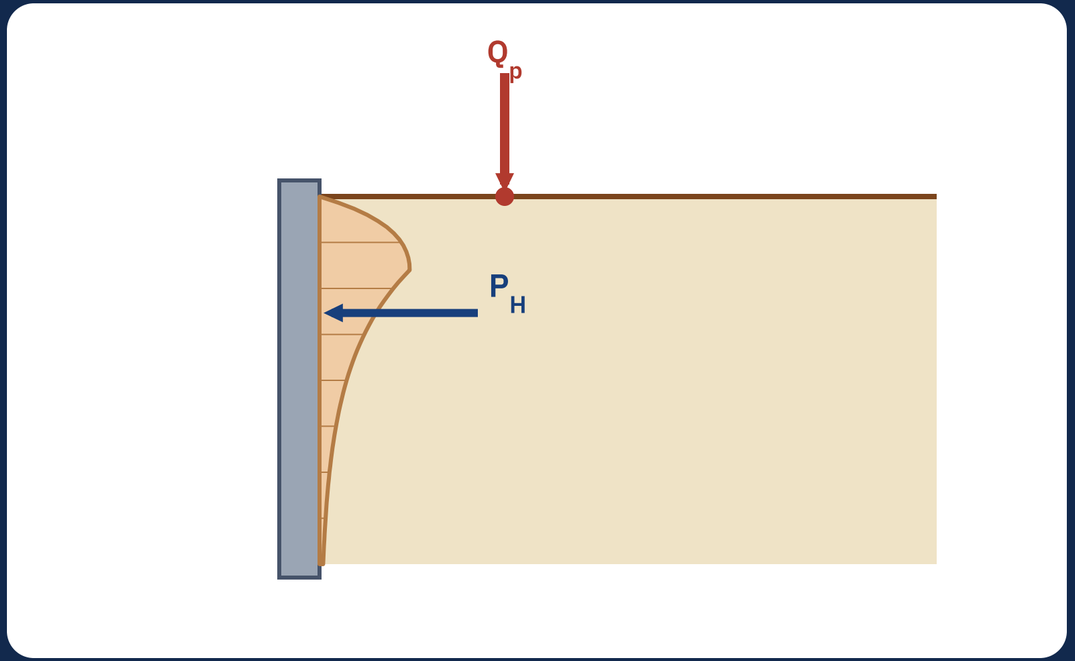
Lezione di geotecnica · Sovraccarichi

Carico concentrato di sovraccarico

Lezione: la spinta laterale prodotta sul muro da un carico concentrato in superficie; due metodi, la risultante, la distribuzione in pianta e più carichi, con esempi di calcolo.

- $m = x/H \cdot n = z/H$
- $\sigma_H = (3Q_p/\pi)\, x^2 z/R^5$
- abaco di Terzaghi–NAVFAC
- P_H e L
- Distribuzione in pianta



Introduzione

Che cosa si impara in questa lezione?

La geometria del carico concentrato: **x**, **y**, **z**, **R** e le grandezze adimensionali **m = x/H**, **n = z/H**

Soluzione **elastica (muro rigido)**: il doppio della tensione di Boussinesq, pressione massima a **z = x/2**; $\mathbf{x_{min} = 0.30\ m}$

Abaco di Terzaghi–NAVFAC: Caso 1 (m ≤ 0.4) e Caso 2 (m > 0.4)

Risultante $\mathbf{P_H = (Q_p/H)\cdot I_0}$ e altezza $\mathbf{L = H\cdot I_1/I_0}$; espressioni in forma chiusa per I_0, I_1

Distribuzione **in pianta** lungo il muro ($\cos^2(1.1\theta)$) e **al massimo tre carichi sulla stessa linea**

SVOLGIMENTO DELLA LEZIONE

Ogni argomento è trattato in **tre passaggi**:

1 · **Teoria**: formula e relativa motivazione

2 · **Traccia**: dati e richiesto

3 · **Soluzione**: passo per passo, con i numeri

Muro di esempio: H = 15 m, carico concentrato Q_p = 38 kN a una distanza x = 5 m dal muro. P_H è la forza per unità di lunghezza del muro nella sezione del carico (kN/m).

Carico concentrato agente sul muro

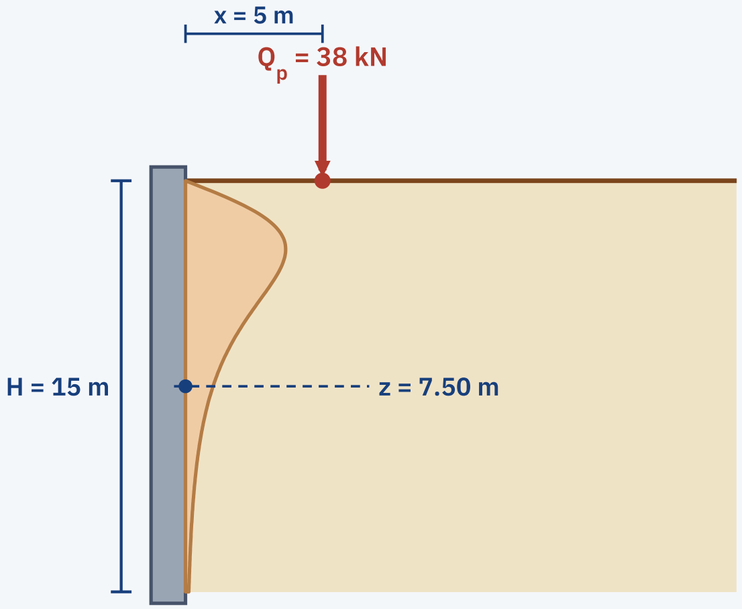
TEORIA

Il carico concentrato Q_p in superficie genera nel terreno un campo di tensioni tridimensionale; se il carico ricade nella zona d'influenza di un muro verticale, una parte dell'incremento di tensione si trasmette al muro come **spinta laterale**

Il modulo fornisce la variazione della pressione con la profondità lungo la normale al muro, la sua **risultante** e la sua **linea d'azione**, nonché la sua distribuzione in pianta lungo il muro

$$m = \frac{x}{H}, \qquad n = \frac{z}{H}$$

H — altezza del muro; **x** — distanza orizzontale dal muro al carico; **z** — profondità dalla superficie
y — distanza lungo il muro dalla linea perpendicolare al muro passante per il carico; **R = √(x² + y² + z²)**
σ_H — pressione laterale sulla linea dell'asse; **σ'_H** — in pianta; **P_H** — risultante; **L** — distanza dalla base alla linea d'azione
θ — angolo in pianta nell'abaco; **x_{min}** — distanza minima di calcolo nel metodo elastico (0.30 m)



Soluzione elastica e abaco Terzaghi–NAVFAC

TEORIA

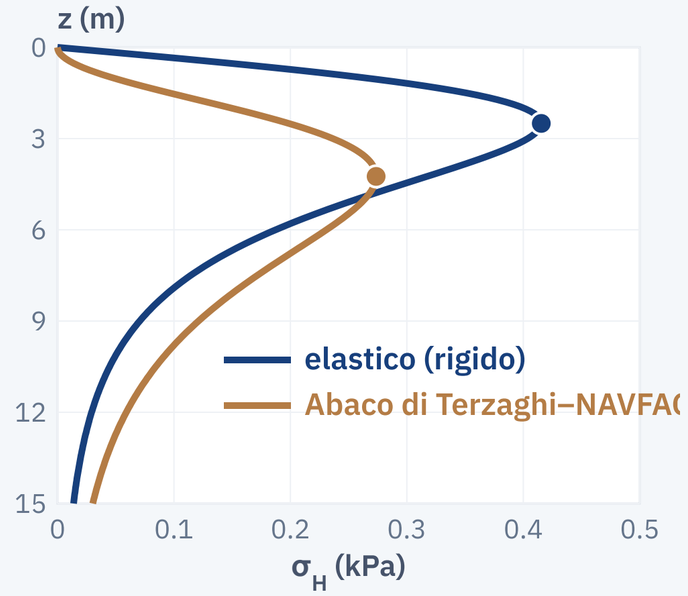
Entrambe descrivono il **muro che non si sposta**; si differenziano soprattutto **in presenza di un carico prossimo al muro**

Elastico: **il doppio** della tensione di Boussinesq: il carico immagine speculare sul lato opposto del muro annulla lo spostamento laterale in corrispondenza del paramento (Mindlin 1936); coefficiente di Poisson 0.5

Abaco (Terzaghi 1954): l'effetto della distanza si arresta a **m = 0.4**; un carico entro 0.4H si diagramma come se fosse a una distanza di 0.4H

Per un carico entro 0.4H, la soluzione elastica concentra una **pressione crescente** in prossimità della parte superiore del muro, mentre l'abaco mantiene un unico diagramma; più lontano essi forniscono lo stesso ordine di grandezza

Profilo (H = 15 m, x = 5 m, Q_p = 38 kN)



Muro rigido: pressione, picco e risultante in forma chiusa

TEORIA

Sulla verticale del carico (y = 0): **$\sigma_H = (3Q_p/\pi)\, x^2 z/R^5$**; il massimo si ha per **$z = x/2$**, **$\sigma_{H,max} = 0.2733\, Q_p/x^2$**

Man mano che il carico si avvicina al muro la soluzione diventa **singolare**: P_H cresce come $\approx Q_p/(\pi x)$; pertanto, per **$x < x_{min} = 0.30$ m** il carico viene calcolato a 0.30 m

Entro la distanza critica di circa **0.4H** le equazioni elastiche non sono più affidabili: è necessario il giudizio ingegneristico, mentre gli abachi forniscono un confronto

$$\sigma_H = \frac{3}{\pi}\,\frac{Q_p}{H^2}\,\frac{m^2\, n}{\left(m^2+n^2\right)^{5/2}}$$

$$I_0 = \frac{1}{\pi}\left[\frac{1}{m} - \frac{m^2}{\left(1+m^2\right)^{3/2}}\right] \qquad I_1 = I_0 - \frac{1}{\pi\left(1+m^2\right)^{3/2}}$$

Terzaghi–NAVFAC: Caso 1 e Caso 2

TEORIA

A ogni profondità si calcola **n = z/H** e si sceglie l'equazione in funzione di **m**

L'equazione del Caso 1 non contiene m: è il valore del Caso 2 per m = 0.4 (1.77 × 0.16 = 0.2832, scritto come **0.28**); il carico entro 0.4H, ovunque sia disposto, fornisce **lo stesso diagramma, P_H e L**

Per effetto dell'arrotondamento, P_H presenta un piccolo gradino al limite m = 0.4 (≈ 1.1%); L resta continuo.

$$\sigma_H = 0.28\,\frac{Q_p}{H^2}\,\frac{n^2}{\left(0.16 + n^2\right)^3} \qquad m \le 0.4\ (\text{Caso 1})$$

$$\sigma_H = 1.77\,\frac{Q_p}{H^2}\,\frac{m^2\,n^2}{\left(m^2 + n^2\right)^3} \qquad m > 0.4\ (\text{Caso 2})$$

P_H, L e I_0, I_1

TEORIA

P_H è l'area del diagramma delle pressioni; **L** è l'altezza del baricentro sopra la base del muro: la risultante agisce a una profondità **H – L** dalla superficie

P_H è una forza per unità di sezione del carico stesso (y = 0); poiché la pressione diminuisce lungo il muro, **non si moltiplica per la lunghezza del muro**

Scrivendo $\sigma_H = (Q_p/H^2)\cdot f(n)$ restano due numeri puri; in campo elastico l'integrale è in forma chiusa, nell'abaco è numerico (o in forma chiusa). Le costanti dell'abaco sono questo integrale letto per un unico valore di m: per **m = 0.4** si ha $P_H = 0.787\ Q_p/H$, $L = 0.587\ H$; per **m = 0.6**, $0.457\ Q_p/H$ e $0.476\ H$

$$P_H = \frac{Q_p}{H}\, I_0 \qquad L = H\,\frac{I_1}{I_0}$$

$$I_0 = \int_0^1 f(n)\, dn \qquad I_1 = \int_0^1 f(n)\,(1-n)\, dn$$

Pressione lungo il muro e carichi multipli

TEORIA

Elastico: la formula di σ_H è valida in ogni punto del muro ($R^2 = x^2 + y^2 + z^2$); a profondità costante la pressione diminuisce lungo il muro secondo $(R_0/R)^5$, con picco in $z = \sqrt{(x^2 + y^2)}/2$

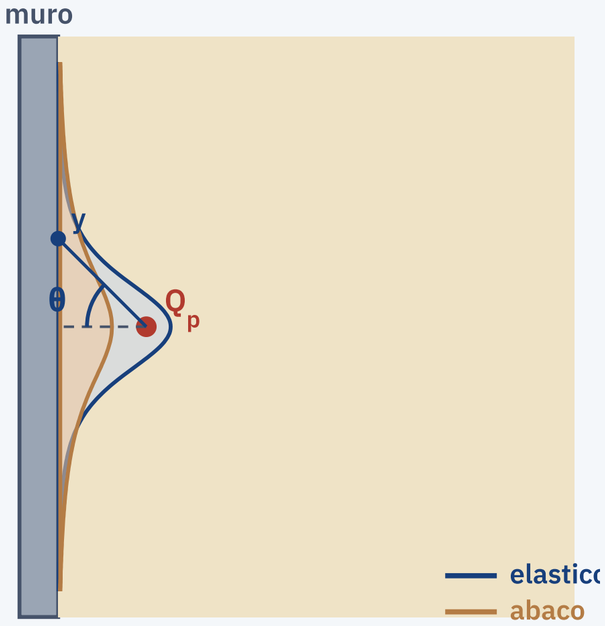
Abaco: la pressione lungo l'asse viene ridotta in funzione dell'angolo in pianta; quando l'angolo 1.1θ raggiunge 90° (**$\theta \approx 81.8°$**) la riduzione è mantenuta nulla

Carichi multipli (al massimo 3): ciascuno ha il proprio valore di x_i e $Q_{p,i}$; poiché le pressioni sono incrementi di tensione, esse si **sommano**; la risultante agisce nel punto in cui i momenti rispetto alla base si equilibrano

$$\sigma'_H = \sigma_H \cos^2(1.1\,\theta) \qquad \theta = \tan^{-1}\frac{y}{x}\ \text{(abaco)}$$

$$\sigma_H = \sum_i \sigma_{H,i} \qquad P_H = \sum_i \frac{Q_{p,i}}{H} I_{0,i} \qquad L = \frac{\sum_i P_{H,i}\, L_i}{P_H}$$

Pianta: alla profondità z = 2.5 m



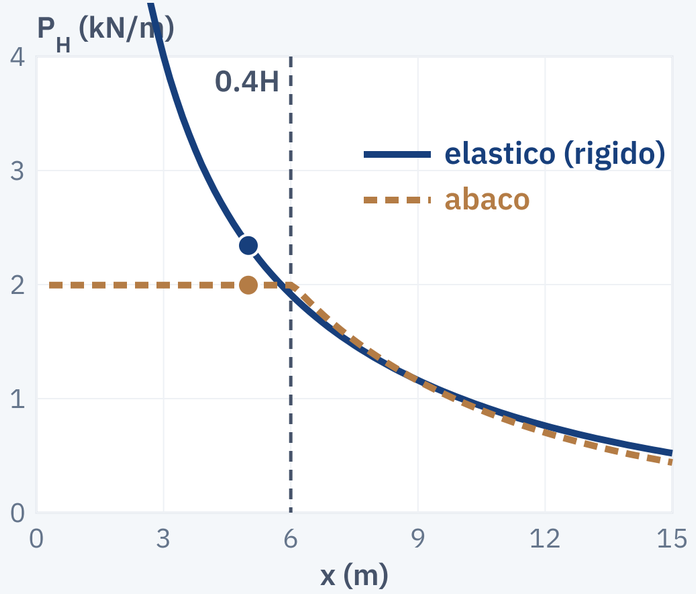
Risultante e sua posizione, con la distanza del carico

TEORIA

x (m)	m	P_H elastico	L elastico	Abaco di P_H	Abaco L	Condizione
0.30	0.020	40.32	14.70	1.99	8.81	Caso 1
1.00	0.067	12.09	14.01	1.99	8.81	Caso 1
2.00	0.133	6.03	13.05	1.99	8.81	Caso 1
3.00	0.200	4.00	12.15	1.99	8.81	Caso 1
4.00	0.267	2.97	11.33	1.99	8.81	Caso 1
5.00	0.333	2.34	10.59	1.99	8.81	Caso 1
6.00	0.400	1.91	9.94	1.99	8.81	Caso 1
8.00	0.533	1.35	8.87	1.38	7.61	Caso 2
10.00	0.667	1.00	8.05	0.9755	6.74	Caso 2
15.00	1.000	0.5213	6.80	0.4402	5.45	Caso 2

m ≤ 0.4 (x ≤ 6 m): l'abaco fornisce gli stessi P_H e L; il P_H elastico cresce rapidamente con l'avvicinarsi del carico

m > 0.4: la risultante elastica agisce un po' più in alto (L è maggiore)



Traccia

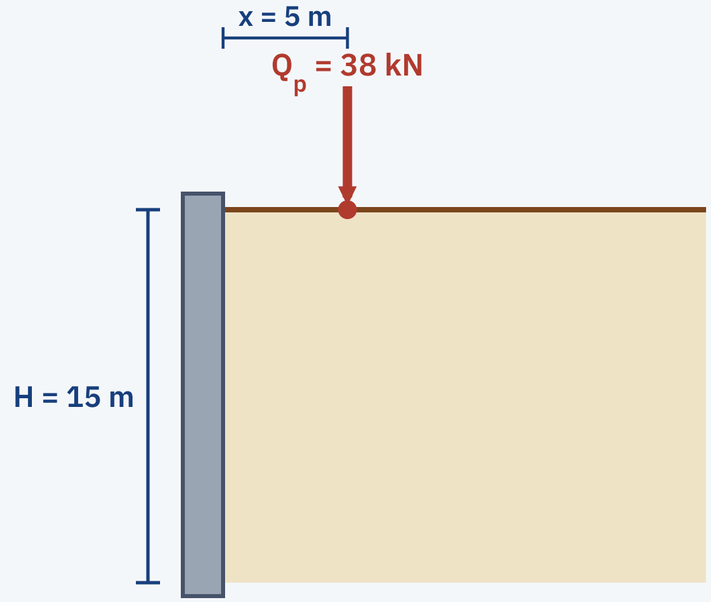
ESEMPIO

RICHIESTO

m, la pressione massima $\sigma_{H,max}$ (z = x/2), I_0, I_1, P_H, **L** e la profondità della risultante dalla superficie.

Dati

Muro	$H = 15.00$ **m**
Carico	$Q_p = 38.0$ **kN,** $x = 5.00$ **m dal muro**
Metodo	**elastica (muro rigido);** $x \geq x_{min}$



Soluzione (1/3)

SOLUZIONE

1 Rapporto di distanza

$$m = \frac{x}{H} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} = \mathbf{0.333} \quad (x \geq x_{min} = 0.30\ \text{m})$$

2 Profondità del picco

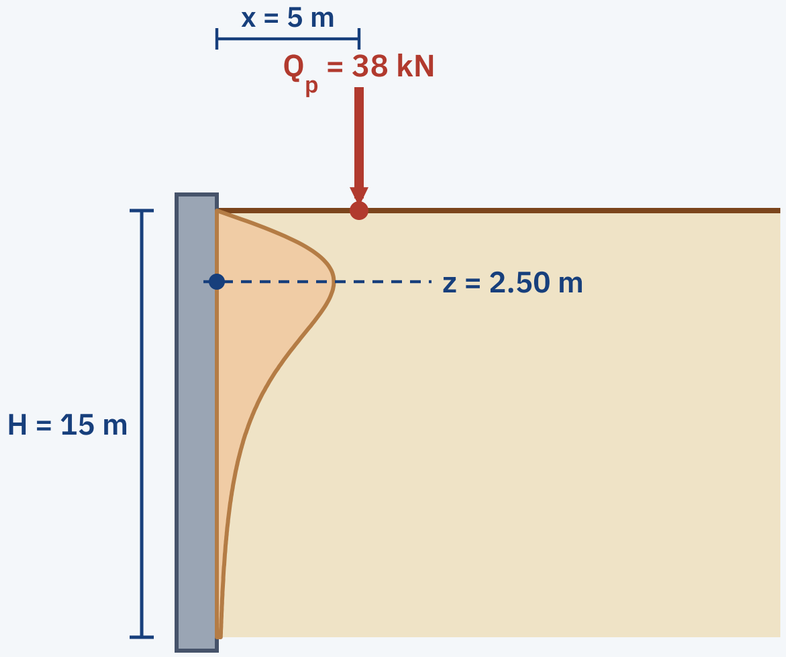
$$z = \frac{x}{2} = \mathbf{2.50}\ \text{m}$$

$$R = \sqrt{x^2 + z^2} = \sqrt{25.00 + 6.25} = \mathbf{5.5902}\ \text{m}$$

3 Pressione alla sommità

$$\sigma_{H,max} = \frac{3 \times 38}{\pi} \cdot \frac{5.00^2 \times 2.50}{5.5902^5}$$

$$\sigma_{H,max} = 36.287 \times 0.011449 = \mathbf{0.4154}\ \text{kPa}$$



Il picco elastico è **0.4154 kPa**: alla profondità z = 2.50 m, 0.2733 Q_p/x^2 = 0.4154 kPa fornisce lo stesso valore.

Soluzione (2/3)

SOLUZIONE

4 Valore adimensionale dell'area I_0

$$I_0 = \frac{1}{\pi}\left[\frac{1}{m} - \frac{m^2}{(1+m^2)^{3/2}}\right] = \frac{1}{\pi}\left[3 - \frac{1/9}{(10/9)^{3/2}}\right] = \frac{1}{\pi}[3 - 0.09487] = \mathbf{0.92473}$$

5 Valore adimensionale del momento I_1

$$I_1 = I_0 - \frac{1}{\pi(1+m^2)^{3/2}} = 0.92473 - \frac{1}{\pi(10/9)^{3/2}} = 0.92473 - 0.27178 = \mathbf{0.65295}$$

I_0 = **0.92473**, I_1 = **0.65295**: due numeri dipendenti solo da m; il carico e l'altezza restano fuori da essi.

Soluzione (3/3)

SOLUZIONE

6 Risultante

$$P_H = \frac{Q_p}{H}\, I_0 = \frac{38}{15} \times 0.92473 = \mathbf{2.34}\ \mathrm{kN/m}$$

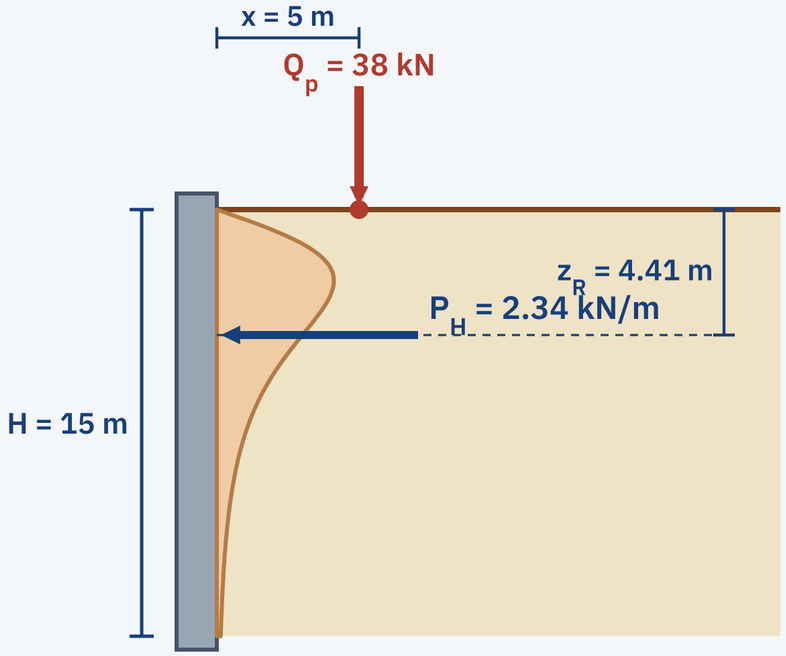
7 Linea d'azione (dalla base)

$$L = H\,\frac{I_1}{I_0} = 15 \times \frac{0.65295}{0.92473} = \mathbf{10.59}\ \mathrm{m}$$

8 Profondità dalla superficie

$$H - L = 15.00 - 10.59 = \mathbf{4.41}\ \mathrm{m}$$

P_H = 2.34 kN/m, a **4.41 m** sotto la superficie (10.59 m dalla base). La forza agisce nella sezione del carico: non si moltiplica per la lunghezza della parete.



Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

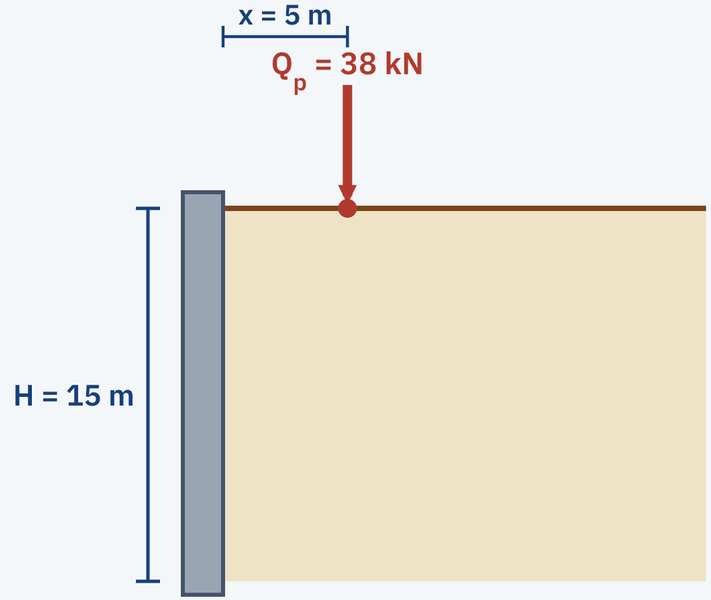
ESEMPIO

Dati

Muro e carico	$H = 15.00$ **m,** $Q_p = 38.0$ **kN,** $x = 5.00$ **m**
Metodo	**Abaco di Terzaghi–NAVFAC; pressione a** $z = 2.50$ **m**

RICHIESTO

Scelta del caso, σ_H (z = 2.5 m), I_0, I_1, P_H e **L**.



Soluzione (1/3)

SOLUZIONE

1 Selezione del caso

$$m = \frac{1}{3} = 0.333 \leq 0.4 \;\Rightarrow\; \text{Caso 1: diagramma } m = 0.4\text{costante a '}$$

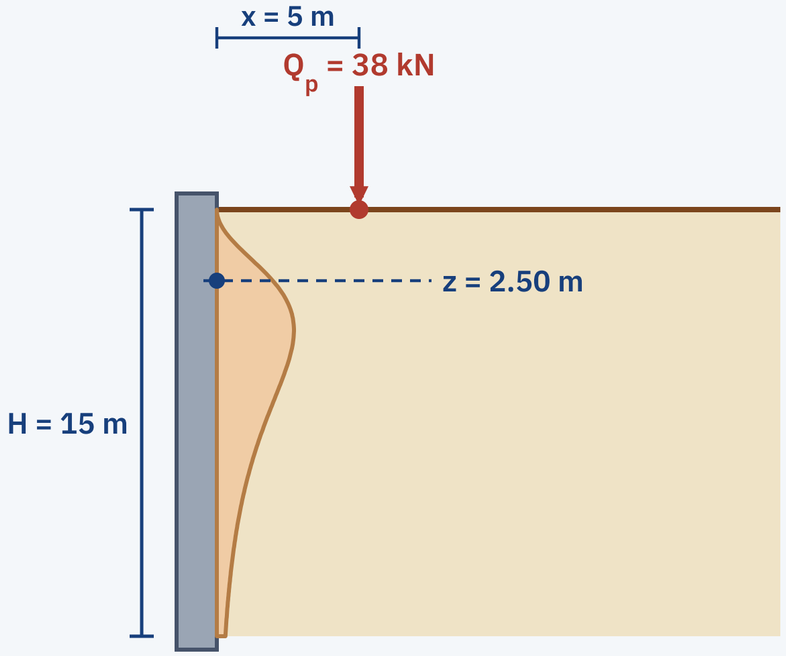
2 Rapporto di profondità

$$n = \frac{z}{H} = \frac{2.50}{15} = \mathbf{0.1667}$$

3 Pressione

$$\sigma_H = 0.28\,\frac{38}{15^2}\cdot\frac{n^2}{(0.16+n^2)^3} = 0.04729 \times \frac{0.02778}{0.006621}$$

$$\sigma_H = 0.04729 \times 4.1953 = \mathbf{0.1984}\ \text{kPa}$$



A z = 2.5 m la pressione da abaco è **0.1984 kPa**; alla stessa profondità la soluzione elastica fornisce 0.4154 kPa (picco).

Soluzione (2/3)

SOLUZIONE

4 Integrale (forma chiusa, a = 0.16)

$$I_0 = \int_0^1 0.28\,\frac{n^2}{(a+n^2)^3}\,dn = 0.28\left[\frac{1}{8a(1+a)} - \frac{1}{4(1+a)^2} + \frac{\tan^{-1}(1/\sqrt{a})}{8a^{3/2}}\right]$$

5 Numeri

$$\frac{1}{8(0.16)(1.16)} = 0.6735 \qquad \frac{1}{4(1.16)^2} = 0.1858 \qquad \frac{\tan^{-1} 2.5}{8(0.16)^{3/2}} = 2.3248$$

$$I_0 = 0.28\,[0.6735 - 0.1858 + 2.3248] = 0.28 \times 2.8125 = \mathbf{0.7875}$$

I_0 = **0.7875**: coincide con la costante 0.787 Q_p/H fornita dall'abaco per m = 0.4. Il modulo calcola questo integrale per via numerica (Simpson).

Soluzione (3/3)

SOLUZIONE

6 $I_1 = I_0 - \int n\,f\,dn$ (forma chiusa, a = 0.16)

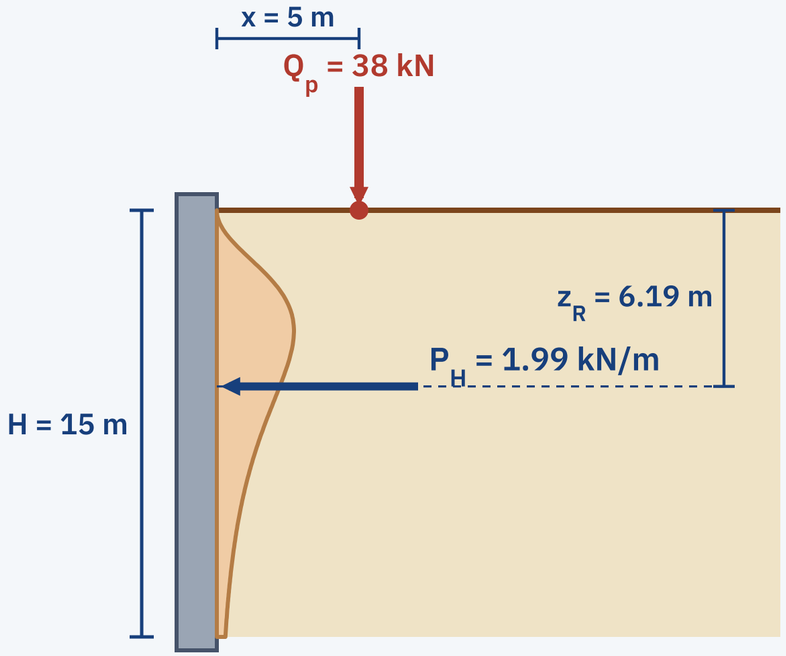
$$\int_0^1 nf\,dn = 0.28 \cdot \tfrac{1}{2}\left[\frac{1}{2a} - \frac{1}{1+a} + \frac{a}{2(1+a)^2}\right]$$

$$= 0.28 \times 1.1612 = 0.3251 \;\Rightarrow\; I_1 = 0.7875 - 0.3251 = \mathbf{0.4624}$$

7 Risultante e linea d'azione

$$P_H = \frac{38}{15} \times 0.7875 = \mathbf{1.99}\ \mathrm{kN/m}$$

$$L = 15 \times \frac{0.4624}{0.7875} = \mathbf{8.81}\ \mathrm{m}$$



Abaco: **P_H = 1.99 kN/m**, L = **8.81 m** (6.19 m dalla superficie). Rispetto alla soluzione elastica la risultante è inferiore del 15% e la linea d'azione è 1.78 m più in basso.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

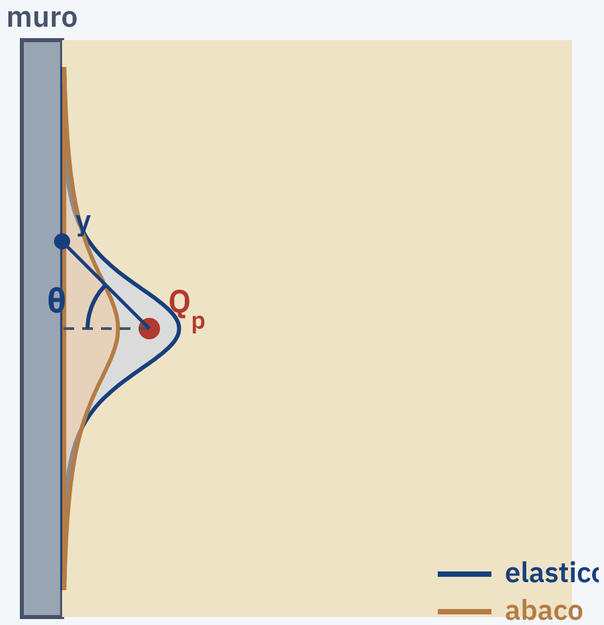
ESEMPIO

Dati

Muro e carico	$H = 15.00$ **m,** $Q_p = 38.0$ **kN,** $x = 5.00$ **m**
Profondità	$z = 2.50$ **m**
Posizione	**a** $y = 5.00$ **m dalla perpendicolare al carico (**$\theta = 45°$**)**

RICHIESTO

In entrambi i metodi **σ′H** (y = 5 m); distribuzione per y = 0 – 15 m.



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 Elastico: attenuazione con $(R_0/R)^5$

$$R_0^2 = x^2 + z^2 = 31.25 \qquad R^2 = x^2 + y^2 + z^2 = 56.25$$

$$\sigma'_H = \sigma_H \left(\frac{R_0}{R}\right)^5 = 0.4154 \times \left(\frac{31.25}{56.25}\right)^{5/2} = 0.4154 \times 0.2300 = \mathbf{0.0956}\ \text{kPa}$$

2 Abaco: attenuazione con $\cos^2(1.1\theta)$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{y}{x} = \tan^{-1}\frac{5}{5} = 45^\circ$$

$$\sigma'_H = \sigma_H \cos^2(1.1\theta) = 0.1984 \times \cos^2(49.5^\circ) = 0.1984 \times 0.4218 = \mathbf{0.0837}\ \text{kPa}$$

A y = 5 m la pressione elastica è 0.23 del valore sull'asse (0.0956 kPa), mentre l'abaco ne dà 0.42 (0.0837 kPa): l'abaco decresce più lentamente lungo il muro, ma a partire da un valore iniziale minore.

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

y (m)	θ (°)	σ'_H elastica (kPa)	rapporto	σ'_H da abaco (kPa)	rapporto	picco elastico z (m)	pressione di picco (kPa)
0.0	0.0	0.4154	1.00	0.1984	1.00	2.50	0.4154
2.5	26.6	0.2634	0.63	0.1511	0.76	2.80	0.2659
5.0	45.0	0.0956	0.23	0.0837	0.42	3.54	0.1039
7.5	56.3	0.0317	0.08	0.0439	0.22	4.51	0.0393
10.0	63.4	0.0115	0.03	0.0237	0.12	5.59	0.0166
15.0	71.6	0.0022	0.01	0.0076	0.04	7.91	0.0042

La pressione è massima lungo la normale al carico e si attenua rapidamente lungo il muro; nella soluzione elastica la profondità del picco diminuisce fino a $\sqrt{(x^2 + y^2)}/2$ al crescere di y. Nell'abaco la riduzione è mantenuta nulla oltre $\theta \approx 81.8°$.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

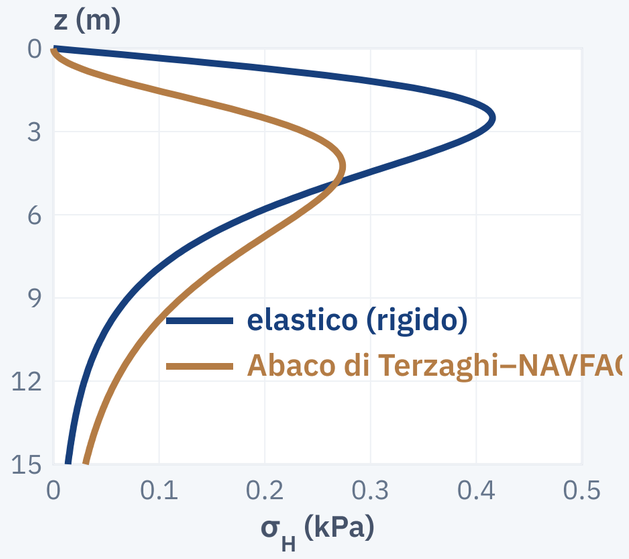
ESEMPIO

Dati

Muro e carico	$H = 15.00$ **m,** $Q_p = 38.0$ **kN,** $x = 5.00$ **m**
Profondità	$z = 0$ **–** 15 **m, ogni** 1.5 **m**

RICHIESTO

Profilo di σ_H per i due metodi; il **vertice** dell'abaco (Caso 1) manualmente.



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

z (m)	n = z/H	σ_H elastica (kPa)	Abaco di σ_H (kPa)
0.00	0.00	0.0000	0.0000
1.50	0.10	0.3511	0.0963
3.00	0.20	0.4038	0.2364
4.50	0.30	0.2964	0.2724
6.00	0.40	0.1873	0.2309
7.50	0.50	0.1143	0.1715
9.00	0.60	0.0706	0.1211
10.50	0.70	0.0448	0.0844
12.00	0.80	0.0293	0.0591
13.50	0.90	0.0198	0.0420
15.00	1.00	0.0138	0.0303

La pressione elastica raggiunge il picco di 0.4154 kPa a una profondità prossima alla superficie (2.5 m) e si attenua rapidamente; l'abaco fornisce un profilo più regolare, con il picco più profondo e minore.

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

1 Derivata nulla: d/dn [n²/(0.16 + n²)³] = 0

$$2n(0.16 + n^2) - 6n^3 = 0 \;\Rightarrow\; n^2 = \frac{0.16}{3} = 0.0533$$

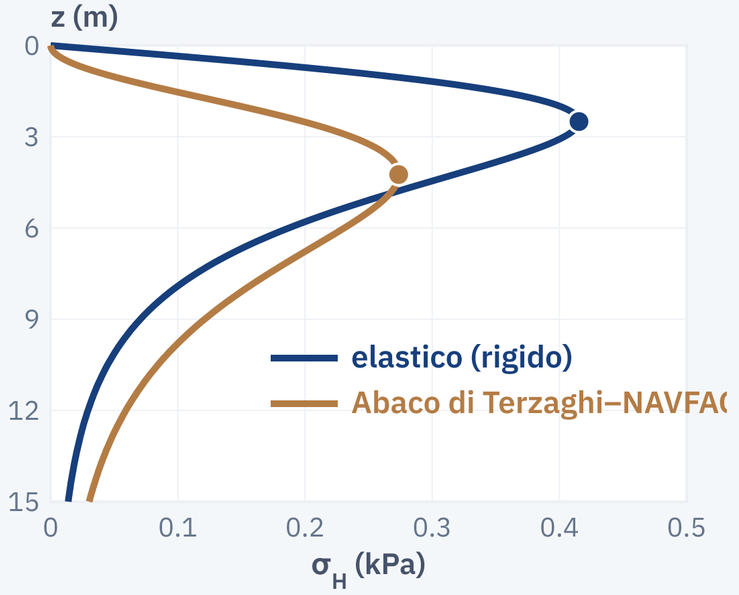
$$n = \mathbf{0.2828} \;\Rightarrow\; z = nH = \mathbf{4.243}\ \mathrm{m}$$

2 Pressione di picco (n² = 0.08)

$$\sigma_{H,max} = 0.28\,\frac{38}{15^2}\cdot\frac{0.08}{(0.16+0.08)^3}$$

$$\sigma_{H,max} = 0.04729 \times 5.787 = \mathbf{0.2737}\ \mathrm{kPa}$$

Picco dell'abaco **0.2737 kPa** (z = 4.24 m); picco elastico **0.4154 kPa** (z = 2.50 m): l'abaco sposta il picco verso il basso e lo riduce a due terzi.



Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

ESEMPIO

Dati

Muro e carico	$H = 15.00$ **m,** $Q_p = 38.0$ **kN**
Distanze	$x = 0.3;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6;\ 8;\ 10;\ 15$ **m**
Ek	$x < 0.30$ **m e il limite** $0.4H = 6$ **m dell'abaco**

RICHIESTO

P_H e **L** per i due metodi; verifica manuale per **x = 10 m**; x_{min} e il limite.

Soluzione (1/3)

SOLUZIONE

x (m)	m	P_H elastica (kN/m)	L elastico (m)	P_H da abaco (kN/m)	Abaco L (m)	Condizione
0.30	0.020	40.32	14.70	1.99	8.81	Caso 1
1.00	0.067	12.09	14.01	1.99	8.81	Caso 1
2.00	0.133	6.03	13.05	1.99	8.81	Caso 1
3.00	0.200	4.00	12.15	1.99	8.81	Caso 1
4.00	0.267	2.97	11.33	1.99	8.81	Caso 1
5.00	**0.333**	**2.34**	**10.59**	**1.99**	**8.81**	**Caso 1**
6.00	0.400	1.91	9.94	1.99	8.81	Caso 1
8.00	0.533	1.35	8.87	1.38	7.61	Caso 2
10.00	0.667	1.00	8.05	0.9755	6.74	Caso 2
15.00	1.000	0.5213	6.80	0.4402	5.45	Caso 2

x ≤ 6 m: l'abaco fornisce 1.99 kN/m e L = 8.81 m; la distanza è inefficace; il carico elastico P_H cresce rapidamente man mano che il carico si avvicina (40.32 kN/m per x = 0.3 m). **x > 6 m**: i due metodi si avvicinano tra loro e la risultante elastica agisce più in alto.

Soluzione (2/3)

SOLUZIONE

1 m = 10/15 = 0.667 > 0.4: abaco Caso 2. Elastico: I_0, I_1, P_H, L

$$I_0 = \frac{1}{\pi}\left[\frac{1}{m} - \frac{m^2}{(1+m^2)^{3/2}}\right] = 0.3960 \qquad I_1 = I_0 - \frac{1}{\pi(1+m^2)^{3/2}} = 0.2126$$

$$P_H = \frac{38}{15} \times 0.3960 = \mathbf{1.00}\ \mathrm{kN/m} \qquad L = 15 \times \frac{0.2126}{0.3960} = \mathbf{8.05}\ \mathrm{m}$$

2 Abaco (Caso 2): stesse espressioni in forma chiusa dell'Esempio 2, a = m² e coefficiente 1.77 m²

$$I_0 = \int_0^1 f\, dn = 0.3851 \qquad I_1 = \int_0^1 f\,(1-n)\, dn = 0.1730$$

$$P_H = \frac{38}{15} \times 0.3851 = \mathbf{0.9755}\ \mathrm{kN/m} \qquad L = 15 \times \frac{0.1730}{0.3851} = \mathbf{6.74}\ \mathrm{m}$$

x = 10 m: elastico **1.00 kN/m**, L = 8.05 m; abaco **0.9755 kN/m**, L = 6.74 m (riga della tabella).

Soluzione (3/3)

SOLUZIONE

x (m)	calcolo x (m)	P_H elastica (kN/m)	L (m)	$\sigma_{H,max}$ elastica (kPa)	P_H da abaco (kN/m)
0.05	**0.30**	40.32	14.70	115.4	1.995
0.10	**0.30**	40.32	14.70	115.4	1.995
0.20	**0.30**	40.32	14.70	115.4	1.995
0.30	0.30	40.32	14.70	115.4	1.995
0.50	0.50	24.19	14.50	41.5	1.995

Per **x < 0.30 m** il carico si calcola a 0.30 m; anche a questa distanza il picco è pari a 115.4 kPa.

x (m)	m	Condizione	P_H da abaco (kN/m)	Abaco L (m)
5.99	0.3993	Caso 1	1.9950	8.8069
6.00	0.4000	Caso 1	1.9950	8.8069
6.000001	0.400000	Caso 2	2.0178	8.8069
6.01	0.4007	Caso 2	2.0137	8.8000

L'abaco aumenta P_H dell'1.14% superando il limite **m = 0.4**; L resta continua.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

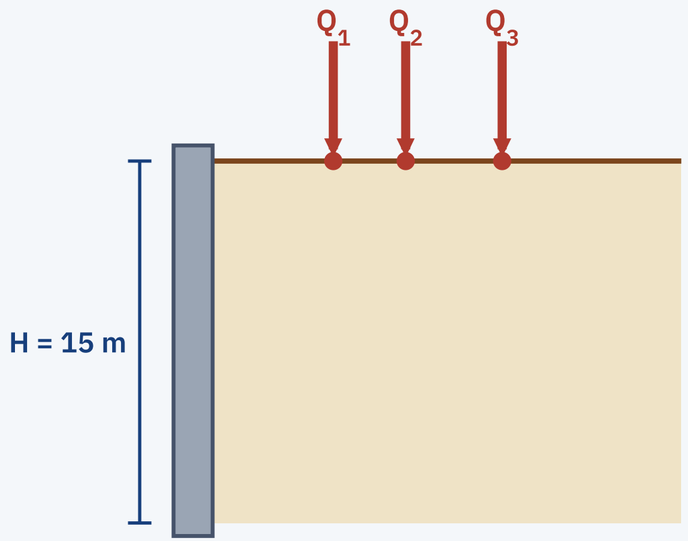
ESEMPIO

Dati

Muro	$H = 15.00$ **m**
Carichi	$Q_1 = 38$ **kN** ($x_1 = 5$ **m**), $Q_2 = 60$ **kN** ($x_2 = 8$ **m**), $Q_3 = 25$ **kN** ($x_3 = 12$ **m**); **tutte su un'unica retta perpendicolare al muro**
Metodo	**elastico (muro rigido); abaco per il confronto**

RICHIESTO

Il valore $P_{H,i}$ e L_i di ciascun carico; il totale P_H, L e il picco della pressione totale.



Soluzione (1/3)

SOLUZIONE

Carico	x (m)	Q_p (kN)	m	I_0	I_1	$P_{H,i}$ (kN/m)	L_i (m)
Q_1	5	38	0.3333	0.92473	0.65295	2.3427	10.592
Q_2	8	60	0.5333	0.53463	0.31597	2.1385	8.865
Q_3	12	25	0.8000	0.30089	0.14933	0.5015	7.444

1 Ogni carico al proprio valore di m (elastico)

$$P_{H,i} = \frac{Q_{p,i}}{H}\, I_{0,i} \qquad L_i = H\,\frac{I_{1,i}}{I_{0,i}} \qquad \text{ad es. } P_{H,2} = \frac{60}{15} \times 0.53463 = \mathbf{2.1385}\ \text{kN/m}$$

Ogni carico agisce alla propria distanza x_i; tutti agiscono sulla stessa sezione del muro, pertanto le risultanti si possono sommare.

Soluzione (2/3)

SOLUZIONE

2 Risultante totale (elastica)

$$P_H = \sum P_{H,i} = 2.3427 + 2.1385 + 0.5015 = \mathbf{4.9827}\ \mathrm{kN/m}$$

3 Linea di influenza: equilibrio dei momenti rispetto alla base

$$L = \frac{\sum P_{H,i} L_i}{P_H} = \frac{2.343(10.592) + 2.139(8.865) + 0.501(7.444)}{4.983} = \mathbf{9.534}\ \mathrm{m}$$

Metodo	$P_{H,1}$	$P_{H,2}$	$P_{H,3}$	P_H totale (kN/m)	L totale (m)	dalla superficie (m)
Elastico	2.3427	2.1385	0.5015	**4.9827**	**9.534**	5.466
Abaco	1.9950	2.1774	0.4624	**4.6347**	**7.975**	7.025

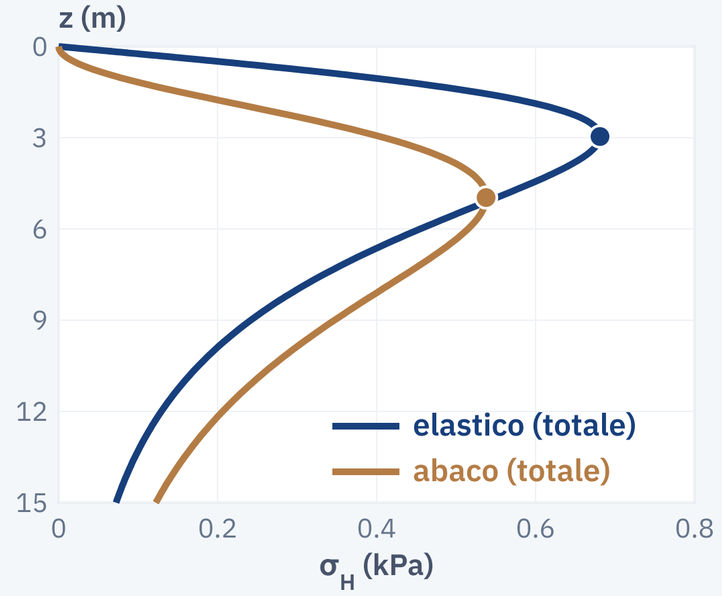
La risultante dei tre carichi è **4.98 kN/m** in campo elastico e **4.63 kN/m** dall'abaco; la linea d'azione è a 9.53 m e 7.97 m sopra la base.

Soluzione (3/3)

SOLUZIONE

z (m)	$\sigma_{H,1}$ (kPa)	$\sigma_{H,2}$ (kPa)	$\sigma_{H,3}$ (kPa)	σ_H totale (kPa)
0.0	0.0000	0.0000	0.0000	**0.0000**
1.5	0.3511	0.1540	0.0199	**0.5250**
3.0	0.4038	0.2416	0.0356	**0.6810**
4.5	0.2964	0.2533	0.0447	**0.5944**
6.0	0.1873	0.2200	0.0475	**0.4548**
9.0	0.0706	0.1304	0.0407	**0.2417**
12.0	0.0293	0.0705	0.0293	**0.1291**
15.0	0.0138	0.0387	0.0197	**0.0722**

Le pressioni si sommano (incremento di tensione): il picco totale elastico è **0.6811 kPa**, a z = 2.96 m; sull'abaco 0.5377 kPa, a z = 4.97 m. Il picco si verifica alla profondità in cui diventa dominante il contributo del carico maggiore (Q_2).



Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Sintesi

Punti chiave

m = x/H, **n = z/H**; elastico (parete rigida): **$\sigma_H = (3Q_p/\pi)\, x^2 z/R^5$**, picco a z = x/2, $\sigma_{H,max} = 0.2733\ Q_p/x^2$; **$x_{min} = 0.30$ m**

Abaco: Caso 1 ($m \le 0.4$): $\sigma_H = 0.28\ (Q_p/H^2)\ n^2/(0.16 + n^2)^3$; Caso 2: $1.77\ (Q_p/H^2)\ m^2n^2/(m^2 + n^2)^3$; entro 0.4H la distanza non ha effetto

Esempio (H = 15 m, x = 5 m, Q_p = 38 kN): picco elastico 0.4154 kPa (z = 2.5 m), $I_0 = 0.9247$, $I_1 = 0.6530$, **P_H = 2.34 kN/m**, L = 10.59 m; abaco $P_H = 1.99$ kN/m, L = 8.81 m

In pianta: elastico $(R_0/R)^5$, abaco $\cos^2(1.1\theta)$ (fino a $\theta \approx 81.8°$); **carichi multipli** (al massimo 3): le pressioni e $P_{H,i}$ si sommano, L dall'equilibrio dei momenti

Confronto: per $m \le 0.4$ l'abaco è costante; la P_H elastica aumenta man mano che il carico si avvicina; P_H è riferita alla sezione del carico e non si moltiplica per la lunghezza del muro

Bibliografia

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning; questa pagina fa riferimento a tale testo.

Terzaghi, K. (1954). Anchored bulkheads. Transactions of the ASCE, 119, 1243–1280.

NAVFAC DM-7.02 (1986). Foundations and Earth Structures. Naval Facilities Engineering Command.

Boussinesq, J. (1883). Application des Potentiels à l’Étude de l’Équilibre et du Mouvement des Solides Élastiques. Gauthier-Villars, Paris.

Mindlin, R.D. (1936). Discussion: Pressure distribution on retaining walls. Proc. 1st Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Harvard, Vol. III, 155–156.

Spangler, M.G. and Mickle, J.L. (1956). Lateral pressures on retaining walls due to backfill surface loads. Highway Research Board Bulletin 141.

Bowles, J.E. (1996). Foundation Analysis and Design, 5th ed.

Frazee, G. (2021). New formulations of Boussinesq solution for vertical and lateral stresses in soil. ASCE Practice Periodical on Structural Design and Construction, 26(2).

USS Steel Sheet Piling Design Manual (1984); California Department of Transportation, Trenching and Shoring Manual — il metodo degli abachi.

NOTA

Tutti gli esempi numerici sono stati prodotti con il motore di calcolo del modulo stesso; il modulo restituisce gli stessi valori. Il muro di apertura del modulo è H = 15 m, x = 5 m e Q_p = 38 kN (metodo elastico).

GeoTerva

Calcoli geotecnici online

Dalla teoria alla pratica

Inserire in GeoTerva il proprio muro, i carichi concentrati (al massimo tre) e il metodo; il modulo fornisce il profilo delle pressioni, la loro distribuzione in pianta, la risultante e la linea d'azione insieme alla soluzione passo per passo e alla relazione.

Aprire il modulo →

Pagina di teoria →

Aprire dallo smartphone

I moduli di prova non richiedono registrazione.

Se si desidera utilizzarli nelle proprie lezioni: info@geoterva.com