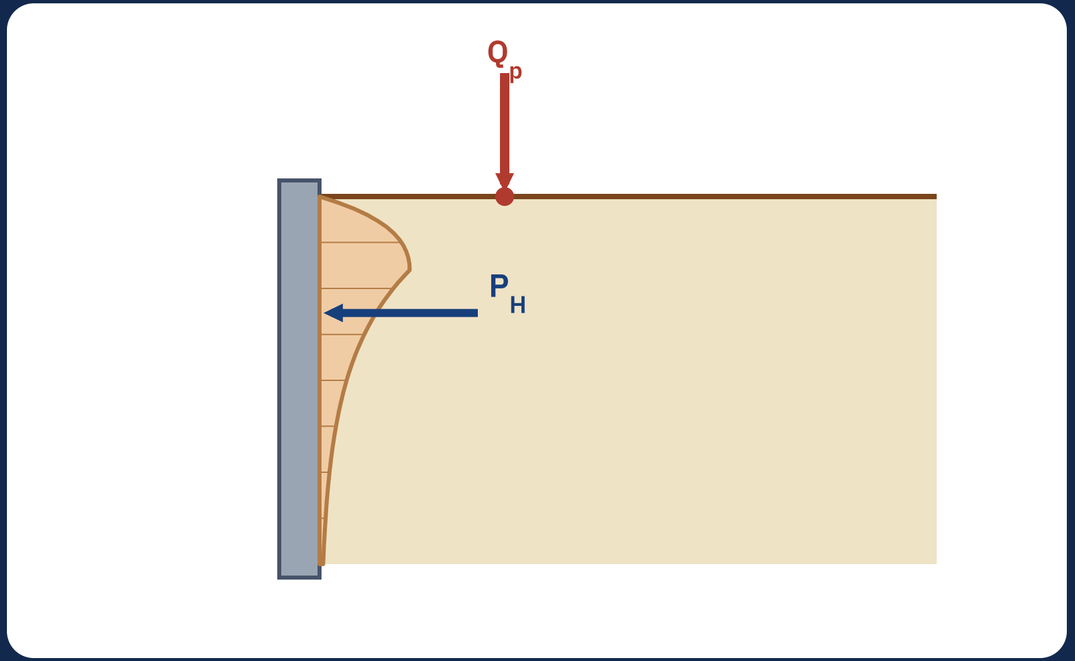
Présentation de cours de géotechnique · Surcharges

Surcharge ponctuelle

Cours : pression latérale produite sur un mur par une charge ponctuelle en surface ; deux méthodes, résultante, répartition en plan et charges multiples, exemples de calcul.



$m = x/H \cdot n = z/H$

$\sigma_H = (3Q_p/\pi)\, x^2 z/R^5$

Abaque de Terzaghi–NAVFAC

P_H et L

Répartition en plan

Que verrons-nous dans ce cours ?

La géométrie de la charge ponctuelle : **x**, **y**, **z**, **R** et les grandeurs adimensionnelles **m = x/H**, **n = z/H**

Solution **élastique (mur rigide)** : le double de la contrainte de Boussinesq, pression maximale à **z = x/2** ; $\mathbf{x_{min} = 0.30\ m}$

Abaque de Terzaghi–NAVFAC : cas 1 (m ≤ 0.4) et cas 2 (m > 0.4)

Résultante $\mathbf{P_H = (Q_p/H)\cdot I_0}$ et hauteur $\mathbf{L = H\cdot I_1/I_0}$; expressions fermées de I_0, I_1

Répartition le long du mur **en plan** ($\cos^2(1.1\theta)$) et **au plus trois charges sur la même droite**

DÉROULÉ DU COURS

Chaque thème est traité en **trois étapes** :

1 · **Théorie** : formule et justification

2 · **Énoncé** : données et à déterminer

3 · **Solution** : étape par étape, avec les valeurs numériques

Mur exemple : H = 15 m, charge ponctuelle Q_p = 38 kN à x = 5 m du mur. P_H est la force par unité de longueur de mur dans la coupe passant par la charge (kN/m).

Charge ponctuelle agissant sur le mur

THÉORIE

La charge concentrée Q_p en surface crée dans le sol un champ de contraintes tridimensionnel ; si la charge se trouve dans la zone d'influence d'un mur vertical, une partie de l'accroissement de contrainte est transmise au mur sous forme de **pression horizontale**

Le module donne la variation de la pression avec la profondeur le long de la droite normale au mur passant par la charge, sa **résultante** et sa **ligne d'action**, ainsi que sa répartition en plan le long du mur

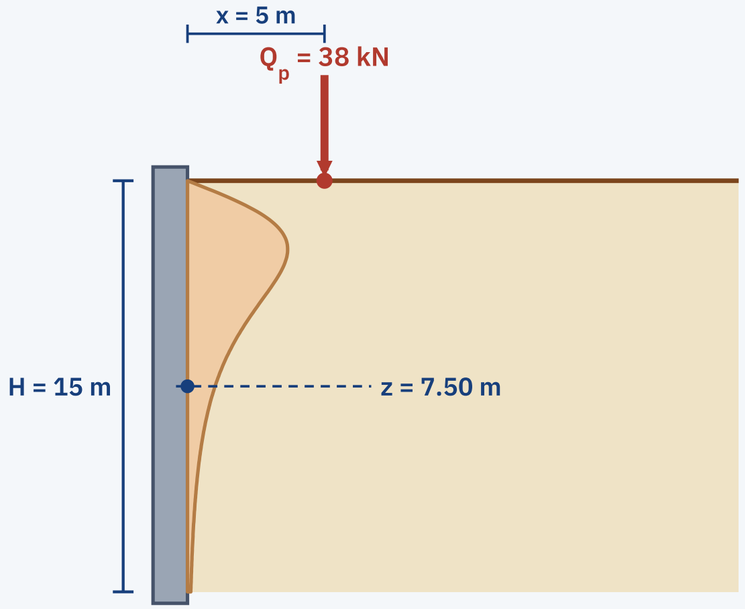
$$m = \frac{x}{H}, \qquad n = \frac{z}{H}$$

H — hauteur du mur ; **x** — distance horizontale du mur à la charge ; **z** — profondeur depuis la surface

y — distance le long du mur à partir de la droite perpendiculaire au mur passant par la charge ; **R** = $\sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}$

σ_H — pression latérale sur la droite d'axe ; σ'_H — en plan ; P_H — résultante ; **L** — distance de la base à la ligne d'action

θ — angle en plan dans l'abaque ; x_{min} — plus petite distance de calcul dans la méthode élastique (0.30 m)



Solution élastique et abaque Terzaghi–NAVFAC

THÉORIE

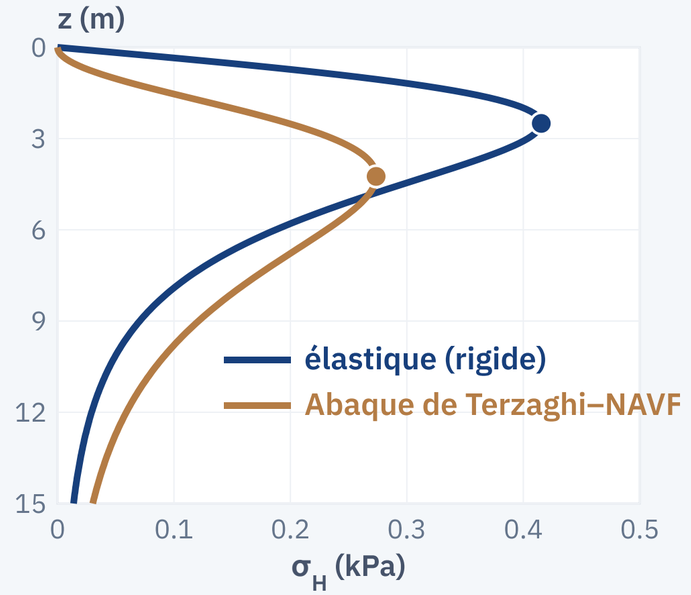
Les deux décrivent le **mur sans déplacement** ; ils diffèrent le plus pour une **charge proche du mur**

Élastique : le **double** de la contrainte de Boussinesq : la charge image symétrique de l'autre côté du mur annule le déplacement latéral sur la face (Mindlin 1936) ; coefficient de Poisson 0.5

Abaque (Terzaghi 1954) : l'effet de la distance s'arrête à **m = 0.4** ; une charge située à moins de 0.4H est tracée comme si elle se trouvait à une distance de 0.4H

Pour une charge située à moins de 0.4H, la solution élastique concentre une **pression croissante** près de la partie supérieure du mur, tandis que l'abaque conserve un diagramme unique ; plus loin, ils donnent le même ordre de grandeur

Profil (H = 15 m, x = 5 m, Q_p = 38 kN)



Mur rigide : pression, valeur de pic et résultante sous forme explicite

THÉORIE

Sur la droite normale au mur passant par la charge (y = 0) : **$\sigma_H = (3Q_p/\pi)\, x^2 z/R^5$** ; le maximum se situe à **$z = x/2$**, **$\sigma_{H,max} = 0.2733\, Q_p/x^2$**

Lorsque la charge se rapproche du mur, la solution devient **singulière** : P_H croît comme ≈ $Q_p/(\pi x)$; c'est pourquoi, pour **$x < x_{min} = 0.30$ m**, la charge est calculée à 0.30 m

Dans la distance critique d'environ **0.4H**, les équations élastiques cessent d'être fiables : le jugement de l'ingénieur est nécessaire, l'abaque fournit un point de comparaison

$$\sigma_H = \frac{3}{\pi}\,\frac{Q_p}{H^2}\,\frac{m^2\, n}{\left(m^2+n^2\right)^{5/2}}$$

$$I_0 = \frac{1}{\pi}\left[\frac{1}{m} - \frac{m^2}{\left(1+m^2\right)^{3/2}}\right] \qquad I_1 = I_0 - \frac{1}{\pi\left(1+m^2\right)^{3/2}}$$

Terzaghi–NAVFAC : cas 1 et cas 2

THÉORIE

À chaque profondeur, on calcule **n = z/H**, l'équation est choisie selon **m**

L'équation du cas 1 ne contient pas m : c'est la valeur du cas 2 pour m = 0.4 (1.77 × 0.16 = 0.2832, écrite **0.28**) ; une charge située dans 0.4H, où qu'elle se trouve, donne **le même diagramme, la même valeur de P_H et de L**

En raison des arrondis, P_H présente une petite marche à la limite m = 0.4 (≈ 1.1 %) ; L reste continu

$$\sigma_H = 0.28\,\frac{Q_p}{H^2}\,\frac{n^2}{\left(0.16+n^2\right)^3} \qquad m \le 0.4\ (\text{Cas 1})$$

$$\sigma_H = 1.77\,\frac{Q_p}{H^2}\,\frac{m^2\,n^2}{\left(m^2+n^2\right)^3} \qquad m > 0.4\ (\text{Cas 2})$$

P_H, L et I_0, I_1

THÉORIE

P_H est l'aire du diagramme de pression ; **L** est la hauteur du centre de gravité au-dessus de la base du mur : la résultante s'exerce à la profondeur **H – L** sous la surface

P_H est une force par unité de section de la charge elle-même (y = 0) ; la pression diminuant le long du mur, elle **n'est pas multipliée par la longueur du mur**

Lorsque l'on écrit $\sigma_H = (Q_p/H^2)\cdot f(n)$, il reste deux nombres purs ; l'intégrale est de forme fermée en élasticité, numérique (ou fermée) dans l'abaque. Les constantes de l'abaque sont cette intégrale lue pour une seule valeur de m : pour **m = 0.4**, $P_H = 0.787\ Q_p/H$, $L = 0.587\ H$; pour **m = 0.6**, $0.457\ Q_p/H$ et $0.476\ H$

$$P_H = \frac{Q_p}{H}\, I_0 \qquad L = H\,\frac{I_1}{I_0}$$

$$I_0 = \int_0^1 f(n)\, dn \qquad I_1 = \int_0^1 f(n)\,(1-n)\, dn$$

Pression le long du mur et charges multiples

THÉORIE

Élastique : la formule de σ_H est valable en tout point du mur ($R^2 = x^2 + y^2 + z^2$) ; à profondeur constante, la pression décroît le long du mur comme $\mathbf{(R_0/R)^5}$, avec un pic en $z = \sqrt{(x^2 + y^2)}/2$

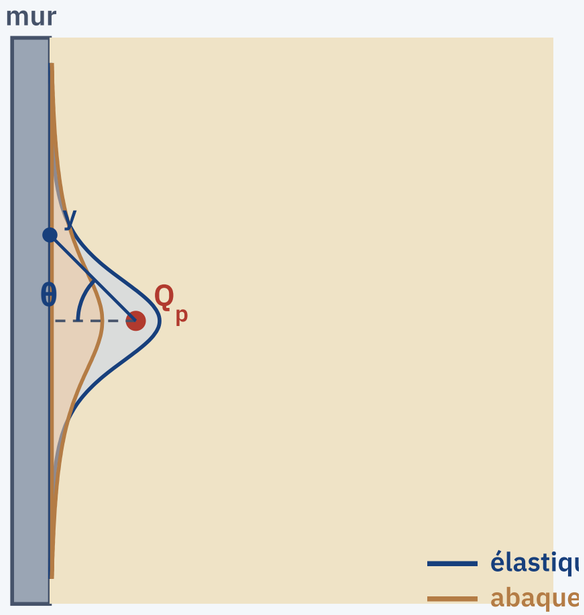
Abaque : la pression sur la droite d'axe est réduite en fonction de l'angle en plan ; lorsque l'angle 1.1θ atteint 90° (**$\theta \approx 81.8°$**), la réduction est maintenue à zéro

Charges multiples (3 au plus) : chacune possède ses propres valeurs x_i et $Q_{p,i}$; les pressions étant des accroissements de contrainte, elles se **superposent** ; la résultante agit au point où les moments par rapport à la base s'équilibrent

$$\sigma'_H = \sigma_H \cos^2(1.1\,\theta) \qquad \theta = \tan^{-1}\frac{y}{x}\ \text{(abaque)}$$

$$\sigma_H = \sum_i \sigma_{H,i} \qquad P_H = \sum_i \frac{Q_{p,i}}{H} I_{0,i} \qquad L = \frac{\sum_i P_{H,i}\, L_i}{P_H}$$

Vue en plan : à la profondeur z = 2.5 m



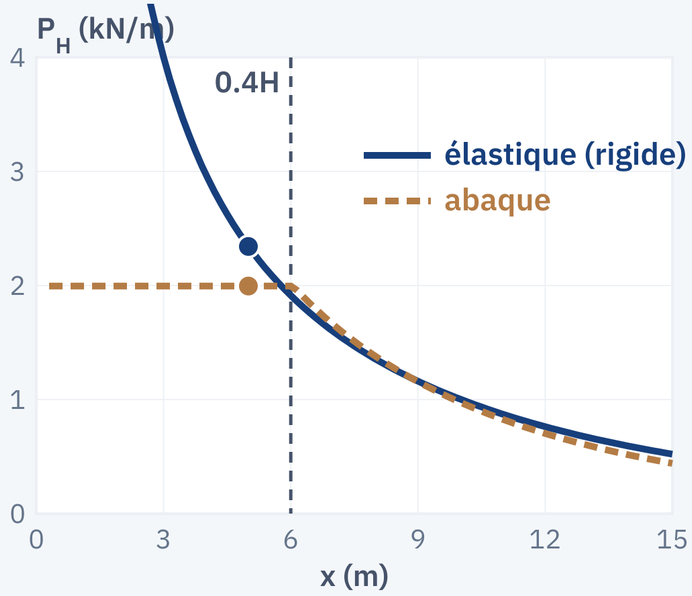
Résultante et sa position, en fonction de la distance de la charge

THÉORIE

x (m)	m	P_H élastique	L élastique	Abaque P_H	Abaque L	État
0.30	0.020	40.32	14.70	1.99	8.81	Cas 1
1.00	0.067	12.09	14.01	1.99	8.81	Cas 1
2.00	0.133	6.03	13.05	1.99	8.81	Cas 1
3.00	0.200	4.00	12.15	1.99	8.81	Cas 1
4.00	0.267	2.97	11.33	1.99	8.81	Cas 1
5.00	0.333	2.34	10.59	1.99	8.81	Cas 1
6.00	0.400	1.91	9.94	1.99	8.81	Cas 1
8.00	0.533	1.35	8.87	1.38	7.61	Cas 2
10.00	0.667	1.00	8.05	0.9755	6.74	Cas 2
15.00	1.000	0.5213	6.80	0.4402	5.45	Cas 2

m ≤ 0.4 (x ≤ 6 m) : l'abaque donne les mêmes P_H et L ; la valeur élastique de P_H augmente rapidement à mesure que la charge se rapproche

m > 0.4 : la résultante élastique agit un peu plus haut (L est plus grand)



Énoncé

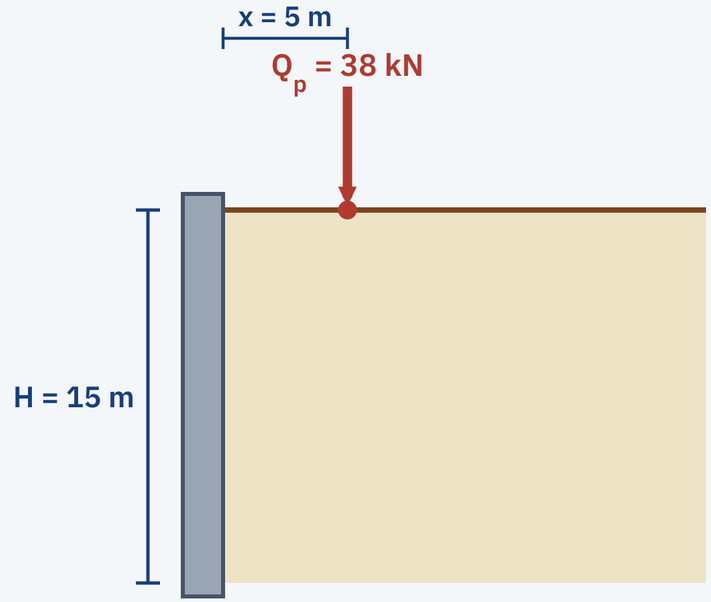
EXEMPLE

Données

Mur	$H = 15.00$ **m**
Charge	$Q_p = 38.0$ **kN, à** $x = 5.00$ **m du mur**
Méthode	**élastique (mur rigide) ;** $x \geq x_{min}$

À DÉTERMINER

m, pression maximale $\sigma_{H,max}$ (z = x/2), I_0, I_1, P_H, **L** et profondeur de la résultante à partir de la surface.



Solution (1/3)

SOLUTION

1 Rapport de distance

$$m = \frac{x}{H} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} = \mathbf{0.333} \quad (x \geq x_{min} = 0.30\ \text{m})$$

2 Profondeur du pic

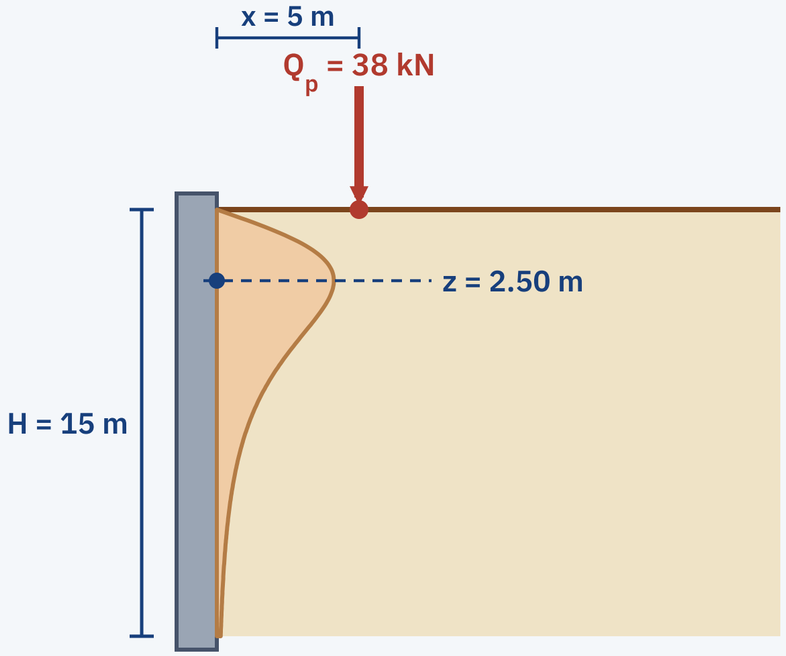
$$z = \frac{x}{2} = \mathbf{2.50}\ \text{m}$$

$$R = \sqrt{x^2 + z^2} = \sqrt{25.00 + 6.25} = \mathbf{5.5902}\ \text{m}$$

3 Pression au sommet

$$\sigma_{H,max} = \frac{3 \times 38}{\pi} \cdot \frac{5.00^2 \times 2.50}{5.5902^5}$$

$$\sigma_{H,max} = 36.287 \times 0.011449 = \mathbf{0.4154}\ \text{kPa}$$



Le pic élastique est de **0.4154 kPa**, à la profondeur z = 2.50 m : il coïncide avec 0.2733 Q_p/x^2 = 0.4154 kPa.

Solution (2/3)

SOLUTION

4 Valeur adimensionnelle de la surface I_0

$$I_0 = \frac{1}{\pi}\left[\frac{1}{m} - \frac{m^2}{(1+m^2)^{3/2}}\right] = \frac{1}{\pi}\left[3 - \frac{1/9}{(10/9)^{3/2}}\right] = \frac{1}{\pi}[3 - 0.09487] = \mathbf{0.92473}$$

5 Valeur adimensionnelle du moment I_1

$$I_1 = I_0 - \frac{1}{\pi(1+m^2)^{3/2}} = 0.92473 - \frac{1}{\pi(10/9)^{3/2}} = 0.92473 - 0.27178 = \mathbf{0.65295}$$

I_0 = **0.92473**, I_1 = **0.65295** : deux nombres qui ne dépendent que de m ; la charge et la hauteur en sont exclues.

Solution (3/3)

SOLUTION

6 Résultante

$$P_H = \frac{Q_p}{H} I_0 = \frac{38}{15} \times 0.92473 = \mathbf{2.34}\ \mathrm{kN/m}$$

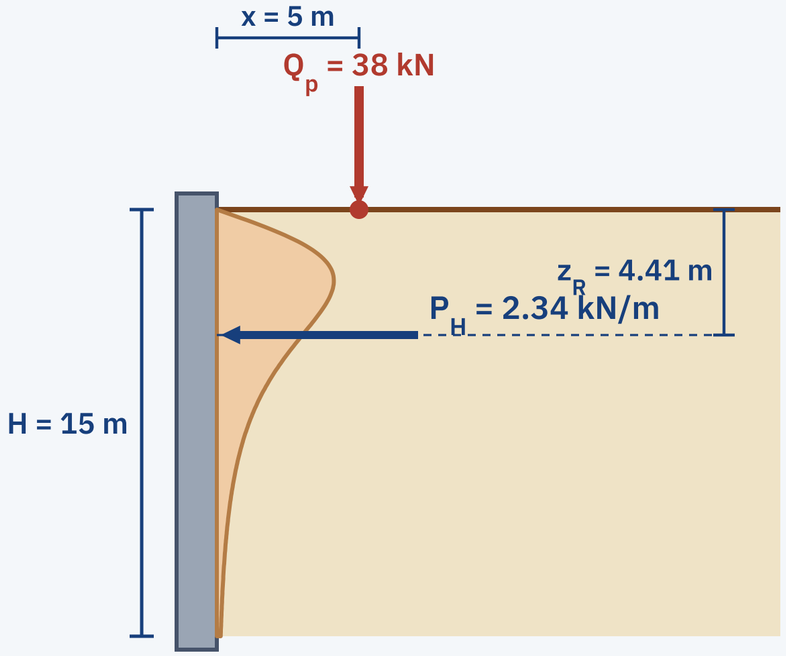
7 Ligne d'influence (depuis la base)

$$L = H \frac{I_1}{I_0} = 15 \times \frac{0.65295}{0.92473} = \mathbf{10.59}\ \mathrm{m}$$

8 Profondeur depuis la surface

$$H - L = 15.00 - 10.59 = \mathbf{4.41}\ \mathrm{m}$$

P_H = 2.34 kN/m, à **4.41 m** sous la surface (10.59 m de la base). La force s'exerce dans la section de la charge : elle n'est pas multipliée par la longueur du mur.



Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

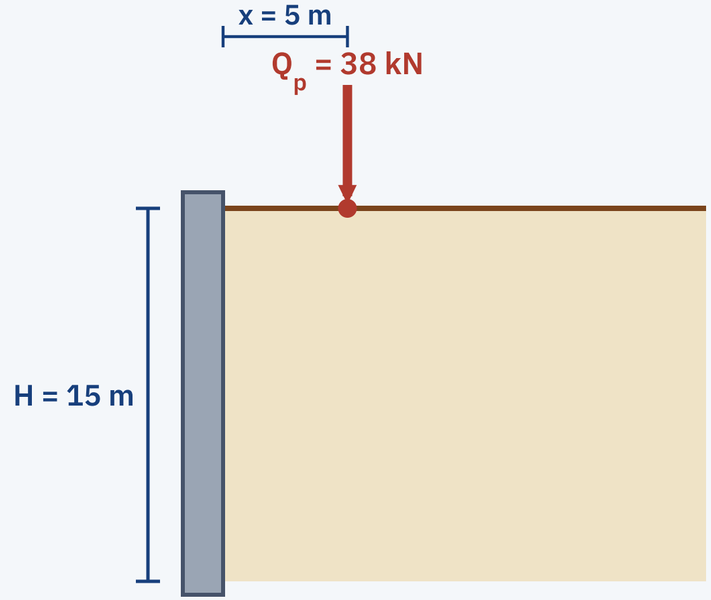
EXEMPLE

Données

Mur et charge	$H = 15.00$ **m,** $Q_p = 38.0$ **kN,** $x = 5.00$ **m**
Méthode	**Abaque de Terzaghi–NAVFAC ; pression à** $z = 2.50$ **m**

À DÉTERMINER

Choix du cas, σ_H (z = 2.5 m), I_0, I_1, P_H et **L**.



Solution (1/3)

SOLUTION

1 Choix du cas

$$m = \frac{1}{3} = 0.333 \leq 0.4 \;\Rightarrow\; \text{Cas 1 : diagramme } m = 0.4 \text{constant à '}$$

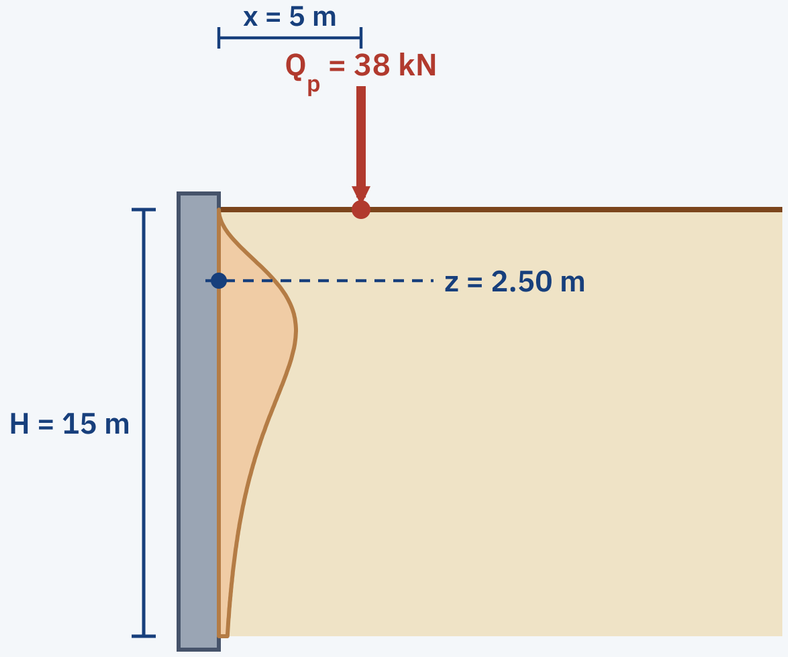
2 Rapport de profondeur

$$n = \frac{z}{H} = \frac{2.50}{15} = \mathbf{0.1667}$$

3 Pression

$$\sigma_H = 0.28\,\frac{38}{15^2}\cdot\frac{n^2}{(0.16+n^2)^3} = 0.04729 \times \frac{0.02778}{0.006621}$$

$$\sigma_H = 0.04729 \times 4.1953 = \mathbf{0.1984}\ \text{kPa}$$



En z = 2.5 m, la pression donnée par l'abaque est de **0.1984 kPa** ; à la même profondeur, la solution élastique donne 0.4154 kPa (pic).

Solution (2/3)

SOLUTION

4 Intégrale (forme explicite, a = 0.16)

$$I_0 = \int_0^1 0.28\,\frac{n^2}{(a+n^2)^3}\,dn = 0.28\left[\frac{1}{8a(1+a)} - \frac{1}{4(1+a)^2} + \frac{\tan^{-1}(1/\sqrt{a})}{8a^{3/2}}\right]$$

5 Nombres

$$\frac{1}{8(0.16)(1.16)} = 0.6735 \qquad \frac{1}{4(1.16)^2} = 0.1858 \qquad \frac{\tan^{-1} 2.5}{8(0.16)^{3/2}} = 2.3248$$

$$I_0 = 0.28\,[0.6735 - 0.1858 + 2.3248] = 0.28 \times 2.8125 = \mathbf{0.7875}$$

I_0 = **0.7875** : identique à la constante 0.787 Q_p/H que donne l'abaque pour m = 0.4. Le module calcule cette intégrale numériquement (Simpson).

Solution (3/3)

SOLUTION

6 $I_1 = I_0 - \int n\, f\, dn$ (forme explicite, a = 0.16)

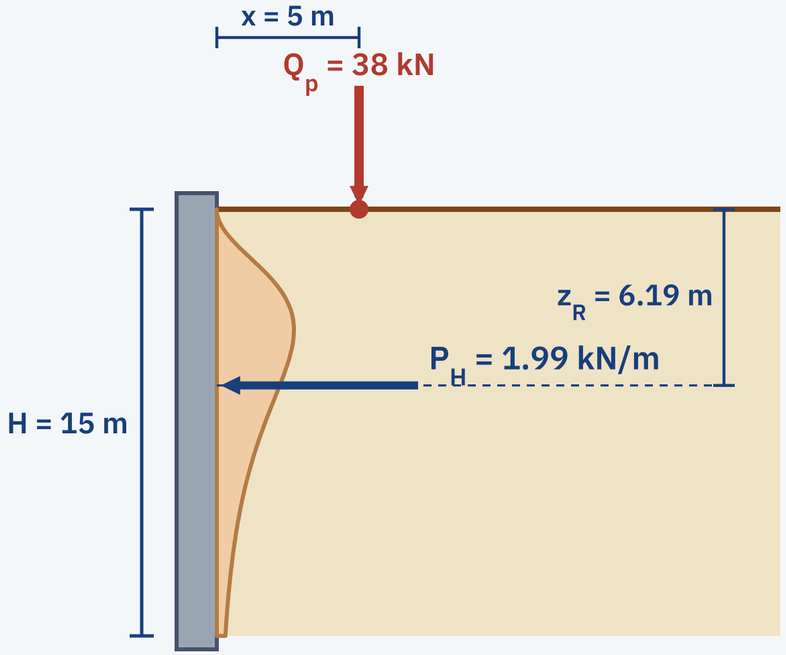
$$\int_0^1 nf\,dn = 0.28 \cdot \tfrac{1}{2}\left[\frac{1}{2a} - \frac{1}{1+a} + \frac{a}{2(1+a)^2}\right]$$

$$= 0.28 \times 1.1612 = 0.3251 \;\Rightarrow\; I_1 = 0.7875 - 0.3251 = \mathbf{0.4624}$$

7 Résultante et ligne d'action

$$P_H = \frac{38}{15} \times 0.7875 = \mathbf{1.99}\ \mathrm{kN/m}$$

$$L = 15 \times \frac{0.4624}{0.7875} = \mathbf{8.81}\ \mathrm{m}$$



Abaque : **P_H = 1.99 kN/m**, L = **8.81 m** (à 6.19 m de la surface). Par rapport à la solution élastique, la résultante est inférieure de 15 % et la ligne d'action est 1.78 m plus bas.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

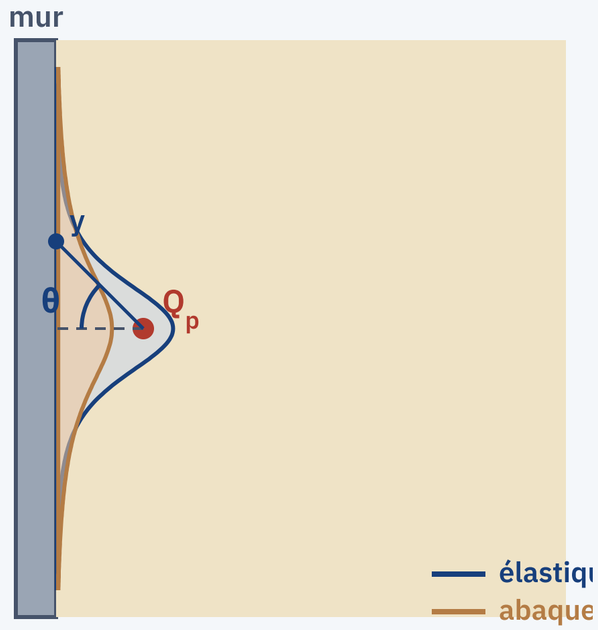
EXEMPLE

Données

Mur et charge	$H = 15.00$ **m,** $Q_p = 38.0$ **kN,** $x = 5.00$ **m**
Profondeur	$z = 2.50$ **m**
Localisation	**à** $y = 5.00$ **m de la perpendiculaire passant par la charge (**$\theta = 45°$**)**

À DÉTERMINER

Dans les deux méthodes, **σ′H** (y = 5 m) ; répartition pour y = 0 – 15 m.



Solution (1/2)

SOLUTION

1 Élastique : atténuation en $(R_0/R)^5$

$$R_0^2 = x^2 + z^2 = 31.25 \qquad R^2 = x^2 + y^2 + z^2 = 56.25$$

$$\sigma'_H = \sigma_H \left(\frac{R_0}{R}\right)^5 = 0.4154 \times \left(\frac{31.25}{56.25}\right)^{5/2} = 0.4154 \times 0.2300 = \mathbf{0.0956}\ \text{kPa}$$

2 Abaque : décroissance en $\cos^2(1.1\theta)$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{y}{x} = \tan^{-1}\frac{5}{5} = 45^\circ$$

$$\sigma'_H = \sigma_H \cos^2(1.1\theta) = 0.1984 \times \cos^2(49.5^\circ) = 0.1984 \times 0.4218 = \mathbf{0.0837}\ \text{kPa}$$

À y = 5 m, la pression élastique vaut 0.23 de la valeur sur l'axe (0.0956 kPa), alors que l'abaque en donne 0.42 (0.0837 kPa) : l'abaque décroît plus lentement le long du mur, mais à partir d'une valeur initiale plus faible.

Solution (2/2)

SOLUTION

y (m)	θ (°)	σ'_H élastique (kPa)	rapport	σ'_H abaque (kPa)	rapport	pic élastique z (m)	pression de pic (kPa)
0.0	0.0	0.4154	1.00	0.1984	1.00	2.50	0.4154
2.5	26.6	0.2634	0.63	0.1511	0.76	2.80	0.2659
5.0	45.0	0.0956	0.23	0.0837	0.42	3.54	0.1039
7.5	56.3	0.0317	0.08	0.0439	0.22	4.51	0.0393
10.0	63.4	0.0115	0.03	0.0237	0.12	5.59	0.0166
15.0	71.6	0.0022	0.01	0.0076	0.04	7.91	0.0042

La pression est maximale sur la normale menée depuis la charge et s'atténue rapidement le long du mur ; dans la solution élastique, la profondeur du pic diminue vers $\sqrt{(x^2 + y^2)}/2$ lorsque y augmente. Dans l'abaque, la réduction est maintenue à zéro au-delà de $\theta \approx 81.8°$.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

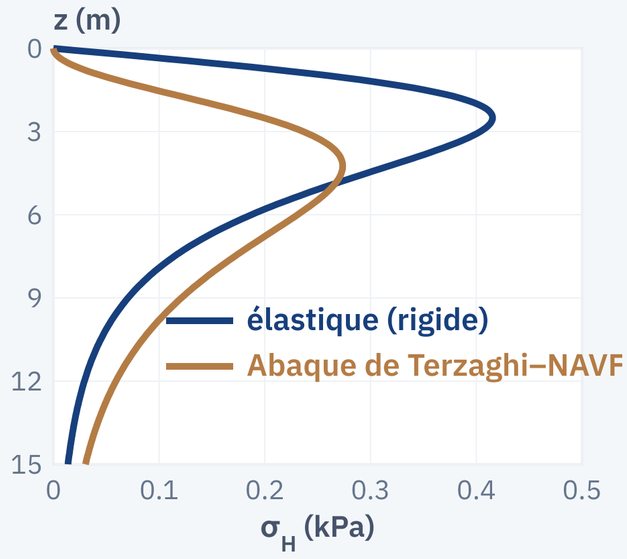
EXEMPLE

Données

Mur et charge	$H = 15.00$ **m,** $Q_p = 38.0$ **kN,** $x = 5.00$ **m**
Profondeurs	$z = 0$ **–** 15 **m, tous les** 1.5 **m**

À DÉTERMINER

Profil de σ_H pour les deux méthodes ; **pic** de l'abaque (cas 1) à la main.



Solution (1/2)

SOLUTION

z (m)	n = z/H	σ_H élastique (kPa)	Abaque σ_H (kPa)
0.00	0.00	0.0000	0.0000
1.50	0.10	0.3511	0.0963
3.00	0.20	0.4038	0.2364
4.50	0.30	0.2964	0.2724
6.00	0.40	0.1873	0.2309
7.50	0.50	0.1143	0.1715
9.00	0.60	0.0706	0.1211
10.50	0.70	0.0448	0.0844
12.00	0.80	0.0293	0.0591
13.50	0.90	0.0198	0.0420
15.00	1.00	0.0138	0.0303

La pression élastique culmine à 0.4154 kPa à une profondeur proche de la surface (2.5 m) puis s'atténue rapidement ; l'abaque donne un profil plus régulier, dont le maximum est plus profond et plus petit.

Solution (2/2)

SOLUTION

1 Dérivée nulle : d/dn [n²/(0.16 + n²)³] = 0

$$2n(0.16 + n^2) - 6n^3 = 0 \;\Rightarrow\; n^2 = \frac{0.16}{3} = 0.0533$$

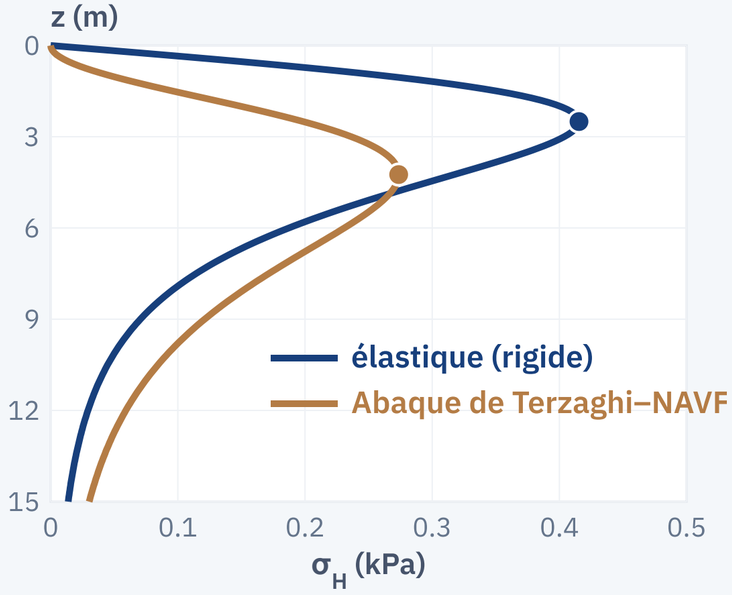
$$n = \mathbf{0.2828} \;\Rightarrow\; z = nH = \mathbf{4.243}\ \mathrm{m}$$

2 Pression de pic (n² = 0.08)

$$\sigma_{H,max} = 0.28\,\frac{38}{15^2}\cdot\frac{0.08}{(0.16+0.08)^3}$$

$$\sigma_{H,max} = 0.04729 \times 5.787 = \mathbf{0.2737}\ \mathrm{kPa}$$

Pic de l'abaque **0.2737 kPa** (z = 4.24 m) ; pic élastique **0.4154 kPa** (z = 2.50 m) : l'abaque déplace le pic vers le bas et le réduit aux deux tiers.



Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

EXEMPLE

Données

Mur et charge	$H = 15.00$ **m,** $Q_p = 38.0$ **kN**
Distances	$x = 0.3;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6;\ 8;\ 10;\ 15$ **m**
Ek	$x < 0.30$ **m et la limite** $0.4H = 6$ **m de l'abaque**

À DÉTERMINER

P_H et **L** pour les deux méthodes ; vérification à la main pour **x = 10 m** ; x_{min} et la limite.

Solution (1/3)

SOLUTION

x (m)	m	P_H élastique (kN/m)	L élastique (m)	P_H abaque (kN/m)	Abaque L (m)	État
0.30	0.020	40.32	14.70	1.99	8.81	Cas 1
1.00	0.067	12.09	14.01	1.99	8.81	Cas 1
2.00	0.133	6.03	13.05	1.99	8.81	Cas 1
3.00	0.200	4.00	12.15	1.99	8.81	Cas 1
4.00	0.267	2.97	11.33	1.99	8.81	Cas 1
5.00	**0.333**	**2.34**	**10.59**	**1.99**	**8.81**	**Cas 1**
6.00	0.400	1.91	9.94	1.99	8.81	Cas 1
8.00	0.533	1.35	8.87	1.38	7.61	Cas 2
10.00	0.667	1.00	8.05	0.9755	6.74	Cas 2
15.00	1.000	0.5213	6.80	0.4402	5.45	Cas 2

x ≤ 6 m : l'abaque donne 1.99 kN/m et L = 8.81 m, la distance est sans effet ; la valeur élastique de P_H croît rapidement à l'approche de la charge (40.32 kN/m pour x = 0.3 m). **x > 6 m** : les deux méthodes se rapprochent, la résultante élastique agit plus haut.

Solution (2/3)

SOLUTION

1 m = 10/15 = 0.667 > 0.4 : abaque, cas 2. Élastique : I_0, I_1, P_H, L

$$I_0 = \frac{1}{\pi}\left[\frac{1}{m} - \frac{m^2}{(1+m^2)^{3/2}}\right] = 0.3960 \qquad I_1 = I_0 - \frac{1}{\pi(1+m^2)^{3/2}} = 0.2126$$

$$P_H = \frac{38}{15} \times 0.3960 = \mathbf{1.00}\ \mathrm{kN/m} \qquad L = 15 \times \frac{0.2126}{0.3960} = \mathbf{8.05}\ \mathrm{m}$$

2 Abaque (cas 2) : mêmes expressions analytiques que dans l'Exemple 2, a = m² et coefficient 1.77 m²

$$I_0 = \int_0^1 f\, dn = 0.3851 \qquad I_1 = \int_0^1 f\,(1-n)\, dn = 0.1730$$

$$P_H = \frac{38}{15} \times 0.3851 = \mathbf{0.9755}\ \mathrm{kN/m} \qquad L = 15 \times \frac{0.1730}{0.3851} = \mathbf{6.74}\ \mathrm{m}$$

x = 10 m : solution élastique **1.00 kN/m**, L = 8.05 m ; abaque **0.9755 kN/m**, L = 6.74 m (ligne du tableau).

Solution (3/3)

SOLUTION

x (m)	calcul x (m)	P_H élastique (kN/m)	L (m)	$\sigma_{H,max}$ élastique (kPa)	P_H abaque (kN/m)
0.05	**0.30**	40.32	14.70	115.4	1.995
0.10	**0.30**	40.32	14.70	115.4	1.995
0.20	**0.30**	40.32	14.70	115.4	1.995
0.30	0.30	40.32	14.70	115.4	1.995
0.50	0.50	24.19	14.50	41.5	1.995

x < 0.30 m : la charge est calculée à 0.30 m ; le pic atteint 115.4 kPa même à cette distance.

x (m)	m	État	P_H abaque (kN/m)	Abaque L (m)
5.99	0.3993	Cas 1	1.9950	8.8069
6.00	0.4000	Cas 1	1.9950	8.8069
6.000001	0.400000	Cas 2	2.0178	8.8069
6.01	0.4007	Cas 2	2.0137	8.8000

En franchissant la limite **m = 0.4**, l'abaque augmente P_H de 1.14 % ; L reste continu.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

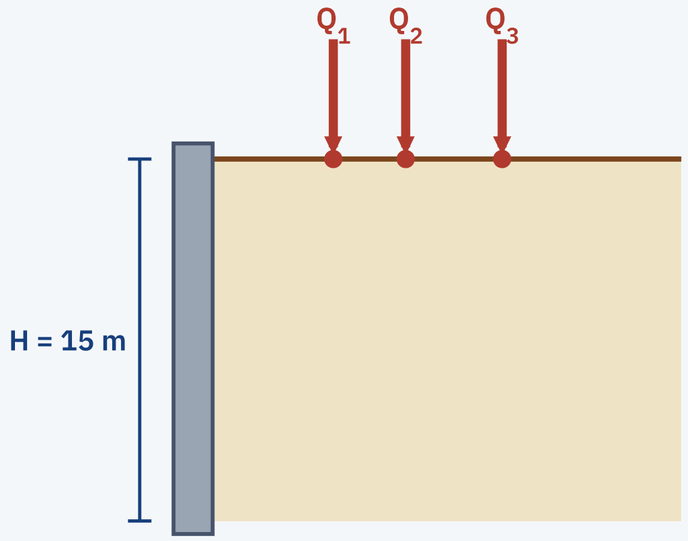
EXEMPLE

Données

Mur	$H = 15.00$ **m**
Charges	$Q_1 = 38$ **kN** ($x_1 = 5$ **m**), $Q_2 = 60$ **kN** ($x_2 = 8$ **m**), $Q_3 = 25$ **kN** ($x_3 = 12$ **m**) **; toutes sur une même droite perpendiculaire au mur**
Méthode	**élastique (mur rigide) ; abaque pour comparaison**

À DÉTERMINER

Les valeurs de $P_{H,i}$ et de L_i de chaque charge ; P_H et **L** totaux et le maximum de la pression totale.



Solution (1/3)

SOLUTION

Charge	x (m)	Q_p (kN)	m	I_0	I_1	$P_{H,i}$ (kN/m)	L_i (m)
Q_1	5	38	0.3333	0.92473	0.65295	2.3427	10.592
Q_2	8	60	0.5333	0.53463	0.31597	2.1385	8.865
Q_3	12	25	0.8000	0.30089	0.14933	0.5015	7.444

1 Chaque charge à sa propre valeur de m (élastique)

$$P_{H,i} = \frac{Q_{p,i}}{H}\, I_{0,i} \qquad L_i = H\,\frac{I_{1,i}}{I_{0,i}} \qquad \text{p. ex. } P_{H,2} = \frac{60}{15} \times 0.53463 = \mathbf{2.1385}\ \text{kN/m}$$

Chaque charge se trouve à sa propre distance x_i ; toutes sont situées en face de la même section du mur, de sorte que les résultantes peuvent être additionnées.

Solution (2/3)

SOLUTION

2 Résultante totale (élastique)

$$P_H = \sum P_{H,i} = 2.3427 + 2.1385 + 0.5015 = \mathbf{4.9827}\ \mathrm{kN/m}$$

3 Ligne d'influence : équilibre des moments par rapport à la base

$$L = \frac{\sum P_{H,i} L_i}{P_H} = \frac{2.343(10.592) + 2.139(8.865) + 0.501(7.444)}{4.983} = \mathbf{9.534}\ \mathrm{m}$$

Méthode	$P_{H,1}$	$P_{H,2}$	$P_{H,3}$	P_H total (kN/m)	L total (m)	depuis la surface (m)
Élastique	2.3427	2.1385	0.5015	**4.9827**	**9.534**	5.466
Abaque	1.9950	2.1774	0.4624	**4.6347**	**7.975**	7.025

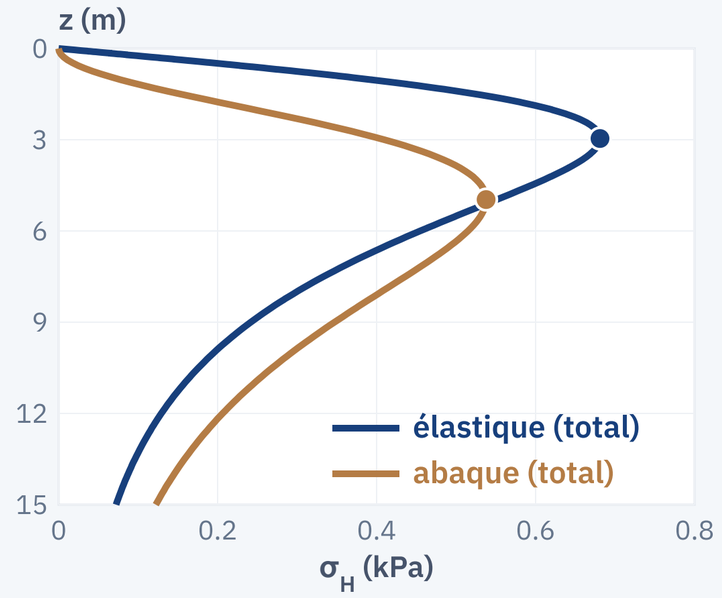
La résultante totale des trois charges est de **4.98 kN/m** par le calcul élastique et de **4.63 kN/m** par l'abaque ; la ligne d'action se situe à 9.53 m et 7.97 m au-dessus de la base.

Solution (3/3)

SOLUTION

z (m)	$\sigma_{H,1}$ (kPa)	$\sigma_{H,2}$ (kPa)	$\sigma_{H,3}$ (kPa)	σ_H totale (kPa)
0.0	0.0000	0.0000	0.0000	**0.0000**
1.5	0.3511	0.1540	0.0199	**0.5250**
3.0	0.4038	0.2416	0.0356	**0.6810**
4.5	0.2964	0.2533	0.0447	**0.5944**
6.0	0.1873	0.2200	0.0475	**0.4548**
9.0	0.0706	0.1304	0.0407	**0.2417**
12.0	0.0293	0.0705	0.0293	**0.1291**
15.0	0.0138	0.0387	0.0197	**0.0722**

Les pressions sont sommées (accroissement de contrainte) : le pic du total élastique est de **0.6811 kPa**, à z = 2.96 m ; sur l'abaque 0.5377 kPa, à z = 4.97 m. Le pic se produit à la profondeur où la part de la plus grande charge (Q_2) devient prépondérante.



Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Synthèse

Points à retenir

m = x/H, n = z/H ; élastique (mur rigide) : **$\sigma_H = (3Q_p/\pi)\, x^2z/R^5$**, pic à z = x/2, $\sigma_{H,max} = 0.2733\ Q_p/x^2$; **$x_{min} = 0.30$ m**

Abaque : Cas 1 ($m \le 0.4$) : $\sigma_H = 0.28\ (Q_p/H^2)\ n^2/(0.16 + n^2)^3$; Cas 2 : $1.77\ (Q_p/H^2)\ m^2n^2/(m^2 + n^2)^3$; dans les limites de 0.4H, la distance est sans effet

Exemple (H = 15 m, x = 5 m, Q_p = 38 kN) : pic élastique 0.4154 kPa (z = 2.5 m), $I_0 = 0.9247$, $I_1 = 0.6530$, **$P_H = 2.34$ kN/m**, L = 10.59 m ; abaque $P_H = 1.99$ kN/m, L = 8.81 m

En plan : élastique $(R_0/R)^5$, abaque $\cos^2(1.1\theta)$ (jusqu'à $\theta \approx 81.8°$) ; **charges multiples** (3 au maximum) : les pressions et $P_{H,i}$ sont additionnées, L est déduit de l'équilibre des moments

Comparaison : l'abaque est constant pour $m \le 0.4$; la valeur élastique P_H augmente lorsque la charge se rapproche ; P_H correspond à la coupe passant par la charge et n'est pas multiplié par la longueur du mur

Références bibliographiques

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning ; la présente page s’y conforme.

Terzaghi, K. (1954). Anchored bulkheads. Transactions of the ASCE, 119, 1243–1280.

NAVFAC DM-7.02 (1986). Foundations and Earth Structures. Naval Facilities Engineering Command.

Boussinesq, J. (1883). Application des Potentiels à l’Étude de l’Équilibre et du Mouvement des Solides Élastiques. Gauthier-Villars, Paris.

Mindlin, R.D. (1936). Discussion: Pressure distribution on retaining walls. Proc. 1st Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Harvard, Vol. III, 155–156.

Spangler, M.G. and Mickle, J.L. (1956). Lateral pressures on retaining walls due to backfill surface loads. Highway Research Board Bulletin 141.

Bowles, J.E. (1996). Foundation Analysis and Design, 5th ed.

Frazee, G. (2021). New formulations of Boussinesq solution for vertical and lateral stresses in soil. ASCE Practice Periodical on Structural Design and Construction, 26(2).

USS Steel Sheet Piling Design Manual (1984); California Department of Transportation, Trenching and Shoring Manual — méthode de l’abaque.

REMARQUE

Tous les exemples numériques ont été produits avec le moteur de calcul propre du module ; le module donne les mêmes valeurs. Le mur d'ouverture du module correspond à H = 15 m, x = 5 m et Q_p = 38 kN (méthode élastique).

Calculs géotechniques en ligne

De la théorie à la pratique

Saisir dans GeoTerva son propre mur, ses charges ponctuelles (trois au plus) et la méthode ; le module fournit conjointement le profil de pression, la répartition en plan, la résultante et la ligne d'action, la solution pas à pas et le rapport.

Ouvrir le module →

Page de théorie →

Ouvrir sur smartphone
Les modules d'essai ne nécessitent pas d'inscription.

Si vous souhaitez les utiliser dans vos cours : info@geoterva.com