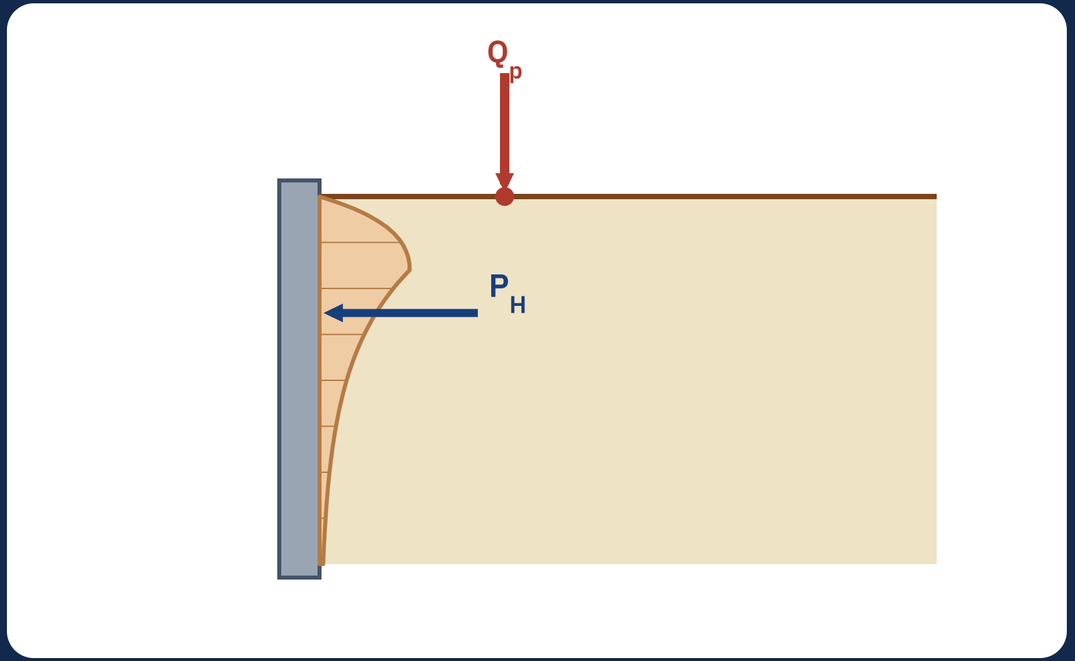
Presentación de clase de geotecnia · Sobrecargas

Sobrecarga puntual

Clase: presión lateral que una carga puntual en la superficie produce sobre un muro; dos métodos, la resultante, la distribución en planta y varias cargas, ejemplos resueltos.

- $m = x/H \cdot n = z/H$
- $\sigma_H = (3Q_p/\pi)\, x^2 z/R^5$
- Ábaco de Terzaghi–NAVFAC
- P_H y L
- Distribución en planta



Introducción

¿Qué aprenderemos en esta clase?

- La geometría de la carga puntual: **x**, **y**, **z**, **R** y las variables adimensionales **m = x/H**, **n = z/H**
- Solución **elástica (muro rígido)**: el doble de la tensión de Boussinesq, con la presión máxima en **z = x/2**; $\mathbf{x_{min} = 0.30\ m}$
- **Ábaco de Terzaghi–NAVFAC**: Caso 1 (m ≤ 0.4) y Caso 2 (m > 0.4)
- Resultante $\mathbf{P_H = (Q_p/H)\cdot I_0}$ y altura $\mathbf{L = H\cdot I_1/I_0}$; expresiones cerradas de I_0, I_1
- Distribución **en planta** a lo largo del muro ($\cos^2(1.1\theta)$) y **como máximo tres cargas sobre la misma recta**

DESARROLLO DE LA CLASE

Cada tema se desarrolla en **tres pasos**:

1 · **Teoría**: fórmula y su justificación

2 · **Enunciado**: datos y se pide

3 · **Solución**: paso a paso, con números

Muro del ejemplo: H = 15 m, carga puntual Q_p = 38 kN a una distancia x = 5 m del muro. P_H es la fuerza por unidad de longitud de muro en la sección de la carga (kN/m).

Carga puntual que actúa sobre el muro

TEORÍA

La carga puntual Q_p en la superficie genera en el suelo un campo de tensiones tridimensional; si la carga se encuentra dentro de la zona de influencia de un muro vertical, parte del incremento de tensión se transmite al muro como **presión horizontal**

El módulo da la variación de la presión con la profundidad a lo largo de la recta perpendicular al muro que pasa por la carga, su **resultante** y su **línea de acción**, así como su distribución a lo largo del muro en planta

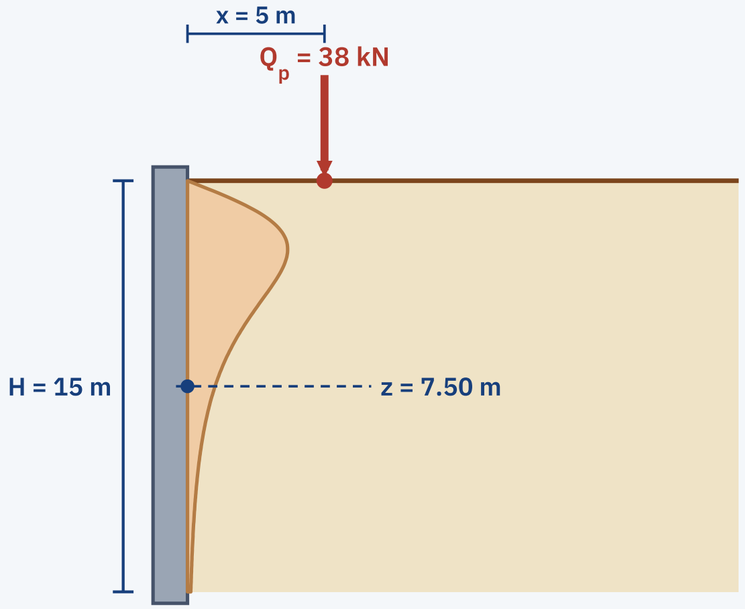
$$m = \frac{x}{H}, \qquad n = \frac{z}{H}$$

H — altura del muro; **x** — distancia horizontal del muro a la carga; **z** — profundidad desde la superficie

y — distancia a lo largo del muro desde la recta perpendicular al muro que pasa por la carga; **R = √(x² + y² + z²)**

σ_H — presión lateral en la recta del eje; **σ'_H** — en planta; **P_H** — resultante; **L** — distancia desde la base hasta la línea de acción

θ — ángulo en planta en el ábaco; **x_{min}** — distancia mínima de cálculo en el método elástico (0.30 m)



Solución elástica y ábaco de Terzaghi–NAVFAC

TEORÍA

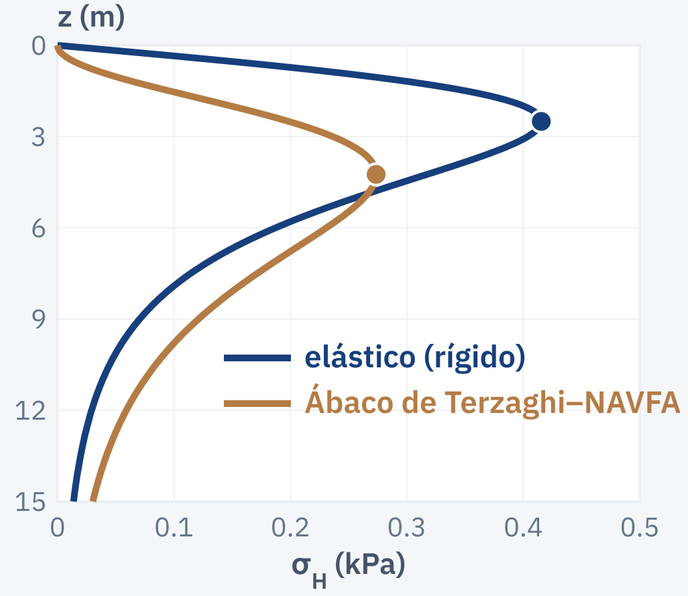
Ambos describen el **muro que no cede**; difieren sobre todo con una **carga próxima al muro**

Elástica: el **doble** de la tensión de Boussinesq: la carga imagen especular al otro lado del muro anula el movimiento lateral en la cara (Mindlin 1936); coeficiente de Poisson 0.5

Ábaco (Terzaghi 1954): el efecto de la distancia se detiene en **m = 0.4**; una carga situada dentro de 0.4H se representa como si estuviera a una distancia de 0.4H

Para una carga situada a menos de 0.4H, la solución elástica concentra una **presión creciente** cerca de la parte superior del muro, mientras que el ábaco conserva un único diagrama; a mayor distancia dan el mismo orden de magnitud

Perfil (H = 15 m, x = 5 m, Q_p = 38 kN)



Muro rígido: presión, valor máximo y resultante en forma cerrada

TEORÍA

En la vertical de la propia carga (y = 0): **$\sigma_H = (3Q_p/\pi)\, x^2 z/R^5$**; el máximo se alcanza en **$z = x/2$**, con **$\sigma_{H,max} = 0.2733\, Q_p/x^2$**

A medida que la carga se acerca al muro, la solución se vuelve **singular**: P_H crece como ≈ $Q_p/(\pi x)$; por ello, para **$x < x_{min} = 0.30$ m** la carga se calcula en 0.30 m

Dentro de la distancia crítica de aproximadamente **0.4H** las ecuaciones elásticas dejan de ser fiables: se requiere criterio de ingeniería, y el ábaco permite la comparación

$$\sigma_H = \frac{3}{\pi}\,\frac{Q_p}{H^2}\,\frac{m^2\, n}{\left(m^2+n^2\right)^{5/2}}$$

$$I_0 = \frac{1}{\pi}\left[\frac{1}{m} - \frac{m^2}{\left(1+m^2\right)^{3/2}}\right] \qquad I_1 = I_0 - \frac{1}{\pi\left(1+m^2\right)^{3/2}}$$

Terzaghi–NAVFAC: caso 1 y caso 2

TEORÍA

A cada profundidad se calcula **n = z/H** y la ecuación se elige según **m**

La ecuación del caso 1 no contiene m: es el valor del caso 2 para m = 0.4 (1.77 × 0.16 = 0.2832, escrito como **0.28**); la carga situada dentro de 0.4H, esté donde esté, da **el mismo diagrama, P_H y L**

Por el redondeo, P_H presenta un pequeño escalón en el límite m = 0.4 (≈ 1.1 %); L se mantiene continua

$$\sigma_H = 0.28\,\frac{Q_p}{H^2}\,\frac{n^2}{(0.16+n^2)^3} \qquad m \le 0.4\ (\text{Caso 1})$$

$$\sigma_H = 1.77\,\frac{Q_p}{H^2}\,\frac{m^2\,n^2}{(m^2+n^2)^3} \qquad m > 0.4\ (\text{Caso 2})$$

P_H, L e I_0, I_1

TEORÍA

P_H es el área del diagrama de presiones; **L** es la altura del centroide sobre la base del muro: la resultante actúa a una profundidad **H – L** desde la superficie

P_H es una fuerza en la propia sección de la carga (y = 0); como la presión disminuye a lo largo del muro, **no se multiplica por la longitud del muro**

Al escribir $\sigma_H = (Q_p/H^2)\cdot f(n)$ quedan dos números puros; en la solución elástica la integral es de forma cerrada y en el ábaco es numérica (o cerrada). Las constantes del ábaco son esta integral leída para un único valor de m: para **m = 0.4**, $P_H = 0.787\ Q_p/H$, $L = 0.587\ H$; para **m = 0.6**, $0.457\ Q_p/H$ y $0.476\ H$

$$P_H = \frac{Q_p}{H}\, I_0 \qquad L = H\,\frac{I_1}{I_0}$$

$$I_0 = \int_0^1 f(n)\, dn \qquad I_1 = \int_0^1 f(n)\,(1-n)\, dn$$

Presión a lo largo del muro y varias cargas

TEORÍA

Elástico: la fórmula de σ_H es válida en cada punto del muro ($R^2 = x^2 + y^2 + z^2$); a profundidad constante la presión disminuye a lo largo del muro como $\mathbf{(R_0/R)^5}$, con máximo en $z = \sqrt{(x^2 + y^2)}/2$

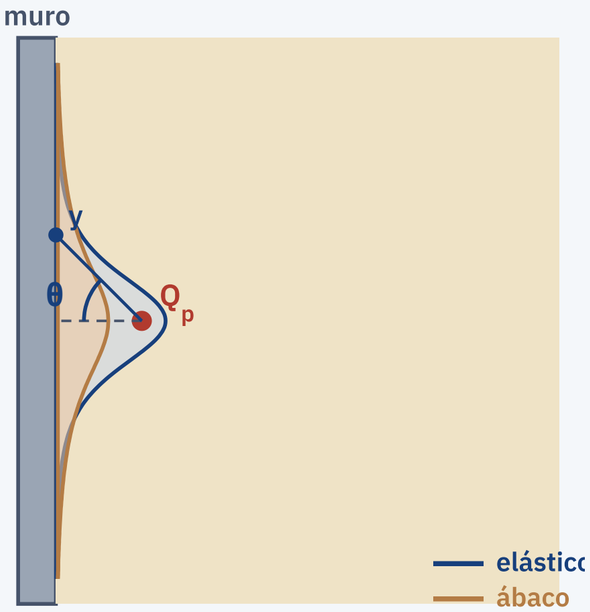
Ábaco: la presión sobre la recta del eje se reduce con el ángulo en planta; cuando el ángulo 1.1θ alcanza 90° ($\boldsymbol{\theta \approx 81.8°}$) la reducción se mantiene en cero

Varias cargas (como máximo 3): cada una tiene sus propios valores x_i y $Q_{p,i}$; como las presiones son incrementos de tensión, se **superponen**; la resultante actúa en el punto donde se equilibran los momentos respecto de la base

$$\sigma'_H = \sigma_H \cos^2(1.1\,\theta) \qquad \theta = \tan^{-1}\frac{y}{x}\ \text{(ábaco)}$$

$$\sigma_H = \sum_i \sigma_{H,i} \qquad P_H = \sum_i \frac{Q_{p,i}}{H} I_{0,i} \qquad L = \frac{\sum_i P_{H,i}\, L_i}{P_H}$$

Planta: a la profundidad z = 2.5 m



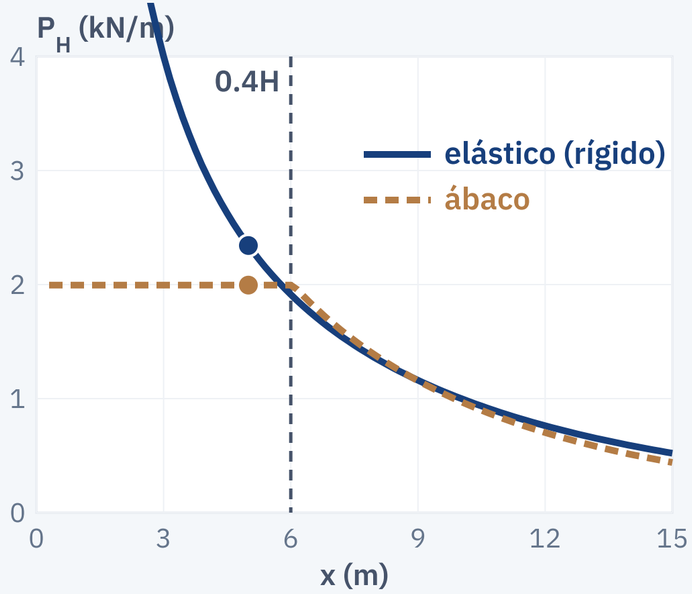
Resultante y su posición, con la distancia de la carga

TEORÍA

x (m)	m	P_H elástico	L elástica	ábaco de P_H	Ábaco de L	Situación
0.30	0.020	40.32	14.70	1.99	8.81	Caso 1
1.00	0.067	12.09	14.01	1.99	8.81	Caso 1
2.00	0.133	6.03	13.05	1.99	8.81	Caso 1
3.00	0.200	4.00	12.15	1.99	8.81	Caso 1
4.00	0.267	2.97	11.33	1.99	8.81	Caso 1
5.00	0.333	2.34	10.59	1.99	8.81	Caso 1
6.00	0.400	1.91	9.94	1.99	8.81	Caso 1
8.00	0.533	1.35	8.87	1.38	7.61	Caso 2
10.00	0.667	1.00	8.05	0.9755	6.74	Caso 2
15.00	1.000	0.5213	6.80	0.4402	5.45	Caso 2

m ≤ 0.4 (x ≤ 6 m): el ábaco da los mismos P_H y L; el P_H elástico aumenta rápidamente al acercarse la carga

m > 0.4: la resultante elástica actúa algo más arriba (L mayor)



Enunciado

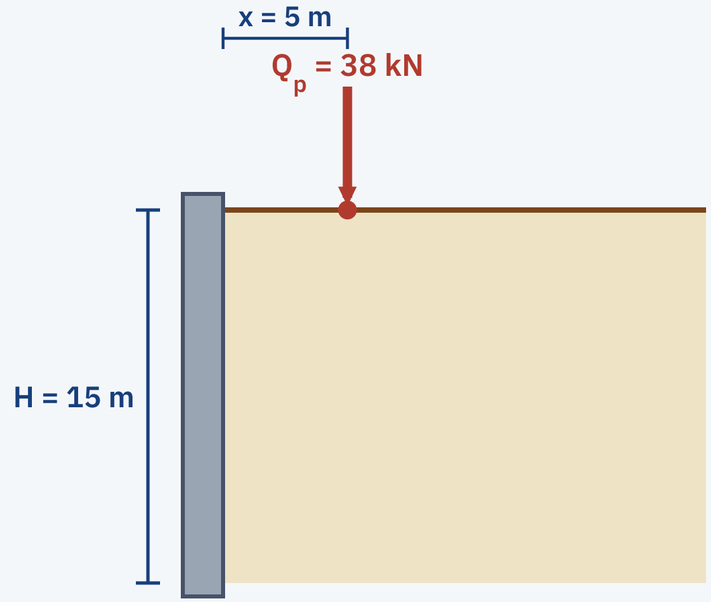
EJEMPLO

SE PIDE

m, la presión máxima $\sigma_{H,max}$ (z = x/2), I_0, I_1, P_H, **L** y la profundidad de la resultante desde la superficie.

Datos

Muro	$H = 15.00$ **m**
Carga	$Q_p = 38.0$ **kN, a** $x = 5.00$ **m del muro**
Método	**elástico (muro rígido);** $x \geq x_{min}$



Solución (1/3)

SOLUCIÓN

1 Relación de distancias

$$m = \frac{x}{H} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} = \mathbf{0.333} \quad (x \geq x_{min} = 0.30\ \text{m})$$

2 Profundidad del máximo

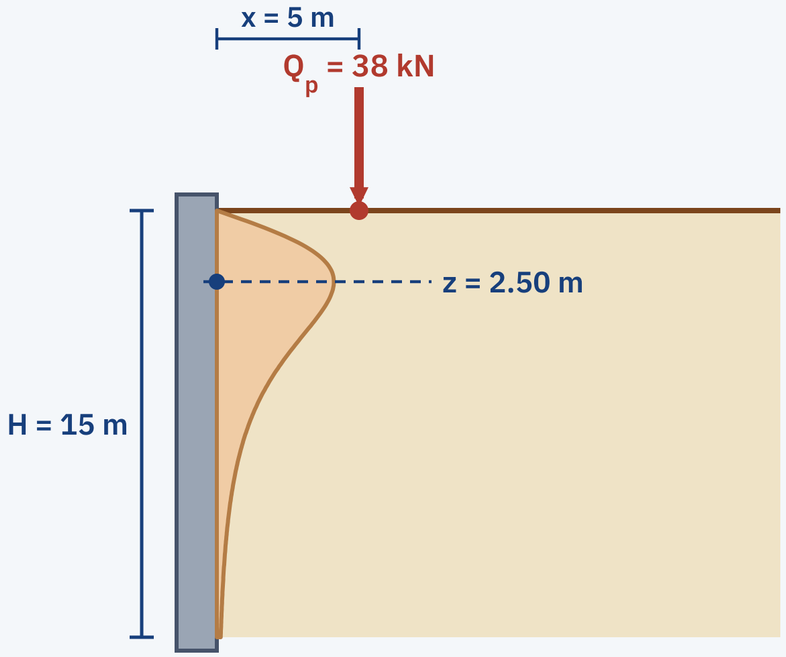
$$z = \frac{x}{2} = \mathbf{2.50}\ \text{m}$$

$$R = \sqrt{x^2 + z^2} = \sqrt{25.00 + 6.25} = \mathbf{5.5902}\ \text{m}$$

3 Presión en la parte superior

$$\sigma_{H,max} = \frac{3 \times 38}{\pi} \cdot \frac{5.00^2 \times 2.50}{5.5902^5}$$

$$\sigma_{H,max} = 36.287 \times 0.011449 = \mathbf{0.4154}\ \text{kPa}$$



El pico elástico es de **0.4154 kPa**, a la profundidad z = 2.50 m: coincide con 0.2733 Q_p/x^2 = 0.4154 kPa.

Solución (2/3)

SOLUCIÓN

4 Valor adimensional del área I_0

$$I_0 = \frac{1}{\pi}\left[\frac{1}{m} - \frac{m^2}{(1+m^2)^{3/2}}\right] = \frac{1}{\pi}\left[3 - \frac{1/9}{(10/9)^{3/2}}\right] = \frac{1}{\pi}[3 - 0.09487] = \mathbf{0.92473}$$

5 Valor adimensional del momento I_1

$$I_1 = I_0 - \frac{1}{\pi(1+m^2)^{3/2}} = 0.92473 - \frac{1}{\pi(10/9)^{3/2}} = 0.92473 - 0.27178 = \mathbf{0.65295}$$

I_0 = **0.92473**, I_1 = **0.65295**: dos números que dependen solo de m; la carga y la altura quedan fuera de ellos.

Solución (3/3)

SOLUCIÓN

6 Resultante

$$P_H = \frac{Q_p}{H} I_0 = \frac{38}{15} \times 0.92473 = \mathbf{2.34}\ \mathrm{kN/m}$$

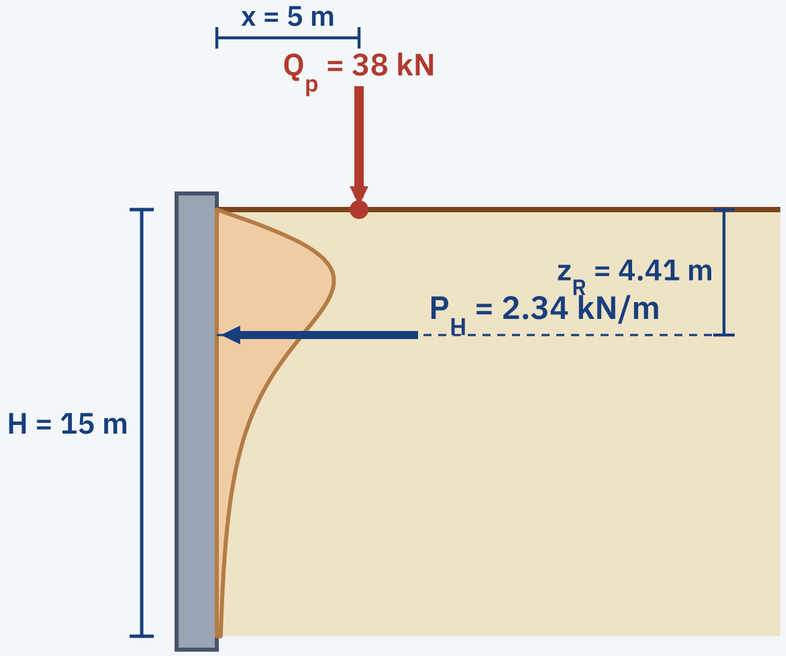
7 Línea de acción (desde la base)

$$L = H\,\frac{I_1}{I_0} = 15 \times \frac{0.65295}{0.92473} = \mathbf{10.59}\ \mathrm{m}$$

8 Profundidad desde la superficie

$$H - L = 15.00 - 10.59 = \mathbf{4.41}\ \mathrm{m}$$

P_H = 2.34 kN/m, a **4.41 m** por debajo de la superficie (10.59 m desde la base). La fuerza actúa en la sección de la carga: no se multiplica por la longitud del muro.



Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

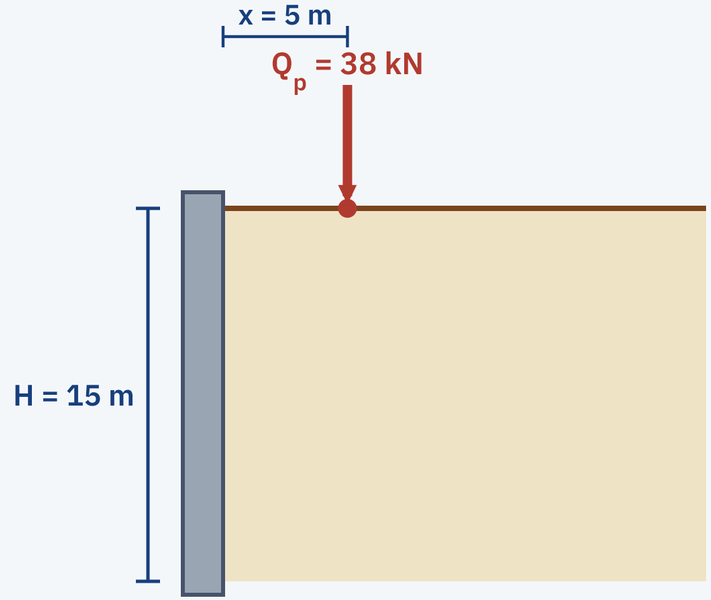
EJEMPLO

SE PIDE

Selección del caso, σ_H (z = 2.5 m), I_0, I_1, P_H y **L**.

Datos

Muro y carga	$H = 15.00$ **m,** $Q_p = 38.0$ **kN,** $x = 5.00$ **m**
Método	**Ábaco de Terzaghi–NAVFAC; presión a** $z = 2.50$ **m**



Solución (1/3)

SOLUCIÓN

1 Selección del caso

$$m = \frac{1}{3} = 0.333 \leq 0.4 \;\Rightarrow\; \text{Caso 1: diagrama } m = 0.4 \text{constante}$$

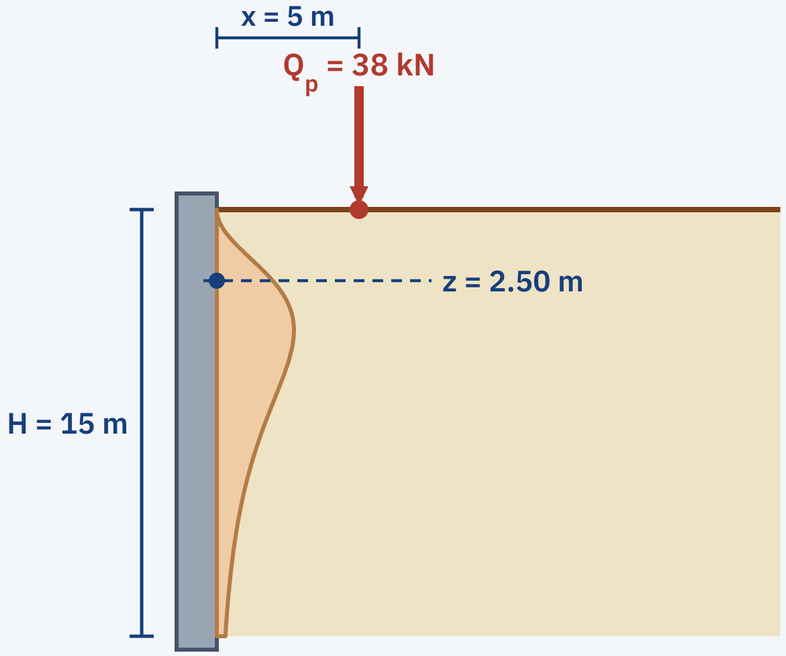
2 Relación de profundidad

$$n = \frac{z}{H} = \frac{2.50}{15} = \mathbf{0.1667}$$

3 Presión

$$\sigma_H = 0.28\,\frac{38}{15^2}\cdot\frac{n^2}{(0.16+n^2)^3} = 0.04729 \times \frac{0.02778}{0.006621}$$

$$\sigma_H = 0.04729 \times 4.1953 = \mathbf{0.1984}\ \text{kPa}$$



En z = 2.5 m, la presión según el ábaco es **0.1984 kPa**; a la misma profundidad la solución elástica da 0.4154 kPa (pico).

Solución (2/3)

SOLUCIÓN

4 Integral (forma cerrada, a = 0.16)

$$I_0 = \int_0^1 0.28\,\frac{n^2}{(a+n^2)^3}\,dn = 0.28\left[\frac{1}{8a(1+a)} - \frac{1}{4(1+a)^2} + \frac{\tan^{-1}(1/\sqrt{a})}{8a^{3/2}}\right]$$

5 Valores numéricos

$$\frac{1}{8(0.16)(1.16)} = 0.6735 \qquad \frac{1}{4(1.16)^2} = 0.1858 \qquad \frac{\tan^{-1} 2.5}{8(0.16)^{3/2}} = 2.3248$$

$$I_0 = 0.28\,[0.6735 - 0.1858 + 2.3248] = 0.28 \times 2.8125 = \mathbf{0.7875}$$

I_0 = **0.7875**: coincide con la constante 0.787 Q_p/H que da el ábaco para m = 0.4. El módulo calcula esta integral numéricamente (Simpson).

Solución (3/3)

SOLUCIÓN

6 $I_1 = I_0 - \int n\,f\,dn$ (forma cerrada, a = 0.16)

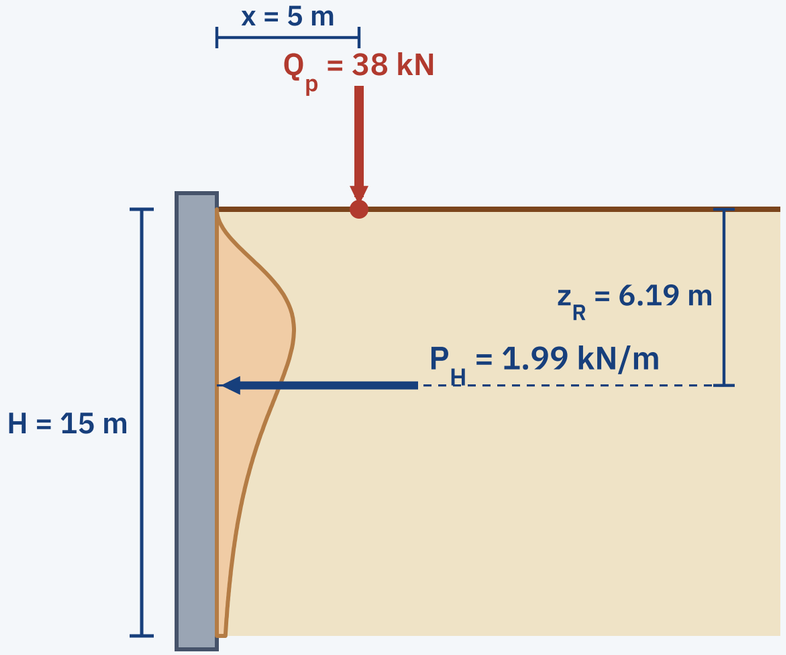
$$\int_0^1 nf\,dn = 0.28 \cdot \tfrac{1}{2}\left[\frac{1}{2a} - \frac{1}{1+a} + \frac{a}{2(1+a)^2}\right]$$

$$= 0.28 \times 1.1612 = 0.3251 \;\Rightarrow\; I_1 = 0.7875 - 0.3251 = \mathbf{0.4624}$$

7 Resultante y línea de acción

$$P_H = \frac{38}{15} \times 0.7875 = \mathbf{1.99}\ \mathrm{kN/m}$$

$$L = 15 \times \frac{0.4624}{0.7875} = \mathbf{8.81}\ \mathrm{m}$$



Ábaco: **P_H = 1.99 kN/m**, L = **8.81 m** (6.19 m desde la superficie). Respecto de la solución elástica, la resultante es un 15% menor y la línea de acción está 1.78 m más abajo.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

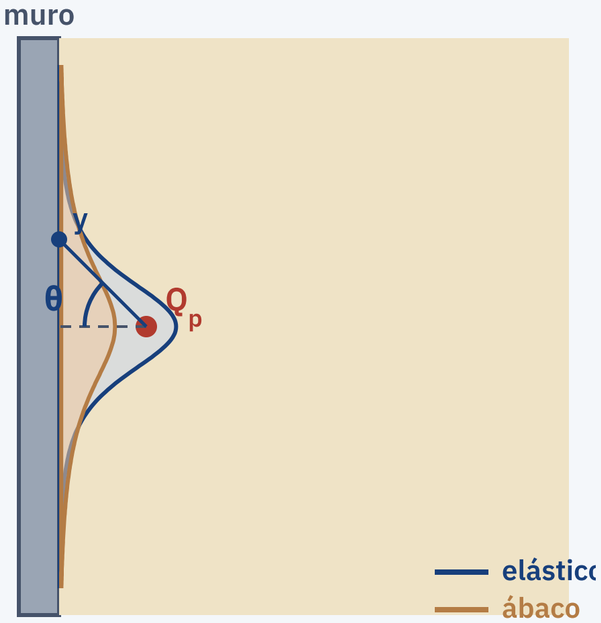
EJEMPLO

SE PIDE

En ambos métodos **σ'_H** (y = 5 m); distribución para y = 0 – 15 m.

Datos

Muro y carga	$H = 15.00$ **m,** $Q_p = 38.0$ **kN,** $x = 5.00$ **m**
Profundidad	$z = 2.50$ **m**
Posición	**a** $y = 5.00$ **m de la vertical de la carga (** $\theta = 45°$**)**



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Elástico: atenuación con $(R_0/R)^5$

$$R_0^2 = x^2 + z^2 = 31.25 \qquad R^2 = x^2 + y^2 + z^2 = 56.25$$

$$\sigma'_H = \sigma_H \left(\frac{R_0}{R}\right)^5 = 0.4154 \times \left(\frac{31.25}{56.25}\right)^{5/2} = 0.4154 \times 0.2300 = \mathbf{0.0956}\ \text{kPa}$$

2 Ábaco: atenuación con $\cos^2(1.1\theta)$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{y}{x} = \tan^{-1}\frac{5}{5} = 45^\circ$$

$$\sigma'_H = \sigma_H \cos^2(1.1\theta) = 0.1984 \times \cos^2(49.5^\circ) = 0.1984 \times 0.4218 = \mathbf{0.0837}\ \text{kPa}$$

A y = 5 m la presión elástica es 0.23 del valor del eje (0.0956 kPa), mientras que el ábaco da 0.42 (0.0837 kPa): el ábaco disminuye más lentamente a lo largo del muro, pero a partir de un valor inicial menor.

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

y (m)	θ (°)	σ'_H elástica (kPa)	relación	σ'_H por ábaco (kPa)	relación	pico elástico z (m)	presión pico (kPa)
0.0	0.0	0.4154	1.00	0.1984	1.00	2.50	0.4154
2.5	26.6	0.2634	0.63	0.1511	0.76	2.80	0.2659
5.0	45.0	0.0956	0.23	0.0837	0.42	3.54	0.1039
7.5	56.3	0.0317	0.08	0.0439	0.22	4.51	0.0393
10.0	63.4	0.0115	0.03	0.0237	0.12	5.59	0.0166
15.0	71.6	0.0022	0.01	0.0076	0.04	7.91	0.0042

La presión es máxima en la normal a la carga y se extingue rápidamente a lo largo del muro; en la solución elástica, la profundidad del pico disminuye hasta $\sqrt{(x^2 + y^2)}/2$ al aumentar y. En el ábaco, la reducción se mantiene en cero a partir de $\theta \approx 81.8°$.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

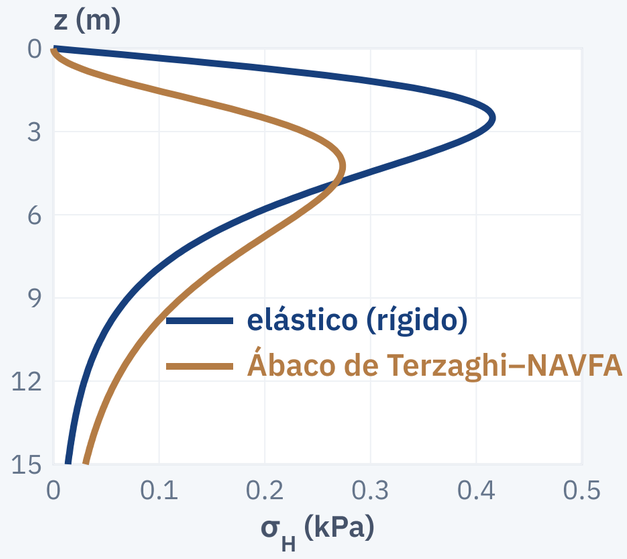
EJEMPLO

SE PIDE

Perfil de σ_H para los dos métodos; el **pico** del ábaco (Caso 1) a mano.

Datos

Muro y carga	$H = 15.00$ **m,** $Q_p = 38.0$ **kN,** $x = 5.00$ **m**
Profundidades	$z = 0$ **–** 15 **m, cada** 1.5 **m**



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

z (m)	n = z/H	σ_H elástica (kPa)	σ_H del ábaco (kPa)
0.00	0.00	0.0000	0.0000
1.50	0.10	0.3511	0.0963
3.00	0.20	0.4038	0.2364
4.50	0.30	0.2964	0.2724
6.00	0.40	0.1873	0.2309
7.50	0.50	0.1143	0.1715
9.00	0.60	0.0706	0.1211
10.50	0.70	0.0448	0.0844
12.00	0.80	0.0293	0.0591
13.50	0.90	0.0198	0.0420
15.00	1.00	0.0138	0.0303

La presión elástica alcanza su pico de 0.4154 kPa a una profundidad cercana a la superficie (2.5 m) y se amortigua con rapidez; el ábaco da un perfil más regular, con su pico a mayor profundidad y de menor valor.

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

1 Derivada nula: d/dn [n²/(0.16 + n²)³] = 0

$$2n(0.16+n^2)-6n^3=0 \;\Rightarrow\; n^2=\frac{0.16}{3}=0.0533$$

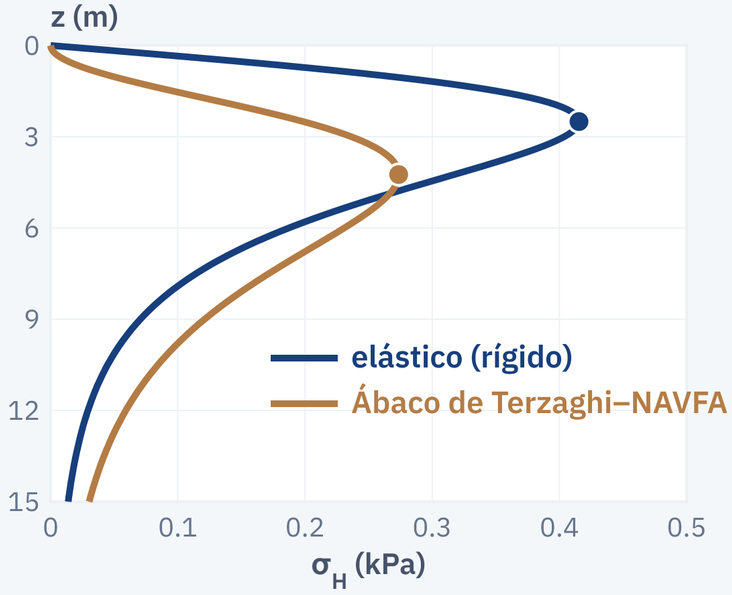
$$n=\mathbf{0.2828} \;\Rightarrow\; z=nH=\mathbf{4.243}\ \mathrm{m}$$

2 Presión máxima (n² = 0.08)

$$\sigma_{H,max}=0.28\,\frac{38}{15^2}\cdot\frac{0.08}{(0.16+0.08)^3}$$

$$\sigma_{H,max}=0.04729\times 5.787=\mathbf{0.2737}\ \mathrm{kPa}$$

Máximo del ábaco **0.2737 kPa** (z = 4.24 m); máximo elástico **0.4154 kPa** (z = 2.50 m): el ábaco desplaza el máximo hacia abajo y lo reduce a dos tercios.



Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

EJEMPLO

Datos

Muro y carga	$H = 15.00$ **m,** $Q_p = 38.0$ **kN**
Distancias	$x = 0.3;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6;\ 8;\ 10;\ 15$ **m**
Ek	$x < 0.30$ **m y el límite de** $0.4H = 6$ **m del ábaco**

SE PIDE

P_H y **L** para los dos métodos; comprobación a mano para **x = 10 m**; x_{min} y el límite.

Solución (1/3)

SOLUCIÓN

x (m)	m	P_H elástico (kN/m)	L elástica (m)	P_H por ábaco (kN/m)	L del ábaco (m)	Situación
0.30	0.020	40.32	14.70	1.99	8.81	Caso 1
1.00	0.067	12.09	14.01	1.99	8.81	Caso 1
2.00	0.133	6.03	13.05	1.99	8.81	Caso 1
3.00	0.200	4.00	12.15	1.99	8.81	Caso 1
4.00	0.267	2.97	11.33	1.99	8.81	Caso 1
5.00	**0.333**	**2.34**	**10.59**	**1.99**	**8.81**	**Caso 1**
6.00	0.400	1.91	9.94	1.99	8.81	Caso 1
8.00	0.533	1.35	8.87	1.38	7.61	Caso 2
10.00	0.667	1.00	8.05	0.9755	6.74	Caso 2
15.00	1.000	0.5213	6.80	0.4402	5.45	Caso 2

x ≤ 6 m: el ábaco da 1.99 kN/m y L = 8.81 m, la distancia no influye; el P_H elástico aumenta rápidamente al acercarse la carga (40.32 kN/m para x = 0.3 m). **x > 6 m**: los dos métodos se aproximan entre sí, y la resultante elástica actúa más arriba.

Solución (2/3)

SOLUCIÓN

1 m = 10/15 = 0.667 > 0.4: ábaco, caso 2. Elástico: I_0, I_1, P_H, L

$$I_0 = \frac{1}{\pi}\left[\frac{1}{m} - \frac{m^2}{(1+m^2)^{3/2}}\right] = 0.3960 \qquad I_1 = I_0 - \frac{1}{\pi(1+m^2)^{3/2}} = 0.2126$$

$$P_H = \frac{38}{15} \times 0.3960 = \mathbf{1.00}\ \mathrm{kN/m} \qquad L = 15 \times \frac{0.2126}{0.3960} = \mathbf{8.05}\ \mathrm{m}$$

2 Ábaco (Caso 2): mismas expresiones cerradas que en el Ejemplo 2, a = m² y coeficiente 1.77 m²

$$I_0 = \int_0^1 f\, dn = 0.3851 \qquad I_1 = \int_0^1 f\,(1-n)\, dn = 0.1730$$

$$P_H = \frac{38}{15} \times 0.3851 = \mathbf{0.9755}\ \mathrm{kN/m} \qquad L = 15 \times \frac{0.1730}{0.3851} = \mathbf{6.74}\ \mathrm{m}$$

x = 10 m: elástico **1.00 kN/m**, L = 8.05 m; ábaco **0.9755 kN/m**, L = 6.74 m (fila de la tabla).

Solución (3/3)

SOLUCIÓN

x (m)	x de cálculo (m)	P_H elástico (kN/m)	L (m)	$\sigma_{H,max}$ elástica (kPa)	P_H por ábaco (kN/m)
0.05	**0.30**	40.32	14.70	115.4	1.995
0.10	**0.30**	40.32	14.70	115.4	1.995
0.20	**0.30**	40.32	14.70	115.4	1.995
0.30	0.30	40.32	14.70	115.4	1.995
0.50	0.50	24.19	14.50	41.5	1.995

x < 0.30 m: la carga se calcula en 0.30 m; incluso a esta distancia el pico es de 115.4 kPa.

x (m)	m	Situación	P_H por ábaco (kN/m)	L del ábaco (m)
5.99	0.3993	Caso 1	1.9950	8.8069
6.00	0.4000	Caso 1	1.9950	8.8069
6.000001	0.400000	Caso 2	2.0178	8.8069
6.01	0.4007	Caso 2	2.0137	8.8000

Al cruzar el límite **m = 0.4**, el ábaco incrementa P_H un 1.14%; L se mantiene continua.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

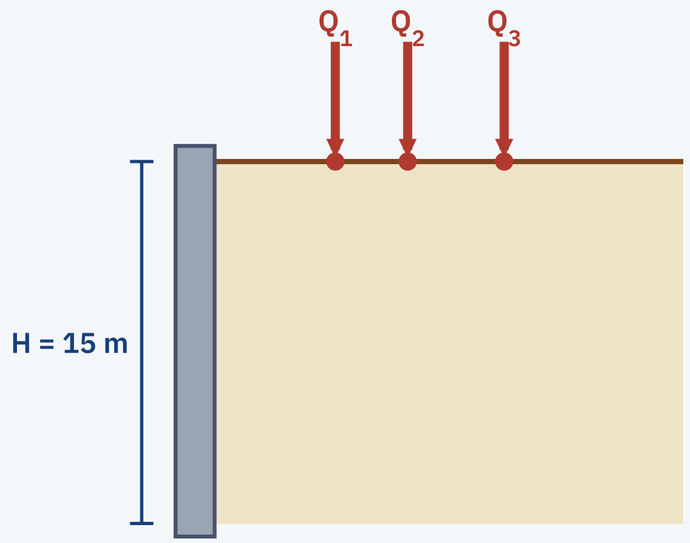
EJEMPLO

SE PIDE

El valor de $P_{H,i}$ y L_i de cada carga; el total P_H, L y el máximo de la presión total.

Datos

Muro	$H = 15.00$ m
Cargas	$Q_1 = 38$ kN ($x_1 = 5$ m), $Q_2 = 60$ kN ($x_2 = 8$ m), $Q_3 = 25$ kN ($x_3 = 12$ m); todas sobre una única recta perpendicular al muro
Método	elástico (muro rígido); ábaco para la comparación



Solución (1/3)

SOLUCIÓN

Carga	x (m)	Q_p (kN)	m	I_0	I_1	$P_{H,i}$ (kN/m)	L_i (m)
Q_1	5	38	0.3333	0.92473	0.65295	2.3427	10.592
Q_2	8	60	0.5333	0.53463	0.31597	2.1385	8.865
Q_3	12	25	0.8000	0.30089	0.14933	0.5015	7.444

1 Cada carga con su propio valor de m (elástico)

$$P_{H,i} = \frac{Q_{p,i}}{H}\, I_{0,i} \qquad L_i = H\,\frac{I_{1,i}}{I_{0,i}} \qquad \text{p. ej. } P_{H,2} = \frac{60}{15} \times 0.53463 = \mathbf{2.1385}\ \text{kN/m}$$

Cada carga se encuentra a su propia distancia x_i; todas actúan sobre la misma sección del muro, por lo que las resultantes pueden sumarse.

Solución (2/3)

SOLUCIÓN

2 Resultante total (elástica)

$$P_H = \sum P_{H,i} = 2.3427 + 2.1385 + 0.5015 = \mathbf{4.9827}\ \mathrm{kN/m}$$

3 Línea de influencia: equilibrio de momentos respecto a la base

$$L = \frac{\sum P_{H,i} L_i}{P_H} = \frac{2.343(10.592) + 2.139(8.865) + 0.501(7.444)}{4.983} = \mathbf{9.534}\ \mathrm{m}$$

Método	$P_{H,1}$	$P_{H,2}$	$P_{H,3}$	P_H total (kN/m)	L total (m)	desde la superficie (m)
Elástico	2.3427	2.1385	0.5015	**4.9827**	**9.534**	5.466
Ábaco	1.9950	2.1774	0.4624	**4.6347**	**7.975**	7.025

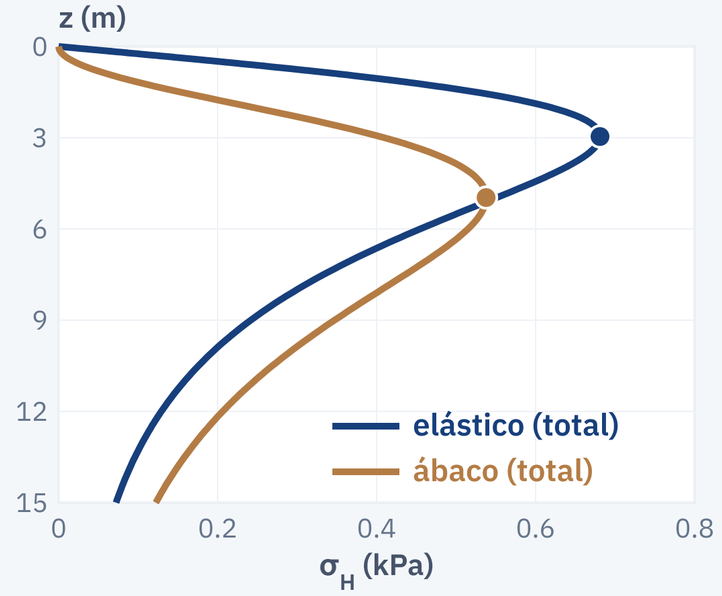
La resultante total de las tres cargas es de **4.98 kN/m** según la solución elástica y de **4.63 kN/m** según el ábaco; la línea de acción está a 9.53 m y 7.97 m por encima de la base, respectivamente.

Solución (3/3)

SOLUCIÓN

z (m)	$\sigma_{H,1}$ (kPa)	$\sigma_{H,2}$ (kPa)	$\sigma_{H,3}$ (kPa)	σ_H total (kPa)
0.0	0.0000	0.0000	0.0000	**0.0000**
1.5	0.3511	0.1540	0.0199	**0.5250**
3.0	0.4038	0.2416	0.0356	**0.6810**
4.5	0.2964	0.2533	0.0447	**0.5944**
6.0	0.1873	0.2200	0.0475	**0.4548**
9.0	0.0706	0.1304	0.0407	**0.2417**
12.0	0.0293	0.0705	0.0293	**0.1291**
15.0	0.0138	0.0387	0.0197	**0.0722**

Las presiones se suman (incremento de tensión): el máximo del total elástico es **0.6811 kPa**, a z = 2.96 m; en el ábaco, 0.5377 kPa, a z = 4.97 m. El máximo se produce a la profundidad en la que destaca la contribución de la mayor carga (Q_2).



Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Resumen

Puntos clave

m = x/H, n = z/H; elástico (muro rígido): **$\sigma_H = (3Q_p/\pi)\, x^2z/R^5$**, máximo en z = x/2, $\sigma_{H,max} = 0.2733\ Q_p/x^2$; **$x_{min} = 0.30$ m**

Ábaco: caso 1 ($m \le 0.4$): $\sigma_H = 0.28\ (Q_p/H^2)\ n^2/(0.16 + n^2)^3$; caso 2: $1.77\ (Q_p/H^2)\ m^2n^2/(m^2 + n^2)^3$; dentro de 0.4H la distancia no tiene efecto

Ejemplo (H = 15 m, x = 5 m, Q_p = 38 kN): pico elástico 0.4154 kPa (z = 2.5 m), $I_0 = 0.9247$, $I_1 = 0.6530$, **$P_H = 2.34$ kN/m**, L = 10.59 m; ábaco $P_H = 1.99$ kN/m, L = 8.81 m

En planta: elástico $(R_0/R)^5$, ábaco $\cos^2(1.1\theta)$ (hasta $\theta \approx 81.8°$); **varias cargas** (como máximo 3): se suman las presiones y $P_{H,i}$, L a partir del equilibrio de momentos

Comparación: para $m \le 0.4$ el ábaco es constante; el P_H elástico aumenta al acercarse la carga; P_H corresponde a la sección de la carga y no se multiplica por la longitud del muro

Referencias bibliográficas

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning; esta página se basa en esta obra.

Terzaghi, K. (1954). Anchored bulkheads. Transactions of the ASCE, 119, 1243–1280.

NAVFAC DM-7.02 (1986). Foundations and Earth Structures. Naval Facilities Engineering Command.

Boussinesq, J. (1883). Application des Potentiels à l'Étude de l'Équilibre et du Mouvement des Solides Élastiques. Gauthier-Villars, Paris.

Mindlin, R.D. (1936). Discussion: Pressure distribution on retaining walls. Proc. 1st Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Harvard, Vol. III, 155–156.

Spangler, M.G. and Mickle, J.L. (1956). Lateral pressures on retaining walls due to backfill surface loads. Highway Research Board Bulletin 141.

Bowles, J.E. (1996). Foundation Analysis and Design, 5th ed.

Frazee, G. (2021). New formulations of Boussinesq solution for vertical and lateral stresses in soil. ASCE Practice Periodical on Structural Design and Construction, 26(2).

USS Steel Sheet Piling Design Manual (1984); California Department of Transportation, Trenching and Shoring Manual — método del ábaco.

NOTA

Todos los ejemplos numéricos se han obtenido con el propio motor de cálculo del módulo; el módulo da los mismos valores. El muro de apertura del módulo tiene H = 15 m, x = 5 m y Q_p = 38 kN (método elástico).

GeoTerva

Cálculos geotécnicos en línea

De la teoría a la práctica

Introducir en GeoTerva el muro propio, las cargas puntuales (como máximo tres) y el método; el módulo proporciona conjuntamente el perfil de presiones, su distribución en planta, la resultante y la línea de acción, la solución paso a paso y el informe.

Abrir el módulo →

Página de teoría →

Abrir en el teléfono
Los módulos de prueba no requieren registro.

Si desea utilizarlas en sus clases: info@geoterva.com