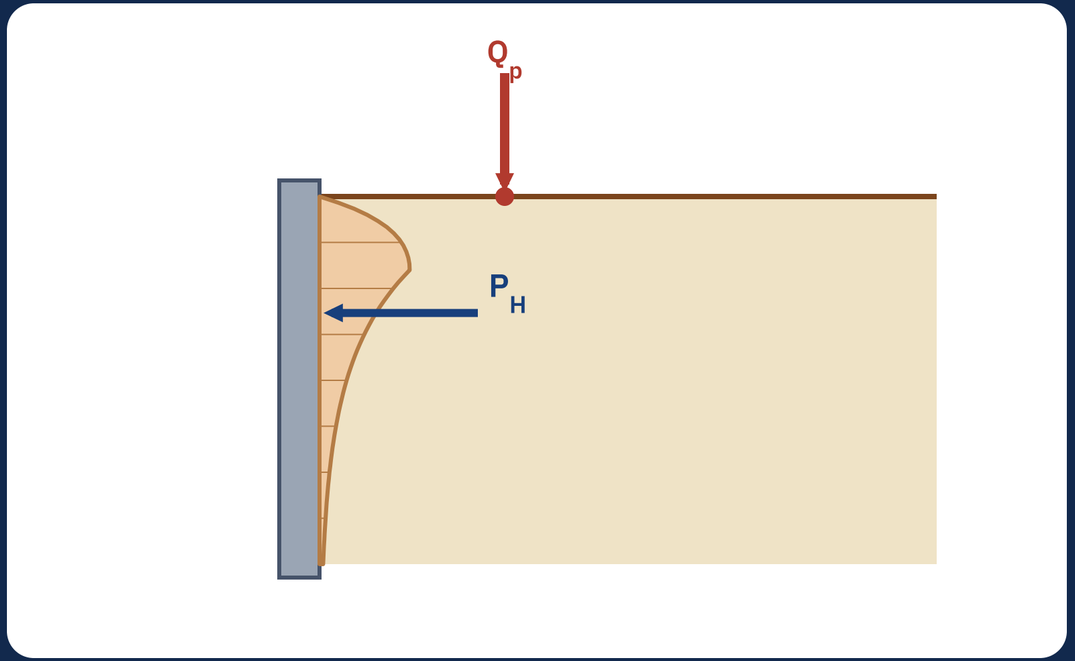
Geotechnische Vorlesung · Auflasten

Punktförmige Auflast

Vorlesung: der seitliche Erddruck, den eine Einzellast an der Geländeoberfläche auf die Wand erzeugt; zwei Verfahren, die Resultierende, die Verteilung im Grundriss und mehrere Lasten, mit Rechenbeispielen.

- $m = x/H \cdot n = z/H$
- $\sigma_H = (3Q_p/\pi)\, x^2 z/R^5$
- Tafel nach Terzaghi–NAVFAC
- P_H und L
- Verteilung im Grundriss



Was lernen wir in dieser Vorlesung?

- Die Geometrie einer Einzellast: **x**, **y**, **z**, **R** und die dimensionslosen Größen **m = x/H**, **n = z/H**
- **Elastische Lösung (starre Wand)**: doppelte Boussinesq-Spannung, größter Druck bei **z = x/2**; **x_{min} = 0.30 m**
- **Diagramm nach Terzaghi–NAVFAC**: Fall 1 (m ≤ 0.4) und Fall 2 (m > 0.4)
- Resultierende **$P_H = (Q_p/H)\cdot I_0$** und Höhe **$L = H\cdot I_1/I_0$**; geschlossene Ausdrücke für I_0, I_1
- Verteilung **im Grundriss** entlang der Wand ($\cos^2(1.1\theta)$) und **höchstens drei Lasten auf derselben Geraden**

VORLESUNGSABLAUF

Jedes Thema wird in **drei Schritten** behandelt:

1. **Theorie**: Formel und Begründung
2. **Aufgabe**: Gegeben und Gesucht
3. **Lösung**: Schritt für Schritt, mit Zahlen

Beispielwand: H = 15 m, Einzellast Q_p = 38 kN im Abstand x = 5 m von der Wand. P_H ist die Kraft je Längeneinheit der Wand im Schnitt der Last (kN/m).

Auf die Wand wirkende Einzellast

THEORIE

Die Einzellast Q_p an der Oberfläche erzeugt im Baugrund ein dreidimensionales Spannungsfeld; liegt die Last im Einflussbereich einer vertikalen Wand, so wird ein Teil des Spannungszuwachses als **Erddruck** auf die Wand übertragen

Das Modul liefert die Änderung des Erddrucks mit der Tiefe entlang der zur Wand senkrechten Geraden, seine **Resultierende** und seine **Wirkungslinie** sowie seine Verteilung entlang der Wand im Grundriss

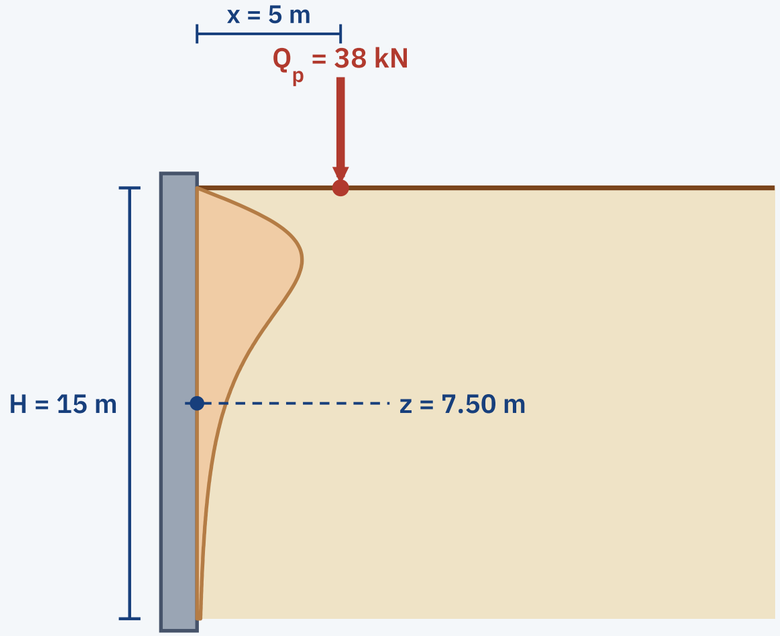
$$m = \frac{x}{H}, \qquad n = \frac{z}{H}$$

H — Wandhöhe; **x** — horizontaler Abstand von der Wand zur Last; **z** — Tiefe unter der Geländeoberfläche

y — Abstand entlang der Wand von der Senkrechten durch die Last zur Wand; **R** = $\sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}$

σ_H — Seitendruck auf der Achslinie; σ'_H — im Grundriss; P_H — Resultierende; **L** — Abstand von der Sohle bis zur Wirkungslinie

θ — Grundrisswinkel in der Tafel; x_{min} — kleinster Rechenabstand beim elastischen Verfahren (0.30 m)



Elastische Lösung und Tafel nach Terzaghi–NAVFAC

THEORIE

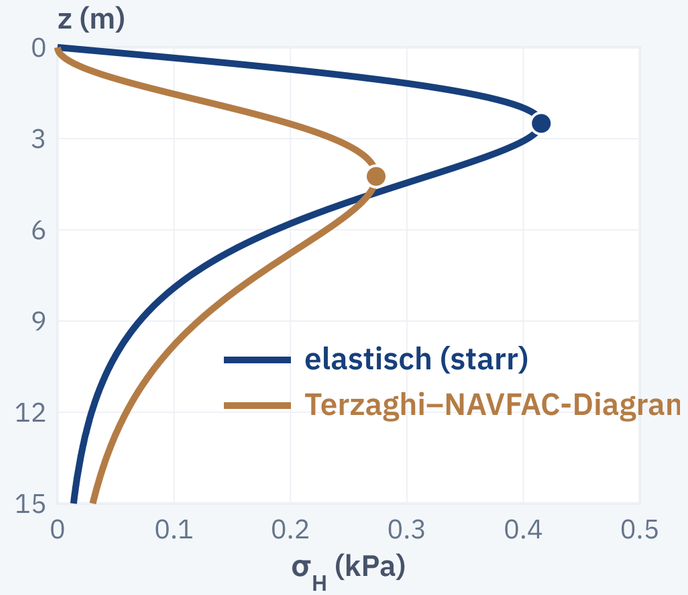
Beide beschreiben die **nicht nachgebende Wand**; sie unterscheiden sich am stärksten **unter einer Last nahe der Wand**

Elastisch: **das Doppelte** der Boussinesq-Spannung: Die Spiegelbildlast auf der gegenüberliegenden Seite der Wand setzt die seitliche Verschiebung an der Wandfläche auf null (Mindlin 1936); Querdehnzahl 0.5

Einflusskarte (Terzaghi 1954): die Abstandswirkung endet bei **m = 0.4**; eine Last innerhalb von 0.4H wird so gezeichnet, als läge sie in einem Abstand von 0.4H

Bei einer Last innerhalb von 0.4H konzentriert die elastische Lösung einen **ansteigenden Druck** nahe dem oberen Wandbereich, während die Abak ein einziges Diagramm beibehält; weiter entfernt ergeben beide die gleiche Größenordnung

Profil (H = 15 m, x = 5 m, Q_p = 38 kN)



Starre Wand: Erddruck, Spitzenwert und geschlossen lösbare Resultierende

THEORIE

Auf der Vertikalen durch die Last (y = 0): **$\sigma_H = (3Q_p/\pi)\, x^2 z/R^5$**; das Maximum liegt bei **$z = x/2$**, **$\sigma_{H,max} = 0.2733\, Q_p/x^2$**

Je näher die Last an die Wand rückt, desto **singulärer** wird die Lösung: P_H wächst etwa wie $Q_p/(\pi x)$; daher wird die Last für **$x < x_{min} = 0.30$ m** bei 0.30 m berechnet

Innerhalb des kritischen Abstands von etwa **0.4H** sind die elastischen Gleichungen nicht mehr zuverlässig: Es ist ingenieurmäßiges Urteil erforderlich, die Nomogramme liefern einen Vergleich

$$\sigma_H = \frac{3}{\pi}\,\frac{Q_p}{H^2}\,\frac{m^2\, n}{\left(m^2+n^2\right)^{5/2}}$$

$$I_0 = \frac{1}{\pi}\left[\frac{1}{m} - \frac{m^2}{\left(1+m^2\right)^{3/2}}\right] \qquad I_1 = I_0 - \frac{1}{\pi\left(1+m^2\right)^{3/2}}$$

Terzaghi–NAVFAC: Fall 1 und Fall 2

THEORIE

In jeder Tiefe wird **n = z/H** berechnet, die Gleichung wird nach **m** ausgewählt

Die Gleichung für Fall 1 enthält m nicht: Sie ist der Wert von Fall 2 für m = 0.4 (1.77 × 0.16 = 0.2832, als **0.28** geschrieben); die Last innerhalb von 0.4H ergibt, wo auch immer sie liegt, **dasselbe Diagramm, P_H und L**

Rundungsbedingt macht P_H an der Grenze m = 0.4 einen kleinen Sprung (≈ 1.1 %); L bleibt stetig

$$\sigma_H = 0.28\,\frac{Q_p}{H^2}\,\frac{n^2}{(0.16+n^2)^3} \qquad m \le 0.4\ (\text{Fall 1})$$

$$\sigma_H = 1.77\,\frac{Q_p}{H^2}\,\frac{m^2\,n^2}{(m^2+n^2)^3} \qquad m > 0.4\ (\text{Fall 2})$$

P_H, L und I_0, I_1

THEORIE

P_H ist die Fläche des Erddruckdiagramms; **L** ist die Höhe des Schwerpunkts über der Wandsohle: die Resultierende wirkt in einer Tiefe von **H – L** unter der Oberfläche

P_H ist eine Kraft im eigenen Schnitt der Last (y = 0); da der Druck entlang der Wand abnimmt, wird sie **nicht mit der Wandlänge multipliziert**

Mit $\sigma_H = (Q_p/H^2)\cdot f(n)$ bleiben zwei reine Zahlen; in der Elastizität geschlossen, im Nomogramm ein numerisches (oder geschlossenes) Integral. Die Nomogrammkonstanten sind dieses Integral, abgelesen bei einem einzigen Wert von m: für **m = 0.4** gilt $P_H = 0.787\ Q_p/H$, $L = 0.587\ H$; für **m = 0.6** gilt $0.457\ Q_p/H$ und $0.476\ H$

$$P_H = \frac{Q_p}{H}\, I_0 \qquad L = H\,\frac{I_1}{I_0}$$

$$I_0 = \int_0^1 f(n)\, dn \qquad I_1 = \int_0^1 f(n)\,(1-n)\, dn$$

Druck entlang der Wand und mehrere Lasten

THEORIE

Elastisch: Die Formel für σ_H gilt an jedem Punkt der Wand ($R^2 = x^2 + y^2 + z^2$); bei konstanter Tiefe nimmt der Druck entlang der Wand mit $\mathbf{(R_0/R)^5}$ ab, mit einem Maximum bei $z = \sqrt{(x^2 + y^2)/2}$

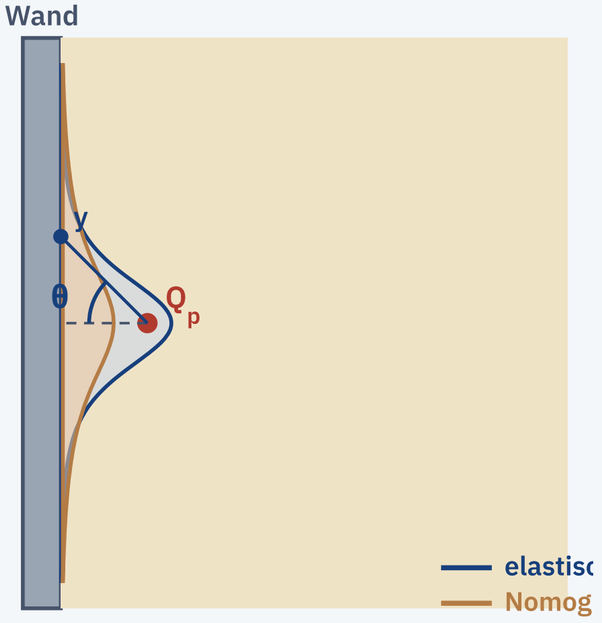
Diagramm: Der Achslinien-Erddruck wird um den Grundrisswinkel abgemindert; sobald der Winkel 1.1θ 90° erreicht ($\boldsymbol{\theta \approx 81.8°}$), wird die Abminderung bei null gehalten

Mehrere Lasten (höchstens 3): Jede hat ihren eigenen Wert x_i und $Q_{p,i}$; da die Pressungen Spannungszuwächse sind, werden sie **überlagert**; die Resultierende wirkt an dem Punkt, an dem sich die Momente bezogen auf die Sohle ausgleichen

$$\sigma'_H = \sigma_H \cos^2(1.1\,\theta) \qquad \theta = \tan^{-1}\frac{y}{x}\ (\text{Nomogramm})$$

$$\sigma_H = \sum_i \sigma_{H,i} \qquad P_H = \sum_i \frac{Q_{p,i}}{H} I_{0,i} \qquad L = \frac{\sum_i P_{H,i}\, L_i}{P_H}$$

Grundriss: in der Tiefe z = 2.5 m



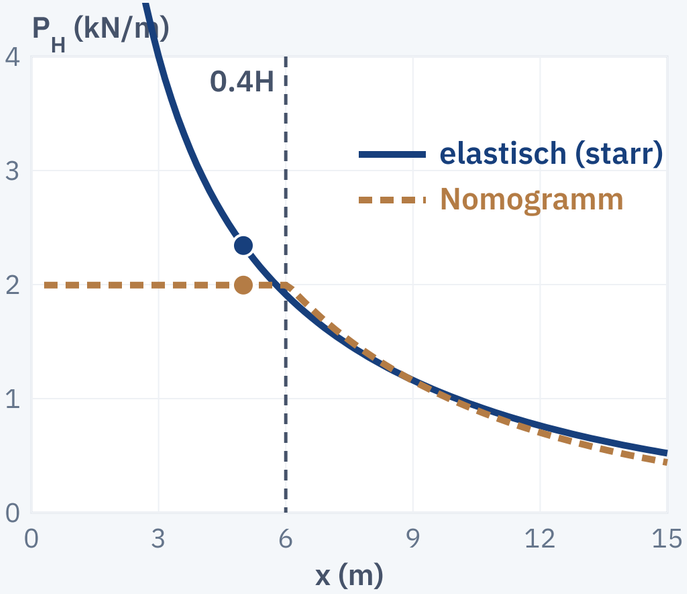
Resultierende und ihre Lage bei Lastabstand

THEORIE

x (m)	m	P_H elastisch	Elastische L	Diagramm für P_H	L-Diagramm	Zustand
0.30	0.020	40.32	14.70	1.99	8.81	Fall 1
1.00	0.067	12.09	14.01	1.99	8.81	Fall 1
2.00	0.133	6.03	13.05	1.99	8.81	Fall 1
3.00	0.200	4.00	12.15	1.99	8.81	Fall 1
4.00	0.267	2.97	11.33	1.99	8.81	Fall 1
5.00	0.333	2.34	10.59	1.99	8.81	Fall 1
6.00	0.400	1.91	9.94	1.99	8.81	Fall 1
8.00	0.533	1.35	8.87	1.38	7.61	Fall 2
10.00	0.667	1.00	8.05	0.9755	6.74	Fall 2
15.00	1.000	0.5213	6.80	0.4402	5.45	Fall 2

m ≤ 0.4 (x ≤ 6 m): Das Diagramm liefert dasselbe P_H und L; das elastische P_H wächst rasch, je näher die Last rückt

m > 0.4: Die elastische Resultierende wirkt etwas höher (L ist größer)



Aufgabe

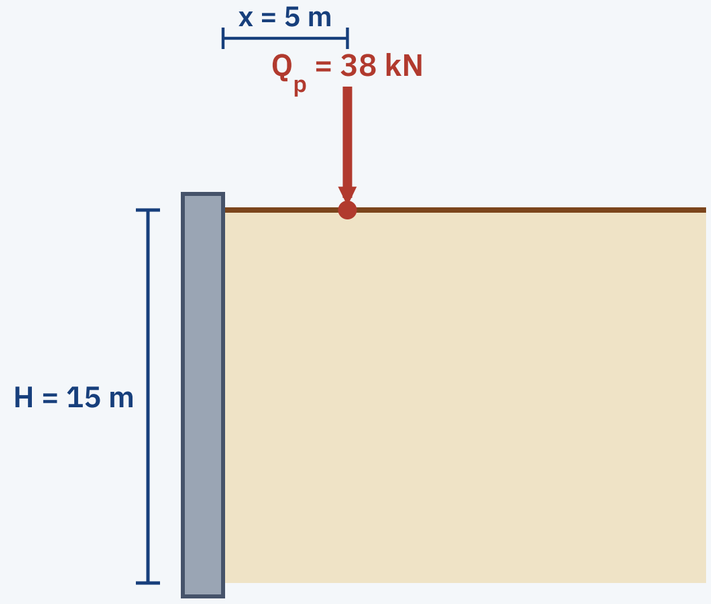
BEISPIEL

Gegeben

Wand	$H = 15.00$ **m**
Last	$Q_p = 38.0$ **kN,** $x = 5.00$ **m von der Wand**
Verfahren	**elastisch (starre Wand);** $x \geq x_{min}$

GESUCHT

m, der größte Druck $\sigma_{H,max}$ (z = x/2), I_0, I_1, P_H, **L** und die Tiefe der Resultierenden unter der Geländeoberkante.



Lösung (1/3)

LÖSUNG

1 Abstandsverhältnis

$$m = \frac{x}{H} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} = \mathbf{0.333} \quad (x \geq x_{min} = 0.30\ \text{m})$$

2 Tiefe des Maximums

$$z = \frac{x}{2} = \mathbf{2.50}\ \text{m}$$

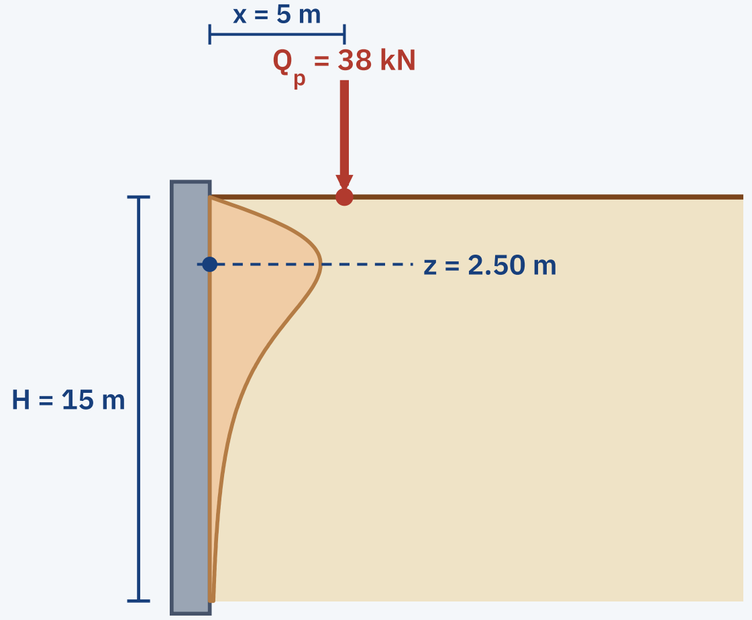
$$R = \sqrt{x^2 + z^2} = \sqrt{25.00 + 6.25} = \mathbf{5.5902}\ \text{m}$$

3 Druck an der Oberkante

$$\sigma_{H,max} = \frac{3 \times 38}{\pi} \cdot \frac{5.00^2 \times 2.50}{5.5902^5}$$

$$\sigma_{H,max} = 36.287 \times 0.011449 = \mathbf{0.4154}\ \text{kPa}$$

Der elastische Spitzenwert beträgt **0.4154 kPa**, in der Tiefe z = 2.50 m: 0.2733 Q_p/x^2 = 0.4154 kPa ist gleich demselben Wert.



Lösung (2/3)

LÖSUNG

4 Dimensionsloser Wert der Fläche I_0

$$I_0 = \frac{1}{\pi}\left[\frac{1}{m} - \frac{m^2}{(1+m^2)^{3/2}}\right] = \frac{1}{\pi}\left[3 - \frac{1/9}{(10/9)^{3/2}}\right] = \frac{1}{\pi}[3 - 0.09487] = \mathbf{0.92473}$$

5 Dimensionsloser Wert des Moments I_1

$$I_1 = I_0 - \frac{1}{\pi(1+m^2)^{3/2}} = 0.92473 - \frac{1}{\pi(10/9)^{3/2}} = 0.92473 - 0.27178 = \mathbf{0.65295}$$

I_0 = **0.92473**, I_1 = **0.65295**: zwei Zahlen, die nur von m abhängen; Last und Höhe bleiben außerhalb davon.

Lösung (3/3)

LÖSUNG

6 Resultierende

$$P_H = \frac{Q_p}{H}\, I_0 = \frac{38}{15} \times 0.92473 = \mathbf{2.34}\ \mathrm{kN/m}$$

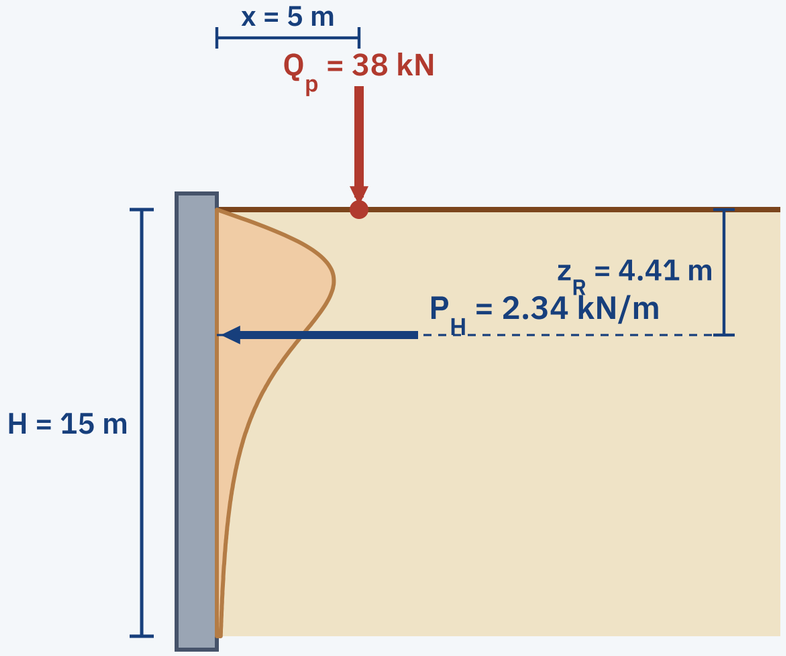
7 Einflusslinie (von der Sohle aus)

$$L = H\,\frac{I_1}{I_0} = 15 \times \frac{0.65295}{0.92473} = \mathbf{10.59}\ \mathrm{m}$$

8 Tiefe ab Geländeoberkante

$$H - L = 15.00 - 10.59 = \mathbf{4.41}\ \mathrm{m}$$

P_H = 2.34 kN/m, **4.41 m** unter der Oberfläche (10.59 m von der Sohle). Die Kraft wirkt im Schnitt der Last: sie wird nicht mit der Wandlänge multipliziert.



Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

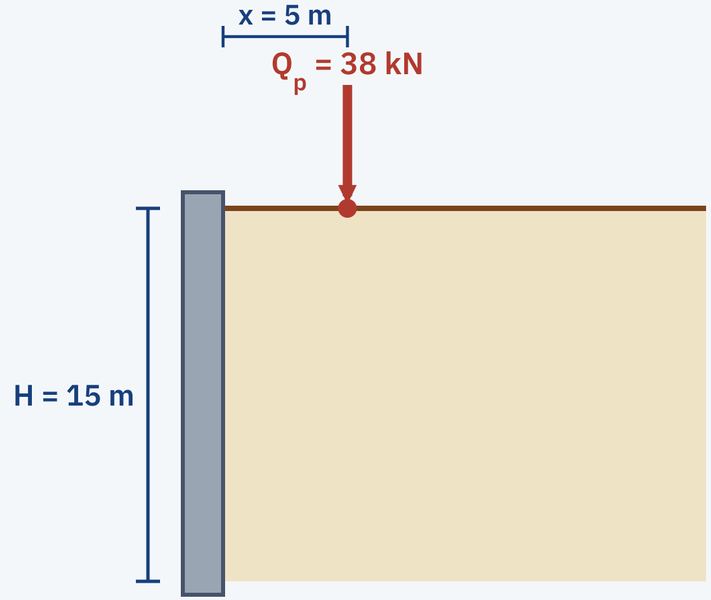
BEISPIEL

Gegeben

Wand und Last	$H = 15.00$ **m,** $Q_p = 38.0$ **kN,** $x = 5.00$ **m**
Verfahren	**Tafel nach Terzaghi–NAVFAC; Druck in** $z = 2.50$ **m**

GESUCHT

Fallauswahl, σ_H (z = 2.5 m), I_0, I_1, P_H und **L**.



Lösung (1/3)

LÖSUNG

1 Lastfallauswahl

$$m = \frac{1}{3} = 0.333 \leq 0.4 \;\Rightarrow\; \text{Fall 1: Diagramm } m = 0.4\text{konstant bei '}$$

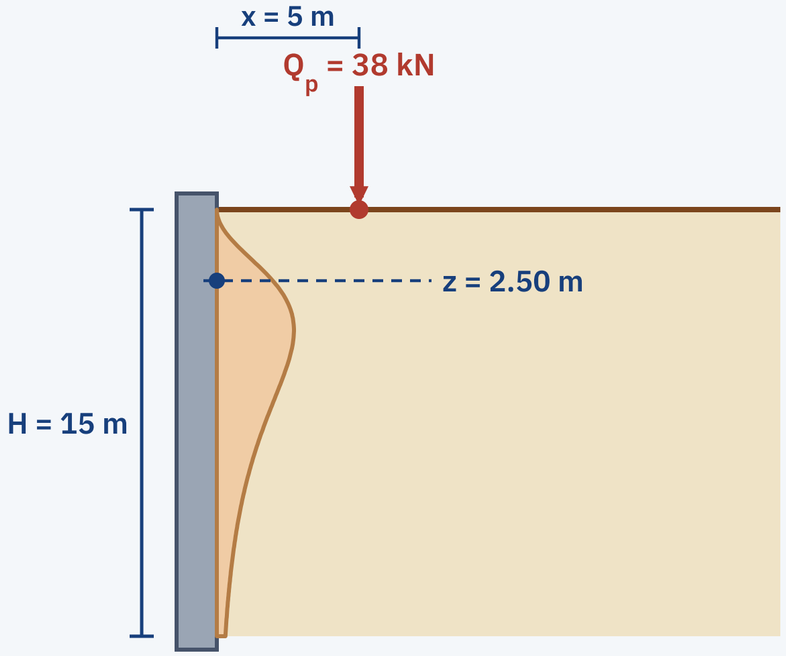
2 Tiefenverhältnis

$$n = \frac{z}{H} = \frac{2.50}{15} = \mathbf{0.1667}$$

3 Druck

$$\sigma_H = 0.28\,\frac{38}{15^2}\cdot\frac{n^2}{(0.16+n^2)^3} = 0.04729 \times \frac{0.02778}{0.006621}$$

$$\sigma_H = 0.04729 \times 4.1953 = \mathbf{0.1984}\ \text{kPa}$$



Bei z = 2.5 m beträgt der Druck nach der Einflusskarte **0.1984 kPa**; in derselben Tiefe liefert die elastische Lösung 0.4154 kPa (Spitzenwert).

Lösung (2/3)

LÖSUNG

4 Integral (geschlossene Form, a = 0.16)

$$I_0 = \int_0^1 0.28\,\frac{n^2}{(a+n^2)^3}\,dn = 0.28\left[\frac{1}{8a(1+a)} - \frac{1}{4(1+a)^2} + \frac{\tan^{-1}(1/\sqrt{a})}{8a^{3/2}}\right]$$

5 Zahlen

$$\frac{1}{8(0.16)(1.16)} = 0.6735 \qquad \frac{1}{4(1.16)^2} = 0.1858 \qquad \frac{\tan^{-1} 2.5}{8(0.16)^{3/2}} = 2.3248$$

$$I_0 = 0.28\,[0.6735 - 0.1858 + 2.3248] = 0.28 \times 2.8125 = \mathbf{0.7875}$$

I_0 = **0.7875**: Der Wert stimmt mit der Konstanten 0.787 Q_p/H überein, die das Nomogramm für m = 0.4 liefert. Das Modul berechnet dieses Integral numerisch (Simpson).

Lösung (3/3)

LÖSUNG

6 $I_1 = I_0 - \int n\,f\,dn$ (geschlossene Form, a = 0.16)

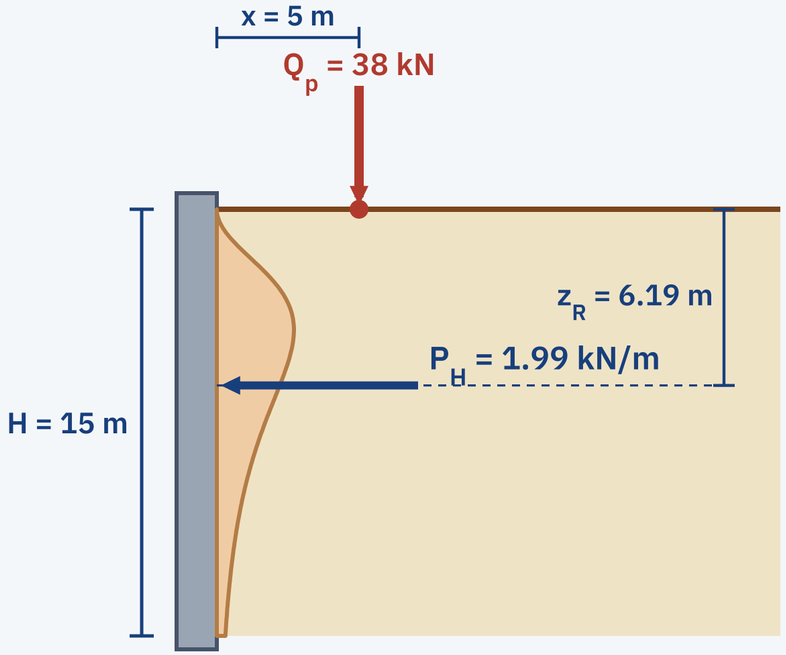
$$\int_0^1 nf\,dn = 0.28 \cdot \tfrac{1}{2}\left[\frac{1}{2a} - \frac{1}{1+a} + \frac{a}{2(1+a)^2}\right]$$

$$= 0.28 \times 1.1612 = 0.3251 \;\Rightarrow\; I_1 = 0.7875 - 0.3251 = \mathbf{0.4624}$$

7 Resultierende und Wirkungslinie

$$P_H = \frac{38}{15} \times 0.7875 = \mathbf{1.99}\ \mathrm{kN/m}$$

$$L = 15 \times \frac{0.4624}{0.7875} = \mathbf{8.81}\ \mathrm{m}$$



Tafelwerk: **P_H = 1.99 kN/m**, L = **8.81 m** (6.19 m von der Oberfläche). Gegenüber der elastischen Lösung ist die Resultierende um 15 % kleiner, und die Wirkungslinie liegt 1.78 m tiefer.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

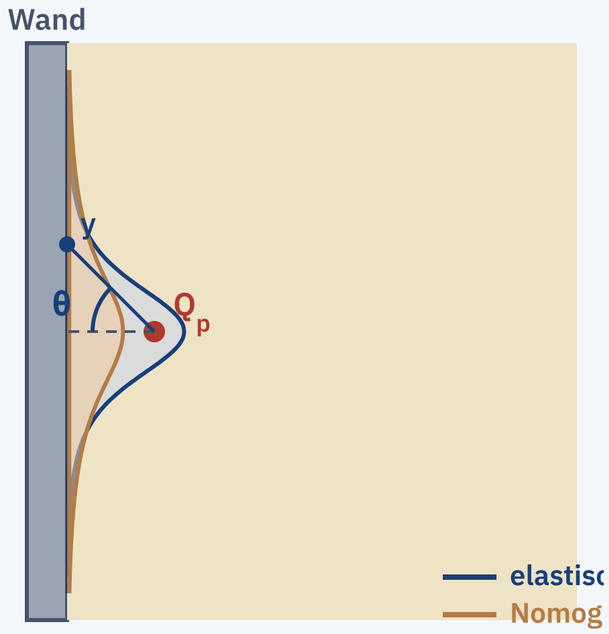
BEISPIEL

Gegeben

Wand und Last	$H = 15.00$ **m,** $Q_p = 38.0$ **kN,** $x = 5.00$ **m**
Tiefe	$z = 2.50$ **m**
Lage	**im Abstand** $y = 5.00$ **m von der Lotrechten durch die Last** ($\theta = 45°$)

GESUCHT

In beiden Verfahren σ'_H (y = 5 m); Verteilung für y = 0 – 15 m.



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 Elastisch: Abnahme mit $(R_0/R)^5$

$$R_0^2 = x^2 + z^2 = 31.25 \qquad R^2 = x^2 + y^2 + z^2 = 56.25$$

$$\sigma'_H = \sigma_H \left(\frac{R_0}{R}\right)^5 = 0.4154 \times \left(\frac{31.25}{56.25}\right)^{5/2} = 0.4154 \times 0.2300 = \mathbf{0.0956}\ \mathrm{kPa}$$

2 Diagramm: Abnahme mit $\cos^2(1.1\theta)$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{y}{x} = \tan^{-1}\frac{5}{5} = 45^\circ$$

$$\sigma'_H = \sigma_H \cos^2(1.1\theta) = 0.1984 \times \cos^2(49.5^\circ) = 0.1984 \times 0.4218 = \mathbf{0.0837}\ \mathrm{kPa}$$

Bei y = 5 m beträgt der elastische Druck das 0.23-Fache des Achsenwerts (0.0956 kPa), die Tafel das 0.42-Fache (0.0837 kPa): Die Tafel nimmt entlang der Wand langsamer ab, aber von einem kleineren Ausgangswert.

Lösung (2/2)

LÖSUNG

y (m)	θ (°)	σ'_H elastisch (kPa)	Verhältnis	σ'_H Diagramm (kPa)	Verhältnis	elastische Spitze z (m)	Spitzendruck (kPa)
0.0	0.0	0.4154	1.00	0.1984	1.00	2.50	0.4154
2.5	26.6	0.2634	0.63	0.1511	0.76	2.80	0.2659
5.0	45.0	0.0956	0.23	0.0837	0.42	3.54	0.1039
7.5	56.3	0.0317	0.08	0.0439	0.22	4.51	0.0393
10.0	63.4	0.0115	0.03	0.0237	0.12	5.59	0.0166
15.0	71.6	0.0022	0.01	0.0076	0.04	7.91	0.0042

Der Druck ist am größten entlang der Normalen der Last und klingt entlang der Wand rasch ab; in der elastischen Lösung nimmt die Tiefe des Scheitelwerts mit zunehmendem y auf $\sqrt{(x^2 + y^2)/2}$ ab. In der Abakus wird die Abminderung nach $\theta \approx 81.8°$ bei null gehalten.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

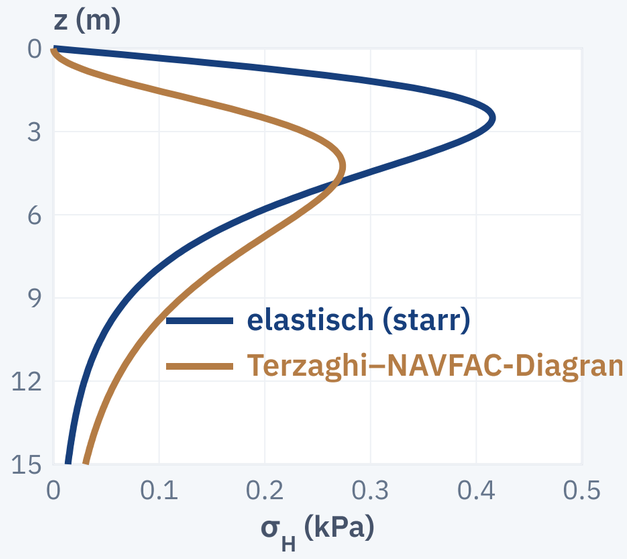
BEISPIEL

Gegeben

Wand und Last	$H = 15.00$ **m,** $Q_p = 38.0$ **kN,** $x = 5.00$ **m**
Tiefen	$z = 0$ **–** 15 **m, alle** 1.5 **m**

GESUCHT

σ_H-Profil für die beiden Verfahren; die **Spitze** des Diagramms (Fall 1) von Hand.



Lösung (1/2)

LÖSUNG

z (m)	n = z/H	σ_H elastisch (kPa)	σ_H-Diagramm (kPa)
0.00	0.00	0.0000	0.0000
1.50	0.10	0.3511	0.0963
3.00	0.20	0.4038	0.2364
4.50	0.30	0.2964	0.2724
6.00	0.40	0.1873	0.2309
7.50	0.50	0.1143	0.1715
9.00	0.60	0.0706	0.1211
10.50	0.70	0.0448	0.0844
12.00	0.80	0.0293	0.0591
13.50	0.90	0.0198	0.0420
15.00	1.00	0.0138	0.0303

Der elastische Druck erreicht bei 0.4154 kPa in einer Tiefe nahe der Oberfläche (2.5 m) sein Maximum und klingt rasch ab; das Nomogramm liefert ein gleichmäßigeres Profil, dessen Maximum tiefer und kleiner ist.

Lösung (2/2)

LÖSUNG

1 Ableitung null: d/dn [n²/(0.16 + n²)³] = 0

$$2n(0.16 + n^2) - 6n^3 = 0 \;\Rightarrow\; n^2 = \frac{0.16}{3} = 0.0533$$

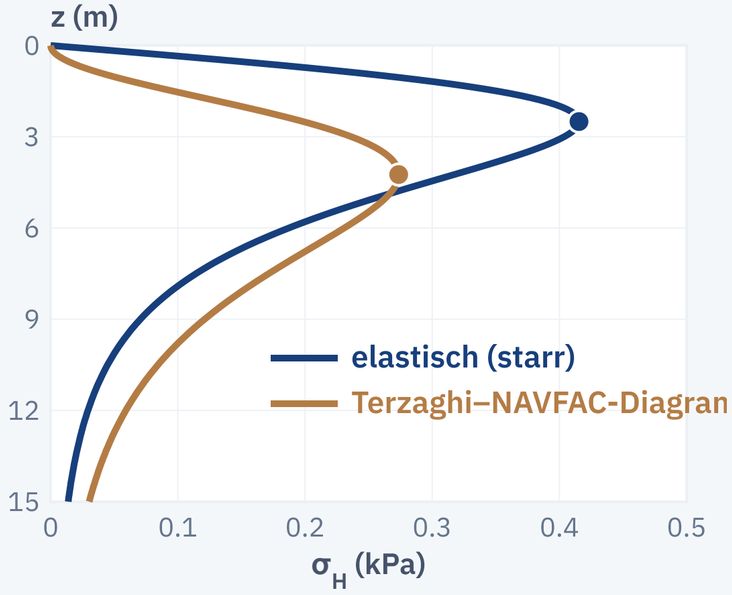
$$n = \mathbf{0.2828} \;\Rightarrow\; z = nH = \mathbf{4.243}\ \mathrm{m}$$

2 Spitzendruck (n² = 0.08)

$$\sigma_{H,max} = 0.28\,\frac{38}{15^2}\cdot\frac{0.08}{(0.16+0.08)^3}$$

$$\sigma_{H,max} = 0.04729 \times 5.787 = \mathbf{0.2737}\ \mathrm{kPa}$$

Diagrammspitze **0.2737 kPa** (z = 4.24 m); elastische Spitze **0.4154 kPa** (z = 2.50 m): Das Diagramm verschiebt die Spitze nach unten und reduziert sie auf zwei Drittel.



Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

BEISPIEL

Gegeben

Wand und Last	$H = 15.00$ **m,** $Q_p = 38.0$ **kN**
Abstände	$x = 0.3;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6;\ 8;\ 10;\ 15$ **m**
Ek	$x < 0.30$ **m und die Grenze** $0.4H = 6$ **m der Einflusskarte**

GESUCHT

P_H und **L** für die beiden Verfahren; Handrechnung für **x = 10 m**; x_{min} und die Grenze.

Lösung (1/3)

LÖSUNG

x (m)	m	P_H elastisch (kN/m)	L elastisch (m)	P_H Diagramm (kN/m)	L-Diagramm (m)	Zustand
0.30	0.020	40.32	14.70	1.99	8.81	Fall 1
1.00	0.067	12.09	14.01	1.99	8.81	Fall 1
2.00	0.133	6.03	13.05	1.99	8.81	Fall 1
3.00	0.200	4.00	12.15	1.99	8.81	Fall 1
4.00	0.267	2.97	11.33	1.99	8.81	Fall 1
5.00	**0.333**	**2.34**	**10.59**	**1.99**	**8.81**	**Fall 1**
6.00	0.400	1.91	9.94	1.99	8.81	Fall 1
8.00	0.533	1.35	8.87	1.38	7.61	Fall 2
10.00	0.667	1.00	8.05	0.9755	6.74	Fall 2
15.00	1.000	0.5213	6.80	0.4402	5.45	Fall 2

x ≤ 6 m: Die Tafel liefert 1.99 kN/m und L = 8.81 m; der Abstand ist ohne Wirkung; die elastische Last P_H nimmt mit Annäherung der Last rasch zu (40.32 kN/m für x = 0.3 m). **x > 6 m**: Die beiden Verfahren nähern sich einander an, und die elastische Resultierende wirkt weiter oben.

Lösung (2/3)

LÖSUNG

1 m = 10/15 = 0.667 > 0.4: Diagramm Fall 2. Elastisch: I_0, I_1, P_H, L

$$I_0 = \frac{1}{\pi}\left[\frac{1}{m} - \frac{m^2}{(1+m^2)^{3/2}}\right] = 0.3960 \qquad I_1 = I_0 - \frac{1}{\pi(1+m^2)^{3/2}} = 0.2126$$

$$P_H = \frac{38}{15} \times 0.3960 = \mathbf{1.00}\ \mathrm{kN/m} \qquad L = 15 \times \frac{0.2126}{0.3960} = \mathbf{8.05}\ \mathrm{m}$$

2 Diagramm (Fall 2): gleiche geschlossene Ausdrücke wie in Beispiel 2, a = m² und Beiwert 1.77 m²

$$I_0 = \int_0^1 f\, dn = 0.3851 \qquad I_1 = \int_0^1 f\,(1-n)\, dn = 0.1730$$

$$P_H = \frac{38}{15} \times 0.3851 = \mathbf{0.9755}\ \mathrm{kN/m} \qquad L = 15 \times \frac{0.1730}{0.3851} = \mathbf{6.74}\ \mathrm{m}$$

x = 10 m: elastisch **1.00 kN/m**, L = 8.05 m; Tafel **0.9755 kN/m**, L = 6.74 m (Zeile in der Tabelle).

Lösung (3/3)

LÖSUNG

x (m)	Berechnung x (m)	P_H elastisch (kN/m)	L (m)	$\sigma_{H,max}$ elastisch (kPa)	P_H Diagramm (kN/m)
0.05	**0.30**	40.32	14.70	115.4	1.995
0.10	**0.30**	40.32	14.70	115.4	1.995
0.20	**0.30**	40.32	14.70	115.4	1.995
0.30	0.30	40.32	14.70	115.4	1.995
0.50	0.50	24.19	14.50	41.5	1.995

x < 0.30 m wird die Last bei 0.30 m berechnet; selbst in dieser Entfernung beträgt der Spitzenwert 115.4 kPa.

x (m)	m	Zustand	P_H Diagramm (kN/m)	L-Diagramm (m)
5.99	0.3993	Fall 1	1.9950	8.8069
6.00	0.4000	Fall 1	1.9950	8.8069
6.000001	0.400000	Fall 2	2.0178	8.8069
6.01	0.4007	Fall 2	2.0137	8.8000

Die Tafel erhöht P_H um 1.14 %, wenn die Grenze **m = 0.4** überschritten wird; L bleibt stetig.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

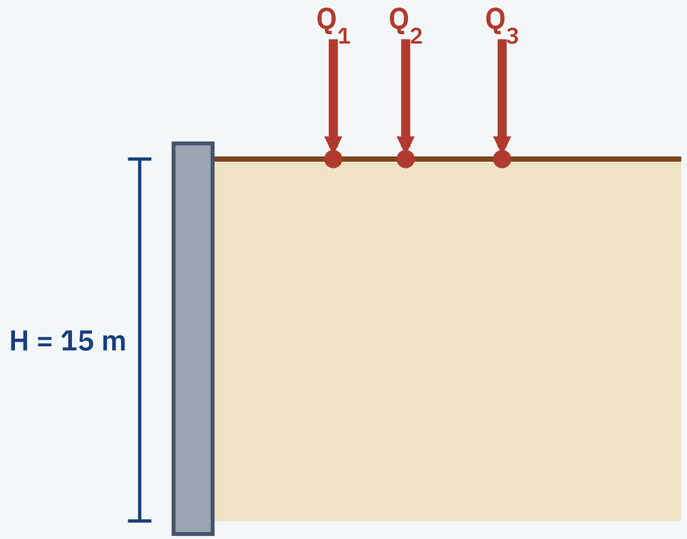
BEISPIEL

Gegeben

Wand	$H = 15.00$ **m**
Lasten	$Q_1 = 38$ **kN** ($x_1 = 5$ **m**), $Q_2 = 60$ **kN** ($x_2 = 8$ **m**), $Q_3 = 25$ **kN** ($x_3 = 12$ **m**); **alle auf einer einzigen Geraden senkrecht zur Wand**
Verfahren	**elastisch (starre Wand); Diagramm zum Vergleich**

GESUCHT

Der Wert $P_{H,i}$ und L_i jeder Last; die Summe P_H, L und der Scheitelwert des Gesamtdrucks.



Lösung (1/3)

LÖSUNG

Last	x (m)	Q_p (kN)	m	I_0	I_1	$P_{H,i}$ (kN/m)	L_i (m)
Q_1	5	38	0.3333	0.92473	0.65295	2.3427	10.592
Q_2	8	60	0.5333	0.53463	0.31597	2.1385	8.865
Q_3	12	25	0.8000	0.30089	0.14933	0.5015	7.444

1 Jede Last bei ihrem eigenen m-Wert (elastisch)

$$P_{H,i} = \frac{Q_{p,i}}{H}\, I_{0,i} \qquad L_i = H\,\frac{I_{1,i}}{I_{0,i}} \qquad \text{z. B. } P_{H,2} = \frac{60}{15} \times 0.53463 = \mathbf{2.1385}\ \mathrm{kN/m}$$

Jede Last wirkt in ihrem eigenen Abstand x_i; alle wirken auf denselben Schnitt der Wand, daher können die Resultierenden summiert werden.

Lösung (2/3)

LÖSUNG

2 Gesamtresultierende (elastisch)

$$P_H = \sum P_{H,i} = 2.3427 + 2.1385 + 0.5015 = \mathbf{4.9827}\ \mathrm{kN/m}$$

3 Einflusslinie: Gleichgewicht der Momente um die Sohle

$$L = \frac{\sum P_{H,i} L_i}{P_H} = \frac{2.343(10.592) + 2.139(8.865) + 0.501(7.444)}{4.983} = \mathbf{9.534}\ \mathrm{m}$$

Verfahren	$P_{H,1}$	$P_{H,2}$	$P_{H,3}$	P_H gesamt (kN/m)	L gesamt (m)	ab Geländeoberkante (m)
Elastisch	2.3427	2.1385	0.5015	**4.9827**	**9.534**	5.466
Nomogramm	1.9950	2.1774	0.4624	**4.6347**	**7.975**	7.025

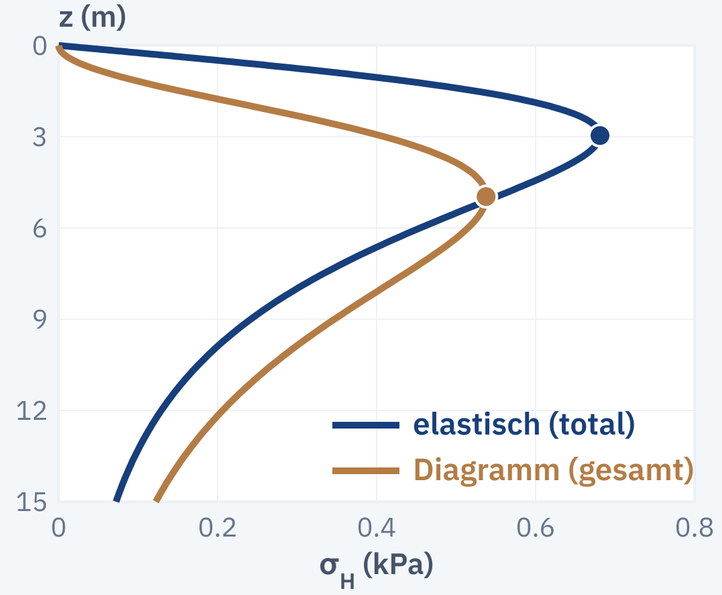
Die Gesamtresultierende der drei Lasten beträgt elastisch **4.98 kN/m**, nach der Tafel **4.63 kN/m**; die Wirkungslinie liegt 9.53 m bzw. 7.97 m über der Sohle.

Lösung (3/3)

LÖSUNG

z (m)	$\sigma_{H,1}$ (kPa)	$\sigma_{H,2}$ (kPa)	$\sigma_{H,3}$ (kPa)	totale σ_H (kPa)
0.0	0.0000	0.0000	0.0000	**0.0000**
1.5	0.3511	0.1540	0.0199	**0.5250**
3.0	0.4038	0.2416	0.0356	**0.6810**
4.5	0.2964	0.2533	0.0447	**0.5944**
6.0	0.1873	0.2200	0.0475	**0.4548**
9.0	0.0706	0.1304	0.0407	**0.2417**
12.0	0.0293	0.0705	0.0293	**0.1291**
15.0	0.0138	0.0387	0.0197	**0.0722**

Die Pressungen werden summiert (Spannungszuwachs): das elastische Gesamtmaximum beträgt **0.6811 kPa**, bei z = 2.96 m; in der Tafel 0.5377 kPa, bei z = 4.97 m. Das Maximum entsteht in der Tiefe, in der der Anteil der größten Last (Q_2) hervortritt.



Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Zusammenfassung

Die wichtigsten Punkte

$m = x/H$, $n = z/H$; elastisch (starre Wand): **$\sigma_H = (3Q_p/\pi)\, x^2 z/R^5$**, Maximum bei $z = x/2$, $\sigma_{H,max} = 0.2733\, Q_p/x^2$; **$x_{min} = 0.30$ m**

Nomogramm: Fall 1 ($m \le 0.4$): $\sigma_H = 0.28\, (Q_p/H^2)\, n^2/(0.16 + n^2)^3$; Fall 2: $1.77\, (Q_p/H^2)\, m^2 n^2/(m^2 + n^2)^3$; innerhalb von $0.4H$ bleibt der Abstand ohne Wirkung

Beispiel ($H = 15$ m, $x = 5$ m, $Q_p = 38$ kN): elastisches Maximum 0.4154 kPa ($z = 2.5$ m), $I_0 = 0.9247$, $I_1 = 0.6530$, **$P_H = 2.34$ kN/m**, $L = 10.59$ m; Tafel $P_H = 1.99$ kN/m, $L = 8.81$ m

Im Grundriss: elastisch $(R_0/R)^5$, Tafel $\cos^2(1.1\theta)$ (bis $\theta \approx 81.8°$); **mehrere Lasten** (höchstens 3): Die Pressungen und $P_{H,i}$ werden summiert, L folgt aus dem Momentengleichgewicht

Vergleich: Für $m \le 0.4$ ist das Nomogramm konstant; das elastische P_H wächst, je näher die Last rückt; P_H wirkt im Schnitt der Last und wird nicht mit der Wandlänge multipliziert

Literatur

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning; diese Seite folgt diesem Werk.

Terzaghi, K. (1954). Anchored bulkheads. Transactions of the ASCE, 119, 1243–1280.

NAVFAC DM-7.02 (1986). Foundations and Earth Structures. Naval Facilities Engineering Command.

Boussinesq, J. (1883). Application des Potentiels à l’Étude de l’Équilibre et du Mouvement des Solides Élastiques. Gauthier-Villars, Paris.

Mindlin, R.D. (1936). Discussion: Pressure distribution on retaining walls. Proc. 1st Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Harvard, Vol. III, 155–156.

Spangler, M.G. and Mickle, J.L. (1956). Lateral pressures on retaining walls due to backfill surface loads. Highway Research Board Bulletin 141.

Bowles, J.E. (1996). Foundation Analysis and Design, 5th ed.

Frazee, G. (2021). New formulations of Boussinesq solution for vertical and lateral stresses in soil. ASCE Practice Periodical on Structural Design and Construction, 26(2).

USS Steel Sheet Piling Design Manual (1984); California Department of Transportation, Trenching and Shoring Manual – das Diagrammverfahren.

HINWEIS

Alle Zahlenbeispiele wurden mit der Berechnungsengine des Moduls selbst erzeugt; das Modul liefert dieselben Werte. Die Startwand des Moduls ist H = 15 m, x = 5 m und Q_p = 38 kN (elastisches Verfahren).

GeoTerva

Geotechnische Berechnungen online

Von der Theorie zur Praxis

Geben Sie Ihre eigene Wand, Ihre Einzellasten (höchstens drei) und das Verfahren in GeoTerva ein; das Modul liefert das Druckprofil, dessen Verteilung im Grundriss, die Resultierende und die Wirkungslinie zusammen mit einer schrittweisen Lösung und dem Bericht.

Modul öffnen →

Theorieseite →

Auf dem Smartphone öffnen

Die Beispielmodule erfordern keine Registrierung.

Falls Sie sie in Ihren Vorlesungen verwenden möchten: info@geoterva.com