Презентация лекции по геотехнике · Внешние нагрузки

Линейная пригрузка

Лекция: боковое давление на стену от линейной нагрузки, параллельной стене; два метода, равнодействующая и линия её действия, примеры расчёта.

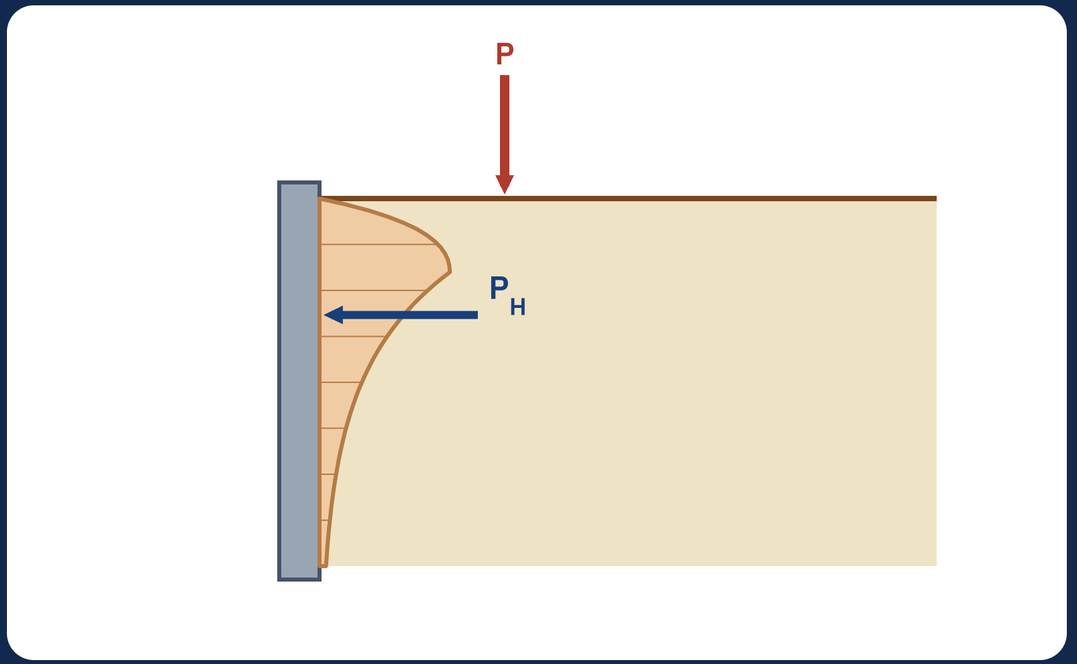
m = x/H · n = z/H

Упругая жёсткая стена

Номограмма Terzaghi–NAVFAC

$I_0 \cdot I_1$

P_H и z_R



Что мы изучим на этой лекции?

Безразмерная геометрия линейной нагрузки: расстояние до нагрузки **m = x/H** и глубина **n = z/H**

Упругое решение (жёсткая стена): удвоенное напряжение в полубесконечной среде; правило x_{min} **= 0.30 m**

Номограмма Terzaghi–NAVFAC: случаи m > 0.4 и m ≤ 0.4; отсутствие влияния удалённости в пределах 0.4H

Равнодействующая — по замкнутым выражениям $P_H = P \cdot I_0$, линия действия — $z_R = H \cdot I_1 / I_0$

Сравнение двух методов в зависимости от расстояния, высоты стены и нагрузки

ХОД ЛЕКЦИИ

Каждая тема излагается **в три шага**:

1 · **Теория**: формула и обоснование

2 · **Условие**: дано и требуется определить

3 · **Решение**: пошагово, с числами

Пример стены: H = 25 m, линейная нагрузка P = 100 kN/m на расстоянии x = 5 m от стены. Силы приведены на единицу длины стены (kN/m).

Линейная нагрузка, действующая на стену

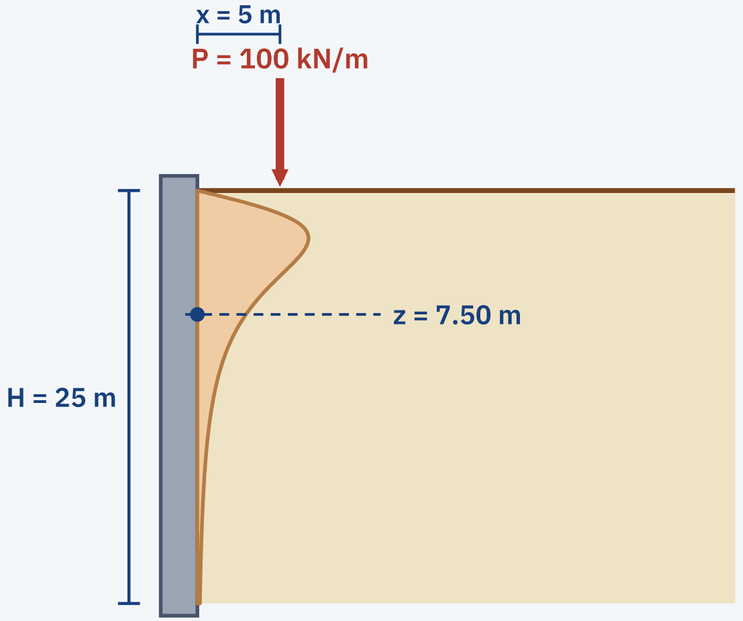
ТЕОРИЯ

Поверхностная линейная нагрузка **P**, параллельная стене и заданная как сила на единицу длины, находится на горизонтальном расстоянии **x** от стены

Боковое давление от пригрузки зависит от безразмерного расстояния до нагрузки **m = x/H** и безразмерной глубины на стене **n = z/H**

Модуль предлагает два метода: решение по **упругой теории (жёсткая стена)** и **номограмму Terzaghi–NAVFAC**

$$m = \frac{x}{H}, \qquad n = \frac{z}{H}$$



P — поверхностная линейная нагрузка на единицу длины, параллельная стене

x = mH — горизонтальное расстояние от стены до нагрузки; **z = nH** — глубина от поверхности

σ_H, **P_H**, **z_R** — боковое давление, равнодействующая сила, глубина равнодействующей от поверхности

Жёсткая стена: удвоенное значение упругого напряжения

ТЕОРИЯ

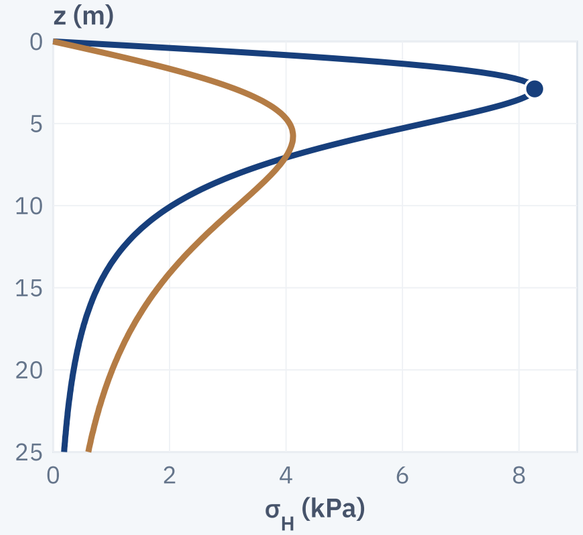
Оно **вдвое больше** горизонтального напряжения, создаваемого линейной нагрузкой в упругом полупространстве (Flamant, Boussinesq): несмещаемая стена препятствует смещению грунта у своей грани

Справедливо для любого расстояния; максимальное давление наблюдается на глубине **n = m/√3**

Нагрузка, расположенная ближе x_{min} **= 0.30 m**, рассчитывается на этом расстоянии: наибольшее давление неограниченно возрастает по мере приближения нагрузки к стене (равнодействующая остаётся конечной)

$$\sigma_H = \frac{4P}{\pi H} \cdot \frac{m^2 n}{(m^2 + n^2)^2}$$

Упругий профиль (m = 0.2)



Случай 1 (m ≤ 0.4) и случай 2 (m > 0.4)

ТЕОРИЯ

Для **m > 0.4** — **то же уравнение**, что и для упругого решения; для **m ≤ 0.4** эпюра **принимается постоянной** при m = 0.4 (случай 1, не содержащий m)

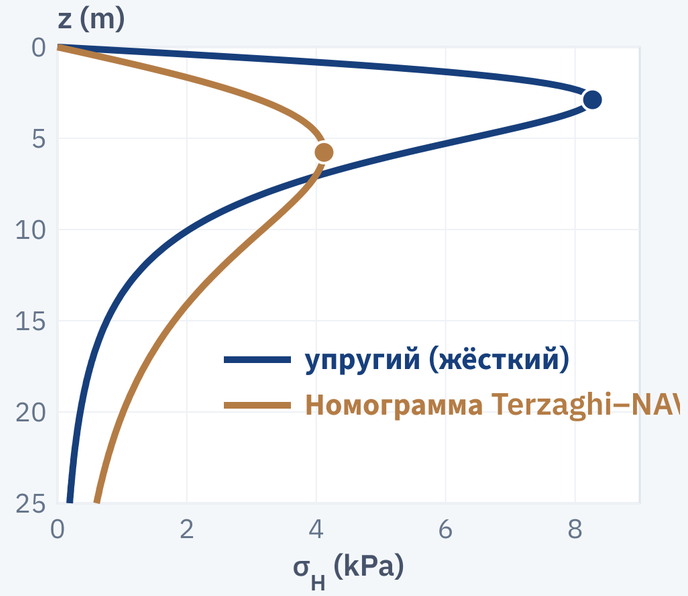
Коэффициент 0.203 — округлённое значение 4 × 0.16/π; поэтому **в пределах 0.4H влияния расстояния нет**

Для данной модели m постоянно; n изменяется с глубиной

$$\sigma_H = \frac{P}{H} \cdot \frac{0.203\, n}{(0.16 + n^2)^2} \qquad m \le 0.4 \text{ (Случай 1)}$$

$$\sigma_H = \frac{4P}{\pi H} \cdot \frac{m^2\, n}{(m^2 + n^2)^2} \qquad m > 0.4 \text{ (Случай 2)}$$

Профиль по двум методам (m = 0.2)



Площадь, первый момент и I_0, I_1

ТЕОРИЯ

В обоих методах **равнодействующая — площадь эпюры**, а её глубина от поверхности — **точка, в которой уравновешивается первый момент**; после записи σ_H как функции n нагрузка и высота выносятся за знак интеграла

Упругое решение и выражения в замкнутом виде для **m > 0.4** по номограмме; равнодействующая по номограмме ≈ 0.64P/(1 + m²). Номограмма для **m ≤ 0.4**: I_0 = 0.5469 (значение 0.55P по номограмме)

$$P_H = \int_0^H \sigma_H \, dz = P \, I_0 \qquad z_R = \frac{\int_0^H z \, \sigma_H \, dz}{P_H} = H \, \frac{I_1}{I_0}$$

$$I_0 = \frac{2/\pi}{1 + m^2} \qquad I_1 = \frac{2}{\pi} \left[m \tan^{-1} \frac{1}{m} - \frac{m^2}{1 + m^2} \right]$$

$$I_0 = 0.1015 \left(\tfrac{1}{0.16} - \tfrac{1}{1.16} \right) = 0.5469 \qquad I_1 = 0.203 \left[\frac{\tan^{-1} 2.5}{0.8} - \frac{1}{2.32} \right] \; (m \le 0.4)$$

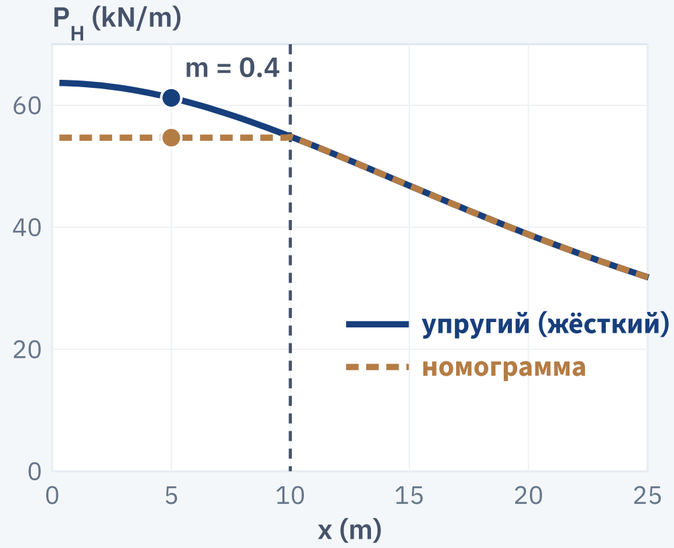
Равнодействующая и линия действия в зависимости от расстояния до нагрузки

ТЕОРИЯ

x (m)	m	P_H (упругое решение)	z_R (упругое решение)	Номограмма P_H	Номограмма z_R	Состояние
0.50	0.020	63.64	0.77	54.69	9.81	Случай 1
1.00	0.040	63.56	1.49	54.69	9.81	Случай 1
2.00	0.080	63.26	2.84	54.69	9.81	Случай 1
5.00	0.200	61.21	6.14	54.69	9.81	Случай 1
8.00	0.320	57.75	8.56	54.69	9.81	Случай 1
10.00	0.400	54.88	9.81	54.69	9.81	Случай 1
12.50	0.500	50.93	11.05	50.93	11.05	Случай 2
15.00	0.600	46.81	12.02	46.81	12.02	Случай 2
25.00	1.000	31.83	14.27	31.83	14.27	Случай 2

m ≤ 0.4: номограмма даёт те же P_H и z_R; упругое решение увеличивает P_H по мере приближения нагрузки и смещает z_R вверх

m > 0.4: оба метода дают одинаковый результат



Условие

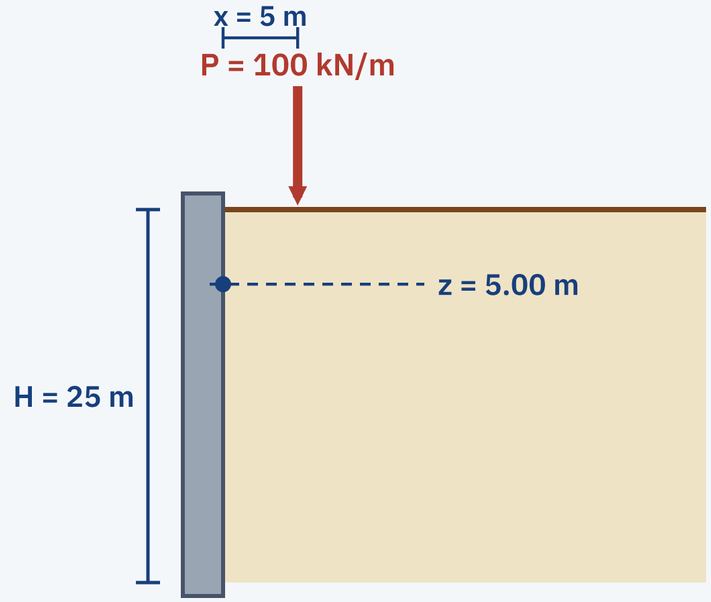
ПРИМЕР

Дано

Стена и нагрузка	$H = 25.00$ **m; линейная нагрузка** $P = 100.0$ **kN/m,** $x = 5.00$ **m**
Глубина	$z = 5.00$ **m**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

m, **n** и σ_H: сначала упругое решение (жёсткая стена), затем номограмма Terzaghi–NAVFAC.



Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

1 Отношения

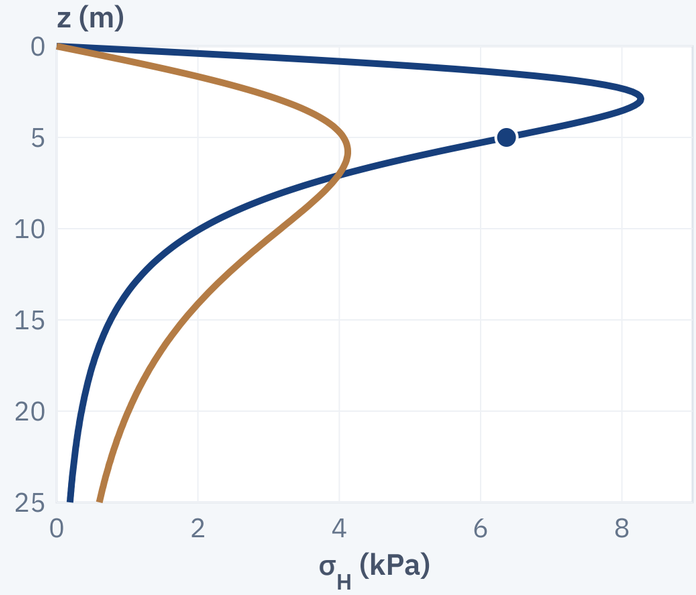
$$m = \frac{x}{H} = \frac{5}{25} = \mathbf{0.20} \qquad n = \frac{z}{H} = \frac{5}{25} = \mathbf{0.20}$$

2 Упругое давление (жёсткая стена)

$$\sigma_H = \frac{4 \times 100}{\pi \times 25}\left[\frac{0.20^2 \times 0.20}{(0.20^2 + 0.20^2)^2}\right]$$

$$\sigma_H = 5.0930 \times 1.25 = \mathbf{6.37}\ \text{kPa}$$

При z = 5 m упругое решение даёт **6.37 kPa**. Эта глубина лежит ниже наибольшего давления (8.27 kPa, z = 2.89 m); профиль быстро затухает с глубиной.



Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

3 Выбор случая

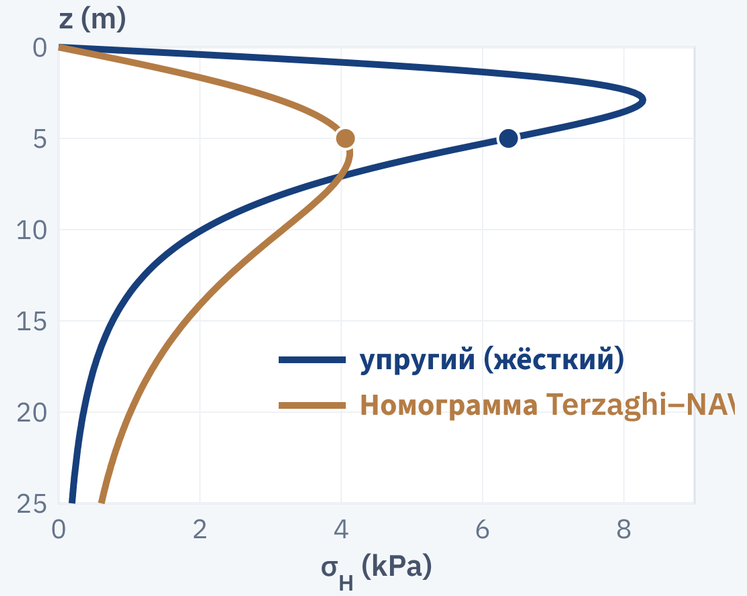
$$m = 0.20 \leq 0.4 \;\Rightarrow\; \text{Случай 1 (диаграмма } m = 0.4\text{— const)}$$

4 Давление по номограмме

$$\sigma_H = \frac{100}{25}\left[\frac{0.203 \times 0.20}{(0.16 + 0.20^2)^2}\right]$$

$$\sigma_H = 4.00 \times 1.015 = \mathbf{4.06}\ \text{kPa}$$

По номограмме **4.06 kPa**, по упругому решению **6.37 kPa**: на этой глубине значение по номограмме составляет 64% упругого. Номограмма распределяет давление по глубине при близкой нагрузке.



Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

ПРИМЕР

Дано

Стена и нагрузка	$H = 25.00$ **m,** $P = 100.0$ **kN/m,** $x = 5.00$ **m** $(m = 0.20)$
Глубины	$z = 0$ **–** 25 **m, с шагом** 2.5 **m**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Эпюра σ_H (два метода); **максимальное давление** и его глубина.

Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

z (m)	n = z/H	σ_H по упругому решению (kPa)	Номограмма σ_H (kPa)
0.00	0.00	0.000	0.000
2.50	0.10	8.149	2.810
5.00	**0.20**	**6.366**	**4.060**
7.50	0.30	3.616	3.898
10.00	0.40	2.037	3.172
12.50	0.50	1.211	2.415
15.00	0.60	0.764	1.802
17.50	0.70	0.508	1.345
20.00	0.80	0.352	1.015
22.50	0.90	0.254	0.777
25.00	1.00	0.188	0.603

Упругое давление достигает наибольшего значения сразу под поверхностью и уменьшается с глубиной; номограмма даёт более плавный профиль с максимумом на большей глубине. Строка z = 5.00 m соответствует Примеру 1.

Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

1 Упругое решение: пик n = m/√3

$$n = \frac{m}{\sqrt{3}} = \frac{0.20}{1.7321} = 0.11547 \;\Rightarrow\; z = nH = \mathbf{2.887}\ \text{m}$$

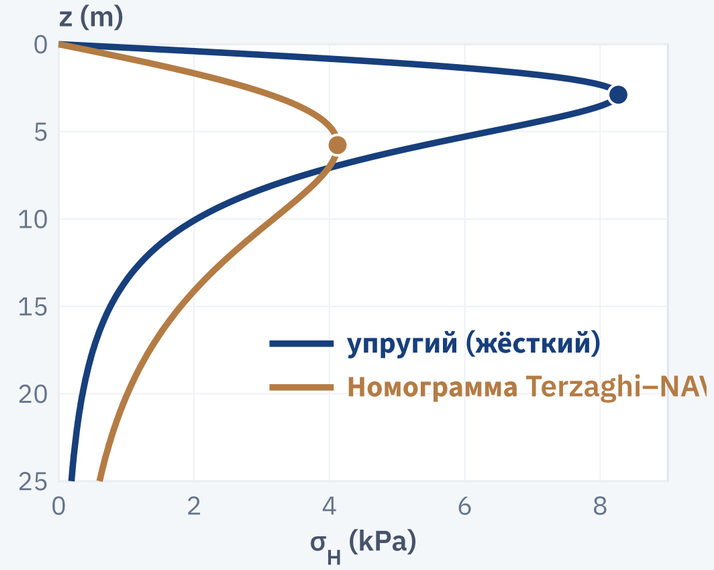
$$\sigma_{H,max} = \frac{9P}{4\sqrt{3}\,\pi\,x} = \frac{9 \times 100}{4(1.7321)\pi(5)} = \mathbf{8.270}\ \text{kPa}$$

2 Номограмма (случай 1): пик n = 0.4/√3

$$n = \frac{0.4}{\sqrt{3}} = 0.23094 \;\Rightarrow\; z = \mathbf{5.774}\ \text{m}$$

$$\sigma_{H,max} = 4\left[\frac{0.203 \times 0.23094}{(0.16 + 0.05333)^2}\right] = \mathbf{4.120}\ \text{kPa}$$

Пик упругого решения — **8.27 kPa** (z = 2.89 m), пик по номограмме — **4.12 kPa** (z = 5.77 m): упругое решение концентрируется в верхней части стены, номограмма даёт пик ниже и вдвое меньше по величине.



Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

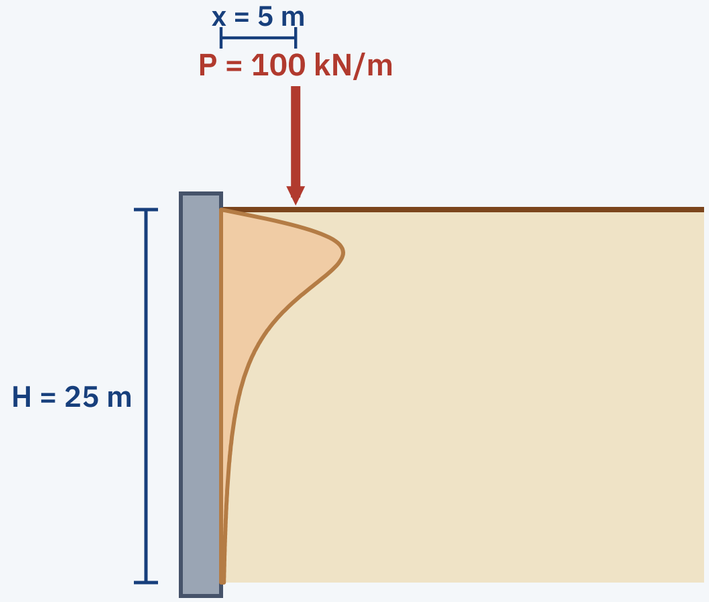
ПРИМЕР

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

I_0, I_1, равнодействующая P_H, z_R и её высота от основания (для двух методов).

Дано

Стена и нагрузка	$H = 25.00$ **m**, $P = 100.0$ **kN/m**, $x = 5.00$ **m**
Методы	**упругое решение (жёсткая стена) и номограмма Terzaghi–NAVFAC**



Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

1 I_0 (площадь)

$$I_0 = \frac{2/\pi}{1+m^2} = \frac{0.63662}{1+0.20^2} = \mathbf{0.61213}$$

2 I_1 (момент): $(2/\pi)[m\tan^{-1}(1/m) - m^2/(1+m^2)]$

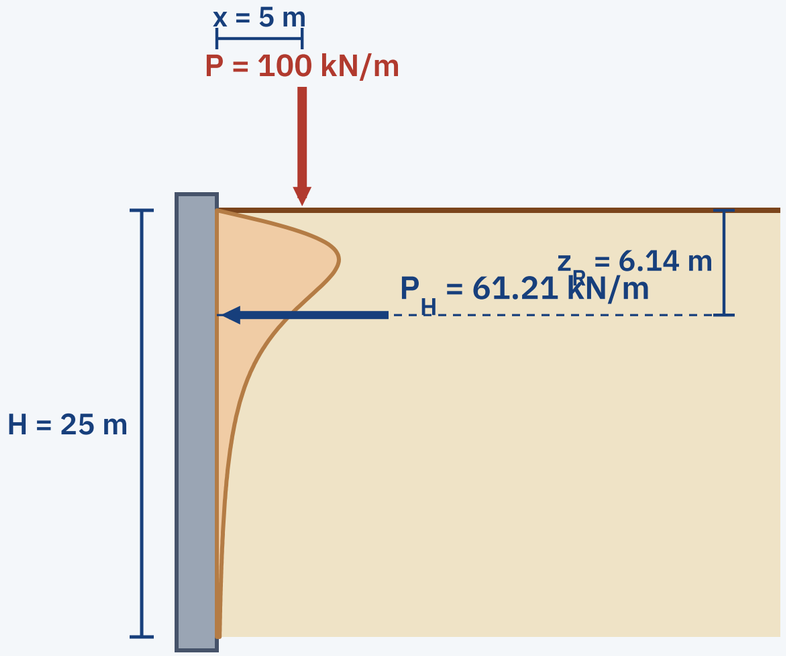
$$I_1 = 0.63662\,[0.20(1.37340) - 0.03846] = \mathbf{0.15038}$$

3 Равнодействующая и линия действия

$$P_H = P\,I_0 = 100 \times 0.61213 = \mathbf{61.21}\ \text{kN/m}$$

$$z_R = H\frac{I_1}{I_0} = 25 \times \frac{0.15038}{0.61213} = \mathbf{6.14}\ \text{m}$$

Упругое решение: **P_H = 61.21 kN/m**, на глубине **6.14 m** ниже поверхности (18.86 m от подошвы).



Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

4 I_0 и I_1 (m ≤ 0.4, случай 1)

$$I_0 = 0.1015\left(\frac{1}{0.16} - \frac{1}{1.16}\right) = \mathbf{0.5469}$$

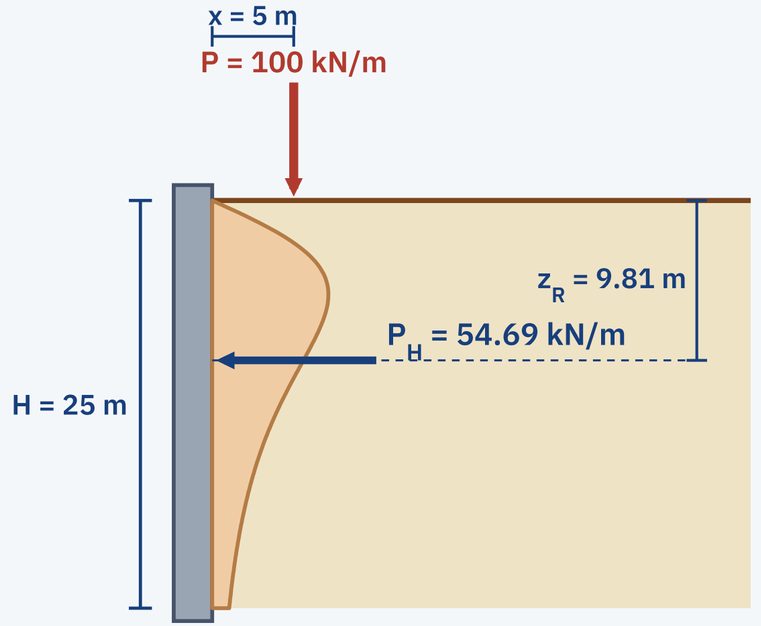
$$I_1 = 0.203\left[\frac{\tan^{-1} 2.5}{0.8} - \frac{1}{2.32}\right]$$

$$I_1 = 0.203\,[1.48786 - 0.43103] = \mathbf{0.21454}$$

5 Равнодействующая и линия действия

$$P_H = 100 \times 0.5469 = \mathbf{54.69}\ \text{kN/m}$$

$$z_R = 25 \times \frac{0.21454}{0.5469} = \mathbf{9.81}\ \text{m}$$



Номограмма: **P_H = 54.69 kN/m**, **z_R = 9.81 m**. По сравнению с упругим решением равнодействующая меньше на 10.7%, линия действия расположена на 3.67 m ниже.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

ПРИМЕР

Дано

Стена и нагрузка	$H = 25.00$ **m,** $P = 100.0$ **kN/m**
Расстояния	$x = 0.5;\ 1;\ 2;\ 5;\ 8;\ 10;\ 12.5;\ 15;\ 25$ **m**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

P_H и z_R для двух методов; проверка вручную для **x = 12.5 m**.

Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

x (m)	m	P_H по упругому решению (kN/m)	z_R по упругому решению (m)	P_H по номограмме (kN/m)	Номограмма z_R (m)	Состояние
0.50	0.020	63.64	0.77	54.69	9.81	Случай 1
1.00	0.040	63.56	1.49	54.69	9.81	Случай 1
2.00	0.080	63.26	2.84	54.69	9.81	Случай 1
5.00	**0.200**	**61.21**	**6.14**	**54.69**	**9.81**	**Случай 1**
8.00	0.320	57.75	8.56	54.69	9.81	Случай 1
10.00	0.400	54.88	9.81	54.69	9.81	Случай 1
12.50	0.500	50.93	11.05	50.93	11.05	Случай 2
15.00	0.600	46.81	12.02	46.81	12.02	Случай 2
25.00	1.000	31.83	14.27	31.83	14.27	Случай 2

x ≤ 10 m (m ≤ 0.4): номограмма даёт 54.69 kN/m и 9.81 m, расстояние на результат не влияет; упругая равнодействующая по мере удаления нагрузки медленно уменьшается (63.64 → 54.88 kN/m), а линия действия опускается глубже. **m > 0.4**: оба метода совпадают.

Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

1 Отношение и состояние

$$m = \frac{12.5}{25} = \mathbf{0.50} > 0.4 \;\Rightarrow\; \text{номограмма, случай 2: то же уравнение, что и в упругом решении}$$

2 I_0 и I_1

$$I_0 = \frac{2/\pi}{1 + 0.50^2} = \frac{0.63662}{1.25} = \mathbf{0.50930}$$

$$I_1 = 0.63662\,[0.50(1.10715) - 0.2] = \mathbf{0.22509}$$

3 Равнодействующая и линия действия

$$P_H = 100 \times 0.50930 = \mathbf{50.93}\ \text{kN/m} \qquad z_R = 25 \times \frac{0.22509}{0.50930} = \mathbf{11.05}\ \text{m}$$

При x = 12.5 m оба метода дают **50.93 kN/m** и **11.05 m**.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

ПРИМЕР

Дано

Стена и нагрузка	$H = 25.00$ **m,** $P = 100.0$ **kN/m**
Соседняя нагрузка	$x = 0.05;\ 0.1;\ 0.2;\ 0.3;\ 0.5;\ 1$ **m**
Предел	**номограмма:** $x = 9.99;\ 10;\ 10.01$ **m (** $0.4H = 10$ **m)**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Влияние правила $\mathbf{x_{min}}$; упругое наибольшее давление; поведение номограммы на пределе m = 0.4.

Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

x (m)	расчётное x (m)	P_H по упругому решению (kN/m)	z_R по упругому решению (m)	$\sigma_{H,max}$ по упругому решению (kPa)	z (m)	P_H по номограмме (kN/m)
0.05	**0.30**	63.65	0.46	137.8	0.17	54.69
0.10	**0.30**	63.65	0.46	137.8	0.17	54.69
0.20	**0.30**	63.65	0.46	137.8	0.17	54.69
0.30	0.30	63.65	0.46	137.8	0.17	54.69
0.50	0.50	63.64	0.77	82.7	0.29	54.69
1.00	1.00	63.56	1.49	41.3	0.58	54.69

Нагрузка при **x < 0.30 m** рассчитывается при 0.30 m: равнодействующая, линия действия и максимальное давление такие же, как при 0.30 m; упругий пик на этом расстоянии возрастает до **137.8 kPa** (z = 0.17 m). Номограмма даёт 54.69 kN/m при любом расстоянии.

Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

1 0.203 и 4 × 0.16/π

$$\frac{4 \times 0.16}{\pi} = 0.2037 \approx 0.203 \Rightarrow \frac{I_0(m = 0.4^+)}{I_0(\text{Случай 1})} = \frac{0.63662/1.16}{0.5469} = \mathbf{1.0033}$$

2 Равнодействующая по номограмме по обе стороны от предела

x (m)	m	Состояние	P_H по номограмме (kN/m)	Номограмма z_R (m)
9.99	0.3996	Случай 1	54.6875	9.8074
10.00	0.4000	Случай 1	54.6875	9.8074
10.01	0.4004	Случай 2	54.8659	9.8130

Из-за округления равнодействующая при переходе через границу m = 0.4 скачком изменяется примерно на **0.33%** (54.69 → 54.87 kN/m); линия действия смещается с 9.807 до 9.813 m. Скачок мал; опубликованный коэффициент номограммы сохраняется.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

ПРИМЕР

Дано

Нагрузка	$P = 100.0$ **kN/m,** $x = 5.00$ **m**
Высота	$H = 5,\ 10,\ 25,\ 50,\ 100$ **m**
Интенсивность нагрузки	$P = 50,\ 100,\ 200$ **kN/m** ($H = 25$ **m**)

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

P_H и z_R для обоих методов; влияние P и H.

Решение

РЕШЕНИЕ

H (m)	m	P_H (упругое решение)	z_R (упругое решение)	Номограмма P_H	Номограмма z_R	Состояние
5	1.000	31.83	2.85	31.83	2.85	Случай 2
10	0.500	50.93	4.42	50.93	4.42	Случай 2
25	0.200	61.21	6.14	54.69	9.81	Случай 1
50	0.100	63.03	6.93	54.69	19.61	Случай 1
100	0.050	63.50	7.37	54.69	39.23	Случай 1

Для высокой стены m уменьшается: упругое P_H приближается к 0.64P; по номограмме P_H не меняется (0.5469P), а z_R растёт с увеличением H.

P (kN/m)	P_H (упругое решение)	Номограмма P_H	z_R (упругое решение)	Номограмма z_R
50	30.61	27.34	6.14	9.81
100	61.21	54.69	6.14	9.81
200	122.43	109.38	6.14	9.81

Равнодействующая растёт **линейно** с **P**; z_R от P не зависит (упругое решение · номограмма).

Проверить решение в GeoTerva ↗

Резюме

Главное

m = x/H, **n = z/H**; упругое решение (жёсткая стена): $\boldsymbol{\sigma_H = (4P/\pi H)\, m^2 n/(m^2 + n^2)^2}$, максимум при n = m/√3; $\boldsymbol{x_{min}}$ **= 0.30 m**

Номограмма: при m > 0.4 то же уравнение; при **m ≤ 0.4** $\sigma_H = (P/H)\ 0.203\ n/(0.16 + n^2)^2$, расстояние не влияет

Пример (H = 25 m, x = 5 m, P = 100 kN/m): при z = 5 m упругое решение 6.37, номограмма 4.06 kPa; наибольшее давление 8.27 kPa (z = 2.89 m) и 4.12 kPa (z = 5.77 m)

Равнодействующая $P_H = P \cdot I_0$, $\boldsymbol{z_R = H \cdot I_1/I_0}$: упругое решение — 61.21 kN/m и 6.14 m; номограмма — 54.69 kN/m и 9.81 m

Сравнение: за пределами 0.4H оба метода совпадают; внутри этой зоны упругая равнодействующая нагрузка растёт по мере приближения нагрузки, а значение по номограмме постоянно

Список литературы

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning; эта страница основана на данном источнике.

Terzaghi, K. (1954). Anchored bulkheads. Transactions of the ASCE, 119, 1243–1280.

NAVFAC DM-7.02 (1986). Foundations and Earth Structures. Naval Facilities Engineering Command.

ПРИМЕЧАНИЕ

Все числовые примеры получены с помощью собственного расчётного ядра модуля; модуль даёт те же значения. Начальная стена модуля: H = 25 m, x = 5 m и P = 100 kN/m (упругий метод).

GeoTerva

Геотехнические расчёты онлайн

От теории к практике

Ввести в GeoTerva собственную стену, интенсивность и расстояние линейной нагрузки; модуль выдаёт эпюру давления, равнодействующую и линию действия по двум методам, а также пошаговое решение и отчёт.

Открыть модуль →

Страница теории →

Открыть на телефоне

Для пробных модулей регистрация не требуется.