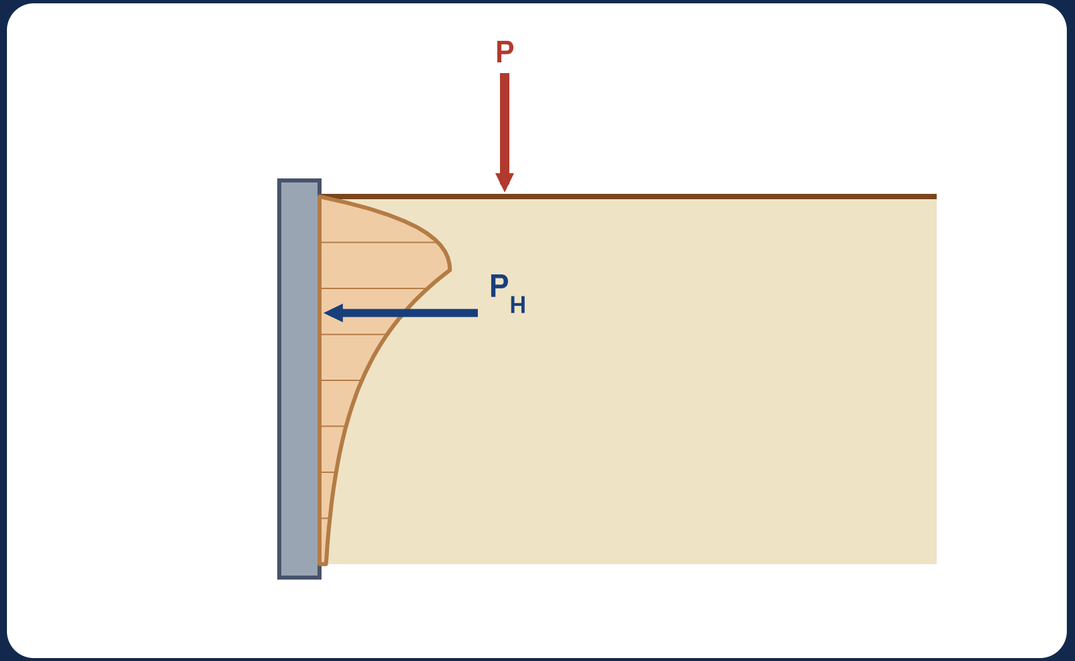
Apresentação de aula de geotecnia · Sobrecargas

Sobrecarga linear

Aula: pressão lateral exercida sobre o muro por uma carga linear paralela ao muro; dois métodos, resultante e linha de ação, exemplos resolvidos.

- m = x/H · n = z/H
- Muro rígido elástico
- Ábaco de Terzaghi–NAVFAC
- I_0 · I_1
- P_H e z_R



Introdução

O que veremos nesta aula?

- A geometria **adimensional** da carga linear: distância da carga **m = x/H** e profundidade **n = z/H**
- A solução **elástica (muro rígido)**: o dobro da tensão do meio semi-infinito; a regra de x_{min} **= 0.30 m**
- O **ábaco de Terzaghi–NAVFAC**: os casos m > 0.4 e m ≤ 0.4; a ausência de influência da distância dentro de 0.4H
- A resultante $P_H = P \cdot I_0$ e a linha de ação $z_R = H \cdot I_1/I_0$, por expressões em forma fechada
- A comparação dos dois métodos em função da distância, da altura do muro e da carga

ROTEIRO DA AULA

Cada tópico é tratado em **três etapas**:

1 · **Teoria**: fórmula e justificativa

2 · **Enunciado**: dados e o que se pede

3 · **Solução**: passo a passo, com números

Muro do exemplo: H = 25 m, carga linear P = 100 kN/m a x = 5 m do muro. As forças referem-se à unidade de comprimento do muro (kN/m).

Carga linear atuante no muro

TEORIA

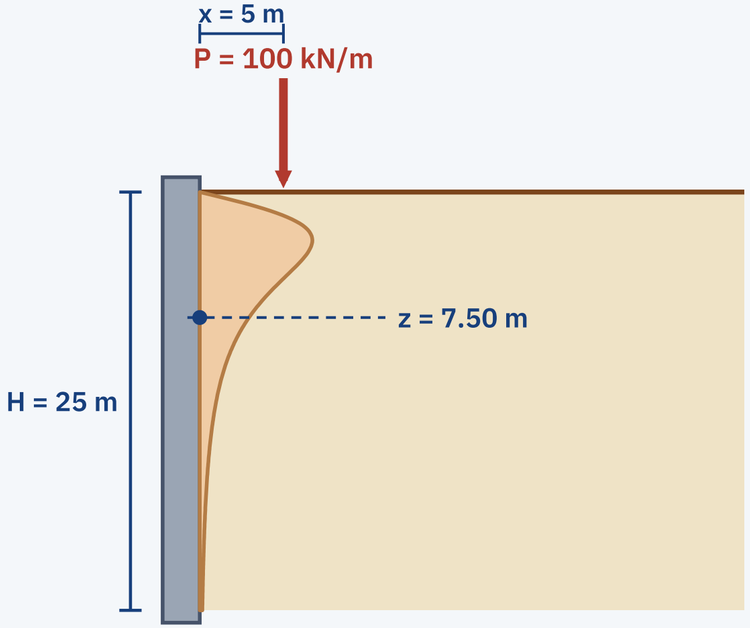
Uma carga linear superficial **P** paralela ao muro, dada como força por unidade de comprimento, encontra-se a uma distância horizontal **x** do muro

A pressão lateral devida à sobrecarga depende da distância adimensional da carga **m = x/H** e da profundidade adimensional no muro **n = z/H**

O módulo oferece dois métodos: a solução **elástica (muro rígido)** e o **ábaco de Terzaghi–NAVFAC**

$$m = \frac{x}{H}, \qquad n = \frac{z}{H}$$

P — carga linear de superfície, paralela ao muro, por unidade de comprimento
x = mH — distância horizontal do muro à carga; **z = nH** — profundidade a partir da superfície
σ_H, P_H, z_R — pressão lateral, força resultante, profundidade da resultante a partir da superfície



Muro rígido: o dobro da tensão elástica

TEORIA

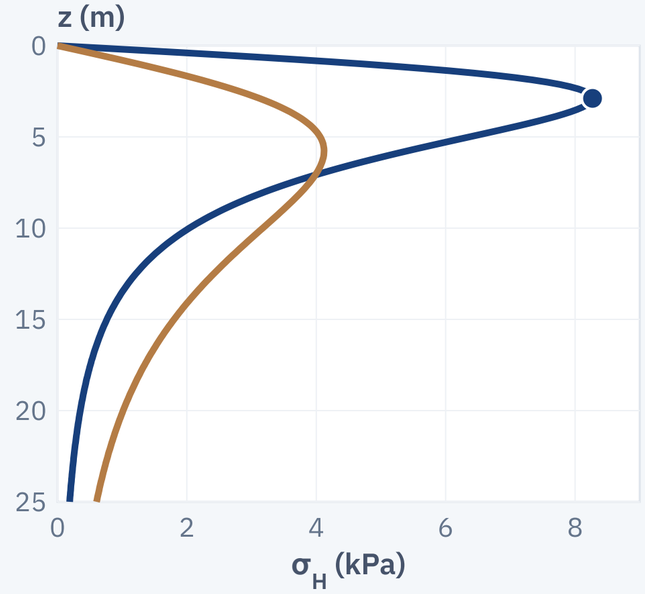
É o **dobro** da tensão horizontal produzida por uma carga linear em um meio semi-infinito elástico (Flamant, Boussinesq): um muro que não se desloca impede o movimento do solo em sua face

Vale para qualquer distância; a pressão máxima ocorre na profundidade **n = m/√3**

Uma carga mais próxima que **x_{min} = 0.30 m** é calculada a essa distância: a pressão máxima aumenta sem limite à medida que a carga se aproxima do muro (a resultante permanece finita)

$$\sigma_H = \frac{4P}{\pi H} \cdot \frac{m^2 n}{(m^2 + n^2)^2}$$

Perfil elástico (m = 0.2)



Caso 1 (m ≤ 0.4) e Caso 2 (m > 0.4)

TEORIA

Para **m > 0.4**, a **mesma equação** da solução elástica; para **m ≤ 0.4**, o diagrama é **mantido constante** em m = 0.4 (Caso 1, que não contém m)

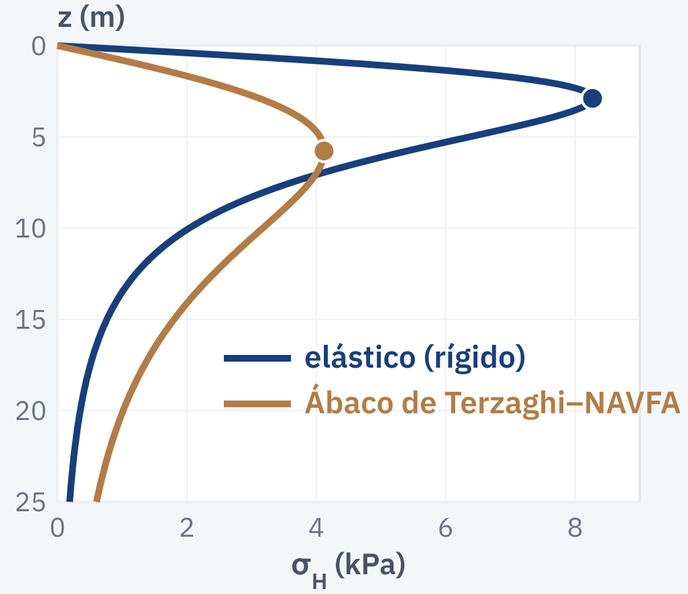
O coeficiente 0.203 é o valor arredondado de 4 × 0.16/π; por isso, **dentro de 0.4H a distância não tem efeito**

Para um dado modelo, m é constante; n varia com a profundidade

$$\sigma_H = \frac{P}{H} \cdot \frac{0.203\, n}{(0.16 + n^2)^2} \qquad m \leq 0.4 \text{ (Caso 1)}$$

$$\sigma_H = \frac{4P}{\pi H} \cdot \frac{m^2\, n}{(m^2 + n^2)^2} \qquad m > 0.4 \text{ (Caso 2)}$$

Perfil dos dois métodos (m = 0.2)



Área, primeiro momento e I_0, I_1

TEORIA

Em ambos os métodos, a **área do diagrama resultante** fornece a resultante e a sua profundidade, a partir da superfície, é o **ponto em que o primeiro momento se equilibra**; uma vez escrita σ_H como função de n, a carga e a altura saem da integral

Elástico e, no ábaco, expressões fechadas para **m > 0.4**; resultante do ábaco ≈ 0.64P/(1 + m²). Ábaco de **m ≤ 0.4**: I_0 = 0.5469 (valor 0.55P do ábaco)

$$P_H = \int_0^H \sigma_H \, dz = P \, I_0 \qquad z_R = \frac{\int_0^H z \, \sigma_H \, dz}{P_H} = H \, \frac{I_1}{I_0}$$

$$I_0 = \frac{2/\pi}{1 + m^2} \qquad I_1 = \frac{2}{\pi} \left[m \tan^{-1} \frac{1}{m} - \frac{m^2}{1 + m^2} \right]$$

$$I_0 = 0.1015 \left(\tfrac{1}{0.16} - \tfrac{1}{1.16} \right) = 0.5469 \qquad I_1 = 0.203 \left[\frac{\tan^{-1} 2.5}{0.8} - \frac{1}{2.32} \right] \; (m \le 0.4)$$

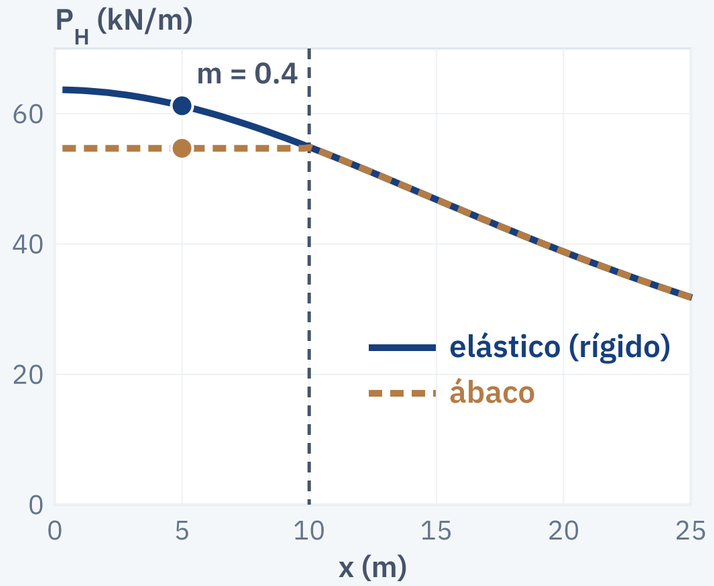
Resultante e linha de ação, com a distância da carga

TEORIA

x (m)	m	P_H elástico	z_R elástico	ábaco de P_H	ábaco de z_R	Situação
0.50	0.020	63.64	0.77	54.69	9.81	Caso 1
1.00	0.040	63.56	1.49	54.69	9.81	Caso 1
2.00	0.080	63.26	2.84	54.69	9.81	Caso 1
5.00	0.200	61.21	6.14	54.69	9.81	Caso 1
8.00	0.320	57.75	8.56	54.69	9.81	Caso 1
10.00	0.400	54.88	9.81	54.69	9.81	Caso 1
12.50	0.500	50.93	11.05	50.93	11.05	Caso 2
15.00	0.600	46.81	12.02	46.81	12.02	Caso 2
25.00	1.000	31.83	14.27	31.83	14.27	Caso 2

m ≤ 0.4: o ábaco fornece os mesmos P_H e z_R; a solução elástica aumenta P_H à medida que a carga se aproxima e puxa z_R para cima

m > 0.4: os dois métodos fornecem o mesmo resultado



Enunciado

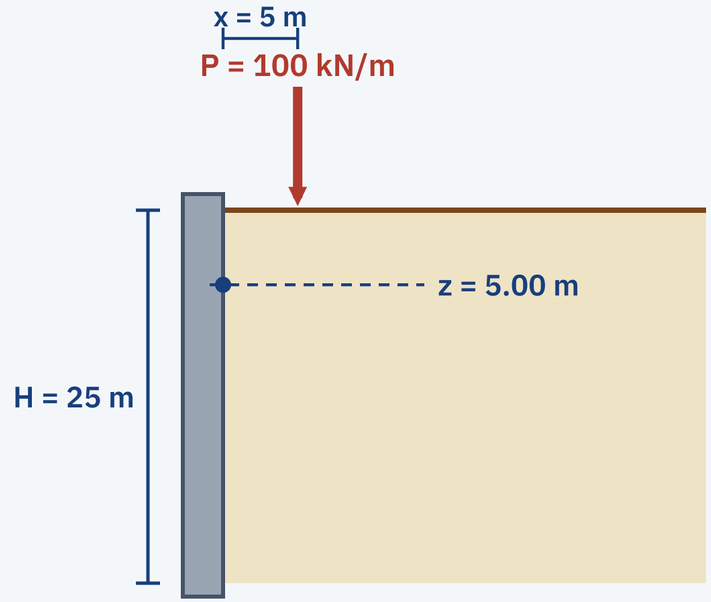
EXEMPLO

PEDE-SE

m, **n** e σ_H: primeiro a solução elástica (muro rígido), depois o ábaco de Terzaghi–NAVFAC.

Dados

Muro e carga	$H = 25.00$ **m; carga linear** $P = 100.0$ **kN/m,** $x = 5.00$ **m**
Profundidade	$z = 5.00$ **m**



Solução (1/2)

SOLUÇÃO

1 Razões

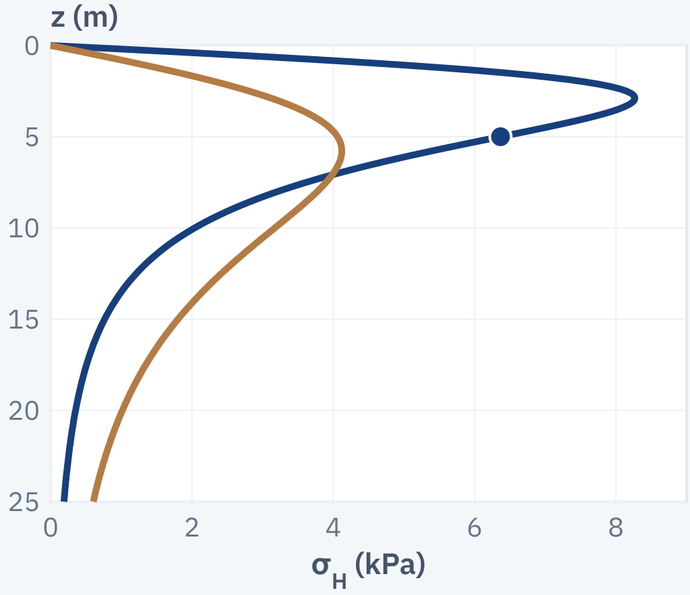
$$m = \frac{x}{H} = \frac{5}{25} = \mathbf{0.20} \qquad n = \frac{z}{H} = \frac{5}{25} = \mathbf{0.20}$$

2 Pressão elástica (muro rígido)

$$\sigma_H = \frac{4 \times 100}{\pi \times 25}\left[\frac{0.20^2 \times 0.20}{(0.20^2 + 0.20^2)^2}\right]$$

$$\sigma_H = 5.0930 \times 1.25 = \mathbf{6.37}\ \text{kPa}$$

Em z = 5 m, a solução elástica fornece **6.37 kPa**. Essa profundidade é maior que a da pressão máxima (8.27 kPa, z = 2.89 m); o perfil decai rapidamente com a profundidade.



Solução (2/2)

SOLUÇÃO

3 Seleção do caso

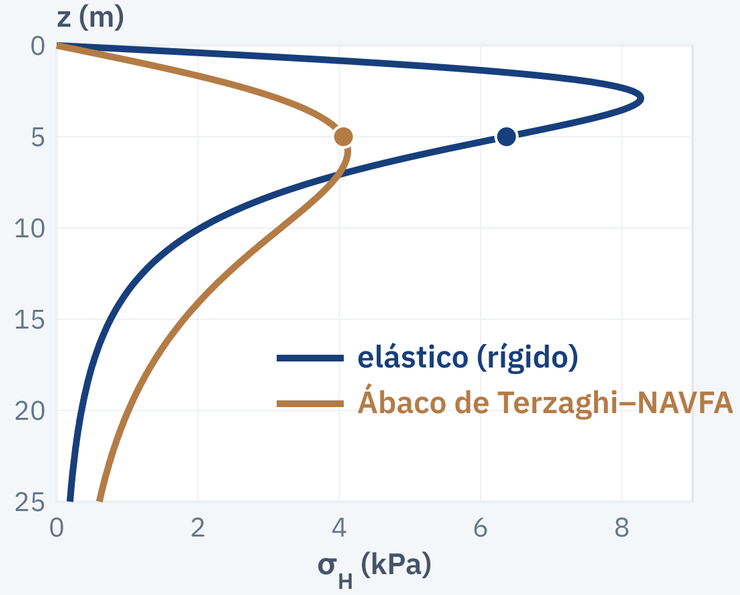
$$m = 0.20 \leq 0.4 \;\Rightarrow\; \text{Caso 1 (diagrama } m = 0.4 \text{fixo)}$$

4 Pressão do ábaco

$$\sigma_H = \frac{100}{25}\left[\frac{0.203 \times 0.20}{(0.16 + 0.20^2)^2}\right]$$

$$\sigma_H = 4.00 \times 1.015 = \mathbf{4.06}\ \text{kPa}$$

O ábaco fornece **4.06 kPa** e a solução elástica, **6.37 kPa**: nesta profundidade, o valor do ábaco corresponde a 64% do valor elástico. Para uma carga próxima, o ábaco distribui a pressão em profundidade.



Verificar a solução no GeoTerva ↗

Enunciado

EXEMPLO

Dados

Muro e carga	$H = 25.00$ **m,** $P = 100.0$ **kN/m,** $x = 5.00$ **m** $(m = 0.20)$
Profundidades	$z = 0$ **–** 25 **m, a cada** 2.5 **m**

PEDE-SE

Perfil de σ_H (dois métodos); **pressão máxima** e sua profundidade.

Solução (1/2)

SOLUÇÃO

z (m)	n = z/H	σ_H elástico (kPa)	σ_H pelo ábaco (kPa)
0.00	0.00	0.000	0.000
2.50	0.10	8.149	2.810
5.00	**0.20**	**6.366**	**4.060**
7.50	0.30	3.616	3.898
10.00	0.40	2.037	3.172
12.50	0.50	1.211	2.415
15.00	0.60	0.764	1.802
17.50	0.70	0.508	1.345
20.00	0.80	0.352	1.015
22.50	0.90	0.254	0.777
25.00	1.00	0.188	0.603

A pressão elástica atinge seu valor máximo logo abaixo da superfície e diminui com a profundidade; o ábaco fornece um perfil mais regular e tem o pico em maior profundidade. A linha z = 5.00 m é o Exemplo 1.

Solução (2/2)

SOLUÇÃO

1 Elástico: pico n = m/√3

$$n = \frac{m}{\sqrt{3}} = \frac{0.20}{1.7321} = 0.11547 \;\Rightarrow\; z = nH = \mathbf{2.887}\ \mathrm{m}$$

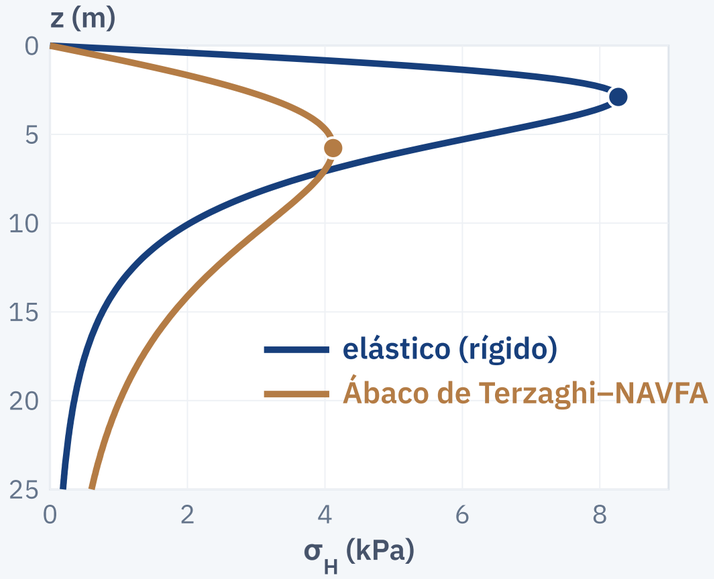
$$\sigma_{H,max} = \frac{9P}{4\sqrt{3}\,\pi\, x} = \frac{9 \times 100}{4(1.7321)\pi(5)} = \mathbf{8.270}\ \mathrm{kPa}$$

2 Ábaco (Caso 1): pico n = 0.4/√3

$$n = \frac{0.4}{\sqrt{3}} = 0.23094 \;\Rightarrow\; z = \mathbf{5.774}\ \mathrm{m}$$

$$\sigma_{H,max} = 4\left[\frac{0.203 \times 0.23094}{(0.16 + 0.05333)^2}\right] = \mathbf{4.120}\ \mathrm{kPa}$$

Pico elástico de **8.27 kPa** (z = 2.89 m), pico do ábaco de **4.12 kPa** (z = 5.77 m): a solução elástica se concentra na parte superior do muro, enquanto o ábaco fornece um pico mais abaixo e com metade do valor.



Verificar a solução no GeoTerva ↗

Enunciado

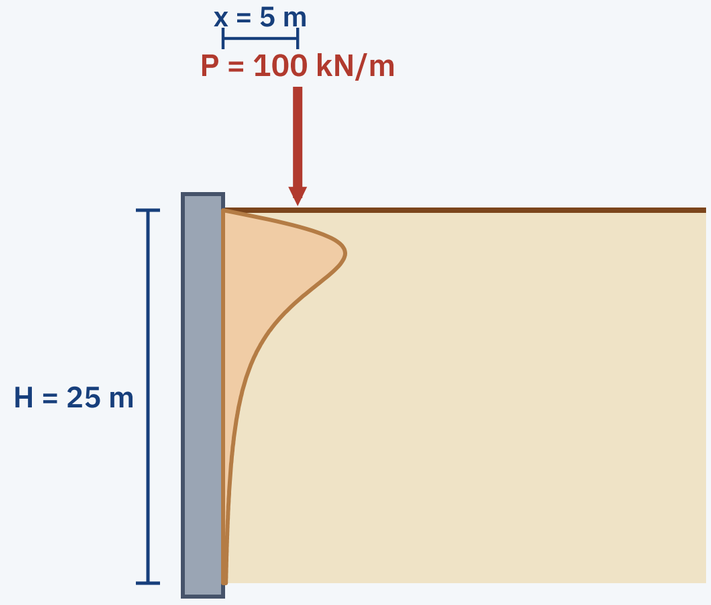
EXEMPLO

Dados

Muro e carga	$H = 25.00$ **m**, $P = 100.0$ **kN/m**, $x = 5.00$ **m**
Métodos	**elástico (muro rígido) e ábaco de Terzaghi–NAVFAC**

PEDE-SE

$\mathbf{I_0}$, $\mathbf{I_1}$, a resultante $\mathbf{P_H}$, $\mathbf{z_R}$ e sua altura acima da base (para os dois métodos).



Solução (1/2)

SOLUÇÃO

1 I_0 (área)

$$I_0 = \frac{2/\pi}{1+m^2} = \frac{0.63662}{1+0.20^2} = \mathbf{0.61213}$$

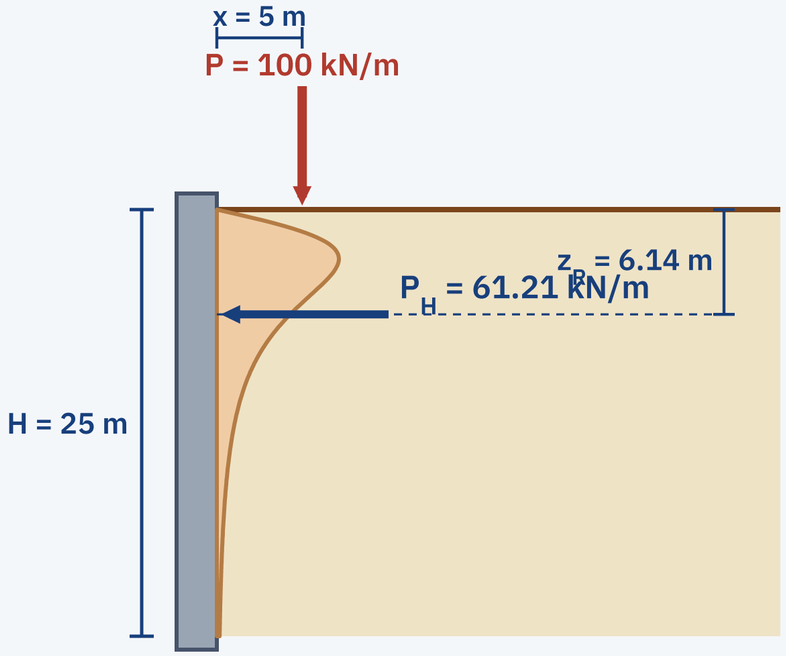
2 I_1 (momento): $(2/\pi)[m \tan^{-1}(1/m) - m^2/(1+m^2)]$

$$I_1 = 0.63662\,[0.20(1.37340) - 0.03846] = \mathbf{0.15038}$$

3 Resultante e linha de ação

$$P_H = P\,I_0 = 100 \times 0.61213 = \mathbf{61.21}\ \mathrm{kN/m}$$

$$z_R = H\frac{I_1}{I_0} = 25 \times \frac{0.15038}{0.61213} = \mathbf{6.14}\ \mathrm{m}$$



Elástico: **P_H = 61.21 kN/m**, a **6.14 m** abaixo da superfície (18.86 m acima da base).

Solução (2/2)

SOLUÇÃO

4 I_0 e I_1 (m ≤ 0.4, Caso 1)

$$I_0 = 0.1015\left(\frac{1}{0.16} - \frac{1}{1.16}\right) = \mathbf{0.5469}$$

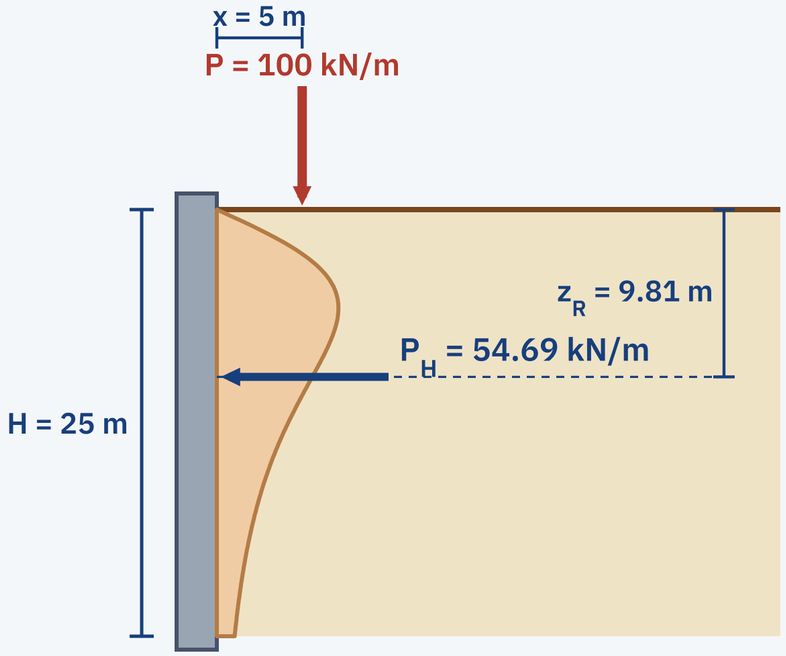
$$I_1 = 0.203\left[\frac{\tan^{-1} 2.5}{0.8} - \frac{1}{2.32}\right]$$

$$I_1 = 0.203\,[1.48786 - 0.43103] = \mathbf{0.21454}$$

5 Resultante e linha de ação

$$P_H = 100 \times 0.5469 = \mathbf{54.69}\ \mathrm{kN/m}$$

$$z_R = 25 \times \frac{0.21454}{0.5469} = \mathbf{9.81}\ \mathrm{m}$$



Ábaco: **P_H = 54.69 kN/m**, **z_R = 9.81 m**. Em relação à solução elástica, a resultante é 10.7% menor e a linha de ação está 3.67 m mais abaixo.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Enunciado

EXEMPLO

Dados

Muro e carga	$H = 25.00$ **m,** $P = 100.0$ **kN/m**
Distâncias	$x = 0.5;\ 1;\ 2;\ 5;\ 8;\ 10;\ 12.5;\ 15;\ 25$ **m**

PEDE-SE

$\mathbf{P_H}$ e $\mathbf{z_R}$ pelos dois métodos; verificação manual para **x = 12.5 m**.

Solução (1/2)

SOLUÇÃO

x (m)	m	P_H elástico (kN/m)	z_R elástico (m)	P_H ábaco (kN/m)	z_R ábaco (m)	Situação
0.50	0.020	63.64	0.77	54.69	9.81	Caso 1
1.00	0.040	63.56	1.49	54.69	9.81	Caso 1
2.00	0.080	63.26	2.84	54.69	9.81	Caso 1
5.00	**0.200**	**61.21**	**6.14**	**54.69**	**9.81**	**Caso 1**
8.00	0.320	57.75	8.56	54.69	9.81	Caso 1
10.00	0.400	54.88	9.81	54.69	9.81	Caso 1
12.50	0.500	50.93	11.05	50.93	11.05	Caso 2
15.00	0.600	46.81	12.02	46.81	12.02	Caso 2
25.00	1.000	31.83	14.27	31.83	14.27	Caso 2

x ≤ 10 m (m ≤ 0.4): o ábaco fornece 54.69 kN/m e 9.81 m, a distância não tem efeito; a resultante elástica diminui lentamente à medida que a carga se afasta (63.64 → 54.88 kN/m) e a sua linha de ação se aprofunda. **m > 0.4**: os dois métodos coincidem.

Solução (2/2)

SOLUÇÃO

1 Razão e condição

$$m = \frac{12.5}{25} = \mathbf{0.50} > 0.4 \;\Rightarrow\; \text{ábaco Caso 2: mesma equação da solução elástica}$$

2 I_0 e I_1

$$I_0 = \frac{2/\pi}{1 + 0.50^2} = \frac{0.63662}{1.25} = \mathbf{0.50930}$$

$$I_1 = 0.63662\,[0.50(1.10715) - 0.2] = \mathbf{0.22509}$$

3 Resultante e linha de ação

$$P_H = 100 \times 0.50930 = \mathbf{50.93}\ \text{kN/m} \qquad z_R = 25 \times \frac{0.22509}{0.50930} = \mathbf{11.05}\ \text{m}$$

Para x = 12.5 m, os dois métodos fornecem **50.93 kN/m** e **11.05 m**.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Enunciado

EXEMPLO

Dados

Muro e carga	$H = 25.00$ **m,** $P = 100.0$ **kN/m**
Carga adjacente	$x = 0.05;\ 0.1;\ 0.2;\ 0.3;\ 0.5;\ 1$ **m**
Limite	**ábaco:** $x = 9.99;\ 10;\ 10.01$ **m (**$0.4H = 10$ **m)**

PEDE-SE

O efeito da regra de $\mathbf{x_{min}}$; a pressão elástica máxima; o comportamento do ábaco no limite m = 0.4.

Solução (1/2)

SOLUÇÃO

x (m)	x de cálculo (m)	P_H elástico (kN/m)	z_R elástico (m)	$\sigma_{H,max}$ elástico (kPa)	z (m)	P_H ábaco (kN/m)
0.05	**0.30**	63.65	0.46	137.8	0.17	54.69
0.10	**0.30**	63.65	0.46	137.8	0.17	54.69
0.20	**0.30**	63.65	0.46	137.8	0.17	54.69
0.30	0.30	63.65	0.46	137.8	0.17	54.69
0.50	0.50	63.64	0.77	82.7	0.29	54.69
1.00	1.00	63.56	1.49	41.3	0.58	54.69

A carga com **x < 0.30 m** é calculada em 0.30 m: a resultante, a linha de ação e a pressão máxima são iguais aos valores em 0.30 m; o pico elástico sobe a **137.8 kPa** (z = 0.17 m) nessa distância. O ábaco fornece 54.69 kN/m em qualquer distância.

Solução (2/2)

SOLUÇÃO

1 0.203 e 4 × 0.16/π

$$\frac{4 \times 0.16}{\pi} = 0.2037 \approx 0.203 \Rightarrow \frac{I_0(m = 0.4^+)}{I_0(\text{Caso 1})} = \frac{0.63662/1.16}{0.5469} = \mathbf{1.0033}$$

2 Resultante do ábaco nos dois lados do limite

x (m)	m	Situação	P_H ábaco (kN/m)	z_R ábaco (m)
9.99	0.3996	Caso 1	54.6875	9.8074
10.00	0.4000	Caso 1	54.6875	9.8074
10.01	0.4004	Caso 2	54.8659	9.8130

Por arredondamento, a resultante salta cerca de **0.33%** ao ultrapassar o limite m = 0.4 (54.69 → 54.87 kN/m); a linha de ação passa de 9.807 → 9.813 m. O salto é pequeno; o coeficiente publicado do ábaco é mantido.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Enunciado

EXEMPLO

Dados

Carga	$P = 100.0$ **kN/m,** $x = 5.00$ **m**
Altura	$H = 5,\ 10,\ 25,\ 50,\ 100$ **m**
Intensidade da carga	$P = 50,\ 100,\ 200$ **kN/m** ($H = 25$ **m**)

PEDE-SE

$\mathbf{P_H}$ e $\mathbf{z_R}$ para os dois métodos; efeito de P e H.

Solução

SOLUÇÃO

H (m)	m	P_H elástico	z_R elástico	ábaco de P_H	ábaco de z_R	Situação
5	1.000	31.83	2.85	31.83	2.85	Caso 2
10	0.500	50.93	4.42	50.93	4.42	Caso 2
25	0.200	61.21	6.14	54.69	9.81	Caso 1
50	0.100	63.03	6.93	54.69	19.61	Caso 1
100	0.050	63.50	7.37	54.69	39.23	Caso 1

Em muro alto, m diminui: o P_H elástico se aproxima de 0.64P; o P_H do ábaco não muda (0.5469P), enquanto z_R cresce com H.

P (kN/m)	P_H elástico	ábaco de P_H	z_R elástico	ábaco de z_R
50	30.61	27.34	6.14	9.81
100	61.21	54.69	6.14	9.81
200	122.43	109.38	6.14	9.81

Com **P**, a resultante aumenta **linearmente**; z_R é independente de P (elástico · ábaco).

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Resumo

Pontos-chave

m = x/H, **n = z/H**; elástico (muro rígido): $\boldsymbol{\sigma_H = (4P/\pi H)\, m^2 n/(m^2 + n^2)^2}$, pico em n = m/√3; $\boldsymbol{x_{min} = 0.30\ m}$

Ábaco: para m > 0.4, a mesma equação; para **m ≤ 0.4**, $\sigma_H = (P/H)\ 0.203\ n/(0.16 + n^2)^2$, a distância não tem efeito

Exemplo (H = 25 m, x = 5 m, P = 100 kN/m): em z = 5 m, 6.37 kPa pela solução elástica e 4.06 kPa pelo ábaco; pressão máxima de 8.27 kPa (z = 2.89 m) e 4.12 kPa (z = 5.77 m)

Resultante $P_H = P \cdot I_0$, $\boldsymbol{z_R = H \cdot I_1/I_0}$: elástico, 61.21 kN/m e 6.14 m; ábaco, 54.69 kN/m e 9.81 m

Comparação: além de 0.4H os dois métodos coincidem; dentro desse limite, a carga resultante elástica aumenta à medida que a carga se aproxima, enquanto o ábaco é constante

Referências bibliográficas

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning; esta página segue essa referência.

Terzaghi, K. (1954). Anchored bulkheads. Transactions of the ASCE, 119, 1243–1280.

NAVFAC DM-7.02 (1986). Foundations and Earth Structures. Naval Facilities Engineering Command.

NOTA

Todos os exemplos numéricos foram gerados com o mecanismo de cálculo do próprio módulo; o módulo fornece os mesmos valores. O muro inicial do módulo tem H = 25 m, x = 5 m e P = 100 kN/m (método elástico).

Cálculos geotécnicos on-line

Da teoria à prática

Inserir no GeoTerva o próprio muro, a intensidade e a distância da carga linear; o módulo fornece, em conjunto, o perfil de pressões, a resultante e a linha de ação por dois métodos, além da solução passo a passo e do relatório.

Abrir o módulo →

Página de teoria →

Abrir no celular
Os módulos de teste não exigem cadastro.