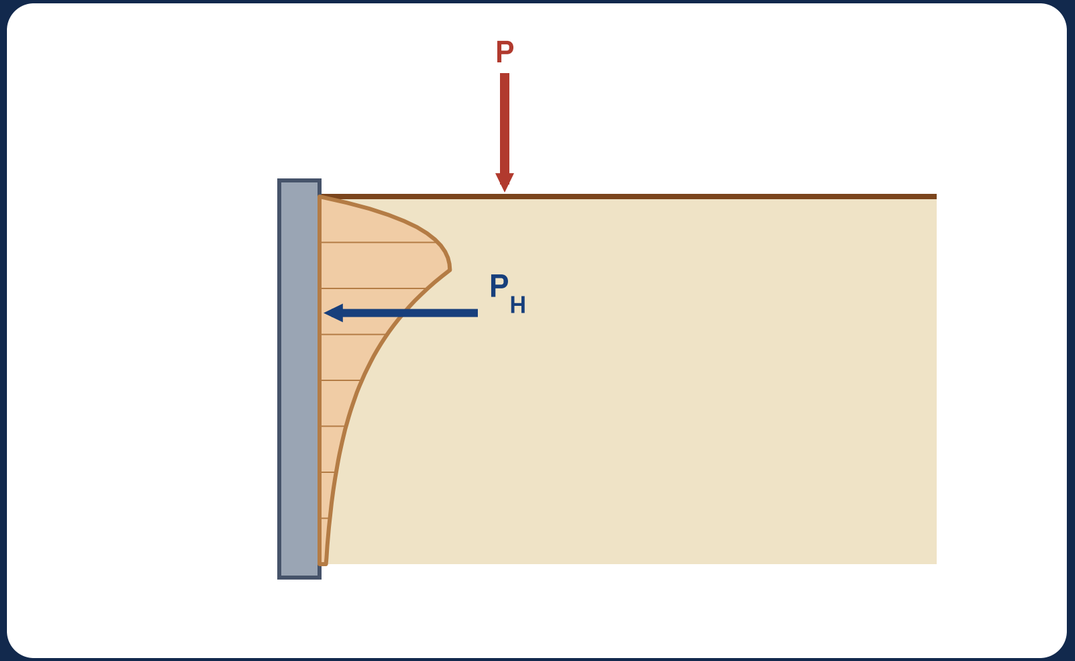
Geotechnisch college · Bovenbelastingen

Lijnvormige bovenbelasting

College: de horizontale gronddruk die een lijnbelasting evenwijdig aan de wand op de wand uitoefent; twee methoden, de resultante en haar werklijn, rekenvoorbeelden.

- m = x/H · n = z/H
- Elastische starre wand
- Diagram volgens Terzaghi–NAVFAC
- I_0 · I_1
- P_H en z_R



Inleiding

Wat leren we in dit college?

De **dimensieloze** geometrie van de lijnlast: lastafstand **m = x/H** en diepte **n = z/H**

Elastische (starre wand) oplossing: tweemaal de spanning in de halve ruimte; de regel $\mathbf{x_{min} = 0.30\ m}$

De **grafiek van Terzaghi–NAVFAC**: de gevallen m > 0.4 en m ≤ 0.4; het ontbreken van invloed van de afstand binnen 0.4H

De resultante met de gesloten uitdrukkingen $\mathbf{P_H = P \cdot I_0}$ en de werklijn $\mathbf{z_R = H \cdot I_1 / I_0}$

De vergelijking van de twee methoden naar afstand, wandhoogte en belasting

COLLEGESTRUCTUUR

Elk onderwerp wordt in **drie stappen** behandeld:

1 · **Theorie**: formule en onderbouwing

2 · **Opgave**: gegeven en gevraagd

3 · **Oplossing**: stap voor stap, met getallen

Voorbeeldmuur: H = 25 m, lijnbelasting P = 100 kN/m op een afstand x = 5 m van de muur. De krachten zijn per eenheid van muurlengte (kN/m).

Lijnbelasting op de wand

THEORIE

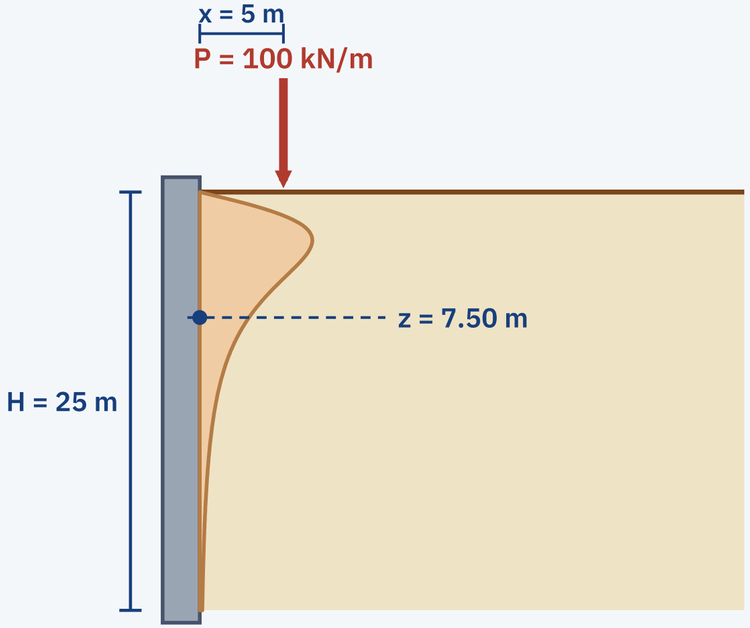
Een lijnlast op het oppervlak **P** evenwijdig aan de wand, gegeven als kracht per eenheidslengte, bevindt zich op een horizontale afstand **x** van de wand

De horizontale bovenbelastingsdruk hangt af van de dimensieloze lastafstand **m = x/H** en de dimensieloze muurdiepte **n = z/H**

De module biedt twee methoden: de **elastische oplossing (starre wand)** en het **diagram van Terzaghi–NAVFAC**

$$m = \frac{x}{H}, \qquad n = \frac{z}{H}$$

P — lijnlast aan het oppervlak per eenheid van lengte, evenwijdig aan de wand
x = mH — horizontale afstand van de wand tot de belasting; **z = nH** — diepte vanaf het oppervlak
σ_H, P_H, z_R — horizontale gronddruk, resultante kracht, diepte van de resultante vanaf het oppervlak



Rigide muur: tweemaal de elastische spanning

THEORIE

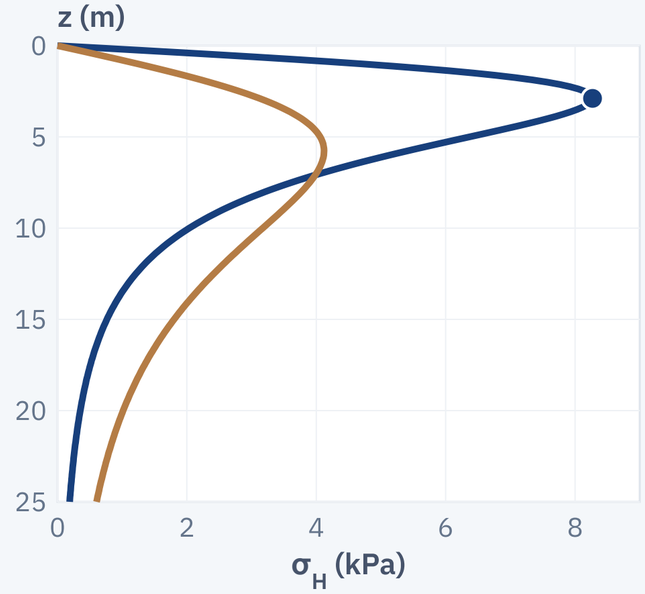
Zij is **tweemaal** de horizontale spanning die een lijnbelasting in een elastisch halfoneindig medium veroorzaakt (Flamant, Boussinesq): een wand die niet meegeeft, verhindert de beweging van de grond aan haar wandvlak

Deze geldt voor elke afstand; de grootste druk treedt op op diepte **n = m/√3**

Een belasting dichterbij dan $\mathbf{x_{min} = 0.30\ m}$ wordt op deze afstand berekend: de grootste druk neemt onbegrensd toe naarmate de belasting de muur nadert (de resultante blijft eindig)

$$\sigma_H = \frac{4P}{\pi H} \cdot \frac{m^2 n}{(m^2 + n^2)^2}$$

Elastisch profiel (m = 0.2)



Geval 1 (m ≤ 0.4) en geval 2 (m > 0.4)

THEORIE

Voor **m > 0.4** de **zelfde vergelijking** als de elastische oplossing; voor **m ≤ 0.4** wordt het diagram **constant gehouden** op m = 0.4 (geval 1, dat geen m bevat)

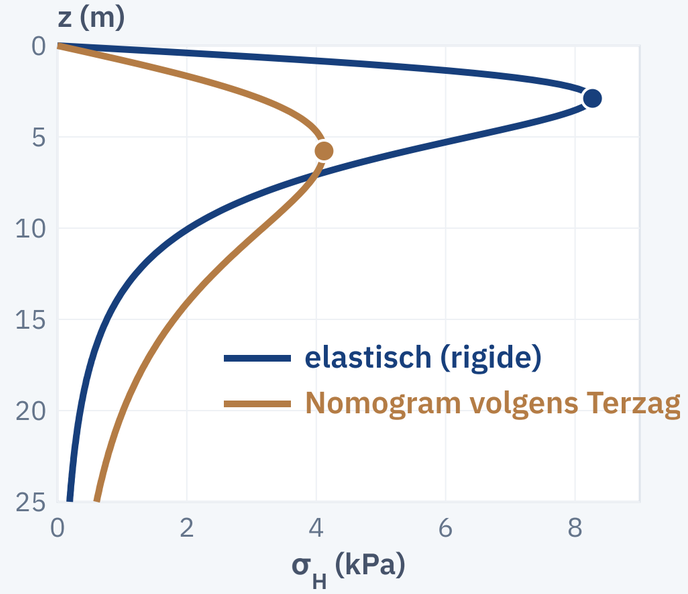
De coëfficiënt 0.203 is de afgeronde waarde van 4 × 0.16/π; daarom **heeft de afstand binnen 0.4H geen invloed**

m is constant voor een gegeven model; n varieert met de diepte

$$\sigma_H = \frac{P}{H} \cdot \frac{0.203\, n}{(0.16 + n^2)^2} \qquad m \leq 0.4 \text{ (Geval 1)}$$

$$\sigma_H = \frac{4P}{\pi H} \cdot \frac{m^2\, n}{(m^2 + n^2)^2} \qquad m > 0.4 \text{ (Geval 2)}$$

Profiel van de twee methoden (m = 0.2)



Oppervlakte, eerste moment en I_0, I_1

THEORIE

In beide methoden is de **oppervlakte van het resultantediagram** het **punt waarop het eerste moment in evenwicht is** vanaf het oppervlak; zodra σ_H als functie van n wordt geschreven, komen de belasting en de hoogte buiten de integraal

Elastisch en gesloten uitdrukkingen voor **m > 0.4** in het nomogram; de resultante van het nomogram ≈ 0.64P/(1 + m²). Nomogram voor **m ≤ 0.4**: I_0 = 0.5469 (de waarde 0.55P van het nomogram)

$$P_H = \int_0^H \sigma_H \, dz = P\, I_0 \qquad z_R = \frac{\int_0^H z\, \sigma_H \, dz}{P_H} = H\, \frac{I_1}{I_0}$$

$$I_0 = \frac{2/\pi}{1+m^2} \qquad I_1 = \frac{2}{\pi}\left[m \tan^{-1}\frac{1}{m} - \frac{m^2}{1+m^2}\right]$$

$$I_0 = 0.1015\left(\tfrac{1}{0.16} - \tfrac{1}{1.16}\right) = 0.5469 \qquad I_1 = 0.203\left[\frac{\tan^{-1} 2.5}{0.8} - \frac{1}{2.32}\right] \quad (m \le 0.4)$$

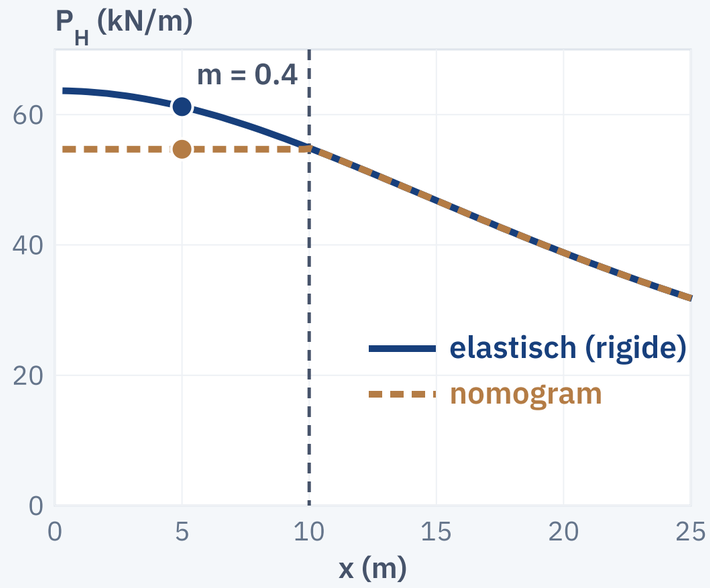
Resultante en werklijn, met de afstand tot de belasting

THEORIE

x (m)	m	P_H elastisch	z_R elastisch	P_H-grafiek	Diagram voor z_R	Toestand
0.50	0.020	63.64	0.77	54.69	9.81	Situatie 1
1.00	0.040	63.56	1.49	54.69	9.81	Situatie 1
2.00	0.080	63.26	2.84	54.69	9.81	Situatie 1
5.00	0.200	61.21	6.14	54.69	9.81	Situatie 1
8.00	0.320	57.75	8.56	54.69	9.81	Situatie 1
10.00	0.400	54.88	9.81	54.69	9.81	Situatie 1
12.50	0.500	50.93	11.05	50.93	11.05	Situatie 2
15.00	0.600	46.81	12.02	46.81	12.02	Situatie 2
25.00	1.000	31.83	14.27	31.83	14.27	Situatie 2

m ≤ 0.4: het nomogram geeft dezelfde P_H en z_R; de elastische oplossing verhoogt P_H naarmate de belasting nadert en trekt z_R omhoog

m > 0.4: beide methoden geven hetzelfde resultaat



Opgave

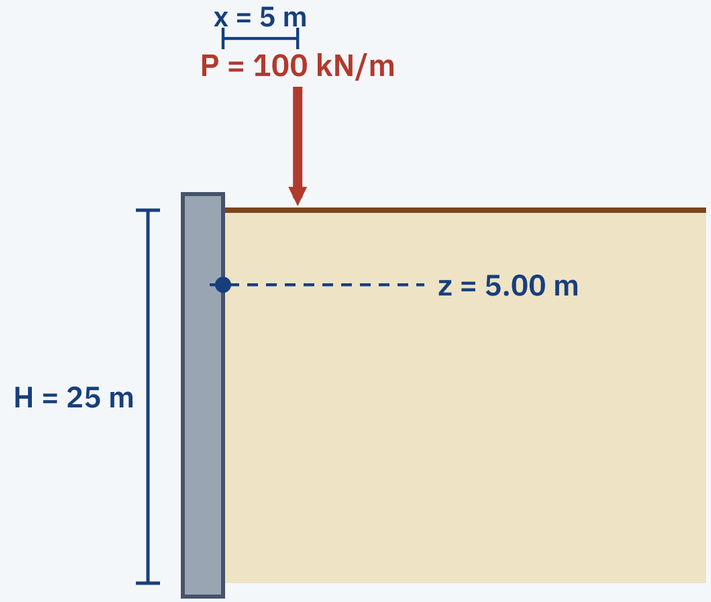
VOORBEELD

GEVRAAGD

m, **n** en σ_H: eerst elastisch (starre wand), daarna de abak van Terzaghi–NAVFAC.

Gegeven

Keermuur en belasting	$H = 25.00$ **m; lijnbelasting** $P = 100.0$ **kN/m,** $x = 5.00$ **m**
Diepte	$z = 5.00$ **m**



Oplossing (1/2)

OPLOSSING

1 Verhoudingen

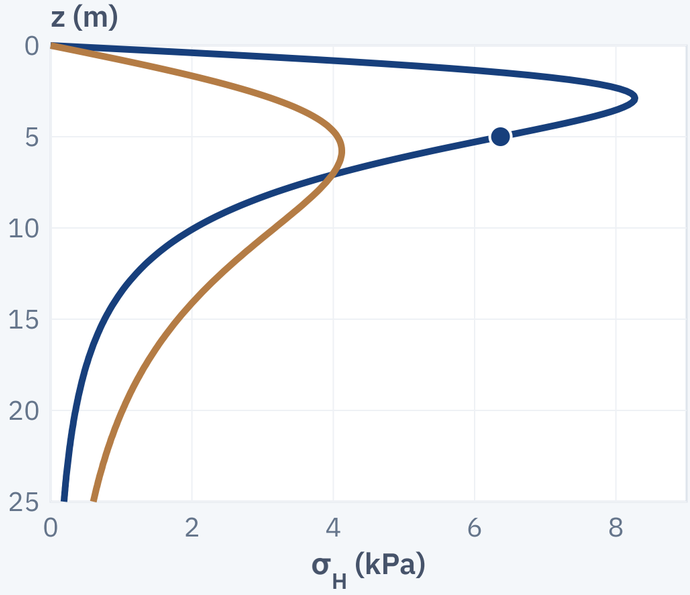
$$m = \frac{x}{H} = \frac{5}{25} = \mathbf{0.20} \qquad n = \frac{z}{H} = \frac{5}{25} = \mathbf{0.20}$$

2 Elastische druk (rigide wand)

$$\sigma_H = \frac{4 \times 100}{\pi \times 25}\left[\frac{0.20^2 \times 0.20}{(0.20^2 + 0.20^2)^2}\right]$$

$$\sigma_H = 5.0930 \times 1.25 = \mathbf{6.37}\ \text{kPa}$$

Bij z = 5 m geeft de elastische oplossing **6.37 kPa**. Deze diepte ligt onder de maximale druk (8.27 kPa, z = 2.89 m); het profiel neemt snel af met de diepte.



Oplossing (2/2)

OPLOSSING

3 Gevalselectie

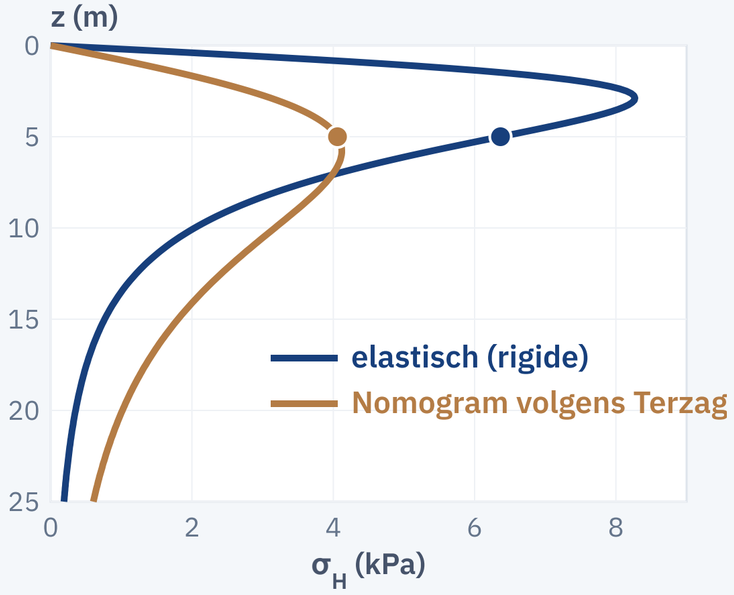
$$m = 0.20 \leq 0.4 \;\Rightarrow\; \text{Situatie 1 (diagram } m = 0.4 \text{(vast op)}$$

4 Diagramdruk

$$\sigma_H = \frac{100}{25}\left[\frac{0.203 \times 0.20}{(0.16 + 0.20^2)^2}\right]$$

$$\sigma_H = 4.00 \times 1.015 = \mathbf{4.06}\ \text{kPa}$$

Het nomogram geeft **4.06 kPa**, de elastische oplossing **6.37 kPa**: op deze diepte bedraagt de nomogramwaarde 64% van de elastische waarde. Het nomogram spreidt de druk bij een nabije belasting over de diepte.



Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

VOORBEELD

Gegeven

Keermuur en belasting	$H = 25.00$ **m,** $P = 100.0$ **kN/m,** $x = 5.00$ **m** **(**$m = 0.20$**)**
Diepten	$z = 0$ **–** 25 **m, elke** 2.5 **m**

GEVRAAGD

σ_H-profiel (twee methoden); **maximale druk** en de diepte daarvan.

Oplossing (1/2)

OPLOSSING

z (m)	n = z/H	σ_H elastisch (kPa)	σ_H-grafiek (kPa)
0.00	0.00	0.000	0.000
2.50	0.10	8.149	2.810
5.00	**0.20**	**6.366**	**4.060**
7.50	0.30	3.616	3.898
10.00	0.40	2.037	3.172
12.50	0.50	1.211	2.415
15.00	0.60	0.764	1.802
17.50	0.70	0.508	1.345
20.00	0.80	0.352	1.015
22.50	0.90	0.254	0.777
25.00	1.00	0.188	0.603

De elastische druk bereikt haar maximale waarde direct onder het maaiveld en neemt met de diepte af; de abak geeft een vlakker profiel met een piek op grotere diepte. De rij z = 5.00 m is Voorbeeld 1.

Oplossing (2/2)

OPLOSSING

1 Elastisch: piek n = m/√3

$$n = \frac{m}{\sqrt{3}} = \frac{0.20}{1.7321} = 0.11547 \;\Rightarrow\; z = nH = \mathbf{2.887}\ \mathrm{m}$$

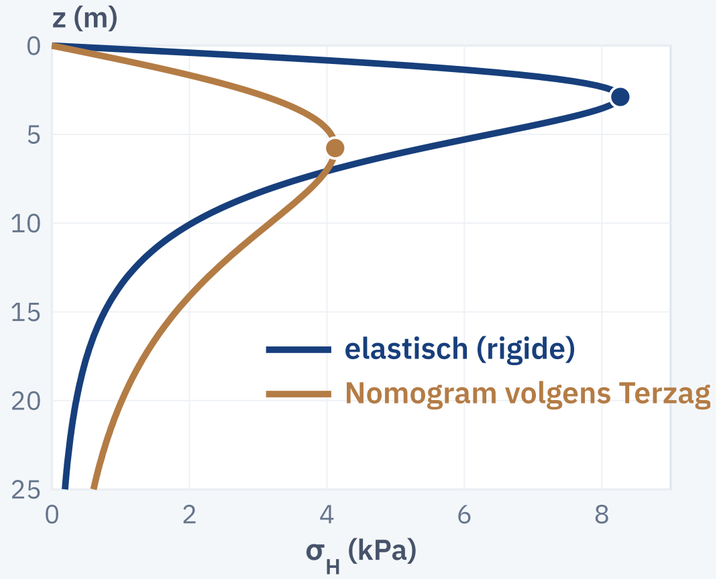
$$\sigma_{H,max} = \frac{9P}{4\sqrt{3}\,\pi\,x} = \frac{9 \times 100}{4(1.7321)\pi(5)} = \mathbf{8.270}\ \mathrm{kPa}$$

2 Diagram (geval 1): piek n = 0.4/√3

$$n = \frac{0.4}{\sqrt{3}} = 0.23094 \;\Rightarrow\; z = \mathbf{5.774}\ \mathrm{m}$$

$$\sigma_{H,max} = 4\left[\frac{0.203 \times 0.23094}{(0.16 + 0.05333)^2}\right] = \mathbf{4.120}\ \mathrm{kPa}$$

Elastische piek **8.27 kPa** (z = 2.89 m), piek uit de grafiek **4.12 kPa** (z = 5.77 m): de elastische oplossing concentreert zich naar het bovenste deel van de wand, terwijl de grafiek lager een piek geeft die half zo groot is.



Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

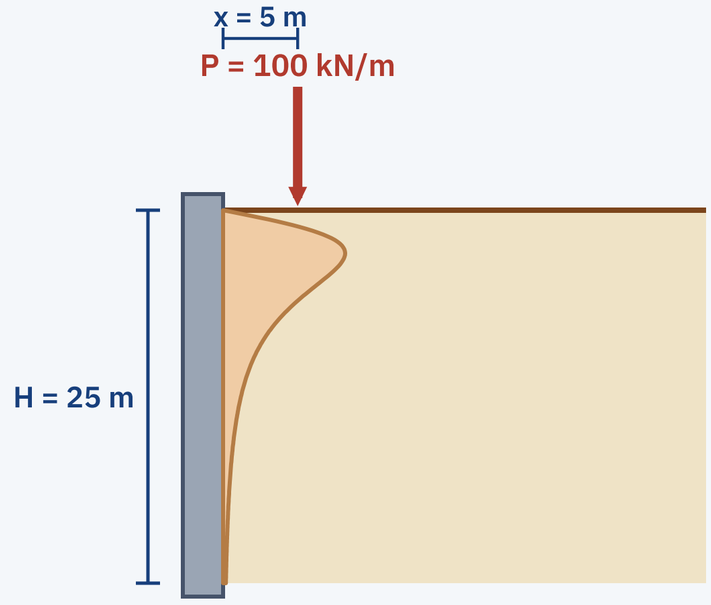
VOORBEELD

Gegeven

Keermuur en belasting	$H = 25.00$ **m,** $P = 100.0$ **kN/m,** $x = 5.00$ **m**
Methoden	**elastisch (starre wand) en grafiek volgens Terzaghi–NAVFAC**

GEVRAAGD

I_0, **I_1**, resultante **P_H**, **z_R** en de hoogte ervan boven de basis (voor de twee methoden).



Oplossing (1/2)

OPLOSSING

1 I_0 (vlak)

$$I_0 = \frac{2/\pi}{1+m^2} = \frac{0.63662}{1+0.20^2} = \mathbf{0.61213}$$

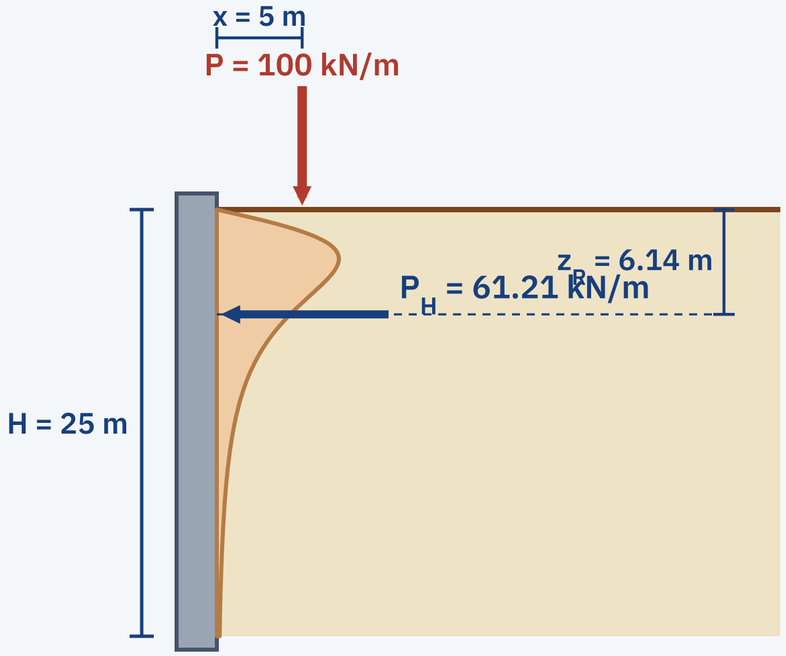
2 I_1 (moment): $(2/\pi)[m \tan^{-1}(1/m) - m^2/(1+m^2)]$

$$I_1 = 0.63662\,[0.20(1.37340) - 0.03846] = \mathbf{0.15038}$$

3 Resultante en werklijn

$$P_H = P\,I_0 = 100 \times 0.61213 = \mathbf{61.21}\ \mathrm{kN/m}$$

$$z_R = H\frac{I_1}{I_0} = 25 \times \frac{0.15038}{0.61213} = \mathbf{6.14}\ \mathrm{m}$$



Elastisch: **P_H = 61.21 kN/m**, op **6.14 m** onder het maaiveld (18.86 m boven de basis).

Oplossing (2/2)

OPLOSSING

4 I_0 en I_1 (m ≤ 0.4, geval 1)

$$I_0 = 0.1015\left(\frac{1}{0.16} - \frac{1}{1.16}\right) = \mathbf{0.5469}$$

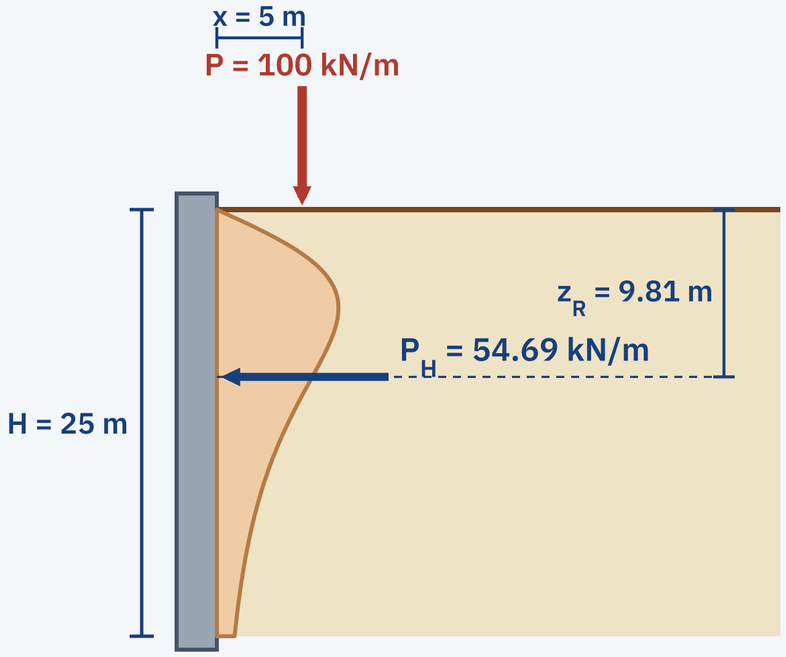
$$I_1 = 0.203\left[\frac{\tan^{-1} 2.5}{0.8} - \frac{1}{2.32}\right]$$

$$I_1 = 0.203\,[1.48786 - 0.43103] = \mathbf{0.21454}$$

5 Resultante en werklijn

$$P_H = 100 \times 0.5469 = \mathbf{54.69}\ \mathrm{kN/m}$$

$$z_R = 25 \times \frac{0.21454}{0.5469} = \mathbf{9.81}\ \mathrm{m}$$



Abak: **P_H = 54.69 kN/m**, **z_R = 9.81 m**. Ten opzichte van de elastische oplossing is de resultante 10.7% kleiner en ligt de werklijn 3.67 m lager.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

VOORBEELD

Gegeven

Keermuur en belasting $H = 25.00$ **m,** $P = 100.0$ **kN/m**

Afstanden $x = 0.5;\ 1;\ 2;\ 5;\ 8;\ 10;\ 12.5;\ 15;\ 25$ **m**

GEVRAAGD

P_H en z_R voor de twee methoden; handmatige controle voor **x = 12.5 m**.

Oplossing (1/2)

OPLOSSING

x (m)	m	P_H elastisch (kN/m)	z_R elastisch (m)	P_H grafiek (kN/m)	z_R-grafiek (m)	Toestand
0.50	0.020	63.64	0.77	54.69	9.81	Situatie 1
1.00	0.040	63.56	1.49	54.69	9.81	Situatie 1
2.00	0.080	63.26	2.84	54.69	9.81	Situatie 1
5.00	**0.200**	**61.21**	**6.14**	**54.69**	**9.81**	**Geval 1**
8.00	0.320	57.75	8.56	54.69	9.81	Situatie 1
10.00	0.400	54.88	9.81	54.69	9.81	Situatie 1
12.50	0.500	50.93	11.05	50.93	11.05	Situatie 2
15.00	0.600	46.81	12.02	46.81	12.02	Situatie 2
25.00	1.000	31.83	14.27	31.83	14.27	Situatie 2

x ≤ 10 m (m ≤ 0.4): de grafiek geeft 54.69 kN/m en 9.81 m, de afstand heeft geen invloed; de elastische resultante belasting neemt langzaam af naarmate zij verder weg ligt (63.64 → 54.88 kN/m) en de werklijn wordt dieper. **m > 0.4**: beide methoden zijn gelijk.

Oplossing (2/2)

OPLOSSING

1 Verhouding en toestand

$$m = \frac{12.5}{25} = \mathbf{0.50} > 0.4 \;\Rightarrow\; \text{grafiek geval 2: dezelfde vergelijking als de elastische oplossing}$$

2 I_0 en I_1

$$I_0 = \frac{2/\pi}{1 + 0.50^2} = \frac{0.63662}{1.25} = \mathbf{0.50930}$$

$$I_1 = 0.63662\,[0.50(1.10715) - 0.2] = \mathbf{0.22509}$$

3 Resultante en werklijn

$$P_H = 100 \times 0.50930 = \mathbf{50.93}\ \text{kN/m} \qquad z_R = 25 \times \frac{0.22509}{0.50930} = \mathbf{11.05}\ \text{m}$$

Voor x = 12.5 m geven beide methoden **50.93 kN/m** en **11.05 m**.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

VOORBEELD

Gegeven

Keermuur en belasting	$H = 25.00$ **m,** $P = 100.0$ **kN/m**
Aangrenzende belasting	$x = 0.05;\ 0.1;\ 0.2;\ 0.3;\ 0.5;\ 1$ **m**
Grens	**abacus:** $x = 9.99;\ 10;\ 10.01$ **m (**$0.4H = 10$ **m)**

GEVRAAGD

Het effect van de $\mathbf{x_{min}}$-regel; de elastische maximale druk; het gedrag van de grafiek bij de grens m = 0.4.

Oplossing (1/2)

OPLOSSING

x (m)	berekening x (m)	P_H elastisch (kN/m)	z_R elastisch (m)	$\sigma_{H,max}$ elastisch (kPa)	z (m)	P_H grafiek (kN/m)
0.05	**0.30**	63.65	0.46	137.8	0.17	54.69
0.10	**0.30**	63.65	0.46	137.8	0.17	54.69
0.20	**0.30**	63.65	0.46	137.8	0.17	54.69
0.30	0.30	63.65	0.46	137.8	0.17	54.69
0.50	0.50	63.64	0.77	82.7	0.29	54.69
1.00	1.00	63.56	1.49	41.3	0.58	54.69

Een belasting met **x < 0.30 m** wordt op 0.30 m berekend: de resultante, de werklijn en de maximale druk zijn gelijk aan de waarden op 0.30 m; de elastische piek stijgt op deze afstand tot **137.8 kPa** (z = 0.17 m). Het nomogram geeft op elke afstand 54.69 kN/m.

Oplossing (2/2)

OPLOSSING

1 0.203 en 4 × 0.16/π

$$\frac{4 \times 0.16}{\pi} = 0.2037 \approx 0.203 \Rightarrow \frac{I_0(m = 0.4^+)}{I_0(\text{Situatie 1})} = \frac{0.63662/1.16}{0.5469} = \mathbf{1.0033}$$

2 Nomogramresultante aan beide zijden van de grens

x (m)	m	Toestand	P_H grafiek (kN/m)	z_R-grafiek (m)
9.99	0.3996	Situatie 1	54.6875	9.8074
10.00	0.4000	Situatie 1	54.6875	9.8074
10.01	0.4004	Situatie 2	54.8659	9.8130

Door afronding springt de resultante met ongeveer **0.33%** op het moment dat zij de grens m = 0.4 passeert (54.69 → 54.87 kN/m); de werklijn gaat van 9.807 → 9.813 m. De sprong is klein; de gepubliceerde coëfficiënt van de nomogram wordt aangehouden.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

VOORBEELD

Gegeven

Belasting	$P = 100.0$ **kN/m,** $x = 5.00$ **m**
Hoogte	$H = 5,\ 10,\ 25,\ 50,\ 100$ **m**
Belastingsintensiteit	$P = 50,\ 100,\ 200$ **kN/m** ($H = 25$ **m**)

GEVRAAGD

P_H en z_R voor beide methoden; het effect van P en H.

Oplossing

OPLOSSING

H (m)	m	P_H elastisch	z_R elastisch	P_H-grafiek	Diagram voor z_R	Toestand
5	1.000	31.83	2.85	31.83	2.85	Situatie 2
10	0.500	50.93	4.42	50.93	4.42	Situatie 2
25	0.200	61.21	6.14	54.69	9.81	Situatie 1
50	0.100	63.03	6.93	54.69	19.61	Situatie 1
100	0.050	63.50	7.37	54.69	39.23	Situatie 1

Bij een hoge muur neemt m af: de elastische P_H nadert 0.64P; de waarde van P_H uit het nomogram verandert niet (0.5469P), terwijl z_R met H toeneemt.

P (kN/m)	P_H elastisch	P_H-grafiek	z_R elastisch	Diagram voor z_R
50	30.61	27.34	6.14	9.81
100	61.21	54.69	6.14	9.81
200	122.43	109.38	6.14	9.81

De resultante neemt **lineair** toe met **P**; z_R is onafhankelijk van P (elastisch · diagram).

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Samenvatting

Belangrijkste punten

m = x/H, **n = z/H**; elastisch (starre muur): $\boldsymbol{\sigma_H = (4P/\pi H)\, m^2 n/(m^2 + n^2)^2}$, maximum bij n = m/√3; $\boldsymbol{x_{min} = 0.30\ m}$

Nomogram: voor m > 0.4 dezelfde vergelijking; voor **m ≤ 0.4** geldt $\sigma_H = (P/H)\ 0.203\ n/(0.16 + n^2)^2$, de afstand heeft geen invloed

Voorbeeld (H = 25 m, x = 5 m, P = 100 kN/m): bij z = 5 m elastisch 6.37, grafiek 4.06 kPa; grootste druk 8.27 kPa (z = 2.89 m) en 4.12 kPa (z = 5.77 m)

Resultante $P_H = P \cdot I_0$, $\boldsymbol{z_R = H \cdot I_1/I_0}$: elastisch 61.21 kN/m en 6.14 m; abak 54.69 kN/m en 9.81 m

Vergelijking: voorbij 0.4H stemmen de twee methoden overeen; daarbinnen neemt de elastische resultante belasting toe naarmate de belasting nadert, terwijl de waarde uit het diagram constant blijft

Literatuur

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning; deze pagina volgt deze methode.

Terzaghi, K. (1954). Anchored bulkheads. Transactions of the ASCE, 119, 1243–1280.

NAVFAC DM-7.02 (1986). Foundations and Earth Structures. Naval Facilities Engineering Command.

OPMERKING

Alle numerieke voorbeelden zijn geproduceerd met de eigen berekeningsmotor van de module; de module geeft dezelfde waarden. De keermuur waarmee de module opent is H = 25 m, x = 5 m en P = 100 kN/m (elastische methode).

GeoTerva

Online geotechnische berekeningen

Van theorie naar praktijk

Voer uw eigen wand, de intensiteit en de afstand van uw lijnbelasting in GeoTerva in; de module geeft het druksprofiel, de resultante en de werklijn samen met een stapsgewijze oplossing en rapport volgens twee methoden.

Module openen →

Theoriepagina →

Openen op de smartphone

Proefmodules vereisen geen registratie.

Wilt u ze in uw colleges gebruiken: info@geoterva.com