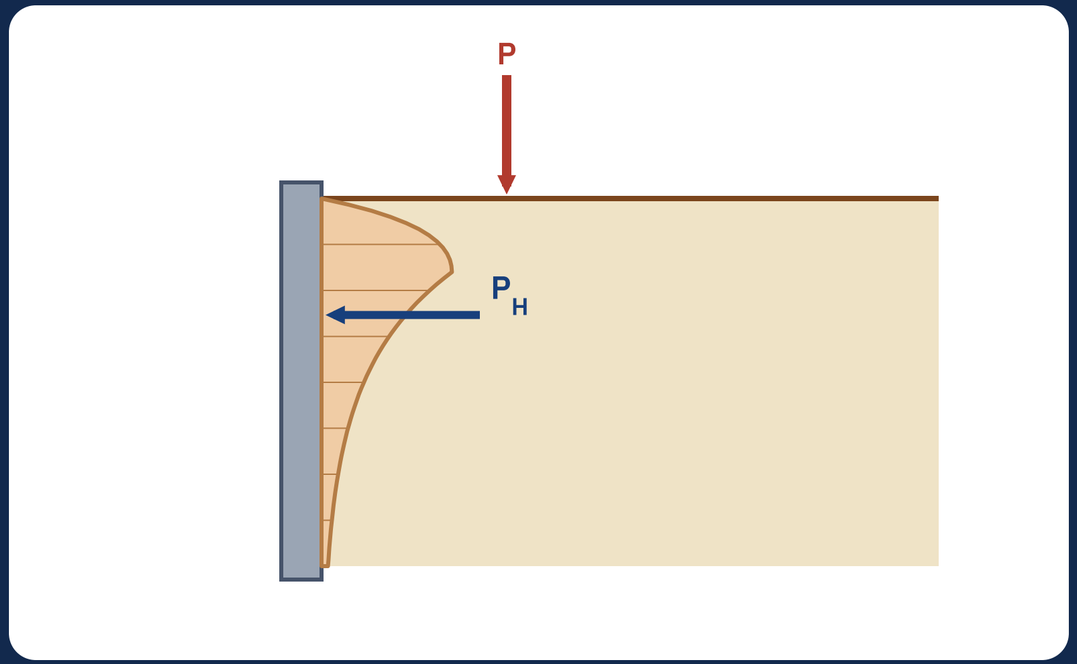
Lezione di geotecnica · Sovraccarichi

Carico lineare di sovraccarico

Lezione: la spinta laterale esercitata sulla parete da un carico lineare parallelo alla parete; due metodi, la risultante e la sua linea d'azione, esempi di calcolo.



m = x/H · n = z/H

Muro rigido elastico

Abaco di Terzaghi–NAVFAC

I_0 · I_1

P_H e z_R

Introduzione

Che cosa si impara in questa lezione?

- La geometria **adimensionale** del carico lineare: distanza del carico **m = x/H** e profondità **n = z/H**
- La soluzione **elastica (muro rigido)**: il doppio della tensione del semispazio; la regola x_{min} **= 0.30 m**
- L'**abaco di Terzaghi–NAVFAC**: i casi m > 0.4 e m ≤ 0.4; l'inefficacia della distanza entro 0.4H
- La risultante con le espressioni in forma chiusa $P_H = P \cdot I_0$ e la linea d'azione $z_R = H \cdot I_1/I_0$
- Il confronto dei due metodi in funzione della distanza, dell'altezza del muro e del carico

SVOLGIMENTO DELLA LEZIONE

Ogni argomento è trattato in **tre passaggi**:

1 · **Teoria**: formula e relativa motivazione

2 · **Traccia**: dati e richiesto

3 · **Soluzione**: passo per passo, con i numeri

Muro di esempio: H = 25 m, carico lineare P = 100 kN/m a una distanza x = 5 m dal muro. Le forze sono per unità di lunghezza del muro (kN/m).

Carico lineare agente sul muro

TEORIA

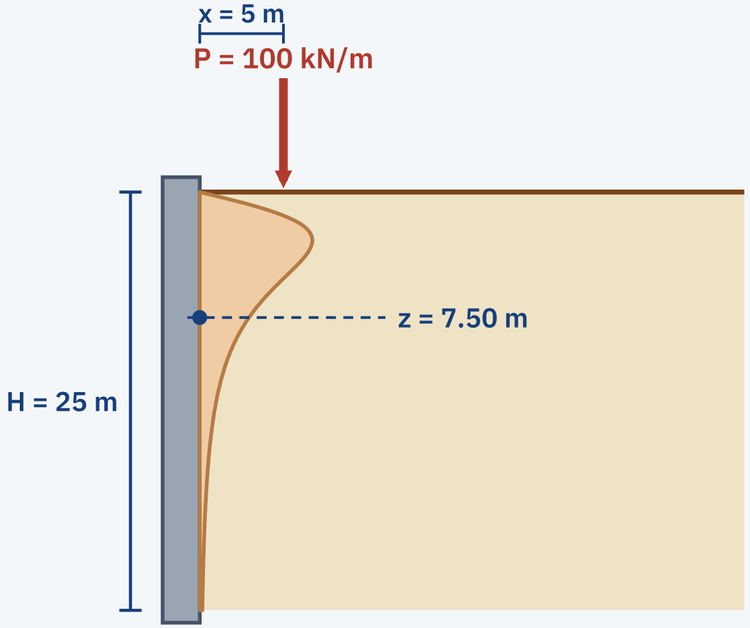
Un carico lineare superficiale **P** parallelo al muro, espresso come forza per unità di lunghezza, è posto a distanza orizzontale **x** dal muro

La pressione laterale da sovraccarico dipende dalla distanza adimensionale del carico **m = x/H** e dalla profondità adimensionale del muro **n = z/H**

Il modulo offre due metodi: la soluzione **elastica (muro rigido)** e l'**abaco Terzaghi–NAVFAC**

$$m = \frac{x}{H}, \qquad n = \frac{z}{H}$$

P — carico lineare superficiale per unità di lunghezza parallelo al muro
x = mH — distanza orizzontale dal muro al carico; **z = nH** — profondità dalla superficie
σ_H, P_H, z_R — spinta laterale, forza risultante, profondità della risultante dalla superficie



Muro rigido: il doppio della tensione elastica

TEORIA

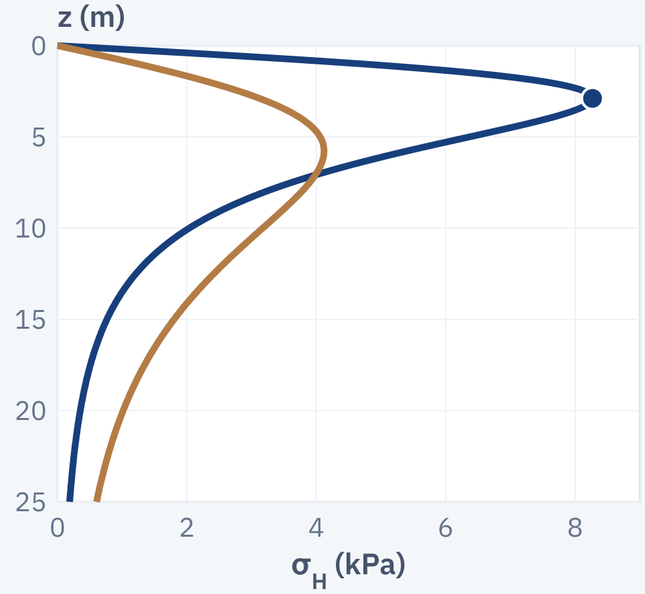
È **il doppio** della tensione orizzontale prodotta da un carico lineare in un semispazio elastico (Flamant, Boussinesq): un muro che non si deforma impedisce il movimento del terreno alla sua faccia

Vale per ogni distanza; la pressione massima si ha alla profondità **n = m/√3**

Un carico più vicino di $\mathbf{x_{min} = 0.30\ m}$ viene calcolato a questa distanza: la pressione massima cresce illimitatamente man mano che il carico si avvicina al muro (la risultante rimane finita)

$$\sigma_H = \frac{4P}{\pi H} \cdot \frac{m^2 n}{(m^2 + n^2)^2}$$

Profilo elastico (m = 0.2)



Caso 1 (m ≤ 0.4) e Caso 2 (m > 0.4)

TEORIA

m > 0.4: la **stessa equazione** della soluzione elastica; **m ≤ 0.4**: il diagramma è **mantenuto costante** per m = 0.4 (Caso 1, che non contiene m)

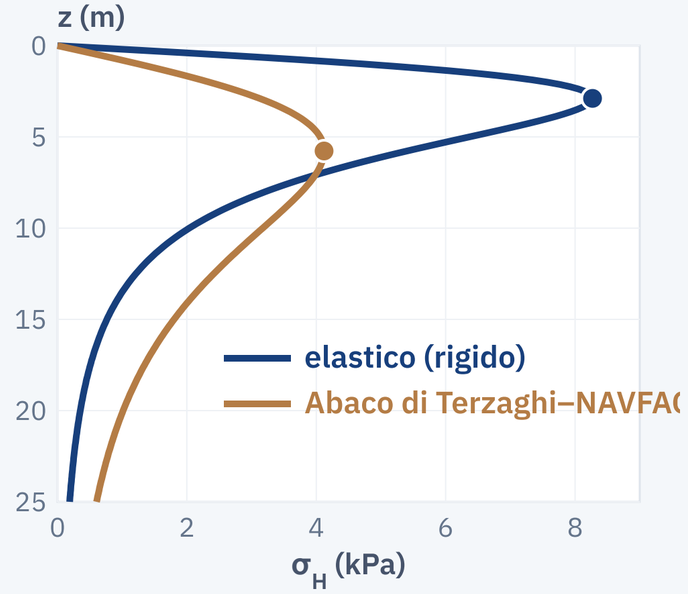
Il coefficiente 0.203 è il valore arrotondato di 4 × 0.16/π; pertanto **entro 0.4H la distanza non ha effetto**

m è costante per un dato modello; n varia con la profondità

$$\sigma_H = \frac{P}{H} \cdot \frac{0.203\, n}{(0.16 + n^2)^2} \qquad m \le 0.4 \text{ (Caso 1)}$$

$$\sigma_H = \frac{4P}{\pi H} \cdot \frac{m^2\, n}{(m^2 + n^2)^2} \qquad m > 0.4 \text{ (Caso 2)}$$

Profilo dei due metodi (m = 0.2)



Area, momento statico e I_0, I_1

TEORIA

In entrambi i metodi l'**area del diagramma risultante** è il **punto in cui si equilibra il momento primo** rispetto alla superficie; una volta scritta σ_H in funzione di n, il carico e l'altezza escono dall'integrale

Elastico ed espressioni in forma chiusa per **m > 0.4** nell'abaco; la risultante dell'abaco ≈ 0.64P/(1 + m²). Abaco per **m ≤ 0.4**: I_0 = 0.5469 (valore 0.55P dell'abaco)

$$P_H = \int_0^H \sigma_H \, dz = P \, I_0 \qquad z_R = \frac{\int_0^H z \, \sigma_H \, dz}{P_H} = H \, \frac{I_1}{I_0}$$

$$I_0 = \frac{2/\pi}{1 + m^2} \qquad I_1 = \frac{2}{\pi} \left[m \tan^{-1} \frac{1}{m} - \frac{m^2}{1 + m^2} \right]$$

$$I_0 = 0.1015 \left(\tfrac{1}{0.16} - \tfrac{1}{1.16} \right) = 0.5469 \qquad I_1 = 0.203 \left[\frac{\tan^{-1} 2.5}{0.8} - \frac{1}{2.32} \right] \; (m \le 0.4)$$

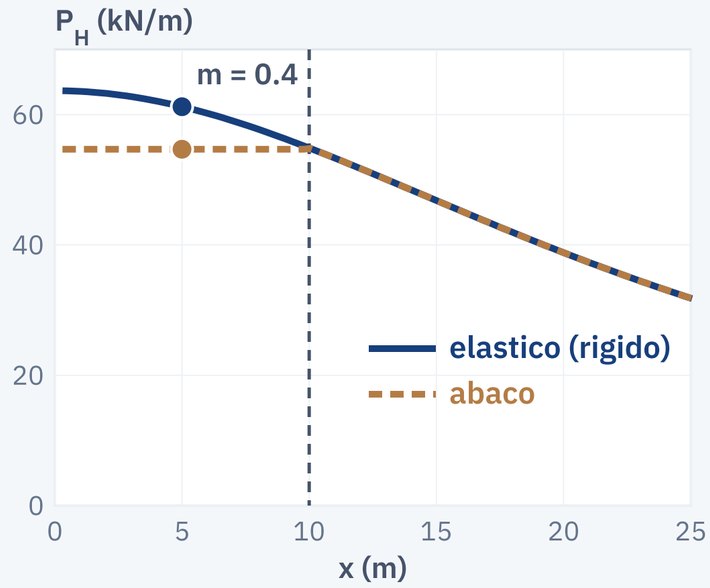
Risultante e linea d'azione, in funzione della distanza del carico

TEORIA

x (m)	m	P_H elastico	z_R elastico	Abaco di P_H	abaco z_R	Condizione
0.50	0.020	63.64	0.77	54.69	9.81	Caso 1
1.00	0.040	63.56	1.49	54.69	9.81	Caso 1
2.00	0.080	63.26	2.84	54.69	9.81	Caso 1
5.00	0.200	61.21	6.14	54.69	9.81	Caso 1
8.00	0.320	57.75	8.56	54.69	9.81	Caso 1
10.00	0.400	54.88	9.81	54.69	9.81	Caso 1
12.50	0.500	50.93	11.05	50.93	11.05	Caso 2
15.00	0.600	46.81	12.02	46.81	12.02	Caso 2
25.00	1.000	31.83	14.27	31.83	14.27	Caso 2

m ≤ 0.4: l'abaco fornisce gli stessi P_H e z_R; la soluzione elastica aumenta P_H man mano che il carico si avvicina e richiama z_R verso l'alto

m > 0.4: i due metodi forniscono lo stesso risultato



Traccia

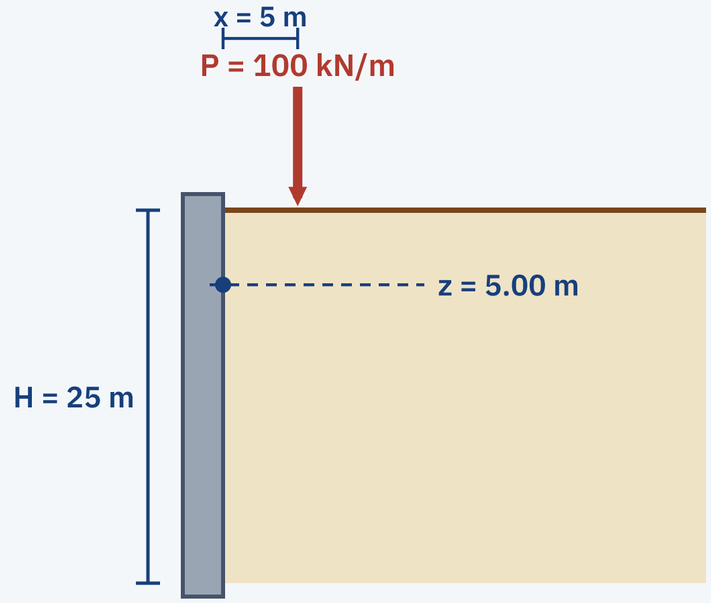
ESEMPIO

RICHIESTO

m, **n** e σ_H: prima elastico (muro rigido), poi l'abaco di Terzaghi–NAVFAC.

Dati

Muro e carico	$H = 25.00$ **m; carico lineare** $P = 100.0$ **kN/m,** $x = 5.00$ **m**
Profondità	$z = 5.00$ **m**



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 Rapporti

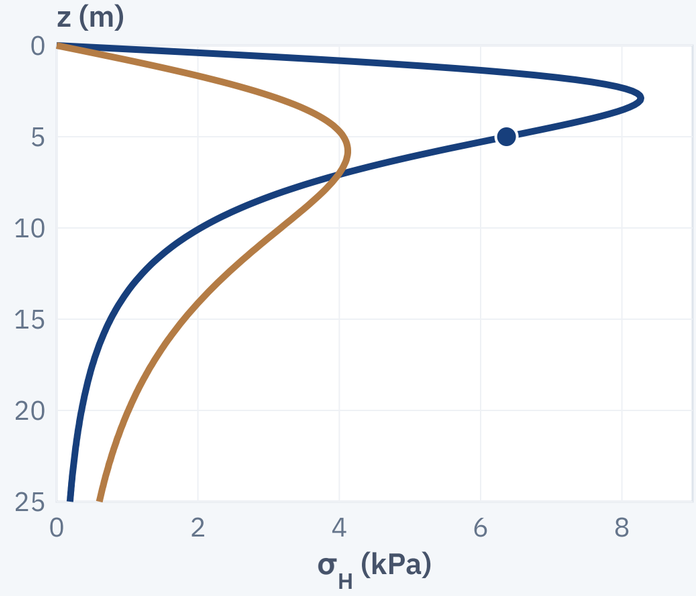
$$m = \frac{x}{H} = \frac{5}{25} = \mathbf{0.20} \qquad n = \frac{z}{H} = \frac{5}{25} = \mathbf{0.20}$$

2 Pressione elastica (muro rigido)

$$\sigma_H = \frac{4 \times 100}{\pi \times 25}\left[\frac{0.20^2 \times 0.20}{(0.20^2 + 0.20^2)^2}\right]$$

$$\sigma_H = 5.0930 \times 1.25 = \mathbf{6.37}\ \text{kPa}$$

A z = 5 m la soluzione elastica fornisce **6.37 kPa**. Tale profondità è inferiore a quella della pressione massima (8.27 kPa, z = 2.89 m); il profilo si attenua rapidamente con la profondità.



Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

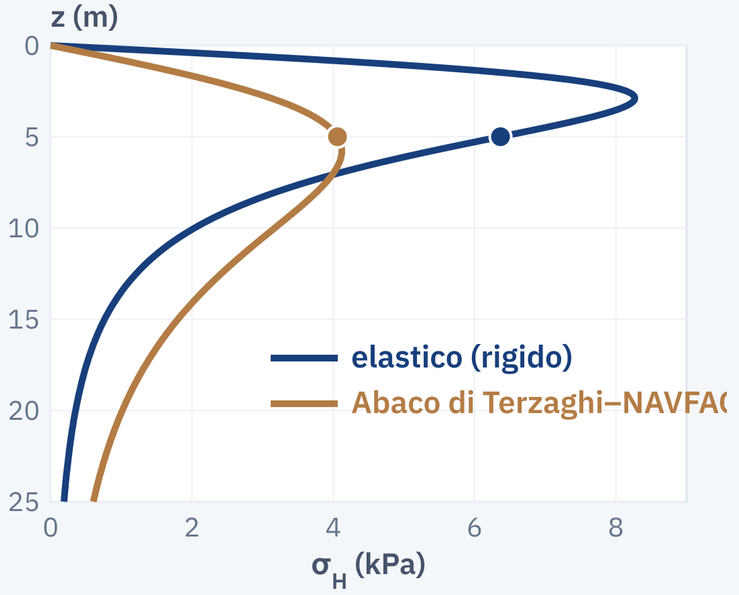
3 Selezione del caso

$$m = 0.20 \leq 0.4 \;\Rightarrow\; \text{Caso 1 (diagramma } m = 0.4 \text{(fissato a)}$$

4 Pressione dell'abaco

$$\sigma_H = \frac{100}{25}\left[\frac{0.203 \times 0.20}{(0.16 + 0.20^2)^2}\right]$$

$$\sigma_H = 4.00 \times 1.015 = \mathbf{4.06}\ \text{kPa}$$



L'abaco fornisce **4.06 kPa**, la soluzione elastica **6.37 kPa**: a questa profondità il valore dell'abaco è pari al 64% di quello elastico. L'abaco diffonde la pressione con la profondità per un carico vicino.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

ESEMPIO

Dati

Muro e carico	$H = 25.00$ **m,** $P = 100.0$ **kN/m,** $x = 5.00$ **m** **(**$m = 0.20$**)**
Profondità	$z = 0$ **–** 25 **m, ogni** 2.5 **m**

RICHIESTO

Profilo di σ_H (due metodi); **pressione massima** e relativa profondità.

Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

z (m)	n = z/H	σ_H elastica (kPa)	Abaco di σ_H (kPa)
0.00	0.00	0.000	0.000
2.50	0.10	8.149	2.810
5.00	**0.20**	**6.366**	**4.060**
7.50	0.30	3.616	3.898
10.00	0.40	2.037	3.172
12.50	0.50	1.211	2.415
15.00	0.60	0.764	1.802
17.50	0.70	0.508	1.345
20.00	0.80	0.352	1.015
22.50	0.90	0.254	0.777
25.00	1.00	0.188	0.603

La pressione elastica raggiunge il valore massimo subito sotto la superficie e diminuisce con la profondità; l'abaco fornisce un profilo più regolare con il picco a maggiore profondità. La riga z = 5.00 m è l'Esempio 1.

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

1 Elastico: picco n = m/√3

$$n = \frac{m}{\sqrt{3}} = \frac{0.20}{1.7321} = 0.11547 \;\Rightarrow\; z = nH = \mathbf{2.887}\ \mathrm{m}$$

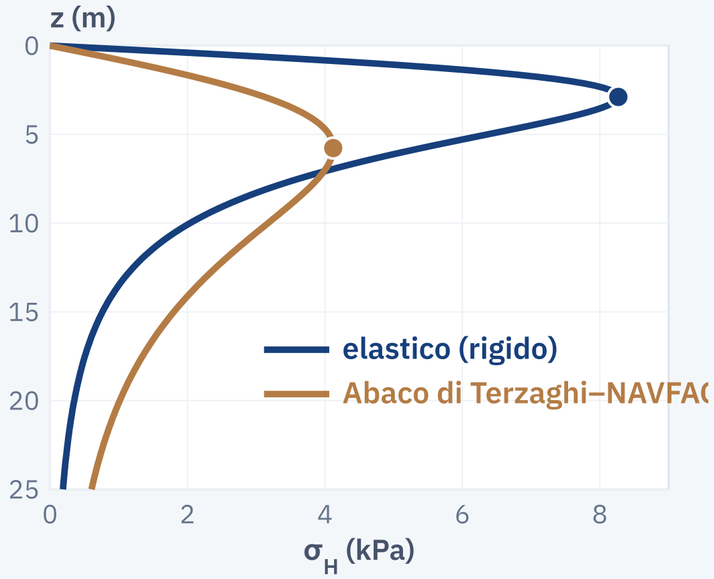
$$\sigma_{H,max} = \frac{9P}{4\sqrt{3}\,\pi\,x} = \frac{9 \times 100}{4(1.7321)\pi(5)} = \mathbf{8.270}\ \mathrm{kPa}$$

2 Abaco (caso 1): picco n = 0.4/√3

$$n = \frac{0.4}{\sqrt{3}} = 0.23094 \;\Rightarrow\; z = \mathbf{5.774}\ \mathrm{m}$$

$$\sigma_{H,max} = 4\left[\frac{0.203 \times 0.23094}{(0.16 + 0.05333)^2}\right] = \mathbf{4.120}\ \mathrm{kPa}$$

Picco elastico **8.27 kPa** (z = 2.89 m), picco dell'abaco **4.12 kPa** (z = 5.77 m): la soluzione elastica si concentra nella parte alta del muro, mentre l'abaco fornisce un picco più in basso e pari alla metà.



Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

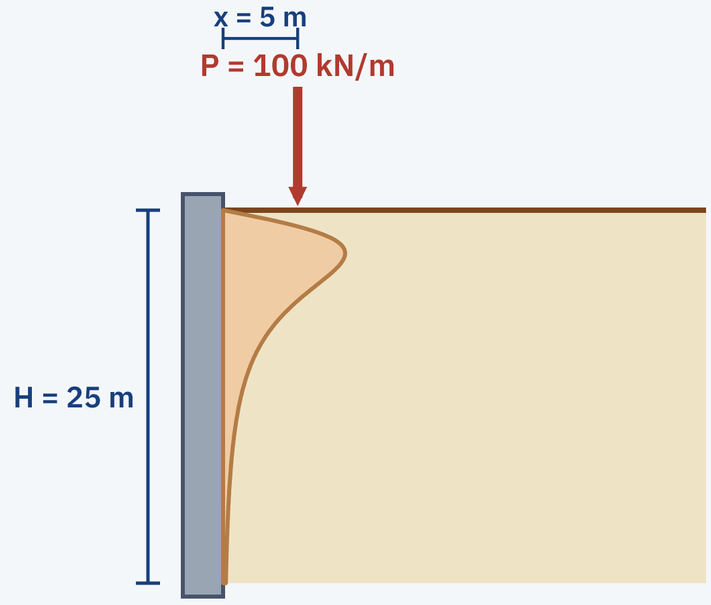
ESEMPIO

Dati

Muro e carico	$H = 25.00$ **m**, $P = 100.0$ **kN/m**, $x = 5.00$ **m**
Metodi	**elastico (muro rigido) e abaco di Terzaghi–NAVFAC**

RICHIESTO

I_0, **I_1**, la risultante **P_H**, **z_R** e la sua altezza rispetto alla base (per i due metodi).



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 I_0 (area)

$$I_0 = \frac{2/\pi}{1+m^2} = \frac{0.63662}{1+0.20^2} = \mathbf{0.61213}$$

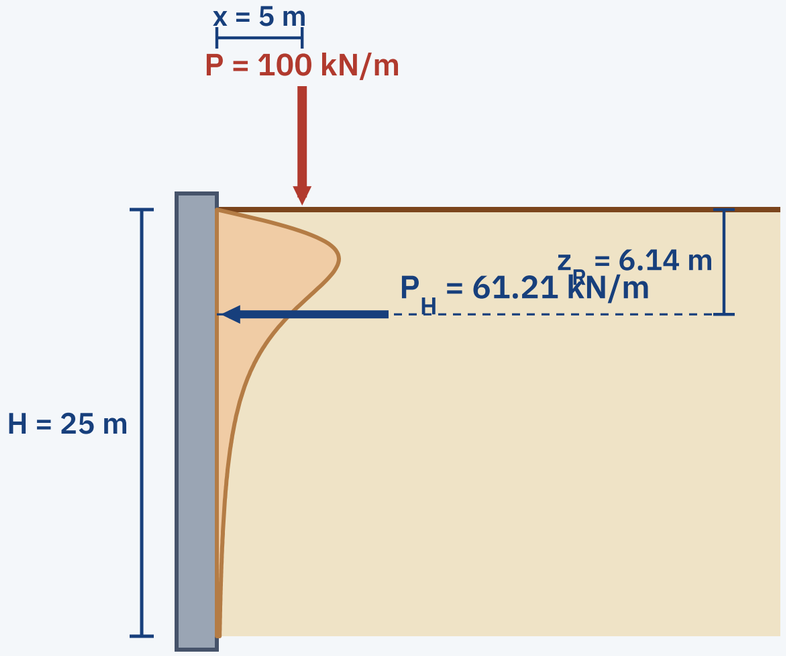
2 I_1 (momento): $(2/\pi)[m \tan^{-1}(1/m) - m^2/(1+m^2)]$

$$I_1 = 0.63662\,[0.20(1.37340) - 0.03846] = \mathbf{0.15038}$$

3 Risultante e linea d'azione

$$P_H = P\,I_0 = 100 \times 0.61213 = \mathbf{61.21}\ \mathrm{kN/m}$$

$$z_R = H\frac{I_1}{I_0} = 25 \times \frac{0.15038}{0.61213} = \mathbf{6.14}\ \mathrm{m}$$



Elastico: **P_H = 61.21 kN/m**, a **6.14 m** di profondità sotto la superficie (18.86 m sopra la base).

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

4 I_0 e I_1 (m ≤ 0.4, Caso 1)

$$I_0 = 0.1015\left(\frac{1}{0.16} - \frac{1}{1.16}\right) = \mathbf{0.5469}$$

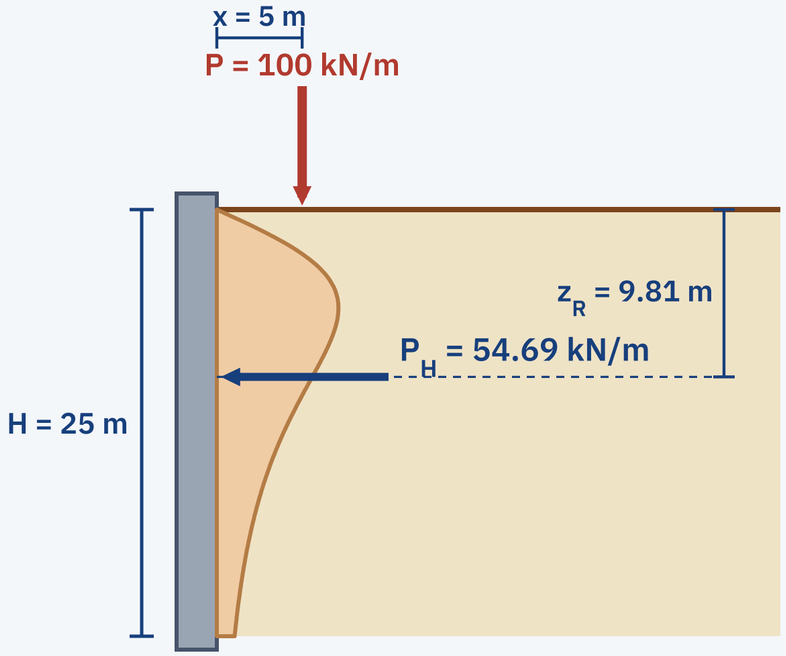
$$I_1 = 0.203\left[\frac{\tan^{-1} 2.5}{0.8} - \frac{1}{2.32}\right]$$

$$I_1 = 0.203\,[1.48786 - 0.43103] = \mathbf{0.21454}$$

5 Risultante e linea d'azione

$$P_H = 100 \times 0.5469 = \mathbf{54.69}\ \mathrm{kN/m}$$

$$z_R = 25 \times \frac{0.21454}{0.5469} = \mathbf{9.81}\ \mathrm{m}$$



Abaco: **P_H = 54.69 kN/m**, **z_R = 9.81 m**. Rispetto alla soluzione elastica, la risultante è minore del 10.7% e la linea d'azione è 3.67 m più in basso.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

ESEMPIO

Dati

Muro e carico	$H = 25.00$ **m,** $P = 100.0$ **kN/m**
Distanze	$x = 0.5;\ 1;\ 2;\ 5;\ 8;\ 10;\ 12.5;\ 15;\ 25$ **m**

RICHIESTO

Per i due metodi $\mathbf{P_H}$ e $\mathbf{z_R}$; verifica manuale per **x = 12.5 m**.

Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

x (m)	m	P_H elastica (kN/m)	z_R elastico (m)	P_H da abaco (kN/m)	Abaco z_R (m)	Condizione
0.50	0.020	63.64	0.77	54.69	9.81	Caso 1
1.00	0.040	63.56	1.49	54.69	9.81	Caso 1
2.00	0.080	63.26	2.84	54.69	9.81	Caso 1
5.00	**0.200**	**61.21**	**6.14**	**54.69**	**9.81**	**Caso 1**
8.00	0.320	57.75	8.56	54.69	9.81	Caso 1
10.00	0.400	54.88	9.81	54.69	9.81	Caso 1
12.50	0.500	50.93	11.05	50.93	11.05	Caso 2
15.00	0.600	46.81	12.02	46.81	12.02	Caso 2
25.00	1.000	31.83	14.27	31.83	14.27	Caso 2

x ≤ 10 m (m ≤ 0.4): l'abaco fornisce 54.69 kN/m e 9.81 m, la distanza è inefficace; la risultante elastica del carico diminuisce lentamente allontanandosi (63.64 → 54.88 kN/m) e la sua linea d'azione si approfondisce. **m > 0.4**: i due metodi coincidono.

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

1 Rapporto e condizione

$$m = \frac{12.5}{25} = \mathbf{0.50} > 0.4 \;\Rightarrow\; \text{abaco Caso 2: stessa equazione della soluzione elastica}$$

2 I_0 e I_1

$$I_0 = \frac{2/\pi}{1 + 0.50^2} = \frac{0.63662}{1.25} = \mathbf{0.50930}$$

$$I_1 = 0.63662\,[0.50(1.10715) - 0.2] = \mathbf{0.22509}$$

3 Risultante e linea d'azione

$$P_H = 100 \times 0.50930 = \mathbf{50.93}\ \text{kN/m} \qquad z_R = 25 \times \frac{0.22509}{0.50930} = \mathbf{11.05}\ \text{m}$$

Per x = 12.5 m entrambi i metodi forniscono **50.93 kN/m** e **11.05 m**.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

ESEMPIO

Dati

Muro e carico	$H = 25.00$ **m,** $P = 100.0$ **kN/m**
Carico adiacente	$x = 0.05;\ 0.1;\ 0.2;\ 0.3;\ 0.5;\ 1$ **m**
Limite	**abaco:** $x = 9.99;\ 10;\ 10.01$ **m (**$0.4H = 10$ **m)**

RICHIESTO

L'effetto della regola $\mathbf{x_{min}}$; la pressione massima elastica; il comportamento dell'abaco al limite m = 0.4.

Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

x (m)	calcolo x (m)	P_H elastica (kN/m)	z_R elastico (m)	$\sigma_{H,max}$ elastica (kPa)	z (m)	P_H da abaco (kN/m)
0.05	**0.30**	63.65	0.46	137.8	0.17	54.69
0.10	**0.30**	63.65	0.46	137.8	0.17	54.69
0.20	**0.30**	63.65	0.46	137.8	0.17	54.69
0.30	0.30	63.65	0.46	137.8	0.17	54.69
0.50	0.50	63.64	0.77	82.7	0.29	54.69
1.00	1.00	63.56	1.49	41.3	0.58	54.69

Un carico con **x < 0.30 m** viene calcolato a 0.30 m: la risultante, la linea d'azione e la pressione massima sono uguali ai valori a 0.30 m; il picco elastico a questa distanza sale a **137.8 kPa** (z = 0.17 m). L'abaco fornisce 54.69 kN/m a ogni distanza.

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

1 0.203 e 4 × 0.16/π

$$\frac{4 \times 0.16}{\pi} = 0.2037 \approx 0.203 \;\Rightarrow\; \frac{I_0(m = 0.4^+)}{I_0(\text{Caso 1})} = \frac{0.63662/1.16}{0.5469} = \mathbf{1.0033}$$

2 Risultante dell'abaco a cavallo del limite

x (m)	m	Condizione	P_H da abaco (kN/m)	Abaco z_R (m)
9.99	0.3996	Caso 1	54.6875	9.8074
10.00	0.4000	Caso 1	54.6875	9.8074
10.01	0.4004	Caso 2	54.8659	9.8130

A causa dell'arrotondamento, la risultante presenta un salto di circa **0.33%** quando supera il limite m = 0.4 (54.69 → 54.87 kN/m); la linea d'azione passa da 9.807 → 9.813 m. Il salto è modesto; si conserva il coefficiente pubblicato dell'abaco.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

ESEMPIO

Dati

Carico	$P = 100.0$ **kN/m,** $x = 5.00$ **m**
Altezza	$H = 5,\ 10,\ 25,\ 50,\ 100$ **m**
Intensità del carico	$P = 50,\ 100,\ 200$ **kN/m (**$H = 25$ **m)**

RICHIESTO

$\mathbf{P_H}$ e $\mathbf{z_R}$ per entrambi i metodi; l'effetto di P e H.

Soluzione

SOLUZIONE

H (m)	m	P_H elastico	z_R elastico	Abaco di P_H	abaco z_R	Condizione
5	1.000	31.83	2.85	31.83	2.85	Caso 2
10	0.500	50.93	4.42	50.93	4.42	Caso 2
25	0.200	61.21	6.14	54.69	9.81	Caso 1
50	0.100	63.03	6.93	54.69	19.61	Caso 1
100	0.050	63.50	7.37	54.69	39.23	Caso 1

Per un muro alto m diminuisce: il P_H elastico si avvicina a 0.64P; nell'abaco P_H non cambia (0.5469P), mentre z_R cresce con H.

P (kN/m)	P_H elastico	Abaco di P_H	z_R elastico	abaco z_R
50	30.61	27.34	6.14	9.81
100	61.21	54.69	6.14	9.81
200	122.43	109.38	6.14	9.81

La risultante aumenta **linearmente** con **P**; z_R è indipendente da P (elastico · abaco).

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Sintesi

Punti chiave

m = x/H, **n = z/H**; elastico (muro rigido): $\boldsymbol{\sigma_H = (4P/\pi H)\, m^2 n/(m^2 + n^2)^2}$, picco per n = m/√3; $\boldsymbol{x_{min} = 0.30\ m}$

Abaco: per m > 0.4 la stessa equazione; per **m ≤ 0.4**, $\sigma_H = (P/H)\ 0.203\ n/(0.16 + n^2)^2$, la distanza non ha effetto

Esempio (H = 25 m, x = 5 m, P = 100 kN/m): a z = 5 m, elastico 6.37, abaco 4.06 kPa; pressione massima 8.27 kPa (z = 2.89 m) e 4.12 kPa (z = 5.77 m)

Risultante $P_H = P \cdot I_0$, $\boldsymbol{z_R = H \cdot I_1/I_0}$: soluzione elastica 61.21 kN/m e 6.14 m; abaco 54.69 kN/m e 9.81 m

Confronto: oltre 0.4H i due metodi coincidono; all'interno, il carico risultante elastico aumenta man mano che il carico si avvicina, mentre il valore dell'abaco resta costante

Bibliografia

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning; questa pagina fa riferimento a tale testo.

Terzaghi, K. (1954). Anchored bulkheads. Transactions of the ASCE, 119, 1243–1280.

NAVFAC DM-7.02 (1986). Foundations and Earth Structures. Naval Facilities Engineering Command.

NOTA

Tutti gli esempi numerici sono prodotti con il motore di calcolo del modulo stesso; il modulo restituisce gli stessi valori. Il muro di apertura del modulo è H = 25 m, x = 5 m e P = 100 kN/m (metodo elastico).

GeoTerva

Calcoli geotecnici online

Dalla teoria alla pratica

Inserire in GeoTerva il proprio muro, l'intensità e la distanza del carico lineare; il modulo fornisce il profilo delle pressioni, la risultante e la linea d'azione insieme alla soluzione passo per passo e alla relazione, con due metodi.

Aprire il modulo →

Pagina di teoria →

Aprire dallo smartphone

I moduli di prova non richiedono registrazione.

Se si desidera utilizzarli nelle proprie lezioni: info@geoterva.com