Présentation de cours de géotechnique · Surcharges

Surcharge linéique

Cours : pression latérale exercée sur le mur par une charge linéique parallèle au mur ; deux méthodes, résultante et ligne d'action, exemples résolus.

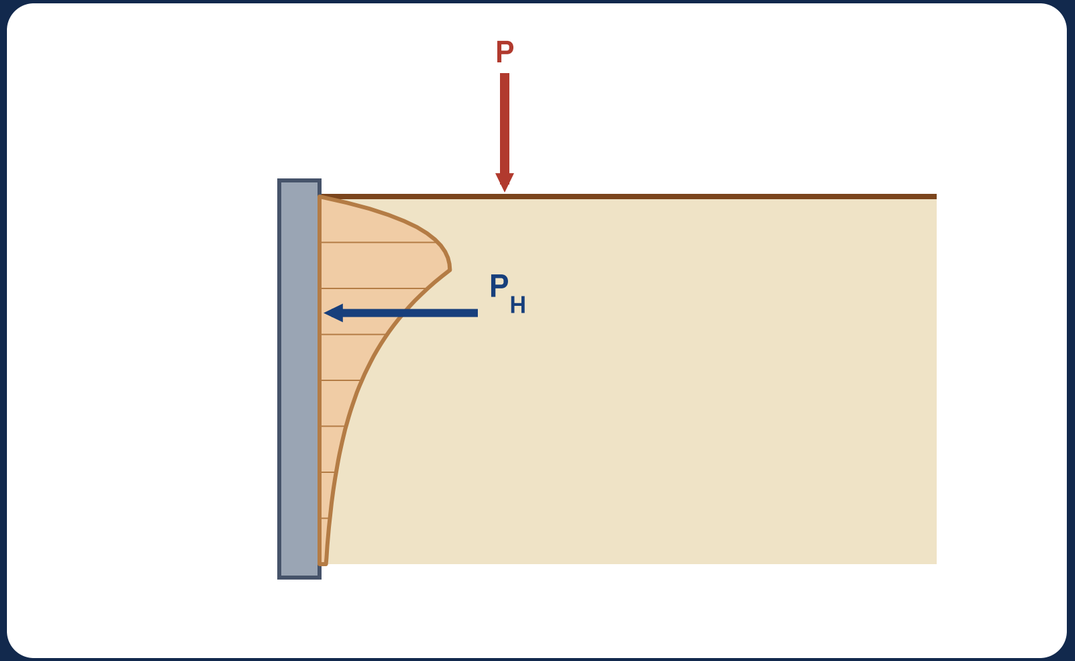
m = x/H · n = z/H

Mur rigide élastique

Abaque de Terzaghi–NAVFAC

I_0 · I_1

P_H et z_R



Que verrons-nous dans ce cours ?

- La géométrie **adimensionnelle** de la charge linéique : distance de la charge **m = x/H** et profondeur **n = z/H**
- La solution **élastique (mur rigide)** : le double de la contrainte du milieu semi-infini ; la règle $\mathbf{x_{min} = 0.30\ m}$
- L'**abaque de Terzaghi–NAVFAC** : les cas m > 0.4 et m ≤ 0.4 ; l'absence d'effet de la distance à l'intérieur de 0.4H
- La résultante par les expressions fermées $\mathbf{P_H = P \cdot I_0}$ et la ligne d'action par $\mathbf{z_R = H \cdot I_1 / I_0}$
- La comparaison des deux méthodes en fonction de la distance, de la hauteur du mur et de la charge

DÉROULÉ DU COURS

Chaque thème est traité en **trois étapes** :

1 · **Théorie** : formule et justification

2 · **Énoncé** : données et à déterminer

3 · **Solution** : étape par étape, avec les valeurs numériques

Mur de l'exemple : H = 25 m, charge linéique P = 100 kN/m à une distance x = 5 m du mur. Les efforts sont donnés par unité de longueur de mur (kN/m).

Charge linéique agissant sur le mur

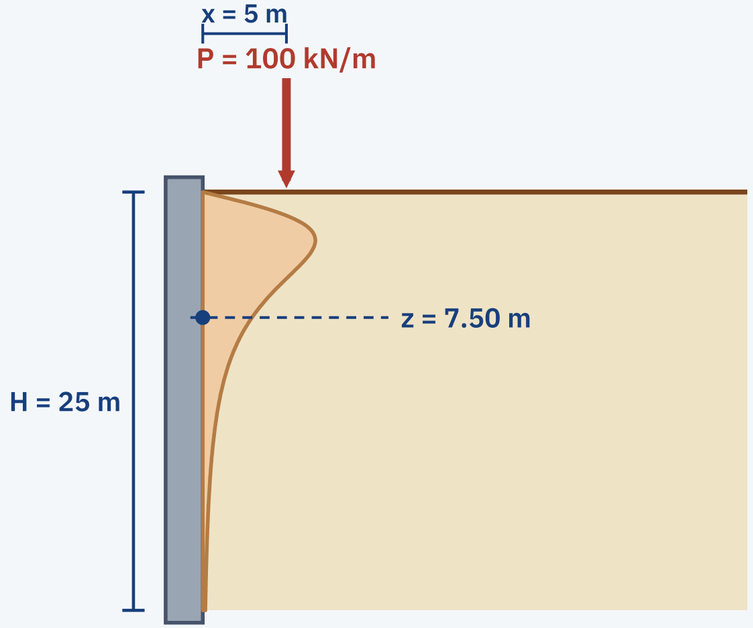
THÉORIE

Une charge linéique de surface **P**, parallèle au mur et donnée comme force par unité de longueur, est située à la distance horizontale **x** du mur

La pression latérale due à la surcharge dépend de la distance adimensionnelle de la charge **m = x/H** et de la profondeur adimensionnelle du mur **n = z/H**

Le module propose deux méthodes : la solution **élastique (mur rigide)** et l'**abaque de Terzaghi–NAVFAC**

$$m = \frac{x}{H}, \qquad n = \frac{z}{H}$$



P — charge linéique en surface, parallèle au mur, par unité de longueur
x = mH — distance horizontale du mur à la charge ; **z = nH** — profondeur à partir de la surface
σ_H, **P_H**, **z_R** — pression latérale, force résultante, profondeur de la résultante à partir de la surface

Mur rigide : deux fois la contrainte élastique

THÉORIE

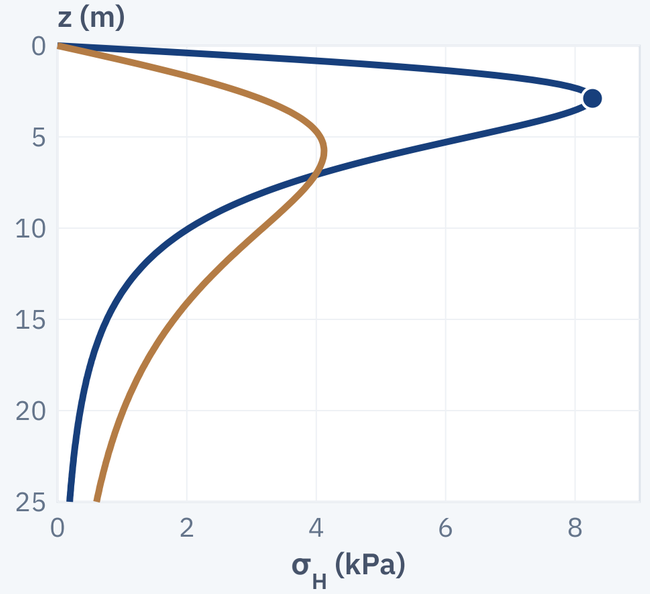
Il s'agit du **double** de la contrainte horizontale produite par une charge linéique dans un milieu semi-infini élastique (Flamant, Boussinesq) : un mur qui ne se déplace pas empêche le mouvement du sol au contact de son parement

Valable pour toute distance ; la pression maximale se situe à la profondeur **n = m/√3**

Une charge située à moins de $\mathbf{x_{min} = 0.30\ m}$ est calculée à cette distance : la pression maximale croît sans limite lorsque la charge s'approche du mur (la résultante reste finie)

$$\sigma_H = \frac{4P}{\pi H} \cdot \frac{m^2 n}{(m^2 + n^2)^2}$$

Profil élastique (m = 0.2)



Cas 1 (m ≤ 0.4) et cas 2 (m > 0.4)

THÉORIE

Pour **m > 0.4**, **même équation** que la solution élastique ; pour **m ≤ 0.4**, le diagramme est **maintenu constant** à m = 0.4 (cas 1, qui ne contient pas m)

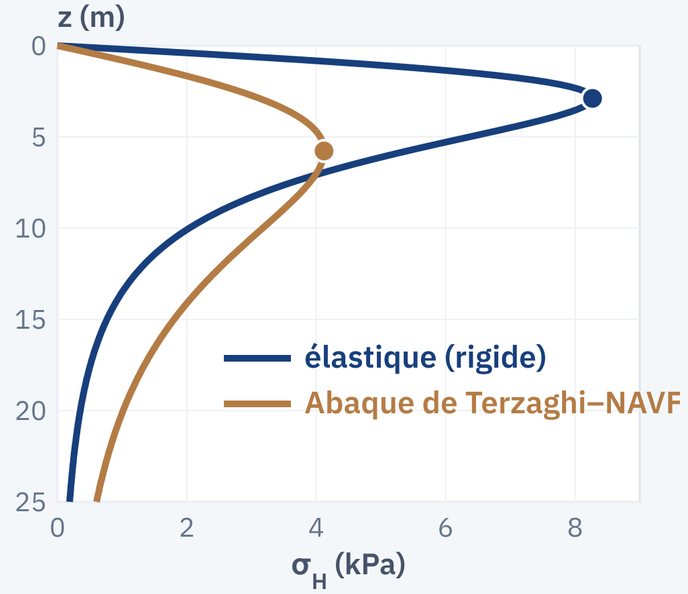
Le coefficient 0.203 est la valeur arrondie de 4 × 0.16/π ; c'est pourquoi **à l'intérieur de 0.4H, la distance n'a aucun effet**

m est constant pour un modèle donné ; n varie avec la profondeur

$$\sigma_H = \frac{P}{H} \cdot \frac{0.203\, n}{(0.16 + n^2)^2} \qquad m \leq 0.4 \text{ (Cas 1)}$$

$$\sigma_H = \frac{4P}{\pi H} \cdot \frac{m^2\, n}{(m^2 + n^2)^2} \qquad m > 0.4 \text{ (Cas 2)}$$

Profil des deux méthodes (m = 0.2)



Aire, moment statique et I_0, I_1

THÉORIE

Dans les deux méthodes, la **résultante est l'aire du diagramme** et sa profondeur depuis la surface est le **point où le moment du premier ordre s'équilibre** ; σ_H étant exprimé en fonction de n, la charge et la hauteur sortent de l'intégrale

Élastique et abaque : expressions fermées pour **m > 0.4** ; résultante de l'abaque ≈ 0.64P/(1 + m²). Abaque pour **m ≤ 0.4** : I_0 = 0.5469 (valeur 0.55P de l'abaque)

$$P_H = \int_0^H \sigma_H \, dz = P \, I_0 \qquad z_R = \frac{\int_0^H z \, \sigma_H \, dz}{P_H} = H \, \frac{I_1}{I_0}$$

$$I_0 = \frac{2/\pi}{1 + m^2} \qquad I_1 = \frac{2}{\pi} \left[m \tan^{-1} \frac{1}{m} - \frac{m^2}{1 + m^2} \right]$$

$$I_0 = 0.1015 \left(\tfrac{1}{0.16} - \tfrac{1}{1.16} \right) = 0.5469 \qquad I_1 = 0.203 \left[\frac{\tan^{-1} 2.5}{0.8} - \frac{1}{2.32} \right] \; (m \le 0.4)$$

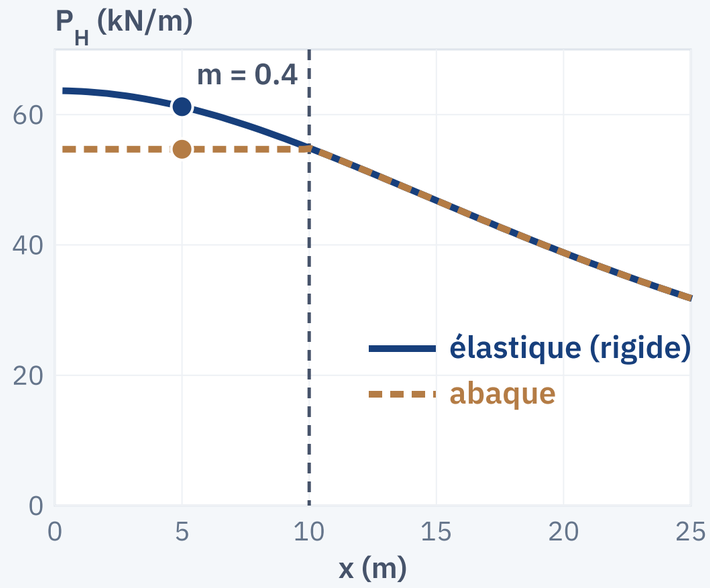
Résultante et ligne d'action, en fonction de la distance à la charge

THÉORIE

x (m)	m	P_H élastique	z_R élastique	Abaque P_H	abaque z_R	État
0.50	0.020	63.64	0.77	54.69	9.81	Cas 1
1.00	0.040	63.56	1.49	54.69	9.81	Cas 1
2.00	0.080	63.26	2.84	54.69	9.81	Cas 1
5.00	0.200	61.21	6.14	54.69	9.81	Cas 1
8.00	0.320	57.75	8.56	54.69	9.81	Cas 1
10.00	0.400	54.88	9.81	54.69	9.81	Cas 1
12.50	0.500	50.93	11.05	50.93	11.05	Cas 2
15.00	0.600	46.81	12.02	46.81	12.02	Cas 2
25.00	1.000	31.83	14.27	31.83	14.27	Cas 2

m ≤ 0.4 : l'abaque donne les mêmes P_H et z_R ; la solution élastique augmente P_H à mesure que la charge se rapproche et fait remonter z_R

m > 0.4 : les deux méthodes donnent le même résultat



Énoncé

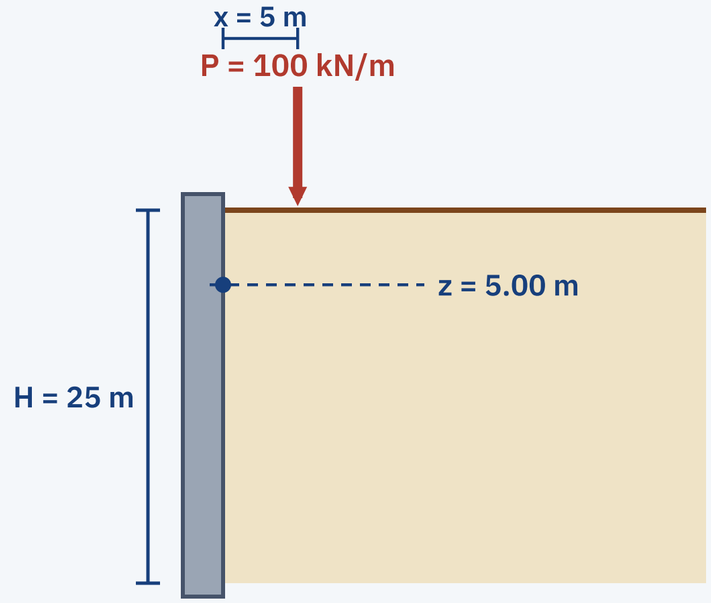
EXEMPLE

Données

Mur et charge	$H = 25.00$ **m ; charge linéique** $P = 100.0$ **kN/m,** $x = 5.00$ **m**
Profondeur	$z = 5.00$ **m**

À DÉTERMINER

m, **n** et σ_H : d'abord élastique (mur rigide), puis abaque de Terzaghi–NAVFAC.



Solution (1/2)

SOLUTION

1 Rapports

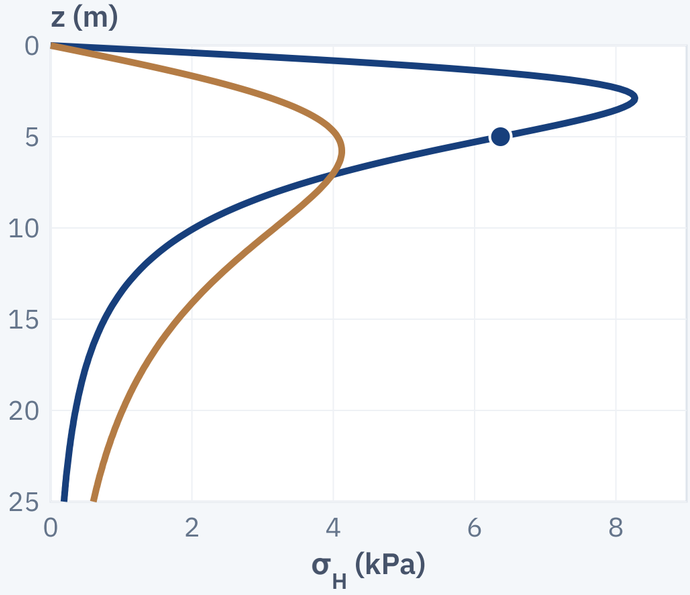
$$m = \frac{x}{H} = \frac{5}{25} = \mathbf{0.20} \qquad n = \frac{z}{H} = \frac{5}{25} = \mathbf{0.20}$$

2 Pression élastique (mur rigide)

$$\sigma_H = \frac{4 \times 100}{\pi \times 25}\left[\frac{0.20^2 \times 0.20}{(0.20^2 + 0.20^2)^2}\right]$$

$$\sigma_H = 5.0930 \times 1.25 = \mathbf{6.37}\ \text{kPa}$$

À z = 5 m, la solution élastique donne **6.37 kPa**. Cette profondeur est située sous celle de la pression maximale (8.27 kPa, z = 2.89 m) ; le profil s'atténue rapidement avec la profondeur.



Solution (2/2)

SOLUTION

3 Choix du cas

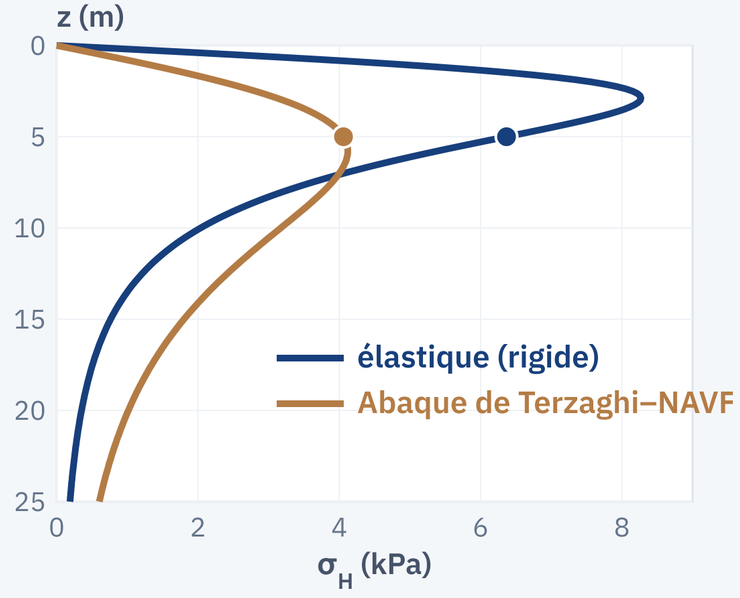
$$m = 0.20 \leq 0.4 \;\Rightarrow\; \text{Cas 1 (diagramme } m = 0.4 \text{fixe)}$$

4 Pression de l'abaque

$$\sigma_H = \frac{100}{25}\left[\frac{0.203 \times 0.20}{(0.16 + 0.20^2)^2}\right]$$

$$\sigma_H = 4.00 \times 1.015 = \mathbf{4.06}\ \text{kPa}$$

L'abaque donne **4.06 kPa**, la solution élastique **6.37 kPa** : à cette profondeur, la valeur de l'abaque représente 64 % de la valeur élastique. L'abaque répartit la pression en profondeur pour une charge proche.



Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

EXEMPLE

Données

Mur et charge	$H = 25.00$ **m,** $P = 100.0$ **kN/m,** $x = 5.00$ **m** $(m = 0.20)$
Profondeurs	$z = 0$ **–** 25 **m, tous les** 2.5 **m**

À DÉTERMINER

Profil de σ_H (deux méthodes) ; **pression maximale** et sa profondeur.

Solution (1/2)

SOLUTION

z (m)	n = z/H	σ_H élastique (kPa)	Abaque σ_H (kPa)
0.00	0.00	0.000	0.000
2.50	0.10	8.149	2.810
5.00	**0.20**	**6.366**	**4.060**
7.50	0.30	3.616	3.898
10.00	0.40	2.037	3.172
12.50	0.50	1.211	2.415
15.00	0.60	0.764	1.802
17.50	0.70	0.508	1.345
20.00	0.80	0.352	1.015
22.50	0.90	0.254	0.777
25.00	1.00	0.188	0.603

La pression élastique atteint son maximum juste sous la surface et décroît avec la profondeur ; l'abaque donne un profil plus régulier avec un pic plus profond. La ligne z = 5.00 m correspond à l'Exemple 1.

Solution (2/2)

SOLUTION

1 Élastique : crête n = m/√3

$$n = \frac{m}{\sqrt{3}} = \frac{0.20}{1.7321} = 0.11547 \;\Rightarrow\; z = nH = \mathbf{2.887}\ \mathrm{m}$$

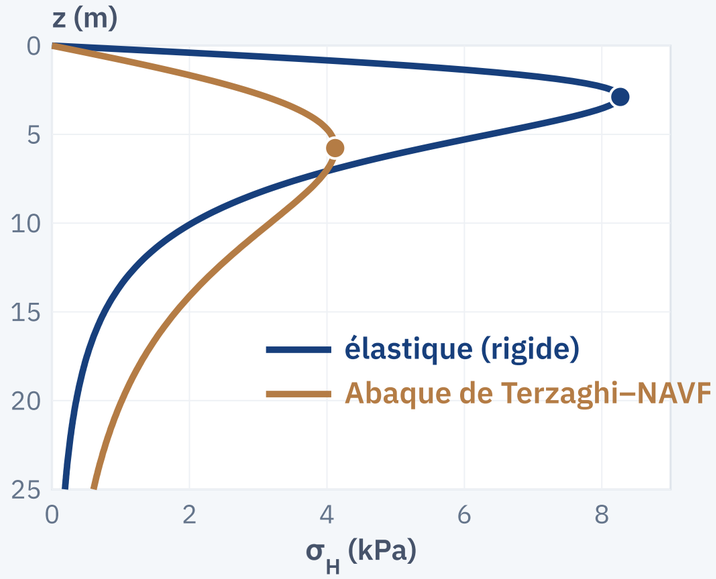
$$\sigma_{H,max} = \frac{9P}{4\sqrt{3}\,\pi\,x} = \frac{9 \times 100}{4(1.7321)\pi(5)} = \mathbf{8.270}\ \mathrm{kPa}$$

2 Abaque (cas 1) : pic n = 0.4/√3

$$n = \frac{0.4}{\sqrt{3}} = 0.23094 \;\Rightarrow\; z = \mathbf{5.774}\ \mathrm{m}$$

$$\sigma_{H,max} = 4\left[\frac{0.203 \times 0.23094}{(0.16 + 0.05333)^2}\right] = \mathbf{4.120}\ \mathrm{kPa}$$

Pic élastique **8.27 kPa** (z = 2.89 m), pic de l'abaque **4.12 kPa** (z = 5.77 m) : la solution élastique se concentre dans la partie supérieure du mur, tandis que l'abaque donne un pic plus bas et deux fois moindre.



Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

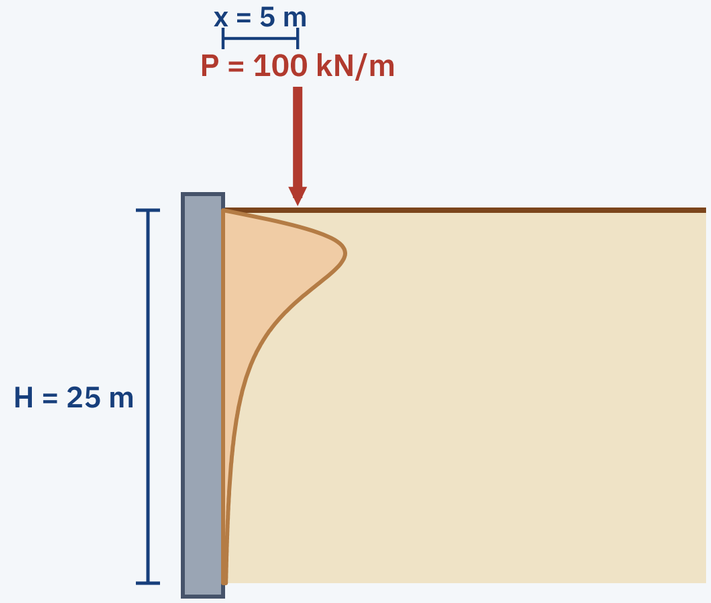
EXEMPLE

Données

Mur et charge	$H = 25.00$ **m,** $P = 100.0$ **kN/m,** $x = 5.00$ **m**
Méthodes	**élastique (mur rigide) et abaque de Terzaghi–NAVFAC**

À DÉTERMINER

$\mathbf{I_0}$, $\mathbf{I_1}$, résultante $\mathbf{P_H}$, $\mathbf{z_R}$ et sa hauteur au-dessus de la base (pour les deux méthodes).



Solution (1/2)

SOLUTION

1 I_0 (surface)

$$I_0 = \frac{2/\pi}{1+m^2} = \frac{0.63662}{1+0.20^2} = \mathbf{0.61213}$$

2 I_1 (moment) : $(2/\pi)[m \tan^{-1}(1/m) - m^2/(1+m^2)]$

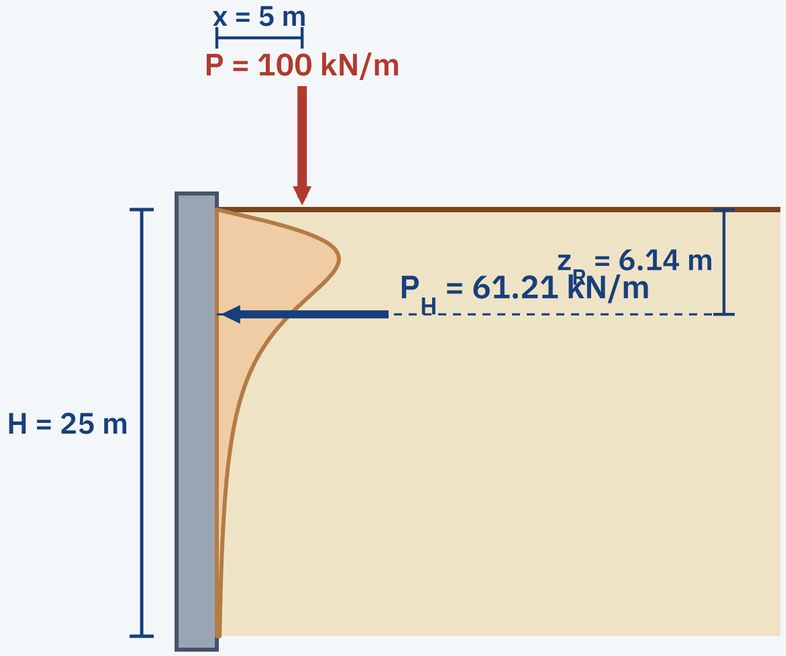
$$I_1 = 0.63662\,[0.20(1.37340) - 0.03846] = \mathbf{0.15038}$$

3 Résultante et ligne d'action

$$P_H = P\,I_0 = 100 \times 0.61213 = \mathbf{61.21}\ \mathrm{kN/m}$$

$$z_R = H\frac{I_1}{I_0} = 25 \times \frac{0.15038}{0.61213} = \mathbf{6.14}\ \mathrm{m}$$

Élastique : **P_H = 61.21 kN/m**, à **6.14 m** sous la surface (18.86 m au-dessus de la base).



Solution (2/2)

SOLUTION

4 I_0 et I_1 (m ≤ 0.4, cas 1)

$$I_0 = 0.1015\left(\frac{1}{0.16} - \frac{1}{1.16}\right) = \mathbf{0.5469}$$

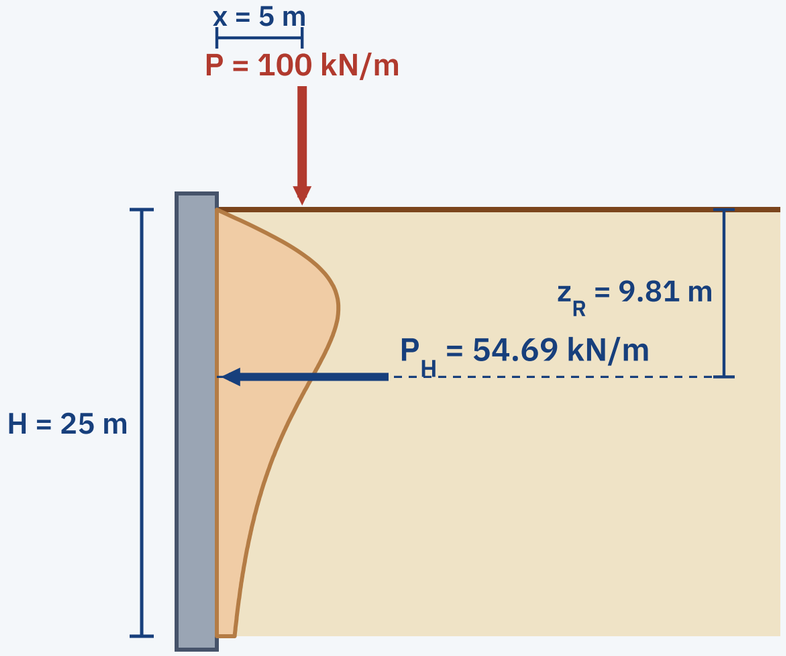
$$I_1 = 0.203\left[\frac{\tan^{-1} 2.5}{0.8} - \frac{1}{2.32}\right]$$

$$I_1 = 0.203\,[1.48786 - 0.43103] = \mathbf{0.21454}$$

5 Résultante et ligne d'action

$$P_H = 100 \times 0.5469 = \mathbf{54.69}\ \mathrm{kN/m}$$

$$z_R = 25 \times \frac{0.21454}{0.5469} = \mathbf{9.81}\ \mathrm{m}$$



Abaque : **P_H = 54.69 kN/m**, **z_R = 9.81 m**. Par rapport à la solution élastique, la résultante est inférieure de 10.7 % et la ligne d'action est 3.67 m plus bas.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

EXEMPLE

Données

Mur et charge	$H = 25.00$ **m,** $P = 100.0$ **kN/m**
Distances	$x = 0.5;\ 1;\ 2;\ 5;\ 8;\ 10;\ 12.5;\ 15;\ 25$ **m**

À DÉTERMINER

$\mathbf{P_H}$ et $\mathbf{z_R}$ pour les deux méthodes ; vérification à la main pour **x = 12.5 m**.

Solution (1/2)

SOLUTION

x (m)	m	P_H élastique (kN/m)	z_R élastique (m)	P_H abaque (kN/m)	z_R abaque (m)	État
0.50	0.020	63.64	0.77	54.69	9.81	Cas 1
1.00	0.040	63.56	1.49	54.69	9.81	Cas 1
2.00	0.080	63.26	2.84	54.69	9.81	Cas 1
5.00	**0.200**	**61.21**	**6.14**	**54.69**	**9.81**	**Cas 1**
8.00	0.320	57.75	8.56	54.69	9.81	Cas 1
10.00	0.400	54.88	9.81	54.69	9.81	Cas 1
12.50	0.500	50.93	11.05	50.93	11.05	Cas 2
15.00	0.600	46.81	12.02	46.81	12.02	Cas 2
25.00	1.000	31.83	14.27	31.83	14.27	Cas 2

x ≤ 10 m (m ≤ 0.4) : l'abaque donne 54.69 kN/m et 9.81 m, la distance est sans effet ; la résultante élastique diminue lentement à mesure que la charge s'éloigne (63.64 → 54.88 kN/m) et sa ligne d'action s'approfondit. **m > 0.4** : les deux méthodes sont identiques.

Solution (2/2)

SOLUTION

1 Rapport et état

$$m = \frac{12.5}{25} = \mathbf{0.50} > 0.4 \;\Rightarrow\; \text{abaque Cas 2 : même équation que la solution élastique}$$

2 I_0 et I_1

$$I_0 = \frac{2/\pi}{1 + 0.50^2} = \frac{0.63662}{1.25} = \mathbf{0.50930}$$

$$I_1 = 0.63662\,[0.50(1.10715) - 0.2] = \mathbf{0.22509}$$

3 Résultante et ligne d'action

$$P_H = 100 \times 0.50930 = \mathbf{50.93}\ \text{kN/m} \qquad z_R = 25 \times \frac{0.22509}{0.50930} = \mathbf{11.05}\ \text{m}$$

Pour x = 12.5 m, les deux méthodes donnent **50.93 kN/m** et **11.05 m**.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

EXEMPLE

Données

Mur et charge	$H = 25.00$ **m,** $P = 100.0$ **kN/m**
Charge adjacente	$x = 0.05;\ 0.1;\ 0.2;\ 0.3;\ 0.5;\ 1$ **m**
Limite	**abaque :** $x = 9.99;\ 10;\ 10.01$ **m (**$0.4H = 10$ **m)**

À DÉTERMINER

Effet de la règle $\mathbf{x_{min}}$; pression élastique maximale ; comportement de l'abaque à la limite m = 0.4.

Solution (1/2)

SOLUTION

x (m)	calcul x (m)	P_H élastique (kN/m)	z_R élastique (m)	$\sigma_{H,max}$ élastique (kPa)	z (m)	P_H abaque (kN/m)
0.05	**0.30**	63.65	0.46	137.8	0.17	54.69
0.10	**0.30**	63.65	0.46	137.8	0.17	54.69
0.20	**0.30**	63.65	0.46	137.8	0.17	54.69
0.30	0.30	63.65	0.46	137.8	0.17	54.69
0.50	0.50	63.64	0.77	82.7	0.29	54.69
1.00	1.00	63.56	1.49	41.3	0.58	54.69

Une charge située à **x < 0.30 m** est calculée à 0.30 m : la résultante, la ligne d'action et la pression maximale sont identiques aux valeurs à 0.30 m ; le pic élastique atteint à cette distance **137.8 kPa** (z = 0.17 m). L'abaque donne 54.69 kN/m à toute distance.

Solution (2/2)

SOLUTION

1 0.203 et 4 × 0.16/π

$$\frac{4 \times 0.16}{\pi} = 0.2037 \approx 0.203 \Rightarrow \frac{I_0(m = 0.4^+)}{I_0(\text{Cas } 1)} = \frac{0.63662/1.16}{0.5469} = \mathbf{1.0033}$$

2 Résultante de l'abaque de part et d'autre de la limite

x (m)	m	État	P_H abaque (kN/m)	z_R abaque (m)
9.99	0.3996	Cas 1	54.6875	9.8074
10.00	0.4000	Cas 1	54.6875	9.8074
10.01	0.4004	Cas 2	54.8659	9.8130

En raison de l'arrondi, la résultante saute d'environ **0.33 %** en franchissant la limite m = 0.4 (54.69 → 54.87 kN/m) ; ligne d'action : 9.807 → 9.813 m. Ce saut est faible ; le coefficient publié de l'abaque est conservé.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

EXEMPLE

Données

Charge	$P = 100.0$ **kN/m,** $x = 5.00$ **m**
Hauteur	$H = 5,\ 10,\ 25,\ 50,\ 100$ **m**
Intensité de la charge	$P = 50,\ 100,\ 200$ **kN/m** ($H = 25$ **m**)

À DÉTERMINER

P_H et z_R pour les deux méthodes ; effet de P et de H.

Solution

SOLUTION

H (m)	m	P_H élastique	z_R élastique	Abaque P_H	abaque z_R	État
5	1.000	31.83	2.85	31.83	2.85	Cas 2
10	0.500	50.93	4.42	50.93	4.42	Cas 2
25	0.200	61.21	6.14	54.69	9.81	Cas 1
50	0.100	63.03	6.93	54.69	19.61	Cas 1
100	0.050	63.50	7.37	54.69	39.23	Cas 1

Pour un mur haut, m diminue : P_H élastique tend vers 0.64P ; P_H de l'abaque ne change pas (0.5469P), tandis que z_R croît avec H.

P (kN/m)	P_H élastique	Abaque P_H	z_R élastique	abaque z_R
50	30.61	27.34	6.14	9.81
100	61.21	54.69	6.14	9.81
200	122.43	109.38	6.14	9.81

La résultante croît **linéairement** avec **P** ; z_R est indépendant de P (élastique · abaque).

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Synthèse

Points à retenir

m = x/H, **n = z/H** ; élastique (mur rigide) : $\boldsymbol{\sigma_H = (4P/\pi H)\, m^2 n/(m^2 + n^2)^2}$, maximum pour n = m/√3 ; $\boldsymbol{x_{min} = 0.30\ m}$

Abaque : pour m > 0.4, même équation ; pour **m ≤ 0.4**, $\sigma_H = (P/H)\ 0.203\ n/(0.16 + n^2)^2$, la distance est sans effet

Exemple (H = 25 m, x = 5 m, P = 100 kN/m) : à z = 5 m, élastique 6.37, abaque 4.06 kPa ; pression maximale 8.27 kPa (z = 2.89 m) et 4.12 kPa (z = 5.77 m)

Résultante $P_H = P \cdot I_0$, $\boldsymbol{z_R = H \cdot I_1/I_0}$: élastique 61.21 kN/m et 6.14 m ; abaque 54.69 kN/m et 9.81 m

Comparaison : au-delà de 0.4H, les deux méthodes concordent ; en deçà, la résultante élastique augmente à mesure que la charge se rapproche, alors que la valeur de l'abaque reste constante

Références bibliographiques

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning ; la présente page s’y conforme.

Terzaghi, K. (1954). Anchored bulkheads. Transactions of the ASCE, 119, 1243–1280.

NAVFAC DM-7.02 (1986). Foundations and Earth Structures. Naval Facilities Engineering Command.

REMARQUE

Tous les exemples numériques ont été produits avec le moteur de calcul propre du module ; le module donne les mêmes valeurs. Le mur initial du module est défini par H = 25 m, x = 5 m et P = 100 kN/m (méthode élastique).

Calculs géotechniques en ligne

De la théorie à la pratique

Saisir dans GeoTerva son propre mur, ainsi que l'intensité et la distance de sa charge linéique ; le module fournit conjointement le profil de pression, la résultante et la ligne d'action selon deux méthodes, la solution pas à pas et le rapport.

Ouvrir le module →

Page de théorie →

Ouvrir sur smartphone
Les modules d'essai ne nécessitent pas d'inscription.

Si vous souhaitez les utiliser dans vos cours : info@geoterva.com