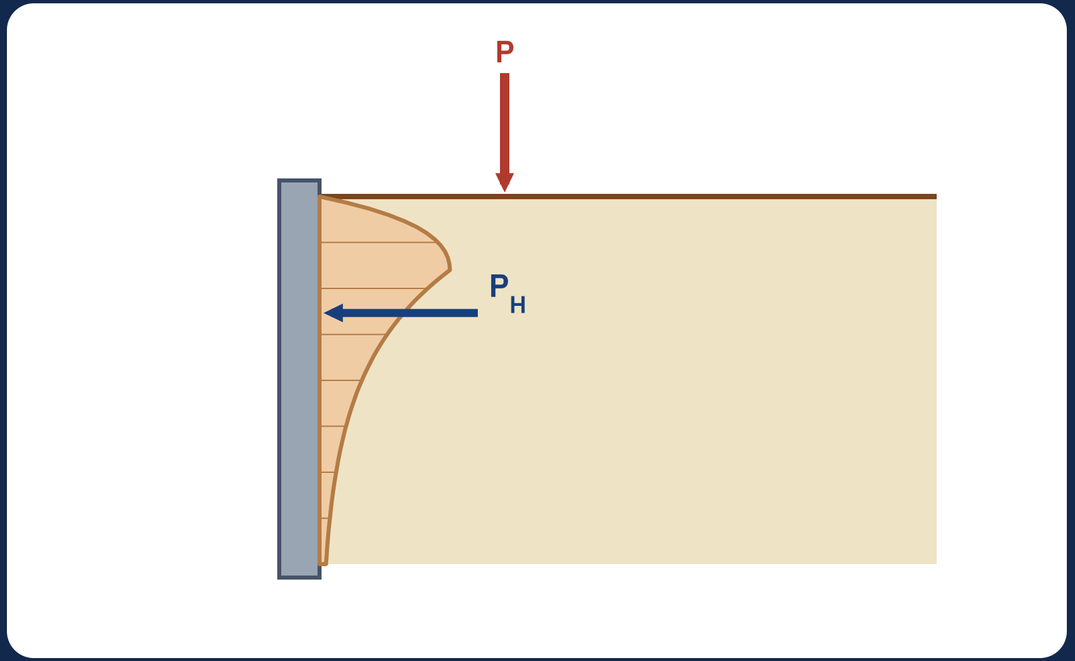
Geotechnische Vorlesung · Auflasten

Linienförmige Auflast

Vorlesung: der von einer wandparallelen Linienlast auf die Wand ausgeübte Erddruck; zwei Verfahren, die Resultierende und ihre Wirkungslinie, Rechenbeispiele.

- m = x/H · n = z/H
- Elastische starre Wand
- Tafel nach Terzaghi–NAVFAC
- $I_0 \cdot I_1$
- P_H und z_R



Einführung

Was lernen wir in dieser Vorlesung?

- Die **dimensionslose** Geometrie der Linienlast: Lastabstand **m = x/H** und Tiefe **n = z/H**
- **Elastische Lösung (starre Wand)**: doppelte Spannung des halbunendlichen Halbraums; die Regel $\mathbf{x_{min} = 0.30\ m}$
- Das **Diagramm nach Terzaghi–NAVFAC**: die Fälle m > 0.4 und m ≤ 0.4; die Wirkungslosigkeit des Abstands innerhalb von 0.4H
- Die Resultierende mit den geschlossenen Ausdrücken $\mathbf{P_H = P \cdot I_0}$ und der Wirkungslinie $\mathbf{z_R = H \cdot I_1 / I_0}$
- Den Vergleich der beiden Verfahren in Bezug auf Abstand, Wandhöhe und Last

VORLESUNGSABLAUF

Jedes Thema wird in **drei Schritten** behandelt:

1 · **Theorie**: Formel und Begründung

2 · **Aufgabe**: Gegeben und Gesucht

3 · **Lösung**: Schritt für Schritt, mit Zahlen

Beispielwand: H = 25 m, Linienlast P = 100 kN/m im Abstand x = 5 m von der Wand. Die Kräfte beziehen sich auf die Längeneinheit der Wand (kN/m).

Linienlast auf die Wand

THEORIE

Eine zur Wand parallele Oberflächenlinienlast **P**, angegeben als Kraft je Längeneinheit, wirkt im horizontalen Abstand **x** von der Wand

Der seitliche Auflastdruck hängt von der dimensionslosen Lastentfernung **m = x/H** und der dimensionslosen Wandtiefe **n = z/H** ab

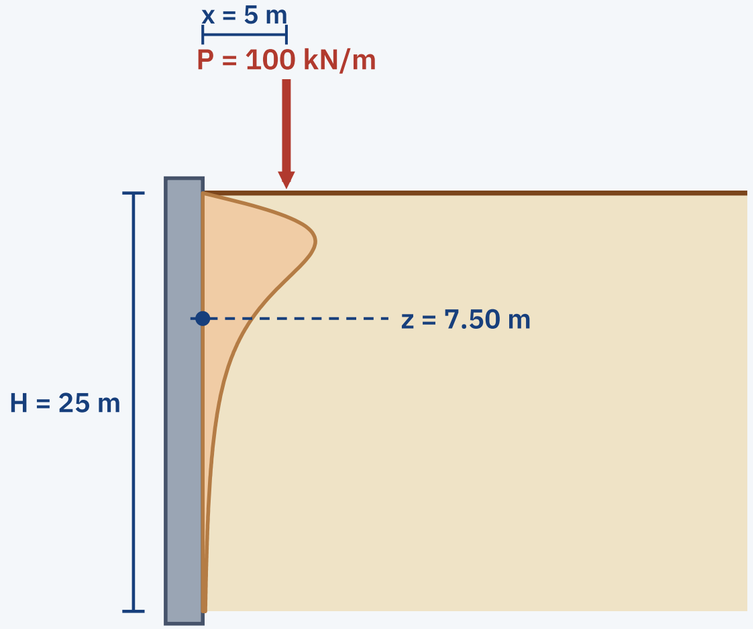
Das Modul bietet zwei Verfahren: die **elastische Lösung (starre Wand)** und die **Tafel nach Terzaghi–NAVFAC**

$$m = \frac{x}{H}, \qquad n = \frac{z}{H}$$

P — Oberflächenlinienlast je Längeneinheit parallel zur Wand

x = mH — horizontaler Abstand von der Wand zur Last; **z = nH** — Tiefe ab der Geländeoberfläche

σ_H, **P_H**, **z_R** — Seitendruck, resultierende Kraft, Tiefe der Resultierenden ab der Geländeoberfläche



Starre Wand: doppelte elastische Spannung

THEORIE

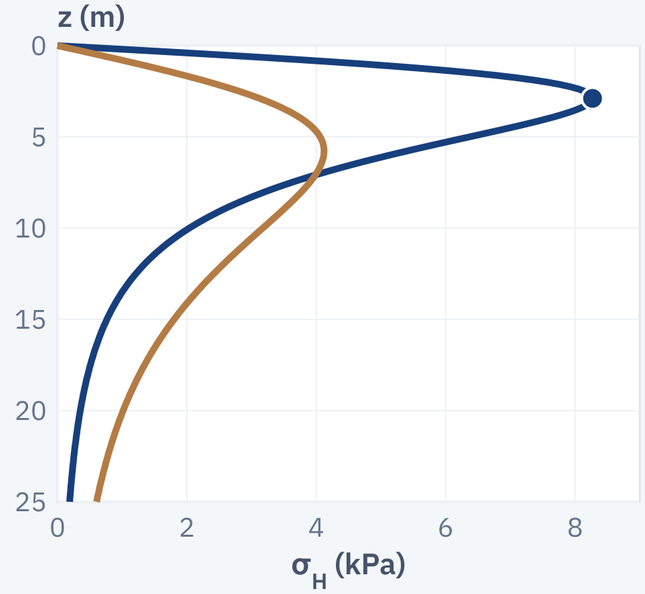
Sie ist **doppelt so groß** wie die horizontale Spannung aus einer Linienlast im elastischen Halbraum (Flamant, Boussinesq): eine nicht nachgebende Wand verhindert die Bewegung des Bodens an ihrer Wandfläche

Sie gilt für jeden Abstand; der größte Druck tritt in der Tiefe **n = m/√3** auf

x_{min} = 0.30 m-näher gelegene Lasten werden in diesem Abstand berechnet: Der Größtwert des Drucks wächst mit Annäherung der Last an die Wand unbeschränkt (die Resultierende bleibt endlich)

$$\sigma_H = \frac{4P}{\pi H} \cdot \frac{m^2 n}{(m^2 + n^2)^2}$$

Elastisches Profil (m = 0.2)



Fall 1 (m ≤ 0.4) und Fall 2 (m > 0.4)

THEORIE

Für **m > 0.4** gilt **dieselbe Gleichung** wie bei der elastischen Lösung; für **m ≤ 0.4** wird das Diagramm bei m = 0.4 **konstant gehalten** (Fall 1, der kein m enthält)

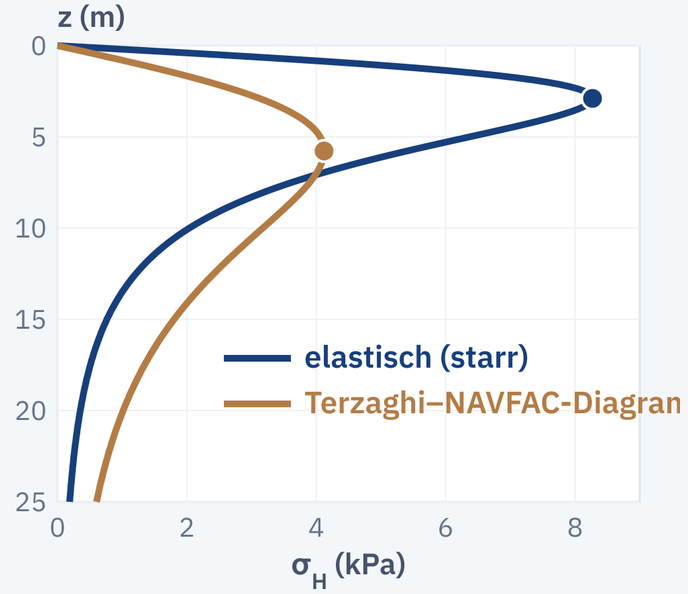
Der Koeffizient 0.203 ist der gerundete Wert von 4 × 0.16/π; daher **hat innerhalb von 0.4H der Abstand keinen Einfluss**

m ist für ein gegebenes Modell konstant; n ändert sich mit der Tiefe

$$\sigma_H = \frac{P}{H} \cdot \frac{0.203\, n}{(0.16 + n^2)^2} \qquad m \le 0.4 \text{ (Fall 1)}$$

$$\sigma_H = \frac{4P}{\pi H} \cdot \frac{m^2\, n}{(m^2 + n^2)^2} \qquad m > 0.4 \text{ (Fall 2)}$$

Profil der beiden Verfahren (m = 0.2)



Fläche, Flächenmoment ersten Grades und I_0, I_1

THEORIE

Bei beiden Verfahren ist die **Fläche des resultierenden Diagramms** die Resultierende, und ihre Tiefe unter der Geländeoberfläche ist der **Punkt, an dem das erste Moment ausgeglichen wird**; schreibt man σ_H als Funktion von n, so treten Last und Höhe aus dem Integral heraus

Elastisch und geschlossene Ausdrücke für **m > 0.4** in der Tafel; Resultierende der Tafel ≈ 0.64P/(1 + m²). Tafel für **m ≤ 0.4**: I_0 = 0.5469 (der Wert 0.55P der Tafel)

$$P_H = \int_0^H \sigma_H \, dz = P \, I_0 \qquad z_R = \frac{\int_0^H z \, \sigma_H \, dz}{P_H} = H \, \frac{I_1}{I_0}$$

$$I_0 = \frac{2/\pi}{1+m^2} \qquad I_1 = \frac{2}{\pi}\left[m \tan^{-1}\frac{1}{m} - \frac{m^2}{1+m^2}\right]$$

$$I_0 = 0.1015\left(\tfrac{1}{0.16} - \tfrac{1}{1.16}\right) = 0.5469 \qquad I_1 = 0.203\left[\frac{\tan^{-1} 2.5}{0.8} - \frac{1}{2.32}\right] \; (m \le 0.4)$$

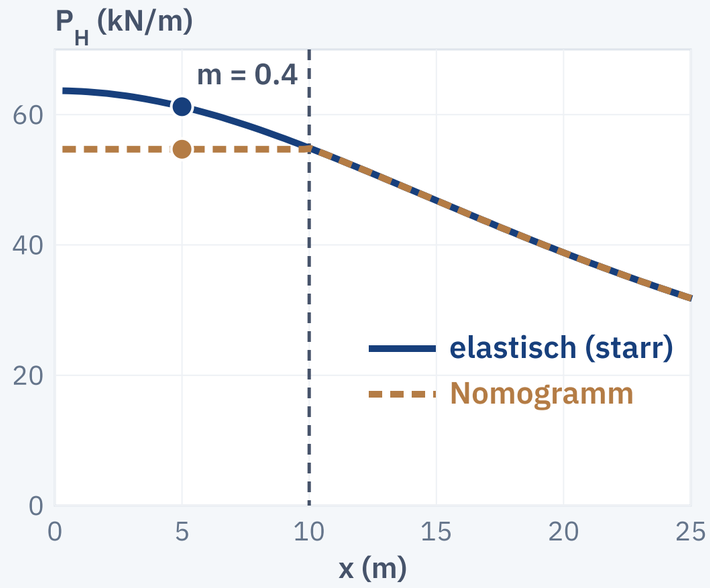
Resultierende und Wirkungslinie in Abhängigkeit vom Lastabstand

THEORIE

x (m)	m	P_H elastisch	z_R elastisch	Diagramm für P_H	Diagramm z_R	Zustand
0.50	0.020	63.64	0.77	54.69	9.81	Fall 1
1.00	0.040	63.56	1.49	54.69	9.81	Fall 1
2.00	0.080	63.26	2.84	54.69	9.81	Fall 1
5.00	0.200	61.21	6.14	54.69	9.81	Fall 1
8.00	0.320	57.75	8.56	54.69	9.81	Fall 1
10.00	0.400	54.88	9.81	54.69	9.81	Fall 1
12.50	0.500	50.93	11.05	50.93	11.05	Fall 2
15.00	0.600	46.81	12.02	46.81	12.02	Fall 2
25.00	1.000	31.83	14.27	31.83	14.27	Fall 2

m ≤ 0.4: Das Nomogramm liefert dasselbe P_H und z_R; die elastische Lösung erhöht P_H, je näher die Last rückt, und verschiebt z_R nach oben

m > 0.4: beide Verfahren liefern dasselbe Ergebnis



Aufgabe

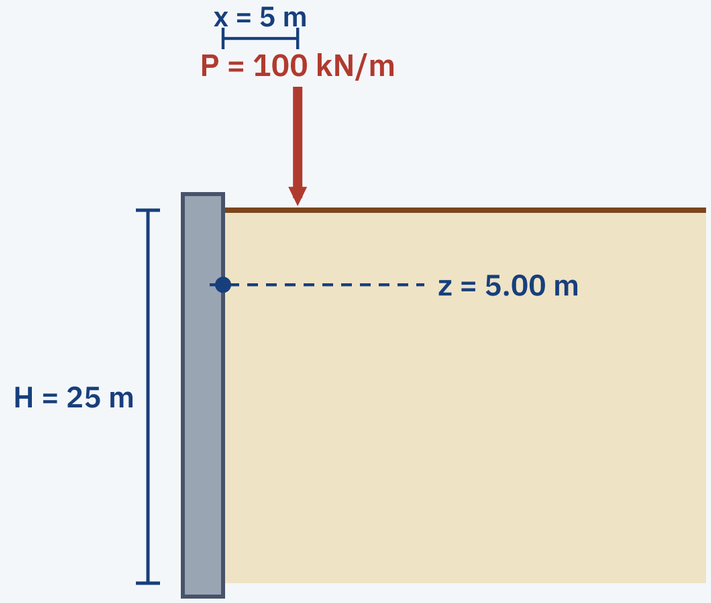
BEISPIEL

Gegeben

Wand und Last	$H = 25.00$ **m; Linienlast** $P = 100.0$ **kN/m,** $x = 5.00$ **m**
Tiefe	$z = 5.00$ **m**

GESUCHT

m, **n** und σ_H: zunächst elastisch (starre Wand), dann das Diagramm nach Terzaghi–NAVFAC.



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 Verhältnisse

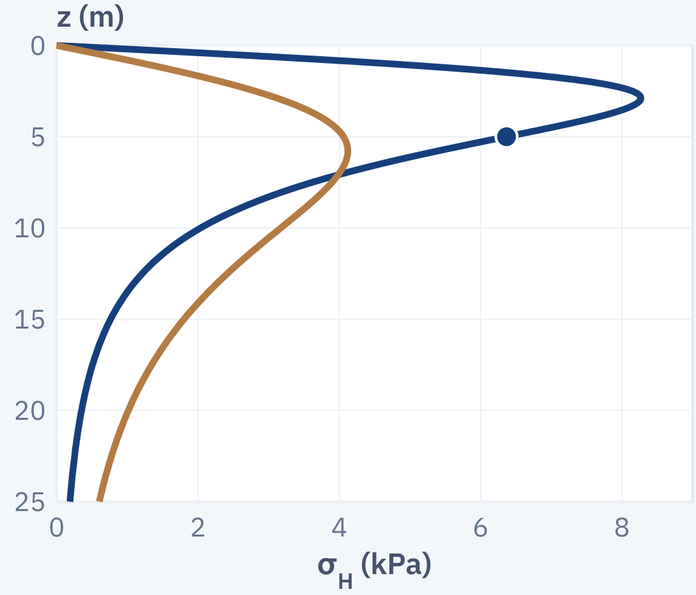
$$m = \frac{x}{H} = \frac{5}{25} = \mathbf{0.20} \qquad n = \frac{z}{H} = \frac{5}{25} = \mathbf{0.20}$$

2 Elastischer Druck (starre Wand)

$$\sigma_H = \frac{4 \times 100}{\pi \times 25}\left[\frac{0.20^2 \times 0.20}{(0.20^2 + 0.20^2)^2}\right]$$

$$\sigma_H = 5.0930 \times 1.25 = \mathbf{6.37}\ \mathrm{kPa}$$

Bei z = 5 m liefert die elastische Lösung **6.37 kPa**. Diese Tiefe liegt unterhalb des Größtwerts des Drucks (8.27 kPa, z = 2.89 m); das Profil klingt mit der Tiefe rasch ab.



Lösung (2/2)

LÖSUNG

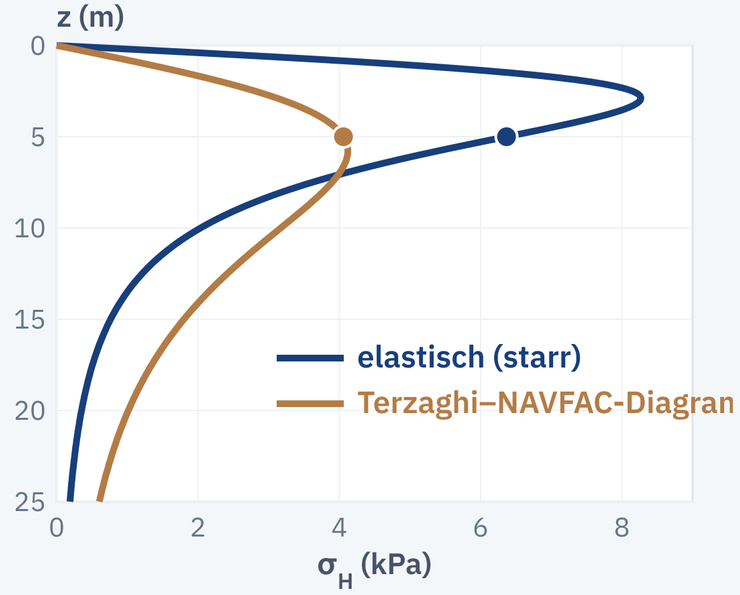
3 Lastfallauswahl

$$m = 0.20 \leq 0.4 \;\Rightarrow\; \text{Fall 1 (Diagramm } m = 0.4 \text{(bei konstant gehalten)}$$

4 Abakusdruck

$$\sigma_H = \frac{100}{25}\left[\frac{0.203 \times 0.20}{(0.16 + 0.20^2)^2}\right]$$

$$\sigma_H = 4.00 \times 1.015 = \mathbf{4.06}\ \text{kPa}$$



Die Tafel ergibt **4.06 kPa**, die elastische Lösung **6.37 kPa**: In dieser Tiefe beträgt der Tafelwert 64% des elastischen Werts. Die Tafel breitet den Druck bei einer nahen Last mit der Tiefe aus.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

BEISPIEL

Gegeben

Wand und Last	$H = 25.00$ **m,** $P = 100.0$ **kN/m,** $x = 5.00$ **m** $(m = 0.20)$
Tiefen	$z = 0$ **–** 25 **m, alle** 2.5 **m**

GESUCHT

σ_H-Profil (zwei Verfahren); **größter Druck** und dessen Tiefe.

Lösung (1/2)

LÖSUNG

z (m)	n = z/H	σ_H elastisch (kPa)	σ_H-Diagramm (kPa)
0.00	0.00	0.000	0.000
2.50	0.10	8.149	2.810
5.00	**0.20**	**6.366**	**4.060**
7.50	0.30	3.616	3.898
10.00	0.40	2.037	3.172
12.50	0.50	1.211	2.415
15.00	0.60	0.764	1.802
17.50	0.70	0.508	1.345
20.00	0.80	0.352	1.015
22.50	0.90	0.254	0.777
25.00	1.00	0.188	0.603

Der elastische Druck erreicht sein Maximum unmittelbar unter der Geländeoberfläche und nimmt mit der Tiefe ab; die Tafel liefert ein gleichmäßigeres Profil mit einem Maximum in größerer Tiefe. Die Zeile z = 5.00 m ist Beispiel 1.

Lösung (2/2)

LÖSUNG

1 Elastisch: Scheitelwert n = m/√3

$$n = \frac{m}{\sqrt{3}} = \frac{0.20}{1.7321} = 0.11547 \;\Rightarrow\; z = nH = \mathbf{2.887}\ \mathrm{m}$$

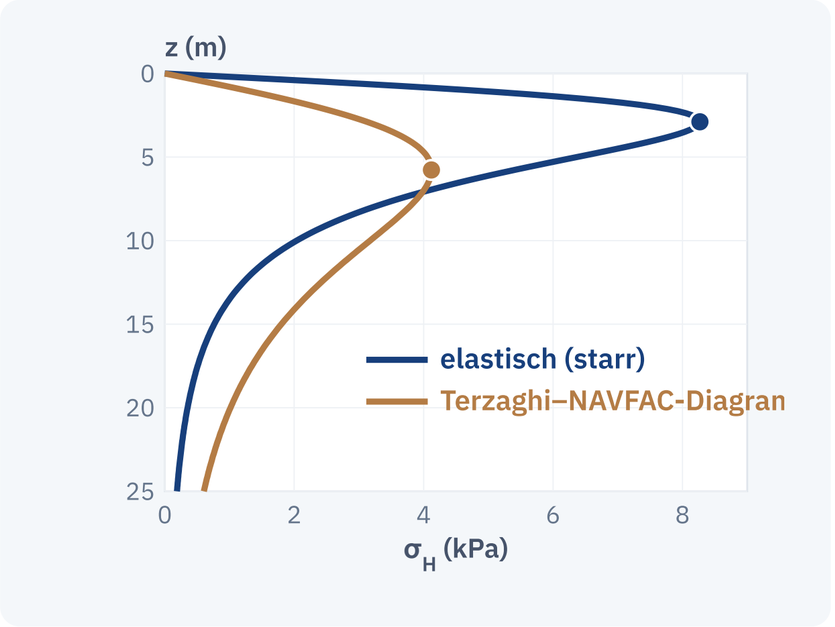
$$\sigma_{H,max} = \frac{9P}{4\sqrt{3}\,\pi\,x} = \frac{9 \times 100}{4(1.7321)\pi(5)} = \mathbf{8.270}\ \mathrm{kPa}$$

2 Diagramm (Fall 1): Scheitelwert n = 0.4/√3

$$n = \frac{0.4}{\sqrt{3}} = 0.23094 \;\Rightarrow\; z = \mathbf{5.774}\ \mathrm{m}$$

$$\sigma_{H,max} = 4\left[\frac{0.203 \times 0.23094}{(0.16 + 0.05333)^2}\right] = \mathbf{4.120}\ \mathrm{kPa}$$

Elastisches Maximum **8.27 kPa** (z = 2.89 m), Maximum des Nomogramms **4.12 kPa** (z = 5.77 m): Die elastische Lösung konzentriert sich auf den oberen Wandbereich, das Nomogramm liefert weiter unten ein nur halb so großes Maximum.



Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

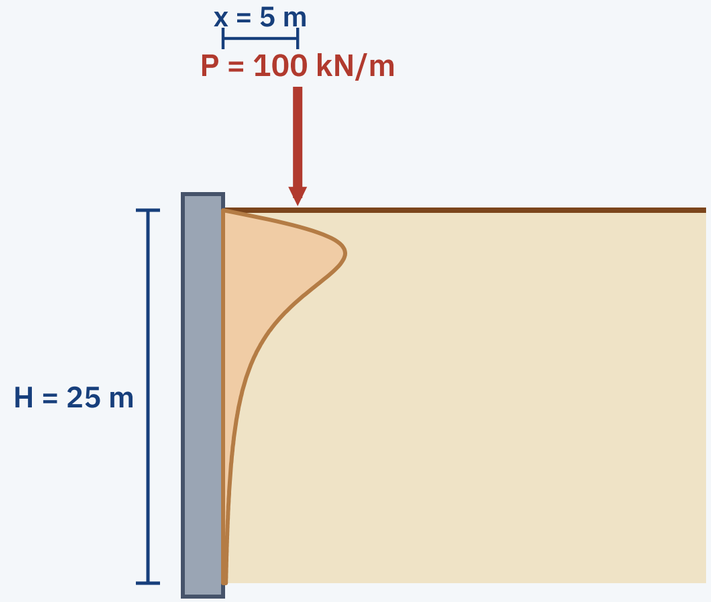
BEISPIEL

Gegeben

Wand und Last	$H = 25.00$ **m**, $P = 100.0$ **kN/m**, $x = 5.00$ **m**
Verfahren	**elastisch (starre Wand) und Diagramm nach Terzaghi–NAVFAC**

GESUCHT

$\mathbf{I_0}$, $\mathbf{I_1}$, die resultierende $\mathbf{P_H}$, $\mathbf{z_R}$ und deren Höhe über der Sohle (für die beiden Verfahren).



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 I_0 (Fläche)

$$I_0 = \frac{2/\pi}{1+m^2} = \frac{0.63662}{1+0.20^2} = \mathbf{0.61213}$$

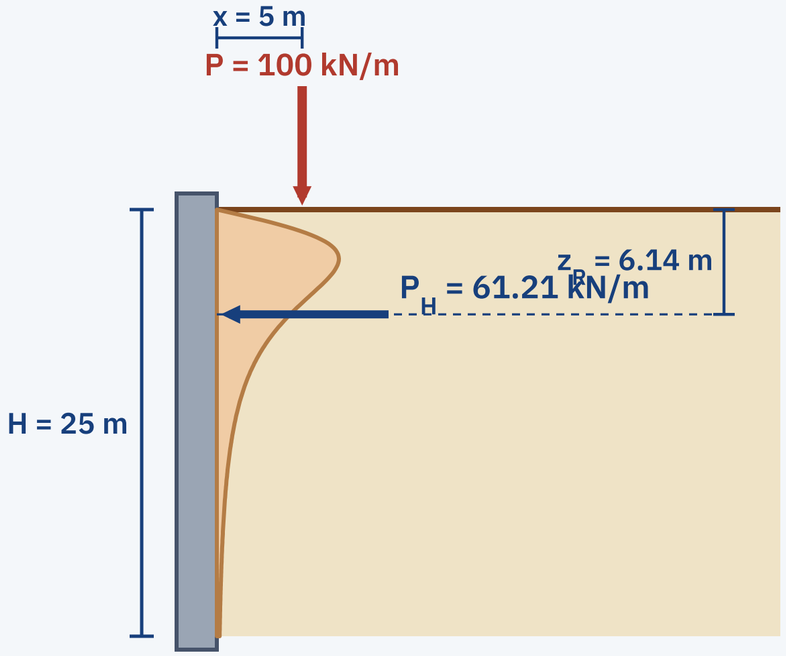
2 I_1 (Moment): $(2/\pi)[m \tan^{-1}(1/m) - m^2/(1+m^2)]$

$$I_1 = 0.63662\,[0.20(1.37340) - 0.03846] = \mathbf{0.15038}$$

3 Resultierende und Wirkungslinie

$$P_H = P\,I_0 = 100 \times 0.61213 = \mathbf{61.21}\ \mathrm{kN/m}$$

$$z_R = H\frac{I_1}{I_0} = 25 \times \frac{0.15038}{0.61213} = \mathbf{6.14}\ \mathrm{m}$$



Elastisch: **P_H = 61.21 kN/m**, in einer Tiefe von **6.14 m** unter der Geländeoberfläche (18.86 m über der Sohle).

Lösung (2/2)

LÖSUNG

4 I_0 und I_1 (m ≤ 0.4, Fall 1)

$$I_0 = 0.1015\left(\frac{1}{0.16} - \frac{1}{1.16}\right) = \mathbf{0.5469}$$

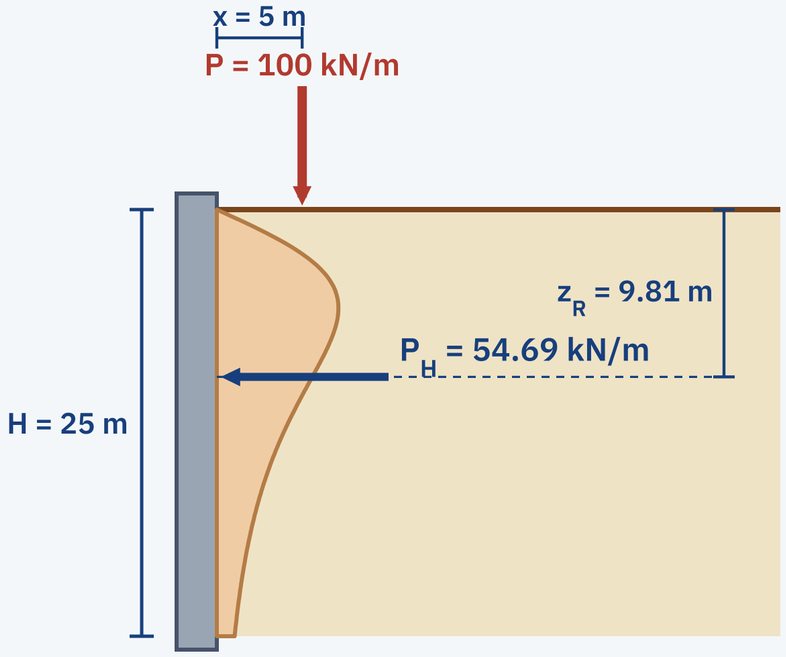
$$I_1 = 0.203\left[\frac{\tan^{-1} 2.5}{0.8} - \frac{1}{2.32}\right]$$

$$I_1 = 0.203\,[1.48786 - 0.43103] = \mathbf{0.21454}$$

5 Resultierende und Wirkungslinie

$$P_H = 100 \times 0.5469 = \mathbf{54.69}\ \mathrm{kN/m}$$

$$z_R = 25 \times \frac{0.21454}{0.5469} = \mathbf{9.81}\ \mathrm{m}$$



Tafelwerk: **P_H = 54.69 kN/m**, **z_R = 9.81 m**. Gegenüber der elastischen Lösung ist die Resultierende um 10.7 % kleiner, und die Wirkungslinie liegt 3.67 m tiefer.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

BEISPIEL

Gegeben

Wand und Last	$H = 25.00$ **m,** $P = 100.0$ **kN/m**
Abstände	$x = 0.5;\ 1;\ 2;\ 5;\ 8;\ 10;\ 12.5;\ 15;\ 25$ **m**

GESUCHT

$\mathbf{P_H}$ und $\mathbf{z_R}$ für die beiden Verfahren; Handrechnung für **x = 12.5 m**.

Lösung (1/2)

LÖSUNG

x (m)	m	P_H elastisch (kN/m)	z_R elastisch (m)	P_H Diagramm (kN/m)	z_R-Diagramm (m)	Zustand
0.50	0.020	63.64	0.77	54.69	9.81	Fall 1
1.00	0.040	63.56	1.49	54.69	9.81	Fall 1
2.00	0.080	63.26	2.84	54.69	9.81	Fall 1
5.00	**0.200**	**61.21**	**6.14**	**54.69**	**9.81**	**Fall 1**
8.00	0.320	57.75	8.56	54.69	9.81	Fall 1
10.00	0.400	54.88	9.81	54.69	9.81	Fall 1
12.50	0.500	50.93	11.05	50.93	11.05	Fall 2
15.00	0.600	46.81	12.02	46.81	12.02	Fall 2
25.00	1.000	31.83	14.27	31.83	14.27	Fall 2

x ≤ 10 m (m ≤ 0.4): Das Nomogramm liefert 54.69 kN/m und 9.81 m, der Abstand hat keinen Einfluss; die elastische resultierende Last nimmt mit zunehmendem Abstand langsam ab (63.64 → 54.88 kN/m) und ihre Wirkungslinie verläuft tiefer. **m > 0.4**: Beide Verfahren sind gleich.

Lösung (2/2)

LÖSUNG

1 Verhältnis und Zustand

$$m = \frac{12.5}{25} = \mathbf{0.50} > 0.4 \;\Rightarrow\; \text{Tafel Fall 2: gleiche Gleichung wie die elastische Lösung}$$

2 I_0 und I_1

$$I_0 = \frac{2/\pi}{1 + 0.50^2} = \frac{0.63662}{1.25} = \mathbf{0.50930}$$

$$I_1 = 0.63662\,[0.50(1.10715) - 0.2] = \mathbf{0.22509}$$

3 Resultierende und Wirkungslinie

$$P_H = 100 \times 0.50930 = \mathbf{50.93}\ \text{kN/m} \qquad z_R = 25 \times \frac{0.22509}{0.50930} = \mathbf{11.05}\ \text{m}$$

Für x = 12.5 m liefern beide Verfahren **50.93 kN/m** und **11.05 m**.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

BEISPIEL

Gegeben

Wand und Last	$H = 25.00$ **m,** $P = 100.0$ **kN/m**
Nebenlast	$x = 0.05;\ 0.1;\ 0.2;\ 0.3;\ 0.5;\ 1$ **m**
Grenzwert	**Diagramm:** $x = 9.99;\ 10;\ 10.01$ **m (**$0.4H = 10$ **m)**

GESUCHT

Die Auswirkung der Regel $\mathbf{x_{min}}$; die elastische Höchstpressung; das Verhalten des Nomogramms an der Grenze m = 0.4.

Lösung (1/2)

LÖSUNG

x (m)	Berechnung x (m)	P_H elastisch (kN/m)	z_R elastisch (m)	$\sigma_{H,max}$ elastisch (kPa)	z (m)	P_H Diagramm (kN/m)
0.05	**0.30**	63.65	0.46	137.8	0.17	54.69
0.10	**0.30**	63.65	0.46	137.8	0.17	54.69
0.20	**0.30**	63.65	0.46	137.8	0.17	54.69
0.30	0.30	63.65	0.46	137.8	0.17	54.69
0.50	0.50	63.64	0.77	82.7	0.29	54.69
1.00	1.00	63.56	1.49	41.3	0.58	54.69

Eine Last mit **x < 0.30 m** wird bei 0.30 m berechnet: Resultierende, Wirkungslinie und größte Pressung sind gleich den Werten bei 0.30 m; die elastische Spitze steigt in diesem Abstand auf **137.8 kPa** (z = 0.17 m). Die Einflusskarte liefert in jedem Abstand 54.69 kN/m.

Lösung (2/2)

LÖSUNG

1 0.203 und 4 × 0.16/π

$$\frac{4 \times 0.16}{\pi} = 0.2037 \approx 0.203 \;\Rightarrow\; \frac{I_0(m = 0.4^+)}{I_0(\text{Fall 1})} = \frac{0.63662/1.16}{0.5469} = \mathbf{1.0033}$$

2 Resultierende des Nomogramms beiderseits der Grenze

x (m)	m	Zustand	P_H Diagramm (kN/m)	z_R-Diagramm (m)
9.99	0.3996	Fall 1	54.6875	9.8074
10.00	0.4000	Fall 1	54.6875	9.8074
10.01	0.4004	Fall 2	54.8659	9.8130

Aufgrund der Rundung springt die Resultierende beim Überschreiten der Grenze m = 0.4 um etwa **0.33 %** (54.69 → 54.87 kN/m); die Wirkungslinie verschiebt sich von 9.807 → 9.813 m. Der Sprung ist klein; der veröffentlichte Beiwert des Nomogramms wird beibehalten.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

BEISPIEL

Gegeben

Last	$P = 100.0$ **kN/m,** $x = 5.00$ **m**
Höhe	$H = 5,\ 10,\ 25,\ 50,\ 100$ **m**
Lastintensität	$P = 50,\ 100,\ 200$ **kN/m** ($H = 25$ **m**)

GESUCHT

P_H und z_R für beide Verfahren; die Wirkung von P und H.

Lösung

LÖSUNG

H (m)	m	P_H elastisch	z_R elastisch	Diagramm für P_H	Diagramm z_R	Zustand
5	1.000	31.83	2.85	31.83	2.85	Fall 2
10	0.500	50.93	4.42	50.93	4.42	Fall 2
25	0.200	61.21	6.14	54.69	9.81	Fall 1
50	0.100	63.03	6.93	54.69	19.61	Fall 1
100	0.050	63.50	7.37	54.69	39.23	Fall 1

Bei hoher Wand nimmt m ab: Das elastische P_H nähert sich 0.64P; das Nomogramm liefert unverändert P_H (0.5469P), während z_R mit H wächst.

P (kN/m)	P_H elastisch	Diagramm für P_H	z_R elastisch	Diagramm z_R
50	30.61	27.34	6.14	9.81
100	61.21	54.69	6.14	9.81
200	122.43	109.38	6.14	9.81

Die Resultierende wächst **linear** mit **P**; z_R ist von P unabhängig (elastisch · Tafel).

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Zusammenfassung

Die wichtigsten Punkte

m = x/H, **n = z/H**; elastisch (starre Wand): $\boldsymbol{\sigma_H = (4P/\pi H)\, m^2 n/(m^2 + n^2)^2}$, Maximum bei n = m/√3; $\boldsymbol{x_{min} = 0.30\ m}$

Nomogramm: für m > 0.4 dieselbe Gleichung; für **m ≤ 0.4** gilt $\sigma_H = (P/H)\ 0.203\ n/(0.16 + n^2)^2$, der Abstand hat keinen Einfluss

Beispiel (H = 25 m, x = 5 m, P = 100 kN/m): bei z = 5 m elastisch 6.37, Tafel 4.06 kPa; Größtwert des Drucks 8.27 kPa (z = 2.89 m) und 4.12 kPa (z = 5.77 m)

Resultierende $P_H = P \cdot I_0$, $\boldsymbol{z_R = H \cdot I_1/I_0}$: elastisch 61.21 kN/m und 6.14 m; Tafelwerk 54.69 kN/m und 9.81 m

Vergleich: außerhalb von 0.4H stimmen beide Verfahren überein; innerhalb nimmt die elastische resultierende Last mit der Annäherung der Last zu, während der Wert aus der Einflusskarte konstant bleibt

Literatur

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning; diese Seite folgt diesem Werk.

Terzaghi, K. (1954). Anchored bulkheads. Transactions of the ASCE, 119, 1243–1280.

NAVFAC DM-7.02 (1986). Foundations and Earth Structures. Naval Facilities Engineering Command.

HINWEIS

Alle Zahlenbeispiele sind mit der Berechnungsengine des Moduls selbst erzeugt; das Modul liefert dieselben Werte. Die Öffnungswand des Moduls ist H = 25 m, x = 5 m und P = 100 kN/m (elastisches Verfahren).

GeoTerva

Geotechnische Berechnungen online

Von der Theorie zur Praxis

Geben Sie Ihre eigene Wand sowie Größe und Abstand Ihrer Linienlast in GeoTerva ein; das Modul liefert das Druckprofil, die Resultierende und die Wirkungslinie nach zwei Verfahren zusammen mit einer Schritt-für-Schritt-Lösung und einem Bericht.

Modul öffnen → **Theorieseite →**

Auf dem Smartphone öffnen
Die Beispielmodule erfordern keine Registrierung.

Falls Sie sie in Ihren Vorlesungen verwenden möchten: info@geoterva.com