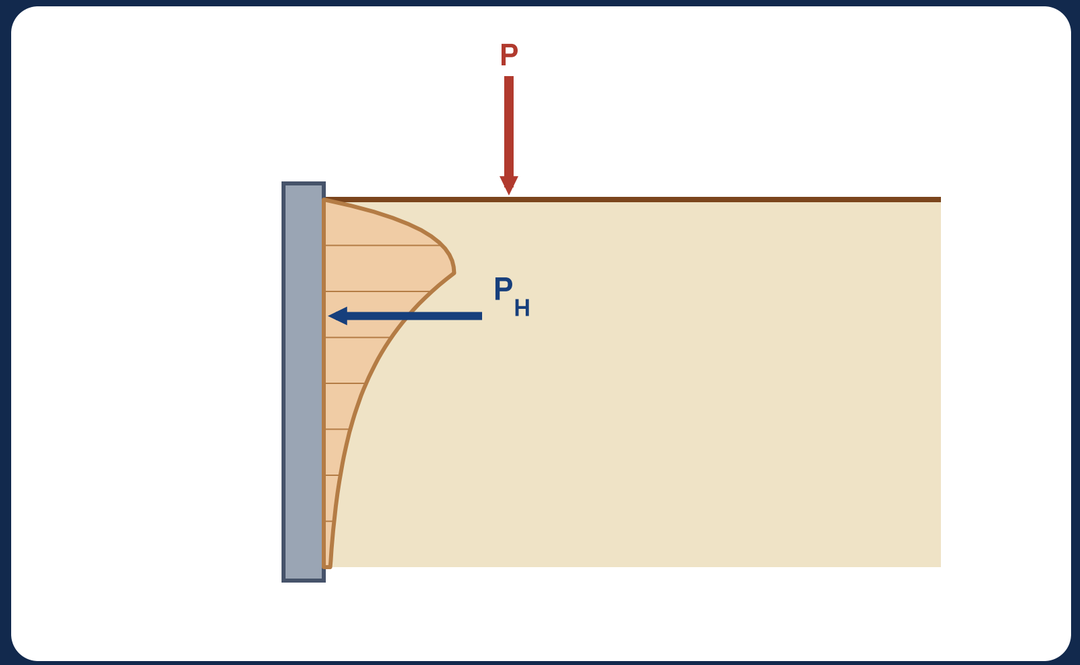


شرائح محاضرات الجيوتكنيك · الأحمال الإضافية

الحمل الإضافي الخطي

المحاضرة: الضغط الجانبي الذي يولده على الجدار حمل خطي موازٍ له؛ طريقتان، والمحصلة وخط التأثير، وأمثلة محلولة.

- مخطط Terzaghi–NAVFAC
- الجدار الجاسئ المرن
- $m = x/H \cdot n = z/H$
- $I_0 \cdot I_1$
- P_H و z_R

يستند إلى صفحة النظرية في GeoTerva · geoterva.com

ماذا سنتعلم في هذه المحاضرة؟

- الهندسة **عديمة الأبعاد** للحمل الخطي: مسافة الحمل $m = x/H$ والعمق $n = z/H$
- **الحل المرن (الجدار الجاسئ)**: ضعف إجهاد الوسط شبه اللانهائي؛ وقاعدة $x_{min} = 0.30\ m$
- **مخطط Terzaghi–NAVFAC**: حالتا $m > 0.4$ و $m \le 0.4$؛ وعدم تأثير المسافة ضمن $0.4H$
- المحصلة $P_H = P \cdot I_0$ وخط التأثير $z_R = H \cdot I_1/I_0$ بتعبيرين مغلقين
- مقارنة الطريقتين من حيث المسافة وارتفاع الجدار والحمل

تسلسل المحاضرة

يعالج كل موضوع في **ثلاث خطوات**:

1 · **النظرية**: المعادلة ومبرراتها

2 · **المسألة**: المعطيات والمطلوب

3 · **الحل**: خطوة بخطوة، بالأرقام

جدار المثال: $H = 25\ m$، وحمل خطي $P = 100\ kN/m$ على بعد $x = 5\ m$ من الجدار. القوى لكل وحدة طول من الجدار (kN/m).

النظرية

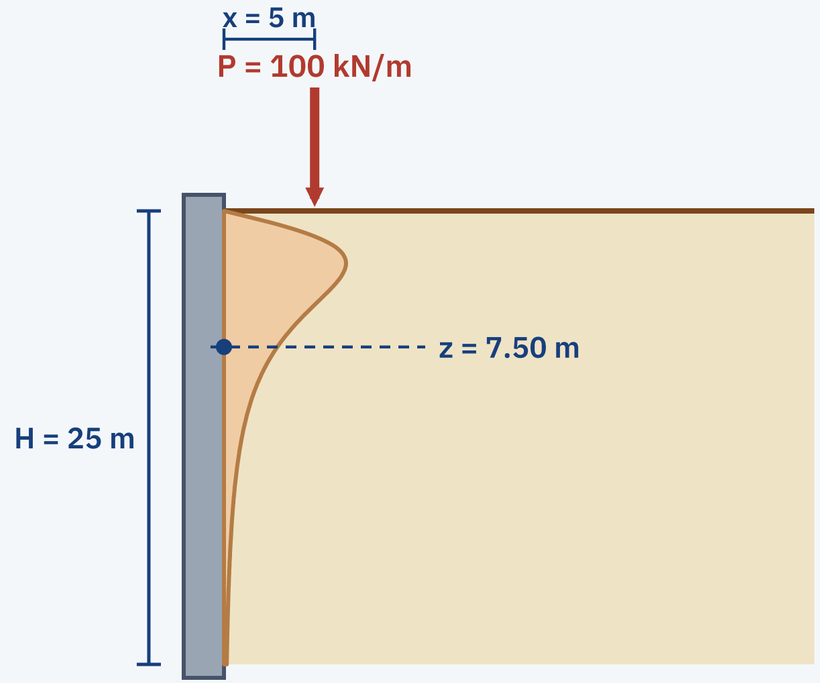
حمل خطي مؤثر على الجدار

حمل خطي سطحي **P** موازٍ للجدار، معطى كقوة لكل وحدة طول، يقع على مسافة أفقية **x** من الجدار

يعتمد ضغط الحمل الإضافي الجانبي على بعد الحمل اللابعدي **m = x/H** وعلى عمق الجدار اللابعدي **n = z/H**

تقدم الوحدة طريقتين: حل **المرونة (الجدار الجاسئ)** و**مخطط Terzaghi–NAVFAC**

$$m = \frac{x}{H}, \qquad n = \frac{z}{H}$$



P — الحمل الخطي السطحي الموازي للجدار لكل وحدة طول

x = mH — المسافة الأفقية من الجدار إلى الحمل؛ **z = nH** — العمق من السطح

σ_H، P_H، z_R — الضغط الجانبي، والقوة المحصلة، وعمق المحصلة من السطح

النظرية

الجدار الصلب: ضعف الإجهاد المرن

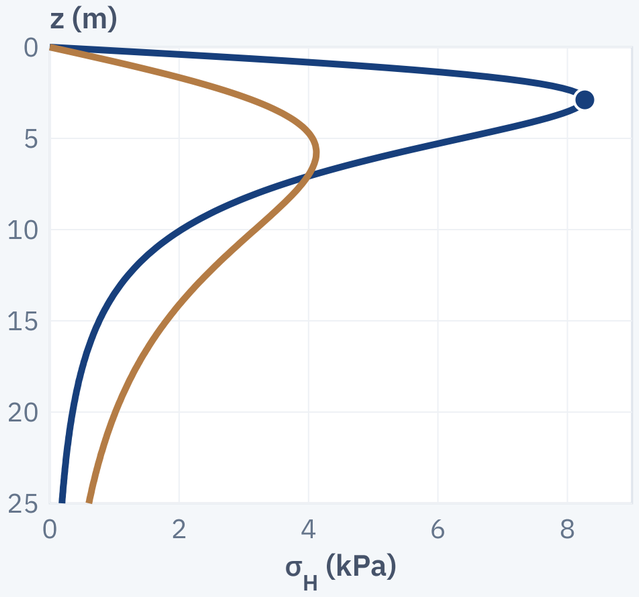
هو **ضعف** الإجهاد الأفقي الناتج عن حمل خطي في وسط مرن شبه لانهائي (Flamant، Boussinesq): فالجدار الذي لا يتحرك يمنع حركة التربة عند وجهه

ينطبق على كل مسافة؛ يكون الضغط الأكبر عند العمق **n = m/√3**

الحمل الأقرب من **x_{min} = 0.30 m** يحسب عند هذه المسافة: إذ يزداد أكبر ضغط بلا حد كلما اقترب الحمل من الجدار (وتبقى المحصلة منتهية)

$$\sigma_H = \frac{4P}{\pi H} \cdot \frac{m^2 n}{(m^2 + n^2)^2}$$

المقطع المرن (m = 0.2)



النظرية

الحالة 1 ($m \le 0.4$) والحالة 2 ($m > 0.4$)

من أجل **$m > 0.4$** تكون المعادلة **نفسها** كما في الحل المرن؛ ومن أجل **$m \le 0.4$** يبقى المخطط **ثابتاً** عند $m = 0.4$ (الحالة 1 التي لا تتضمن m)

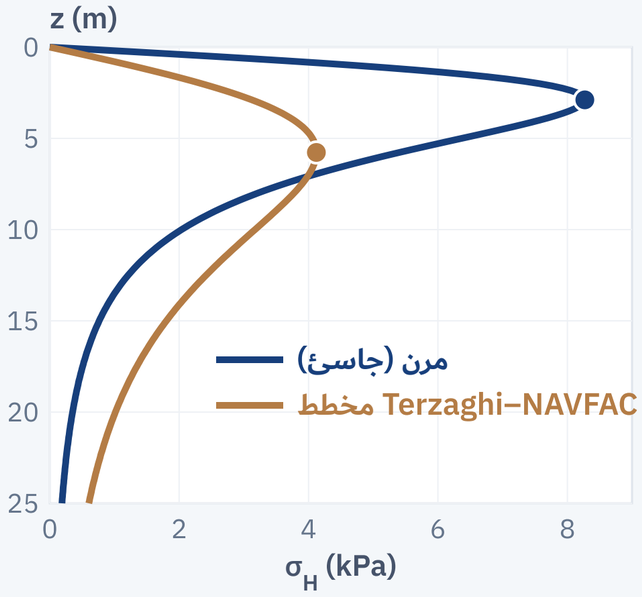
المعامل 0.203 هو القيمة المقربة لـ $4 \times 0.16/\pi$؛ لذلك **لا تأثير للمسافة ضمن 0.4H**

m ثابت من أجل نموذج معين؛ أما n فيتغير مع العمق

$$\sigma_H = \frac{P}{H} \cdot \frac{0.203\, n}{(0.16 + n^2)^2} \qquad m \le 0.4 \text{ (الحالة 1)}$$

$$\sigma_H = \frac{4P}{\pi H} \cdot \frac{m^2\, n}{(m^2 + n^2)^2} \qquad m > 0.4 \text{ (الحالة 2)}$$

مقطع الطريقتين (m = 0.2)



المساحة، والعزم الأول، وI_0، وI_1

النظرية

في كلتا الطريقتين **المحصلة هي مساحة المخطط**، وعمقها عن السطح هو **النقطة التي تتوازن عندها العزوم الأولى**؛ وعند كتابة σ_H كدالة في n يخرج الحمل والارتفاع من التكامل

الحل المرن والصيغ المغلقة للمخطط البياني عند **m > 0.4**؛ ومحصلة المخطط ≈ 0.64P/(1 + m²). المخطط عند **m ≤ 0.4**: $I_0 = 0.5469$ (قيمة المخطط 0.55P)

$$P_H = \int_0^H \sigma_H \, dz = P \, I_0 \qquad z_R = \frac{\int_0^H z \, \sigma_H \, dz}{P_H} = H \, \frac{I_1}{I_0}$$

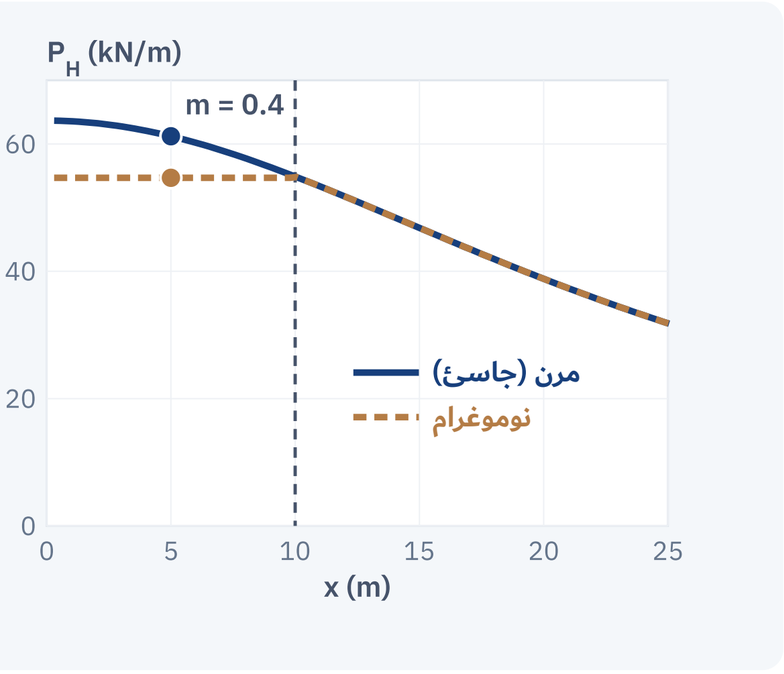
$$I_0 = \frac{2/\pi}{1 + m^2} \qquad I_1 = \frac{2}{\pi} \left[m \tan^{-1} \frac{1}{m} - \frac{m^2}{1 + m^2} \right]$$

$$I_0 = 0.1015 \left(\tfrac{1}{0.16} - \tfrac{1}{1.16} \right) = 0.5469 \qquad I_1 = 0.203 \left[\frac{\tan^{-1} 2.5}{0.8} - \frac{1}{2.32} \right] \; (m \le 0.4)$$

النظرية

المحصلة وخط تأثيرها، مع مسافة الحمل

الحالة	z_R مخطط	P_H مخطط	z_R المرن	P_H المرن	m	x (m)
الحالة 1	9.81	54.69	0.77	63.64	0.020	0.50
الحالة 1	9.81	54.69	1.49	63.56	0.040	1.00
الحالة 1	9.81	54.69	2.84	63.26	0.080	2.00
الحالة 1	9.81	54.69	6.14	61.21	0.200	5.00
الحالة 1	9.81	54.69	8.56	57.75	0.320	8.00
الحالة 1	9.81	54.69	9.81	54.88	0.400	10.00
الحالة 2	11.05	50.93	11.05	50.93	0.500	12.50
الحالة 2	12.02	46.81	12.02	46.81	0.600	15.00
الحالة 2	14.27	31.83	14.27	31.83	1.000	25.00



$m \le 0.4$: يعطي المخطط البياني القيمتين P_H و z_R نفسيهما؛ أما الحل المرن فيزيد P_H كلما اقترب الحمل، ويسحب z_R إلى الأعلى

$m > 0.4$: تعطي الطريقتان النتيجة نفسها

المسألة

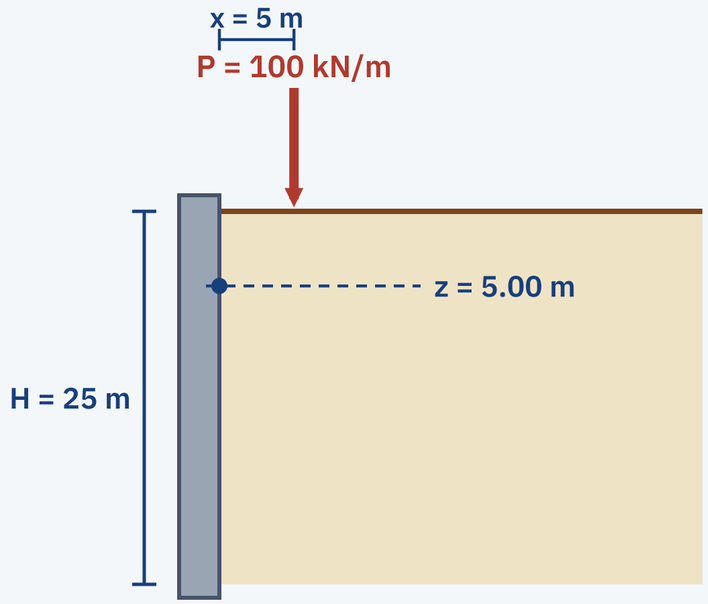
مثال

المعطيات

الجدار والحمل	$H = 25.00$ m؛ **حمل خطي** $P = 100.0$ **kN/m**، $x = 5.00$ m
العمق	$z = 5.00$ m

المطلوب

m و **n** و σ_H: أولاً المرن (جدار جاسئ)، ثم مخطط Terzaghi–NAVFAC.



الحل (1/2)

الحل

1 النسب

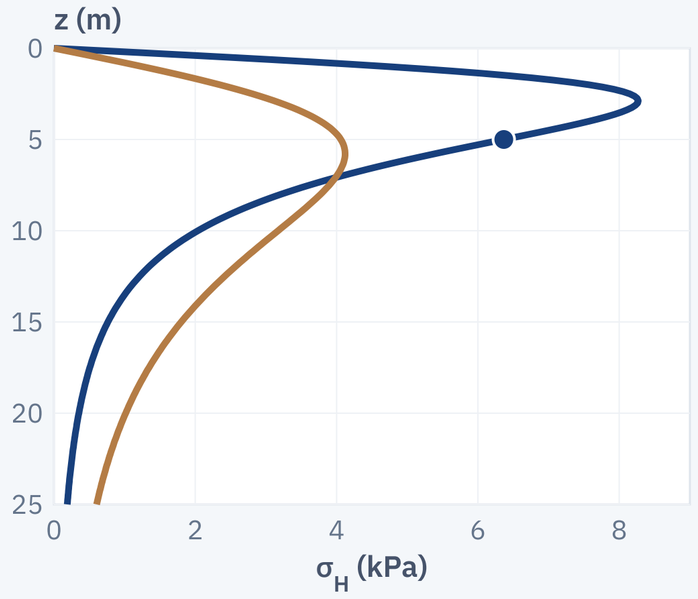
$$m = \frac{x}{H} = \frac{5}{25} = \mathbf{0.20} \qquad n = \frac{z}{H} = \frac{5}{25} = \mathbf{0.20}$$

2 الضغط المرن (جدار صلب)

$$\sigma_H = \frac{4 \times 100}{\pi \times 25}\left[\frac{0.20^2 \times 0.20}{(0.20^2 + 0.20^2)^2}\right]$$

$$\sigma_H = 5.0930 \times 1.25 = \mathbf{6.37}\ \text{kPa}$$

عند z = 5 m يعطي الحل المرن **6.37 kPa**. ويقع هذا العمق تحت موضع أكبر ضغط (8.27 kPa عند z = 2.89 m)؛ ويتلاشى توزيع الضغط بسرعة مع العمق.



الحل (2/2)

الحل

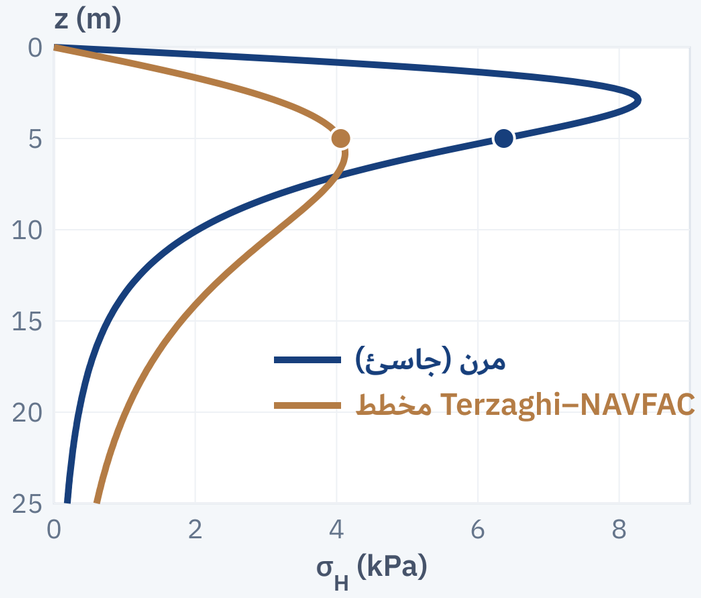
3 اختيار الحالة

$$m = 0.20 \leq 0.4 \Rightarrow \text{الحالة 1 (مخطط}\ m = 0.4\text{ثابت)}$$

4 ضغط المخطط

$$\sigma_H = \frac{100}{25}\left[\frac{0.203 \times 0.20}{(0.16 + 0.20^2)^2}\right]$$

$$\sigma_H = 4.00 \times 1.015 = \mathbf{4.06}\ \text{kPa}$$



المخطط البياني يعطي **4.06 kPa** والحل المرن **6.37 kPa**: وعند هذا العمق تبلغ قيمة المخطط 64% من القيمة المرنة. وينشر المخطط البياني الضغط في العمق عند الأحمال القريبة.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

المسألة

مثال

المعطيات

الجدار والحمل	$x = 5.00$ m ,$P = 100.0$ kN/m ,$H = 25.00$ m $(m = 0.20)$
الأعماق	$z = 0$ – 25 m، كل 2.5 m

المطلوب

توزيع σ_H (بطريقتين)؛ **أكبر ضغط** وعمقه.

الحل (1/2)

الحل

z (m)	n = z/H	σ_H المرن (kPa)	σ_H مخطط (kPa)
0.00	0.00	0.000	0.000
2.50	0.10	8.149	2.810
5.00	**0.20**	**6.366**	**4.060**
7.50	0.30	3.616	3.898
10.00	0.40	2.037	3.172
12.50	0.50	1.211	2.415
15.00	0.60	0.764	1.802
17.50	0.70	0.508	1.345
20.00	0.80	0.352	1.015
22.50	0.90	0.254	0.777
25.00	1.00	0.188	0.603

يبلغ الضغط المرن قيمته العظمى مباشرة بعد السطح ثم يتناقص مع العمق؛ أما المخطط فيعطي توزيعاً أكثر انتظاماً وتقع ذروته على عمق أكبر. والصف z = 5.00 m هو المثال 1.

الحل (2/2)

الحل

1 المرن: الذروة n = m/√3

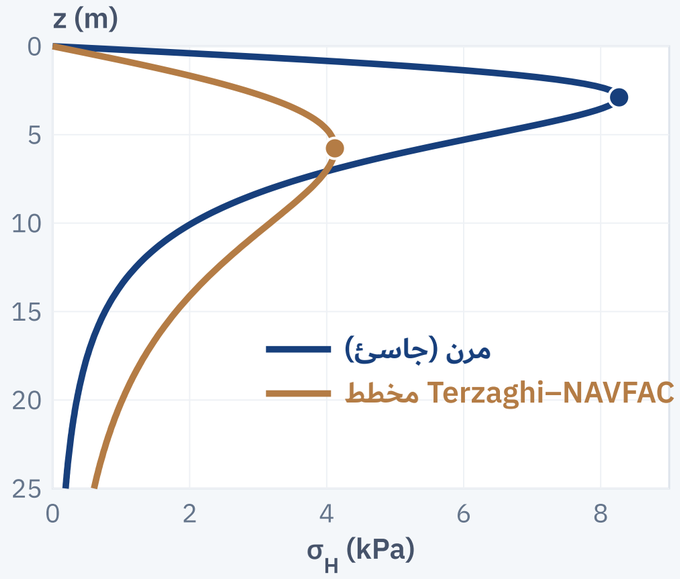
$$n = \frac{m}{\sqrt{3}} = \frac{0.20}{1.7321} = 0.11547 \;\Rightarrow\; z = nH = \mathbf{2.887}\ \text{m}$$

$$\sigma_{H,max} = \frac{9P}{4\sqrt{3}\,\pi\,x} = \frac{9 \times 100}{4(1.7321)\pi(5)} = \mathbf{8.270}\ \text{kPa}$$

2 المخطط البياني (الحالة 1): الذروة n = 0.4/√3

$$n = \frac{0.4}{\sqrt{3}} = 0.23094 \;\Rightarrow\; z = \mathbf{5.774}\ \text{m}$$

$$\sigma_{H,max} = 4\left[\frac{0.203 \times 0.23094}{(0.16 + 0.05333)^2}\right] = \mathbf{4.120}\ \text{kPa}$$



الذروة المرنة (z = 2.89 m) **8.27 kPa**، وذروة المخطط (z = 5.77 m) := **4.12 kPa**. فالحل المرن يتركز في الجزء العلوي من الجدار، بينما يعطي المخطط ذروة أدنى وبنصف القيمة تقريباً.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

المسألة

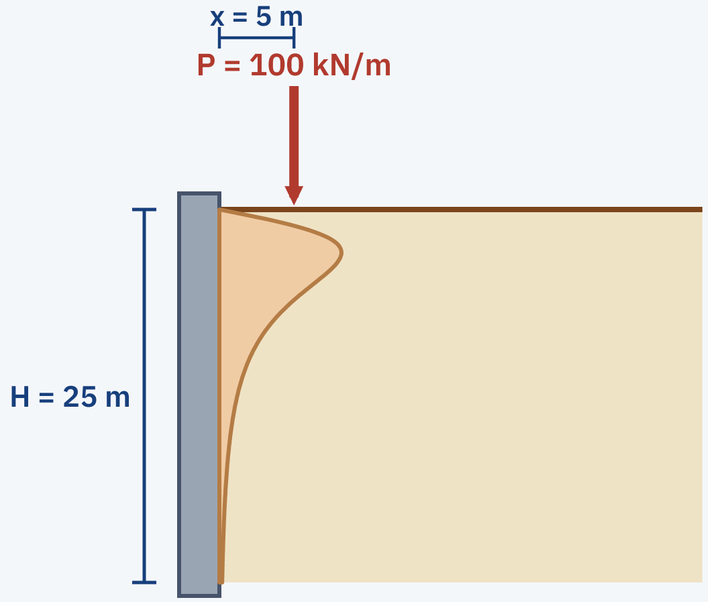
مثال

المعطيات

الجدار والحمل	$H = 25.00$ m, $P = 100.0$ kN/m, $x = 5.00$ m
الطرق	مرن (جدار جاسئ) ومخطط Terzaghi–NAVFAC

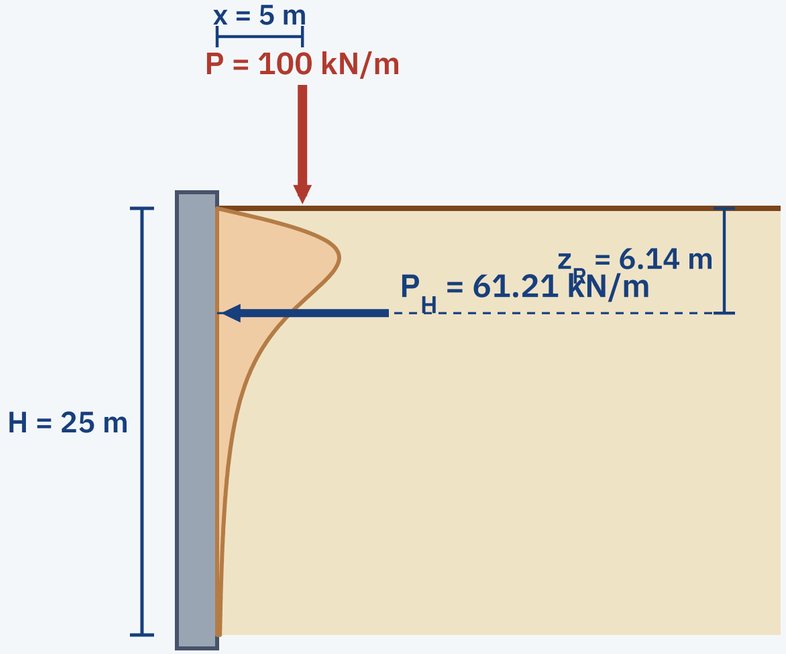
المطلوب

I_0 وI_1 والمحصلة P_H وz_R وارتفاعها عن القاعدة (للطريقتين).



الحل (1/2)

الحل



1 I_0 (المساحة)

$$I_0 = \frac{2/\pi}{1+m^2} = \frac{0.63662}{1+0.20^2} = \mathbf{0.61213}$$

2 I_1 (العزم): $[m\tan^{-1}(1/m) - m^2/(1+m^2)](\pi/2)$

$$I_1 = 0.63662\,[0.20(1.37340) - 0.03846] = \mathbf{0.15038}$$

3 المحصلة وخط تأثيرها

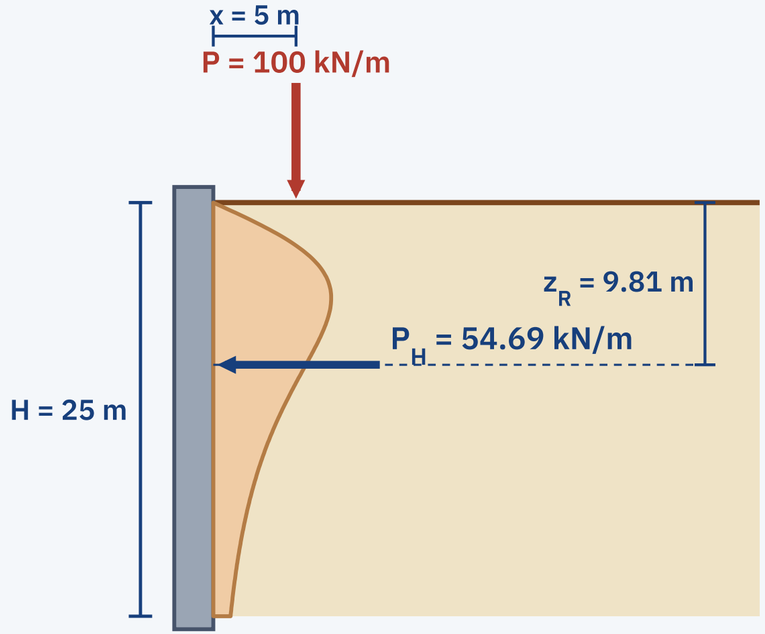
$$P_H = P\,I_0 = 100 \times 0.61213 = \mathbf{61.21}\ \text{kN/m}$$

$$z_R = H\frac{I_1}{I_0} = 25 \times \frac{0.15038}{0.61213} = \mathbf{6.14}\ \text{m}$$

المرونة: **P_H = 61.21 kN/m**، على عمق **6.14 m** تحت السطح (18.86 m فوق القاعدة).

الحل (2/2)

الحل



4 I_0 و I_1 ($m \le 0.4$، الحالة 1)

$$I_0 = 0.1015\left(\frac{1}{0.16} - \frac{1}{1.16}\right) = \mathbf{0.5469}$$

$$I_1 = 0.203\left[\frac{\tan^{-1} 2.5}{0.8} - \frac{1}{2.32}\right]$$

$$I_1 = 0.203\,[1.48786 - 0.43103] = \mathbf{0.21454}$$

5 المحصلة وخط تأثيرها

$$P_H = 100 \times 0.5469 = \mathbf{54.69}\ \text{kN/m}$$

$$z_R = 25 \times \frac{0.21454}{0.5469} = \mathbf{9.81}\ \text{m}$$

المخطط البياني: $\mathbf{P_H = 54.69\ kN/m}$، $\mathbf{z_R = 9.81\ m}$. وبالمقارنة مع الحل المرن تقل المحصلة بنسبة 10.7%، ويقع خط عملها أخفض بمقدار 3.67 m.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

المسألة

مثال

المعطيات

الجدار والحمل	$P = 100.0$ kN/m ,$H = 25.00$ m
المسافات	$x = 0.5;\ 1;\ 2;\ 5;\ 8;\ 10;\ 12.5;\ 15;\ 25$ m

المطلوب

P_H و z_R للطريقتين؛ وتحقق يدوي عند x = 12.5 m.

الحل (1/2)

الحل

الحالة	z_R (m) مخطط	P_H من المخطط (kN/m)	z_R (m) مرن	P_H المرن (kN/m)	m	x (m)
الحالة 1	9.81	54.69	0.77	63.64	0.020	0.50
الحالة 1	9.81	54.69	1.49	63.56	0.040	1.00
الحالة 1	9.81	54.69	2.84	63.26	0.080	2.00
الحالة 1	**9.81**	**54.69**	**6.14**	**61.21**	**0.200**	**5.00**
الحالة 1	9.81	54.69	8.56	57.75	0.320	8.00
الحالة 1	9.81	54.69	9.81	54.88	0.400	10.00
الحالة 2	11.05	50.93	11.05	50.93	0.500	12.50
الحالة 2	12.02	46.81	12.02	46.81	0.600	15.00
الحالة 2	14.27	31.83	14.27	31.83	1.000	25.00

$x \le 10$ m ($m \le 0.4$): يعطي المخطط 54.69 kN/m وعمقاً قدره 9.81 m، والمسافة عديمة الأثر؛ وتتناقص المحصلة المرنة ببطء مع ابتعاد الحمل (63.64 → 54.88 kN/m) ويزداد عمق خط التأثير. **$m > 0.4$:** الطريقتان متطابقتان.

الحل (2/2)

الحل

1 النسبة والحالة

$$m = \frac{12.5}{25} = \mathbf{0.50} > 0.4 \;\Rightarrow\; \text{مخطط الحالة 2: المعادلة نفسها المستخدمة في الحل المرن}$$

2 I_0 و I_1

$$I_0 = \frac{2/\pi}{1 + 0.50^2} = \frac{0.63662}{1.25} = \mathbf{0.50930}$$

$$I_1 = 0.63662\,[0.50(1.10715) - 0.2] = \mathbf{0.22509}$$

3 المحصلة وخط تأثيرها

$$P_H = 100 \times 0.50930 = \mathbf{50.93}\ \text{kN/m} \qquad z_R = 25 \times \frac{0.22509}{0.50930} = \mathbf{11.05}\ \text{m}$$

عند x = 12.5 m تعطي الطريقتان معاً **50.93 kN/m** و**11.05 m**.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

المسألة

مثال

المعطيات

الجدار والحمل	$P = 100.0$ kN/m ,$H = 25.00$ m
حمل مجاور	$x = 0.05;\ 0.1;\ 0.2;\ 0.3;\ 0.5;\ 1$ m
الحد	**المخطط:** $x = 9.99;\ 10;\ 10.01$ m ($0.4H = 10$ m)

المطلوب

أثر قاعدة x_{min}؛ وأقصى ضغط مرن؛ وسلوك المخطط عند الحد m = 0.4.

الحل (1/2)

الحل

x (m)	x للحساب (m)	P_H المرن (kN/m)	z_R مرن (m)	$\sigma_{H,max}$ المرن (kPa)	z (m)	P_H من المخطط (kN/m)
0.05	**0.30**	63.65	0.46	137.8	0.17	54.69
0.10	**0.30**	63.65	0.46	137.8	0.17	54.69
0.20	**0.30**	63.65	0.46	137.8	0.17	54.69
0.30	0.30	63.65	0.46	137.8	0.17	54.69
0.50	0.50	63.64	0.77	82.7	0.29	54.69
1.00	1.00	63.56	1.49	41.3	0.58	54.69

الحمل الذي تكون فيه **x < 0.30 m** يحسب عند 0.30 m: فالمحصلة وخط التأثير وأكبر ضغط هي نفسها القيم عند 0.30 m؛ وتصل الذروة المرنة عند هذه المسافة إلى (z = 0.17 m) **137.8 kPa**. ويعطي المخطط البياني 54.69 kN/m عند كل مسافة.

الحل (2/2)

الحل

1 0.203 و 4 × π/0.16

$$\frac{4 \times 0.16}{\pi} = 0.2037 \approx 0.203 \Rightarrow \frac{I_0(m = 0.4^+)}{I_0(\text{الحالة } 1)} = \frac{0.63662/1.16}{0.5469} = \mathbf{1.0033}$$

2 محصلة مخطط Abak على جانبي الحد

x (m)	m	الحالة	P_H من المخطط (kN/m)	z_R (m) مخطط
9.99	0.3996	الحالة 1	54.6875	9.8074
10.00	0.4000	الحالة 1	54.6875	9.8074
10.01	0.4004	الحالة 2	54.8659	9.8130

بسبب التقريب تقفز المحصلة بنحو **0.33%** عند تجاوز الحد (54.69 → 54.87 kN/m) m = 0.4؛ ويتغير خط العمل 9.807 → 9.813 m. والقفزة صغيرة؛ ويحتفظ بالمعامل المنشور في المخطط البياني.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

المسألة

مثال

المعطيات

الحمل	$x = 5.00$ m ,$P = 100.0$ kN/m
الارتفاع	$H = 5,\ 10,\ 25,\ 50,\ 100$ m
شدة الحمل	($H = 25$ m) $P = 50,\ 100,\ 200$ kN/m

المطلوب

P_H و z_R للطريقتين؛ تأثير P و H.

الحل

الحل

الحالة	z_R مخطط	P_H مخطط	z_R المرن	P_H المرن	m	H (m)
الحالة 2	2.85	31.83	2.85	31.83	1.000	5
الحالة 2	4.42	50.93	4.42	50.93	0.500	10
الحالة 1	9.81	54.69	6.14	61.21	0.200	25
الحالة 1	19.61	54.69	6.93	63.03	0.100	50
الحالة 1	39.23	54.69	7.37	63.50	0.050	100

في الجدار العالي تصغر m: يقترب P_H المرن من 0.64P؛ ولا يتغير P_H بحسب المخطط البياني (0.5469P)، بينما تكبر z_R مع H.

P (kN/m)	P_H المرن	P_H مخطط	z_R المرن	z_R مخطط
50	30.61	27.34	6.14	9.81
100	61.21	54.69	6.14	9.81
200	122.43	109.38	6.14	9.81

> يزداد المحصل **خطياً** مع **P**؛ وz_R مستقل عن P (مرن · مخطط).

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

النقاط الرئيسية

$m = x/H$، $n = z/H$؛ الحل المرن (جدار صلب): **$\sigma_H = (4P/\pi H)\, m^2 n/(m^2 + n^2)^2$**، والذروة عند $n = m/\sqrt{3}$؛ **$x_{min} = 0.30\ m$**

المخطط البياني: عندما $m > 0.4$ تُستخدم المعادلة نفسها؛ وعندما **$m \le 0.4$** فإن $\sigma_H = (P/H)\ 0.203\ n/(0.16 + n^2)^2$، ولا يكون للمسافة أثر

مثال (H = 25 m، x = 5 m، P = 100 kN/m): عند $z = 5\ m$ يكون الحل المرن 6.37 والمخطط 4.06 kPa؛ وأكبر ضغط = 8.27 kPa (z = 2.89 m) و 4.12 kPa (z = 5.77 m)

المحصلة $z_R = H \cdot I_1/I_0$، $P_H = P \cdot I_0$: الحل المرن 61.21 kN/m و 6.14 m؛ المخطط البياني 54.69 kN/m و 9.81 m

المقارنة: خارج 0.4H يتفق الأسلوبان؛ أما داخله فإن حمل المحصلة المرن يزداد كلما اقترب الحمل، بينما تبقى قيمة المخطط ثابتة

المراجع

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning؛ تتبع هذه الصفحة هذا المرجع.

Terzaghi, K. (1954). Anchored bulkheads. Transactions of the ASCE, 119, 1243–1280.

NAVFAC DM-7.02 (1986). Foundations and Earth Structures. Naval Facilities Engineering Command.

ملاحظة

جميع الأمثلة العددية مستخرجة بمحرك الحساب الخاص بالوحدة؛ وتعطي الوحدة القيم نفسها. والجدار الابتدائي للوحدة هو الذي تبلغ فيه H = 25 m و x = 5 m و P = 100 kN/m (الطريقة المرنة).

حسابات الجيوتكنيك عبر الإنترنت

من النظرية إلى التطبيق

أدخل الجدار الخاص بك وشدة حملك الخطي ومسافته في GeoTerva؛ وتعطي الوحدة مخطط الضغط والمحصلة وخط العمل بطريقتين، مع الحل خطوة بخطوة والتقرير معاً.

افتح الوحدة ←

صفحة النظرية ←

افتح على الهاتف

لا تتطلب الوحدات التجريبية تسجيلاً.

إذا رغبت في استخدامها في محاضراتك: info@geoterva.com