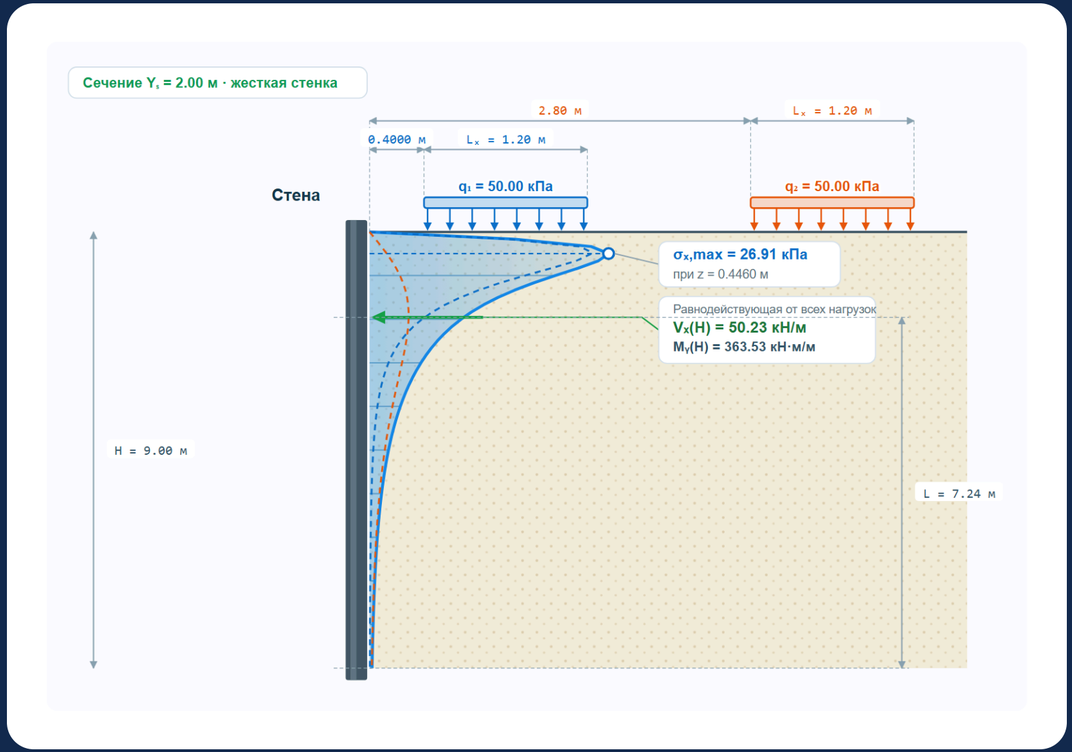
GeoTerva

Презентация лекции по геотехнике · Внешние нагрузки

Пригрузки, распределённые по площади

Лекция: прямоугольные нагрузки на поверхности вблизи стены; начальный пример решается вручную на глубине наибольшего давления, остальные темы — по таблицам.

- Boussinesq σx
- Интегрирование по прямоугольнику
- Жёсткая стена ψ = 2
- Поперечная сила и момент
- Решается вручную



Что мы изучим на этой лекции?

- Боковое давление прямоугольной поверхностной нагрузки на стену: нагрузка представляет собой сумму сосредоточенных нагрузок **dP = q·dA**, и действие каждой из них находится по решению Boussinesq
- Величины x_1, x_2, y_1, y_2, задающие положение и размеры в плане, и интегрирование, **точное вдоль стены и численное в направлении, перпендикулярном стене**
- Различие между **жёсткой стеной** ($\psi = 2$) и **полубесконечной средой** ($\psi = 1$)
- Нахождение значений **поперечной силы V_x** и **изгибающего момента M_y** по профилю давления
- Влияние положения сечения, расстояния от нагрузки до стены и **коэффициента Пуассона**

ХОД ЛЕКЦИИ

Каждая тема излагается **в три шага**:

1. **Теория**: формула и обоснование
2. **Условие**: дано и требуется определить
3. **Решение**: пошагово, с числами

Пример: H = 9 m, μ = 0.5, сечение Y_s = 2 m; два прямоугольника размером 1.2 × 3.6 m, q = 50 kPa, X_0 = 1.0 и 3.4 m; жёсткая стена.

Прямоугольные нагрузки, действующие на стену

ТЕОРИЯ

Прямоугольная поверхностная пригрузка — это непрерывная совокупность вертикальных сосредоточенных нагрузок **dP = q·dA**

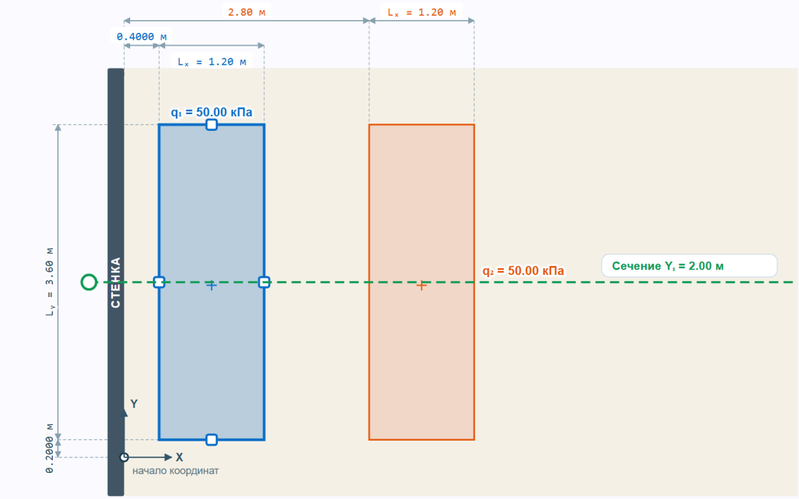
Горизонтальное напряжение, создаваемое каждой сосредоточенной нагрузкой в выбранном вертикальном сечении стены, находится по решению Boussinesq, а вклады каждого прямоугольника суммируются

Интегрированием эпюры давления вдоль стены получаются **поперечная сила** и **изгибающий момент**

$$A = L_x L_y \qquad P = qA$$

$$x_1 = X_0 - \frac{L_x}{2} \quad x_2 = X_0 + \frac{L_x}{2}$$

$$y_1 = Y_0 - \frac{L_y}{2} - Y_s \quad y_2 = Y_0 + \frac{L_y}{2} - Y_s$$



X_0, Y_0: координаты центра тяжести по нормали к стене и вдоль стены

L_x, L_y: стороны; **Y_s**: координата сечения

Прямоугольник расположен за лицевой гранью стены: $x_1 \geq 0$

σ_x по Boussinesq в плоскости стены

ТЕОРИЯ

Для элемента dP, расположенного относительно точки сечения на глубине z со смещением **(x, y)** в плане, **горизонтальное нормальное напряжение** на стену (перпендикулярное ей) приведено ниже

$r^2 = x^2 + y^2$ и $R^2 = r^2 + z^2$; $dP = q \cdot dx \cdot dy$

Горизонтальное напряжение зависит от **коэффициента Пуассона μ**; при μ = 0.5 слагаемое с множителем (1 – 2μ) равно нулю

$$\sigma_x = \frac{dP}{2\pi}\left[\frac{3x^2 z}{R^5} - (1-2\mu)\left(\frac{x^2-y^2}{r^2 R(R+z)} + \frac{y^2 z}{r^2 R^3}\right)\right]$$

$$r^2 = x^2 + y^2 \qquad R^2 = r^2 + z^2 \qquad dP = q\,dx\,dy$$

Замкнутое решение вдоль стены: G

ТЕОРИЯ

Замена прямоугольника конечной сеткой сосредоточенных нагрузок **медленно сходится вблизи стены**, где напряжение изменяется быстрее всего

Вдоль стены (в направлении y) интеграл имеет **замкнутый вид**; оставшийся интеграл в направлении, перпендикулярном стене (x), вычисляется **адаптивно** с жёстким допуском

$$G(x,y,z) = \frac{1}{2\pi}\left[\frac{x^2 z\, y\,(2y^2+3a^2)}{a^4 R^3} - (1-2\mu)\frac{y\,(1-z/R)}{r^2}\right] \qquad a^2 = x^2+z^2$$

$$\sigma_x(z) = \psi \sum_{\text{нагрузки}} q \int_{x_1}^{x_2} \left[G(x,y_2,z) - G(x,y_1,z)\right] dx$$

Очень длинный прямоугольник при любом μ даёт решение для **ленточной нагрузки в условиях плоской деформации**; расчётное ядро проверяется этим контролем

Влияние стены: ψ

ТЕОРИЯ

Неподвижная гладкая стена моделируется **зеркальным отражением** каждой нагрузки относительно грани стены: отражение обращает в нуль нормальное к стене перемещение и касательное напряжение в этой плоскости

Поэтому давление на стену при любом μ **ровно вдвое больше** напряжения в полубесконечной среде

Стена, прогибающаяся настолько, что грунт разрыхляется, ближе к значению для полубесконечной среды

$\sigma_{wall} = \psi\,\sigma_x$ $\psi = 2$ (жёсткая стена, по умолчанию) $\psi = 1$ (полубесконечная среда)

Интегрирование профиля вдоль стены

ТЕОРИЯ

Эпюра давления интегрируется вдоль стены **на единицу длины** стены в сечении: один раз — для поперечной силы и дважды — для изгибающего момента

Оба интегрируются **адаптивно** между строками таблицы глубин; число строк n_z лишь определяет, какая часть профиля выводится в список

$$V_x(z) = \int_0^z \sigma_x \, dt$$

$$M_y(z) = \int_0^z V_x \, dt = \int_0^z (z - t)\, \sigma_x \, dt$$

Шесть шагов и начальный пример

ТЕОРИЯ

1 · Стена и сечение: вводятся H, μ и Y_s

2 · Для каждого прямоугольника: q, X_0, Y_0, L_x, L_y; вычисляются x_1, x_2, y_1, y_2

3 · Напряжение от сосредоточенной нагрузки: r, R и σ_x для dP = q·dx·dy

4 · Интегрирование по площади: в направлении y точно с помощью G, в направлении x численно

5 · Суперпозиция и ψ: каждый прямоугольник суммируется на глубине z, для жёсткой стены результат умножается на два

6 · Интегрирование по стене: $\sigma_x(z)$, затем $V_x(z)$ и $M_y(z)$

$$A = 2 \times 1.2 \times 3.6 = 8.64\ \text{m}^2 \qquad P = 432\ \text{kN} \qquad \sigma_x = 24.98 + 1.93 = 26.91\ \text{kPa}$$

$$V_x(H) = 50.23\ \text{kN/m} \qquad M_y(H) = 363.53\ \text{kN} \cdot \text{m/m}$$

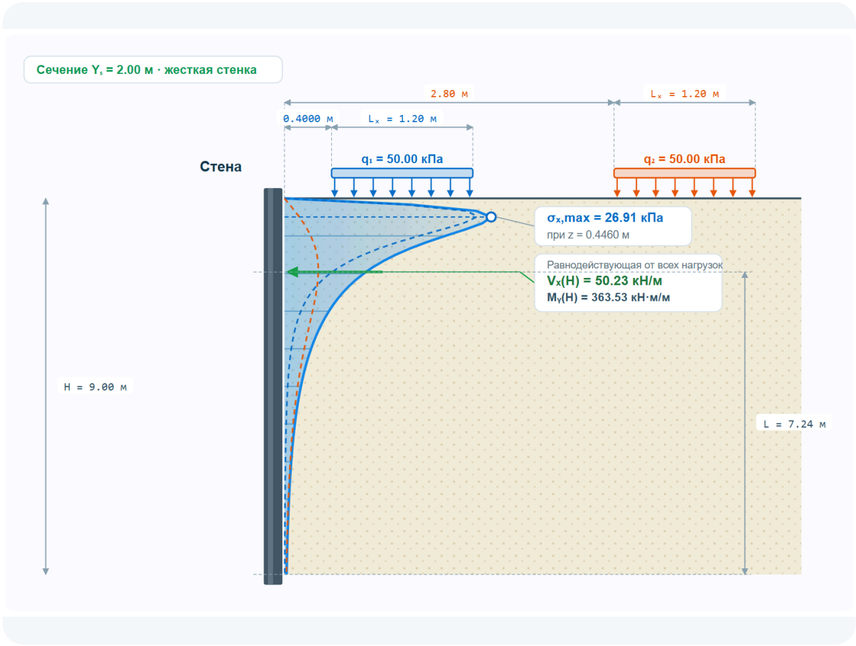
Положение, расстояние и коэффициент Пуассона

ТЕОРИЯ

Метод сохраняет **трёхмерное положение и размер** каждой нагрузки: перемещение прямоугольника вдоль стены или от стены, изменение его размера, сдвиг сечения или изменение μ меняют профиль давления

Давление достигает наибольшего значения **в сечениях, проходящих напротив нагрузки**, и быстро убывает с удалением в плане; когда нагрузки коротки по сравнению с расстоянием до стены, проверяются **несколько сечений**

Когда μ меньше 0.5, вблизи поверхности могут появиться **растягивающие ординаты**; они приводятся со своими знаками



Условие

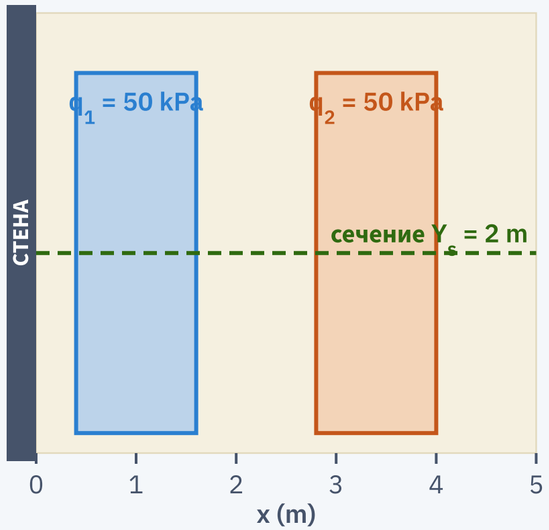
ПРИМЕР

Дано

Стена и разрез	$H = 9.0$ **m;** $\mu = 0.5$**; сечение** $Y_s = 2.0$ **m; жёсткая стена (**$\psi = 2$**)**
Прямоугольник 1	$q = 50$ **kPa;** $L_x = 1.2$ **m,** $L_y = 3.6$ **m;** $X_0 = 1.0$ **m,** $Y_0 = 2.0$ **m**
Прямоугольник 2	$q = 50$ **kPa;** 1.2×3.6 **m;** $X_0 = 3.4$ **m,** $Y_0 = 2.0$ **m**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Вклад каждого прямоугольника в σ_x на глубине **z = 0.446 m** (вручную по методу **Simpson**) и суммарное **σ_x**; сравнение с результатом модуля. На этой глубине давление наибольшее.



Решение (1/4)

РЕШЕНИЕ

1 Положение прямоугольников относительно разреза (x отсчитывается от стены, y — от разреза)

$$\text{Прямоуг. 1: } x_1 = 1.0 - 0.6 = 0.4 \text{ m} \quad x_2 = 1.0 + 0.6 = 1.6 \text{ m}$$

$$\text{Прямоуг. 2: } x_1 = 3.4 - 0.6 = 2.8 \text{ m} \quad x_2 = 3.4 + 0.6 = 4.0 \text{ m}$$

$$y_1 = 2.0 - 1.8 - 2.0 = -1.8 \text{ m} \quad y_2 = 2.0 + 1.8 - 2.0 = +1.8 \text{ m}$$

2 Площадь и суммарная вертикальная нагрузка (для каждого)

$$A = L_x L_y = 1.2 \times 3.6 = 4.32 \text{ m}^2 \qquad P = qA = 50 \times 4.32 = 216 \text{ kN} \qquad \Sigma P = 432 \text{ kN}$$

Сечение проходит точно через центр обоих прямоугольников: $\mathbf{y_1 = -y_2}$. Прямоугольник 1 начинается в 0.4 m от стены, а прямоугольник 2 — в 2.8 m.

Решение (2/4)

РЕШЕНИЕ

3 μ = 0.5: (1 − 2μ) = 0, второй член функции G выпадает; так как $y_1 = -y_2$, $G(x, y_2) - G(x, y_1) = 2G(x, y_2)$

$$f(x) = G(x, y_2, z) - G(x, y_1, z) = \frac{x^2\, z\, y_2\, (2y_2^2 + 3a^2)}{\pi\, a^4 R^3}$$

$$z\, y_2 = 0.8028 \qquad 2y_2^2 = 6.48 \qquad a^2 = x^2 + 0.1989 \qquad R^2 = x^2 + 3.4389$$

4 Правило Simpson в направлении, перпендикулярном стене (n — чётное число интервалов, $h = (x_2 - x_1)/n$); $\sigma_x = \psi\, q \int f\, dx$

$$\int_{x_1}^{x_2} f\, dx \approx \frac{h}{3}\left[f_0 + 4f_1 + 2f_2 + 4f_3 + \cdots + 4f_{n-1} + f_n\right]$$

$$\sigma_x = \psi\, q\, \frac{h}{3} \sum c_i\, f_i \qquad (c_i = 1, 4, 2, 4, \ldots, 4, 1)$$

Прямоугольник 1 (x = 0.4 – 1.6 m) находится вблизи стены, где подынтегральная функция быстро меняется: **n = 8** интервалов; для прямоугольника 2 (x = 2.8 – 4.0 m) достаточно **n = 4**.

Решение (3/4)

РЕШЕНИЕ

i	x (m)	a² (m²)	R (m)	f(x) (1/m)	c	c·f
0	0.400	0.3589	1.8971	0.35129	1	0.35129
1	0.550	0.5014	1.9343	0.33921	4	1.35683
2	0.700	0.6889	1.9821	0.28954	2	0.57909
3	0.850	0.9214	2.0400	0.23681	4	0.94723
4	1.000	1.1989	2.1069	0.19155	2	0.38310
5	1.150	1.5214	2.1821	0.15520	4	0.62080
6	1.300	1.8889	2.2647	0.12657	2	0.25315
7	1.450	2.3014	2.3540	0.10408	4	0.41632
8	1.600	2.7589	2.4493	0.08632	1	0.08632
				Σ c·f =		**4.99412**

5 σ_x для прямоугольника 1 (h = 0.15 m)

$$\sigma_{x,1} = \psi\, q\, \frac{h}{3} \sum c_i f_i = 2(50)\frac{0.15}{3}(4.99412) = \mathbf{24.97}\ \text{kPa}$$

Simpson (8 интервалов): **24.97 kPa**. Адаптивное интегрирование в модуле даёт 24.98 kPa; разница составляет 0.03 %.

Решение (4/4)

РЕШЕНИЕ

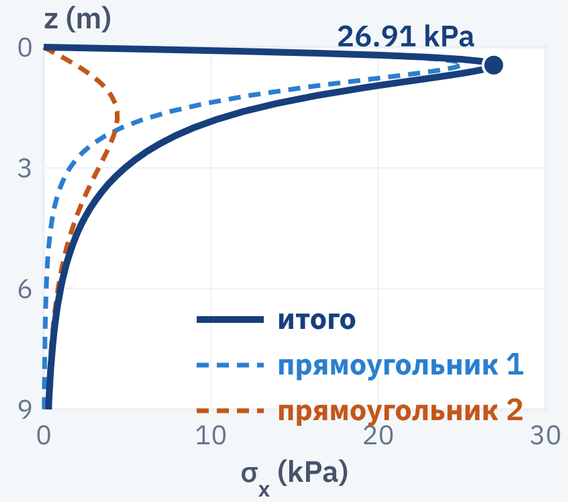
i	x (m)	a² (m²)	R (m)	f(x) (1/m)	c	c·f
0	2.800	8.0389	3.3584	0.02504	1	0.02504
1	3.100	9.8089	3.6123	0.01944	4	0.07777
2	3.400	11.7589	3.8728	0.01536	2	0.03071
3	3.700	13.8889	4.1387	0.01232	4	0.04927
4	4.000	16.1989	4.4090	0.01001	1	0.01001
				Σ c·f =		**0.19281**

6 σ_x для прямоугольника 2 (h = 0.30 m) и суперпозиция

$$\sigma_{x,2} = 2(50)\frac{0.30}{3}(0.19281) = 1.93 \text{ kPa}$$

$$\sigma_x = \sigma_{x,1} + \sigma_{x,2} = 24.97 + 1.93 = \mathbf{26.90} \text{ kPa}$$

Вручную: **24.97 + 1.93 = 26.90 kPa**. Модуль: 24.98 + 1.93 = **26.91 kPa** (z = 0.446 m); совпадает с примером на странице.



Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

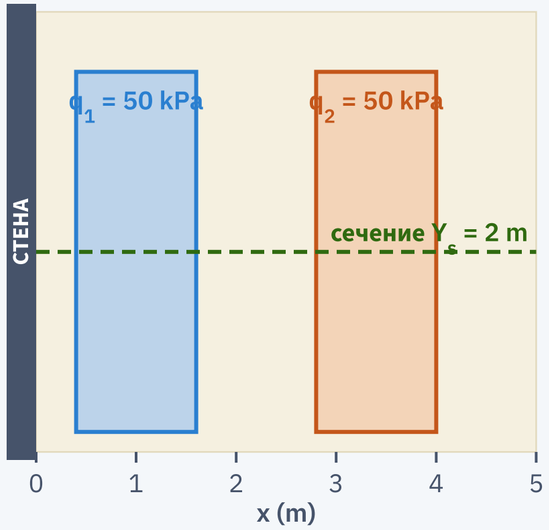
ПРИМЕР

Дано

Модель	**Два прямоугольника из примера 1;** $H = 9.0$ **m;** $n_z = 20$ **(шаг рядов** $H/20 = 0.45$ **m)**
Метод	**жёсткая стена (**$\psi = 2$**);** $V_x(z) = \int_0^z \sigma_x \, dt$**,** $M_y(z) = \int_0^z (z - t)\, \sigma_x \, dt$

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

В каждой строке — **σ_x** (отдельные вклады двух прямоугольников и их сумма), **$V_x(z)$** и **$M_y(z)$**; в основании — **$V_x(H)$**, **$M_y(H)$** и глубина равнодействующей.



Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

z (m)	$\sigma_{x,1}$ (kPa)	$\sigma_{x,2}$ (kPa)	σ_x (kPa)	V_x (kN/m)	M_y (kN·m/m)
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.45	**24.96**	**1.94**	**26.91**	**8.45**	**1.45**
0.90	17.46	3.43	20.89	19.44	7.84
1.35	10.24	4.23	14.47	27.30	18.46
1.80	5.91	4.39	10.31	32.80	32.06
2.25	3.49	4.13	7.62	36.80	47.76
2.70	2.13	3.65	5.78	39.79	65.02
3.15	1.35	3.10	4.45	42.08	83.47
3.60	0.89	2.58	3.46	43.85	102.82
4.05	0.60	2.11	2.71	45.23	122.87
4.50	0.42	1.71	2.13	46.31	143.48
4.95	0.30	1.39	1.69	47.17	164.52
5.40	0.22	1.13	1.35	47.85	185.91
5.85	0.16	0.92	1.08	48.40	207.57
6.30	0.13	0.75	0.88	48.84	229.45
6.75	0.10	0.62	0.72	49.19	251.51
7.20	0.08	0.51	0.59	49.48	273.71
7.65	0.06	0.42	0.49	49.72	296.03
8.10	0.05	0.36	0.40	49.92	318.46
8.55	0.04	0.30	0.34	50.09	340.96
9.00	0.03	0.25	0.28	50.23	363.53

Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

1 Поперечная сила и момент в основании (последняя строка таблицы)

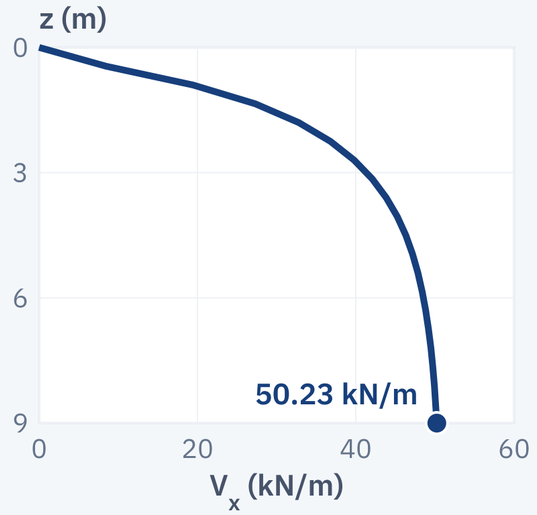
$$V_x(H) = \int_0^H \sigma_x \, dz = \mathbf{50.23}\ \text{kN/m}$$

$$M_y(H) = \int_0^H (H - t)\, \sigma_x \, dt = \mathbf{363.53}\ \text{kN} \cdot \text{m/m}$$

2 Линия действия равнодействующей: плечо момента и глубина

$$L = \frac{M_y(H)}{V_x(H)} = \frac{363.53}{50.23} = \mathbf{7.237}\ \text{m} \quad \text{(от подошвы)}$$

$$z_R = H - L = 9.0 - 7.237 = \mathbf{1.763}\ \text{m} \quad \text{(от поверхности грунта)}$$



Равнодействующая равна **50.23 kN/m** и приложена на **1.76 m** ниже поверхности грунта. **92 %** силы приходится на верхние 4.5 m (половину высоты стены): $V_X(4.5)$ = 46.31 kN/m.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

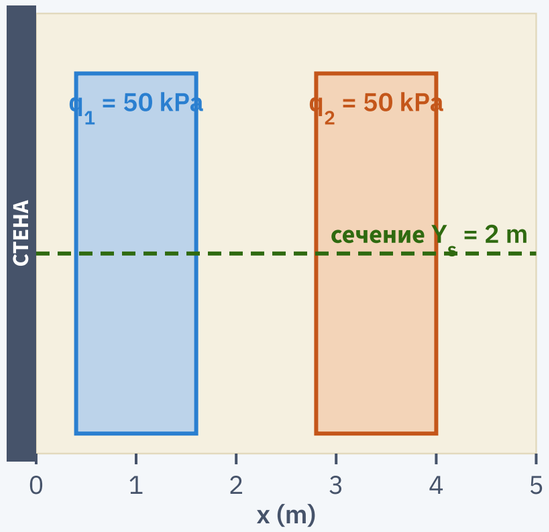
ПРИМЕР

Дано

Модель	**Прямоугольники из Примера 1; каждый по отдельности, затем оба вместе**
Методы	**жёсткая стена ($\psi = 2$) и полубесконечная среда ($\psi = 1$)**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Для каждого прямоугольника **по отдельности** и для их совокупности: **$\sigma_{x,max}$**, **$V_x(H)$**, **$M_y(H)$** и **z_R**; те же величины в полубесконечной среде.



Решение

РЕШЕНИЕ

	$\sigma_{x,max}$ (kPa)	z (m)	V_x(H) (kN/m)	M_y(H) (kN·m/m)	z_R (m)	V_x(H), ψ = 1	M_y(H), ψ = 1
Прямоугольник 1	25.03	0.419	33.14	260.49	1.140	16.57	130.25
Прямоугольник 2	4.40	1.717	17.09	103.04	2.971	8.55	51.52
Оба вместе	26.91	0.446	50.23	363.53	1.763	25.12	181.77

1 V и M суммируются; глубина равнодействующей — среднее, взвешенное по силам

$$V_x = 33.14 + 17.09 = \mathbf{50.23}\ \text{kN/m} \qquad M_y = 260.49 + 103.04 = \mathbf{363.53}\ \text{kN} \cdot \text{m/m}$$

$$z_R = \frac{V_1 z_{R,1} + V_2 z_{R,2}}{V_1 + V_2} = \frac{33.14(1.140) + 17.09(2.971)}{50.23} = \mathbf{1.763}\ \text{m}$$

Значения для полупространства составляют **ровно половину** значений для жёсткой стены (V_x 25.12, M_y 181.77), z_R не изменяется. Общее наибольшее давление (26.91 kPa) меньше суммы двух отдельных максимумов (29.44): пики находятся на разных глубинах (0.42 и 1.72 m).

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

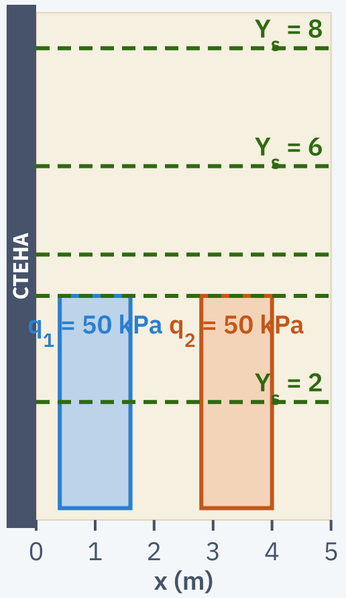
ПРИМЕР

Дано

Модель	**Два прямоугольника из Примера 1 ($Y_0 = 2.0$ m, $L_y = 3.6$ m: нагрузки расположены между $y = 0.2$ – 3.8 m)**
Разрезы	$Y_s = 2.0; 3.0; 3.8; 4.5; 6.0; 8.0$ m

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Для каждого сечения: $\sigma_{x,max}$ и его глубина, $V_x(H)$, $M_y(H)$ и z_R; положение сечения относительно нагрузки.



Решение

РЕШЕНИЕ

Сечение Y_s (m)	По нагрузке	$\sigma_{x,max}$ (kPa)	z (m)	$V_x(H)$ (kN/m)	$M_y(H)$ (kN·m/m)	z_R (m)
2.0	в центре нагрузки	26.91	0.446	50.23	363.53	1.763
3.0	внутри нагрузки	25.04	0.428	45.78	330.75	1.775
3.8	на краю нагрузки	14.13	0.467	31.31	217.96	2.038
4.5	за пределами, 0.7 m	5.00	0.998	17.39	110.14	2.667
6.0	за пределами, 2.2 m	1.39	2.112	6.77	36.89	3.549
8.0	за пределами, 4.2 m	0.41	3.094	2.44	11.53	4.270

Давление наибольшее в сечении **по центру нагрузки** (26.91 kPa) и быстро убывает с удалением в плане: при Y_s = 6 m значение V_x снижается примерно до одной седьмой, а при 8 m — примерно до одной двадцатой. Сечение Y_s = 3.8 m **симметрично** сечению y = 0.2 m (Y_0 ± 1.8 m): результаты одинаковы (V_x = 31.31 kN/m). Если нагрузки коротки относительно стены, проверяется несколько сечений.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

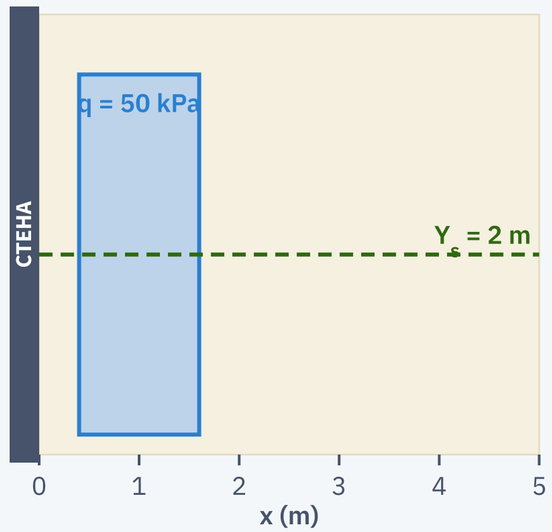
ПРИМЕР

Дано

Модель	**один прямоугольник:** $q = 50$ **kPa,** 1.2×3.6 **m,** $Y_0 = 2.0$ **m;** $\mu = 0.5$**;** $H = 9.0$ **m; жёсткая стена**
Положение	$X_0 = 0.6; 1.0; 1.6; 2.6; 4.6$ **m, то есть ближний край** $x_1 = 0; 0.4; 1.0; 2.0; 4.0$ **m**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Для каждого положения: $\sigma_{x,max}$ и её глубина, $V_x(H)$, $M_y(H)$ и z_R.



Решение

РЕШЕНИЕ

Ближний край x_1 (m)	X_0 (m)	$\sigma_{x,max}$ (kPa)	z (m)	$V_x(H)$ (kN/m)	$M_y(H)$ (kN·m/m)	z_R (m)
0.0	0.6	50.00	0.000	35.77	295.98	0.726
0.4	1.0	25.03	0.419	33.14	260.49	1.140
1.0	1.6	14.01	0.791	28.40	208.03	1.675
2.0	2.6	6.89	1.315	21.32	139.72	2.445
4.0	4.6	2.56	2.315	12.59	67.76	3.617

По мере удаления нагрузки от стены наибольшее давление **уменьшается и смещается вглубь**: 50.00 kPa (на поверхности) → 2.56 kPa (2.32 m). При нагрузке, примыкающей к стене ($x_1 = 0$), наибольшее давление находится на поверхности и равно **q = 50 kPa**. V_x, напротив, убывает медленнее (35.77 → 12.59 kN/m); z_R увеличивается.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

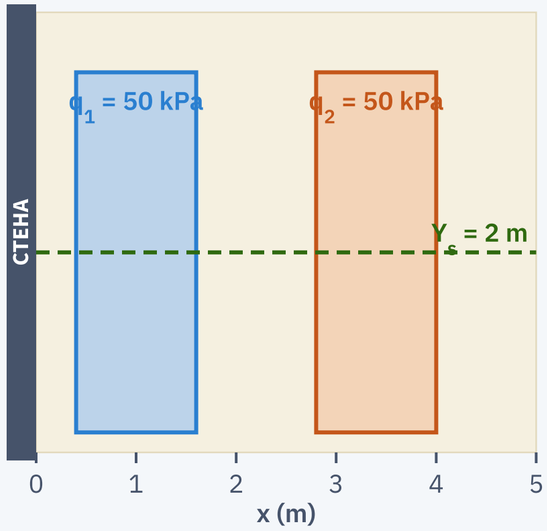
ПРИМЕР

Дано

Модель	**Два прямоугольника из примера 1; $H = 9.0$ m; $Y_s = 2.0$ m; жёсткая стена**
Переменный	$\mu = 0.5; 0.4; 0.3; 0.2$

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Для каждого μ — **$\sigma_{x,max}$**, **$V_x(H)$**, **$M_y(H)$**; ордината на поверхности грунта $\sigma_x(0)$ и её определение **вручную**.



Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

μ	1 − 2μ	$\sigma_x(0)$ (kPa)	$\sigma_{x,max}$ (kPa)	z (m)	$V_x(H)$ (kN/m)	$M_y(H)$ (kN·m/m)
0.5	0.0	0.00	26.91	0.446	50.23	363.53
0.4	0.2	−4.18	23.54	0.459	41.47	303.91
0.3	0.4	−8.36	20.19	0.473	32.72	244.28
0.2	0.6	−12.54	16.88	0.489	23.96	184.66

С уменьшением μ давление и сила **заметно уменьшаются**: при μ = 0.3 V_x = 32.72 kN/m, что на 35 % меньше, чем при μ = 0.5. На поверхности возникает **отрицательная (растягивающая) ордината**; V_x и M_y получаются интегрированием по профилю с учётом знака.

Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

1 При z = 0: R = r, (1 − z/R) = 1: остаётся только второе слагаемое G, и ∫ y/(x² + y²) dx = tan⁻¹(x/y)

$$\sigma_x(0) = -\psi\, q\, \frac{(1-2\mu)}{\pi}\left[\tan^{-1}\frac{x_2}{y_2} - \tan^{-1}\frac{x_1}{y_2}\right] \qquad (y_1 = -y_2)$$

2 Прямоугольник 1 (x = 0.4 – 1.6 m), прямоугольник 2 (x = 2.8 – 4.0 m); при μ = 0.4 имеем 1 − 2μ = 0.2

$$\sigma_{x,1}(0) = -2(50)\frac{0.2}{\pi}\left[\tan^{-1}\frac{1.6}{1.8} - \tan^{-1}\frac{0.4}{1.8}\right] = -6.366(0.5080) = -3.234 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{x,2}(0) = -6.366\left[\tan^{-1}\frac{4.0}{1.8} - \tan^{-1}\frac{2.8}{1.8}\right] = -6.366(0.1485) = -0.945 \text{ kPa}$$

$$\sigma_x(0) = -3.234 + -0.945 = \mathbf{-4.18} \text{ kPa}$$

Вручную −4.18 kPa; модуль −4.18 kPa. Ордината на поверхности пропорциональна **(1 − 2μ)**: при μ = 0.5 равна нулю, при μ = 0.2 равна −12.54 kPa.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

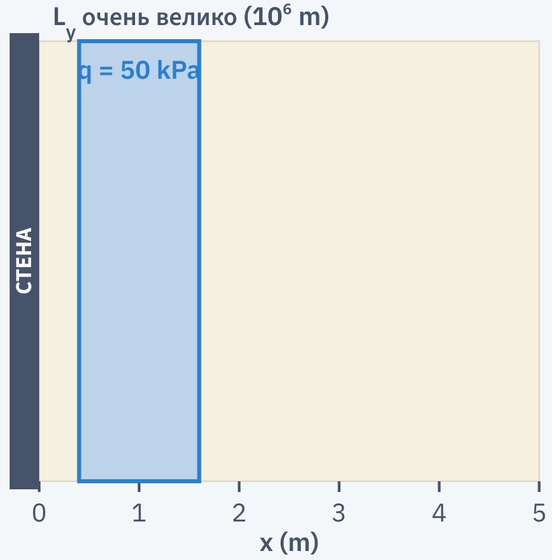
ПРИМЕР

Дано

Модель	**один прямоугольник: $q = 50$ kPa, $x_1 = 0.4$ m, $x_2 = 1.6$ m ($L_x = 1.2$ m), $L_y = 10^6$ m; $H = 9.0$ m; жёсткая стена**
Коэффициент Пуассона	$\mu = 0.5$ и $\mu = 0.2$

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

По формуле для **полосовой нагрузки** (вручную) σ_x при z = 0.5; 1; 2; 4 m; сравнение с модулем для нагрузки по площади; $V_x(H)$.



Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

1 Полосовая нагрузка (плоская деформация), жёсткая стена: $\beta = \tan^{-1}(x_2/z) - \tan^{-1}(x_1/z)$, $\alpha = \tan^{-1}(x_1/z) + \beta/2$

$$\sigma_x = \psi \frac{q}{\pi} (\beta - \sin\beta \cos 2\alpha) \qquad z = 1.0 \text{ m}:$$

$$\beta = \tan^{-1} 1.6 - \tan^{-1} 0.4 = 0.6317 \quad \alpha = 0.3805 + \frac{0.6317}{2} = 0.6964$$

$$\sigma_x = 2\frac{50}{\pi} (0.6317 - \sin 0.6317 \cos 1.3927) = \mathbf{16.777} \text{ kPa}$$

Формула для полосы даёт **16.777 kPa**; модуль площадной нагрузки ($L_y = 10^6$ m) находит то же значение: очень длинная прямоугольная площадка превращается в полосовую нагрузку. Сравнение для четырёх глубин приведено на следующей странице.

Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

z (m)	β (rad)	α (rad)	σ_x, формула для полосы (kPa)	Модуль площадной нагрузки, μ = 0.5	Модуль площадной нагрузки, μ = 0.2
0.5	0.5932	0.9713	**25.346**	25.346	25.346
1.0	0.6317	0.6964	**16.777**	16.777	16.777
2.0	0.4773	0.4361	**5.788**	5.788	5.788
4.0	0.2808	0.2401	**1.115**	1.115	1.115

2 Поперечная сила: замкнутая форма для полосы; модуль площадной нагрузки даёт то же значение

$$V_x(H) = \psi \frac{q}{\pi} H \left[\tan^{-1}\frac{x_2}{H} - \tan^{-1}\frac{x_1}{H}\right] = \mathbf{37.68}\ \text{kN/m}$$

Модуль для нагрузки, распределённой по площади, при μ = 0.5 **в точности** совпадает с формулой для полосы, а при μ = 0.2 совпадает с разницей не более 10^{-4} kPa: для очень длинного прямоугольника результат не зависит от μ. V_x(H) = 37.68 kN/m.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Резюме

Главное

$\sigma_x(z) = \psi \Sigma q \int [G(x,y_2,z) - G(x,y_1,z)]\, dx$: вдоль стены — замкнутое решение (G), в направлении, перпендикулярном стене, — адаптивное численное интегрирование; **$\psi = 2$** — жёсткая стена, **$\psi = 1$** — полубесконечная среда

$V_x(z) = \int \sigma_x\, dt$, **$M_y(z) = \int (z - t)\, \sigma_x\, dt$**; глубина равнодействующей $z_R = H - M_y/V_x$

Начальный пример (z = 0.446 m): σ_x = 24.98 + 1.93 = **26.91 kPa** (наибольшее давление); $V_x(H)$ = **50.23 kN/m**, $M_y(H)$ = **363.53 kN·m/m**, z_R = 1.76 m

Давление максимально, когда **сечение** проходит через середину нагрузки; удаление от сечения и **удалённость нагрузки от стены** быстро уменьшают давление; при нагрузке, примыкающей к стене, на поверхности $\sigma_x = q$

Коэффициент Пуассона сильно изменяет результат ($\mu = 0.3$: V_x занижено примерно на 35%); при $\mu < 0.5$ на поверхности появляется растягивающая ордината; очень длинная прямоугольная полосовая нагрузка даёт

Список литературы

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning; эта страница основана на данном источнике.

Boussinesq, J. (1883). Application des Potentiels à l’Étude de l’Équilibre et du Mouvement des Solides Élastiques. Gauthier-Villars, Paris.

Mindlin, R.D. (1936). Discussion: Pressure distribution on retaining walls. Proc. 1st Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Harvard, Vol. III, 155–156.

ПРИМЕЧАНИЕ

Все численные примеры получены с помощью собственного расчётного ядра модуля; модуль даёт те же значения. Начальный пример модуля — стена с двумя прямоугольниками (H = 9 m, μ = 0.5, Y_s = 2 m).

GeoTerva

Геотехнические расчёты онлайн

От теории к практике

Введите в GeoTerva свои прямоугольные нагрузки, положение сечения, коэффициент Пуассона и высоту стены; модуль одновременно выдаёт эпюру давления, поперечную силу и момент, вклад каждой нагрузки по отдельности, три вида, пошаговое решение и отчёт.

Открыть модуль →

Страница теории →

Открыть на телефоне
Для пробных модулей регистрация не требуется.