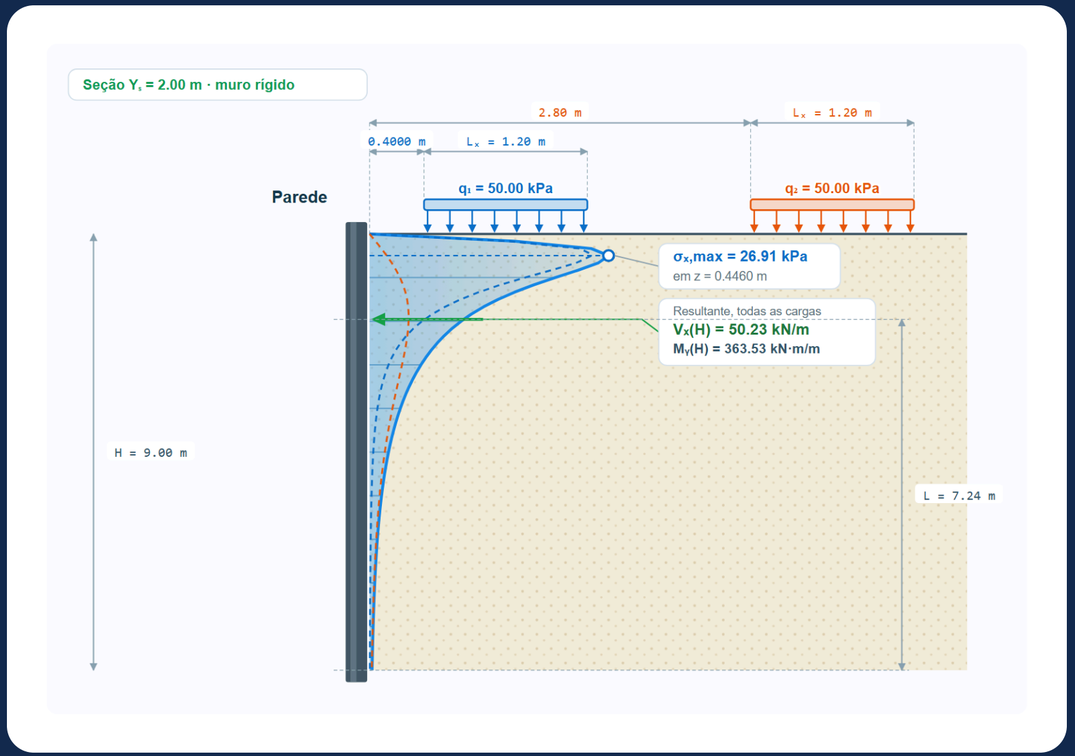
Apresentação de aula de geotecnia · Sobrecargas

Sobrecargas em área

Aula: cargas retangulares de superfície próximas a um muro; o exemplo inicial é resolvido à mão na profundidade da pressão máxima, e os demais tópicos são tratados em tabelas.

- Boussinesq σx
- Integração retangular
- Muro rígido ψ = 2
- Esforço cortante e momento
- Resolúvel à mão



Introdução

O que veremos nesta aula?

A pressão lateral sobre o muro devida a uma carga superficial retangular: a carga é a soma de cargas pontuais **dP = q·dA**, e o efeito de cada uma é obtido pela solução de Boussinesq

As grandezas x_1, x_2, y_1, y_2 que definem a posição e as dimensões em planta, e a integração **exata ao longo do muro e numérica na direção perpendicular ao muro**

A diferença entre o **muro rígido** (ψ = 2) e o **meio semi-infinito** (ψ = 1)

A determinação do **esforço cortante V_x** e do **momento fletor M_y** a partir do perfil de pressões

O efeito da posição da seção, da distância da carga ao muro e do **coeficiente de Poisson**

ROTEIRO DA AULA

Cada tópico é tratado em **três etapas**:

1 · **Teoria**: fórmula e justificativa

2 · **Enunciado**: dados e o que se pede

3 · **Solução**: passo a passo, com números

Exemplo: H = 9 m, μ = 0.5, seção Y_s = 2 m; dois retângulos de 1.2 × 3.6 m, q = 50 kPa, X_0 = 1.0 e 3.4 m; muro rígido.

Cargas retangulares atuantes no muro

TEORIA

Uma sobrecarga retangular de superfície é uma área contínua de cargas pontuais verticais **dP = q·dA**

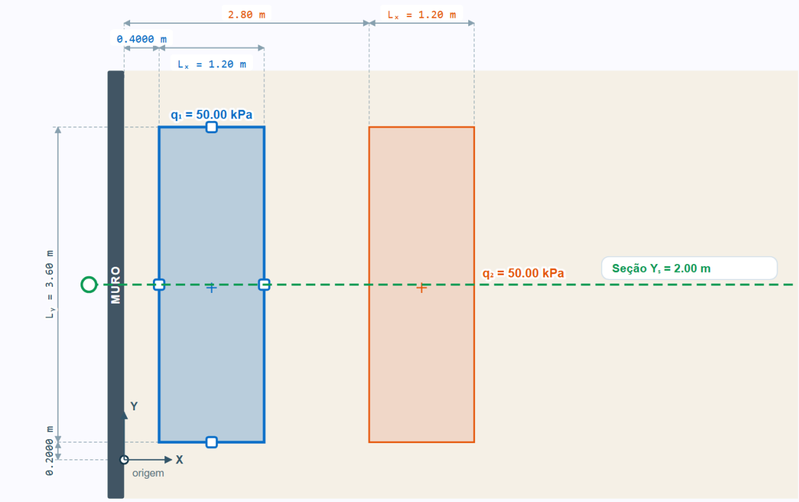
A **tensão horizontal** produzida por cada carga pontual na seção vertical escolhida do muro é obtida pela solução de Boussinesq, e as contribuições de cada retângulo são somadas

Integrando o perfil de pressões ao longo do muro, obtêm-se o **esforço cortante** e o **momento fletor**

$$A = L_x L_y \qquad P = qA$$

$$x_1 = X_0 - \frac{L_x}{2} \quad x_2 = X_0 + \frac{L_x}{2}$$

$$y_1 = Y_0 - \frac{L_y}{2} - Y_s \quad y_2 = Y_0 + \frac{L_y}{2} - Y_s$$



X_0, Y_0: coordenadas do centroide perpendicular ao muro e ao longo dele

L_x, L_y: lados; **Y_s**: coordenada da seção

O retângulo está atrás da face do muro: $x_1 \geq 0$

σ_x de Boussinesq no plano do muro

TEORIA

Para um elemento dP situado, em planta, no afastamento **(x, y)** de um ponto da seção à profundidade z, a **tensão normal horizontal** perpendicular ao muro é dada a seguir

$r^2 = x^2 + y^2$ e $R^2 = r^2 + z^2$; $dP = q \cdot dx \cdot dy$

A tensão horizontal depende do **coeficiente de Poisson μ**; para μ = 0.5, o termo com o fator (1 – 2μ) é nulo

$$\sigma_x = \frac{dP}{2\pi}\left[\frac{3x^2 z}{R^5} - (1-2\mu)\left(\frac{x^2-y^2}{r^2 R(R+z)} + \frac{y^2 z}{r^2 R^3}\right)\right]$$

$$r^2 = x^2 + y^2 \qquad R^2 = r^2 + z^2 \qquad dP = q\,dx\,dy$$

Solução em forma fechada ao longo do muro: G

TEORIA

Substituir o retângulo por uma malha finita de cargas concentradas **converge lentamente perto do muro**, onde a tensão varia mais rapidamente

Ao longo do muro (direção y), a integral tem **forma fechada**; a integral restante, na direção perpendicular ao muro (x), é calculada de modo **adaptativo**, com tolerância rigorosa

$$G(x,y,z)=\frac{1}{2\pi}\left[\frac{x^2 z\,y\,(2y^2+3a^2)}{a^4R^3}-(1-2\mu)\frac{y\,(1-z/R)}{r^2}\right]\qquad a^2=x^2+z^2$$

$$\sigma_x(z)=\psi\sum_{\text{cargas}} q\int_{x_1}^{x_2}\left[G(x,y_2,z)-G(x,y_1,z)\right]dx$$

Um retângulo muito longo, qualquer que seja μ, fornece a solução de **faixa em estado plano de deformação**; o motor de cálculo é testado com essa verificação

Efeito do muro: ψ

TEORIA

Um muro liso que não se move é representado pela **reflexão** de cada carga em relação à face do muro: a reflexão anula o deslocamento normal ao muro e a tensão cisalhante nesse plano

Por isso, a pressão que atua no muro é, qualquer que seja μ, **exatamente o dobro** da tensão no meio semi-infinito

Um muro cuja flecha seja suficiente para descomprimir o solo aproxima-se mais do valor do meio semi-infinito

$$\sigma_{wall} = \psi\,\sigma_x \qquad \psi = 2\ (\text{muro rígido, padrão}) \qquad \psi = 1\ (\text{meio semi-infinito})$$

Integração do perfil ao longo do muro

TEORIA

O perfil de pressão é integrado ao longo do muro, **por unidade de comprimento** do muro na seção, uma vez para a força cortante e duas vezes para o momento fletor

Ambas são integradas de forma **adaptativa** entre as linhas da tabela de profundidades; o número de linhas n_z determina apenas quanto do perfil é listado

$$V_x(z) = \int_0^z \sigma_x \, dt$$

$$M_y(z) = \int_0^z V_x \, dt = \int_0^z (z - t)\, \sigma_x \, dt$$

Seis etapas e o exemplo inicial

TEORIA

1 · Muro e seção: informam-se H, μ e Y_s

2 · Cada retângulo: q, X_0, Y_0, L_x, L_y; obtêm-se x_1, x_2, y_1, y_2

3 · Tensão devida à carga pontual: r, R e σ_x para dP = q·dx·dy

4 · Integração da área: exata com G na direção y, numérica na direção x

5 · Superposição e ψ: cada retângulo é somado na profundidade z e multiplicado por dois no caso de muro rígido

6 · Integração ao longo do muro: $\sigma_x(z)$, depois $V_x(z)$ e $M_y(z)$

$$A = 2 \times 1.2 \times 3.6 = 8.64\ \mathrm{m}^2 \qquad P = 432\ \mathrm{kN} \qquad \sigma_x = 24.98 + 1.93 = 26.91\ \mathrm{kPa}$$

$$V_x(H) = 50.23\ \mathrm{kN/m} \qquad M_y(H) = 363.53\ \mathrm{kN \cdot m/m}$$

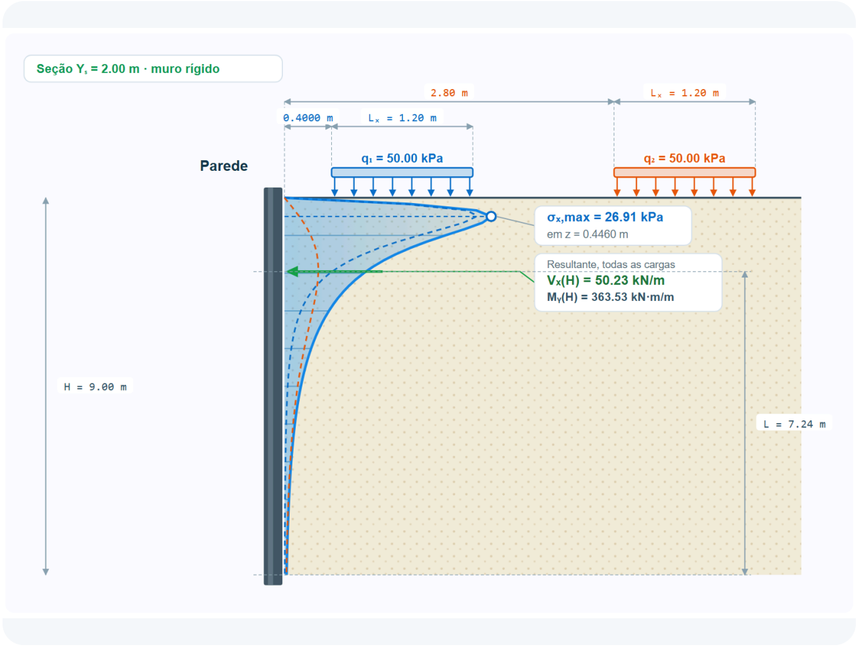
Posição, distância e coeficiente de Poisson

TEORIA

O método preserva a **posição e as dimensões tridimensionais** de cada carga: deslocar um retângulo ao longo do muro ou para longe dele, alterar as suas dimensões, deslocar a seção ou alterar μ modifica o perfil de pressões

A pressão atinge o seu valor máximo **nas seções que passam em frente** a uma carga e diminui rapidamente com a distância em planta; quando as cargas são curtas em relação à sua distância ao muro, verificam-se **várias seções**

Quando μ é inferior a 0.5, podem surgir **ordenadas de tração** na região próxima à superfície; elas são fornecidas com seus sinais



Enunciado

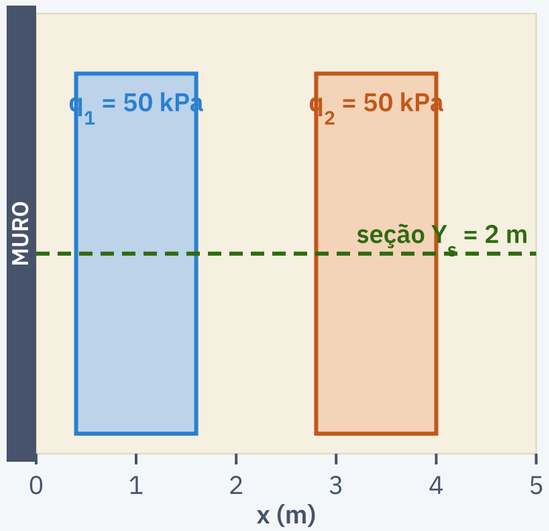
EXEMPLO

Dados

Muro e corte	$H = 9.0$ **m;** $\mu = 0.5$**; seção** $Y_s = 2.0$ **m; muro rígido (**$\psi = 2$**)**
Retângulo 1	$q = 50$ **kPa;** $L_x = 1.2$ **m,** $L_y = 3.6$ **m;** $X_0 = 1.0$ **m,** $Y_0 = 2.0$ **m**
Retângulo 2	$q = 50$ **kPa;** 1.2×3.6 **m;** $X_0 = 3.4$ **m,** $Y_0 = 2.0$ **m**

PEDE-SE

A contribuição de cada retângulo para σ_X na profundidade **z = 0.446 m** (à mão, por **Simpson**) e o **σ_X** total; comparação com o resultado do módulo. Essa profundidade é aquela em que a pressão é máxima.



Solução (1/4)

SOLUÇÃO

1 Posição dos retângulos em relação à seção (x medido a partir do muro, y a partir da seção)

$$\text{Ret. 1: } x_1 = 1.0 - 0.6 = 0.4\ \text{m} \quad x_2 = 1.0 + 0.6 = 1.6\ \text{m}$$

$$\text{Ret. 2: } x_1 = 3.4 - 0.6 = 2.8\ \text{m} \quad x_2 = 3.4 + 0.6 = 4.0\ \text{m}$$

$$y_1 = 2.0 - 1.8 - 2.0 = -1.8\ \text{m} \quad y_2 = 2.0 + 1.8 - 2.0 = +1.8\ \text{m}$$

2 Área e carga vertical total (para cada caso)

$$A = L_x L_y = 1.2 \times 3.6 = 4.32\ \text{m}^2 \qquad P = qA = 50 \times 4.32 = 216\ \text{kN} \qquad \Sigma P = 432\ \text{kN}$$

A seção passa exatamente pelo centro dos dois retângulos: $\mathbf{y_1 = -y_2}$. O retângulo 1 começa a 0.4 m do muro e o retângulo 2, a 2.8 m.

Solução (2/4)

SOLUÇÃO

3 μ = 0.5: (1 − 2μ) = 0, o segundo termo de G se anula; como $y_1 = -y_2$, $G(x, y_2) - G(x, y_1) = 2G(x, y_2)$

$$f(x) = G(x, y_2, z) - G(x, y_1, z) = \frac{x^2\, z\, y_2\, (2y_2^2 + 3a^2)}{\pi\, a^4 R^3}$$

$$z\, y_2 = 0.8028 \qquad 2y_2^2 = 6.48 \qquad a^2 = x^2 + 0.1989 \qquad R^2 = x^2 + 3.4389$$

4 Regra de Simpson na direção perpendicular ao muro (número par n de intervalos, $h = (x_2 - x_1)/n$); $\sigma_x = \psi\, q \int f\, dx$

$$\int_{x_1}^{x_2} f\, dx \approx \frac{h}{3}\left[f_0 + 4f_1 + 2f_2 + 4f_3 + \cdots + 4f_{n-1} + f_n\right]$$

$$\sigma_x = \psi\, q\, \frac{h}{3} \sum c_i\, f_i \qquad (c_i = 1, 4, 2, 4, \ldots, 4, 1)$$

O retângulo 1 (x = 0.4 – 1.6 m) está perto do muro, onde o integrando varia rapidamente: **n = 8** intervalos; para o retângulo 2 (x = 2.8 – 4.0 m), **n = 4** basta.

Solução (3/4)

SOLUÇÃO

i	x (m)	a² (m²)	R (m)	f(x) (1/m)	c	c·f
0	0.400	0.3589	1.8971	0.35129	1	0.35129
1	0.550	0.5014	1.9343	0.33921	4	1.35683
2	0.700	0.6889	1.9821	0.28954	2	0.57909
3	0.850	0.9214	2.0400	0.23681	4	0.94723
4	1.000	1.1989	2.1069	0.19155	2	0.38310
5	1.150	1.5214	2.1821	0.15520	4	0.62080
6	1.300	1.8889	2.2647	0.12657	2	0.25315
7	1.450	2.3014	2.3540	0.10408	4	0.41632
8	1.600	2.7589	2.4493	0.08632	1	0.08632
				Σ c·f =		**4.99412**

5 σ_x para o retângulo 1 (h = 0.15 m)

$$\sigma_{x,1} = \psi\, q\, \frac{h}{3} \sum c_i f_i = 2(50)\frac{0.15}{3}(4.99412) = \mathbf{24.97}\ \text{kPa}$$

Simpson (8 intervalos): **24.97 kPa**. A integração adaptativa do módulo fornece 24.98 kPa; diferença de 0.03%.

Solução (4/4)

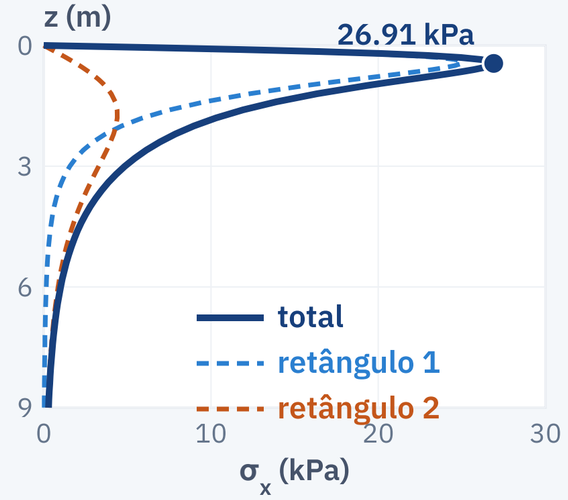
SOLUÇÃO

i	x (m)	a² (m²)	R (m)	f(x) (1/m)	c	c·f
0	2.800	8.0389	3.3584	0.02504	1	0.02504
1	3.100	9.8089	3.6123	0.01944	4	0.07777
2	3.400	11.7589	3.8728	0.01536	2	0.03071
3	3.700	13.8889	4.1387	0.01232	4	0.04927
4	4.000	16.1989	4.4090	0.01001	1	0.01001
				Σ c·f =		**0.19281**

6 σ_x para o retângulo 2 (h = 0.30 m) e superposição

$$\sigma_{x,2} = 2(50)\frac{0.30}{3}(0.19281) = 1.93 \text{ kPa}$$

$$\sigma_x = \sigma_{x,1} + \sigma_{x,2} = 24.97 + 1.93 = \mathbf{26.90} \text{ kPa}$$



À mão: **24.97 + 1.93 = 26.90 kPa**. Módulo: 24.98 + 1.93 = **26.91 kPa** (z = 0.446 m); igual ao exemplo da página.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Enunciado

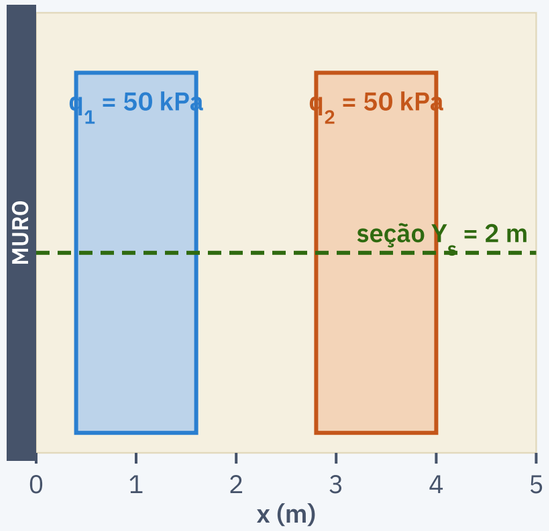
EXEMPLO

Dados

Modelo	**Os dois retângulos do Exemplo 1; $H = 9.0$ m; $n_z = 20$ (espaçamento entre fileiras $H/20 = 0.45$ m)**
Método	**muro rígido ($\psi = 2$); $V_x(z) = \int_0^z \sigma_x \, dt$, $M_y(z) = \int_0^z (z - t)\, \sigma_x \, dt$**

PEDE-SE

Em cada linha, **σ_x** (a contribuição separada dos dois retângulos e a soma), **$V_x(z)$** e **$M_y(z)$**; na base, **$V_x(H)$**, **$M_y(H)$** e a profundidade da resultante.



Solução (1/2)

SOLUÇÃO

z (m)	$\sigma_{x,1}$ (kPa)	$\sigma_{x,2}$ (kPa)	σ_x (kPa)	V_x (kN/m)	M_y (kN·m/m)
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.45	**24.96**	**1.94**	**26.91**	**8.45**	**1.45**
0.90	17.46	3.43	20.89	19.44	7.84
1.35	10.24	4.23	14.47	27.30	18.46
1.80	5.91	4.39	10.31	32.80	32.06
2.25	3.49	4.13	7.62	36.80	47.76
2.70	2.13	3.65	5.78	39.79	65.02
3.15	1.35	3.10	4.45	42.08	83.47
3.60	0.89	2.58	3.46	43.85	102.82
4.05	0.60	2.11	2.71	45.23	122.87
4.50	0.42	1.71	2.13	46.31	143.48
4.95	0.30	1.39	1.69	47.17	164.52
5.40	0.22	1.13	1.35	47.85	185.91
5.85	0.16	0.92	1.08	48.40	207.57
6.30	0.13	0.75	0.88	48.84	229.45
6.75	0.10	0.62	0.72	49.19	251.51
7.20	0.08	0.51	0.59	49.48	273.71
7.65	0.06	0.42	0.49	49.72	296.03
8.10	0.05	0.36	0.40	49.92	318.46
8.55	0.04	0.30	0.34	50.09	340.96
9.00	0.03	0.25	0.28	50.23	363.53

Solução (2/2)

SOLUÇÃO

1 Força cortante e momento na base (última linha da tabela)

$$V_x(H) = \int_0^H \sigma_x \, dz = \mathbf{50.23}\ \mathrm{kN/m}$$

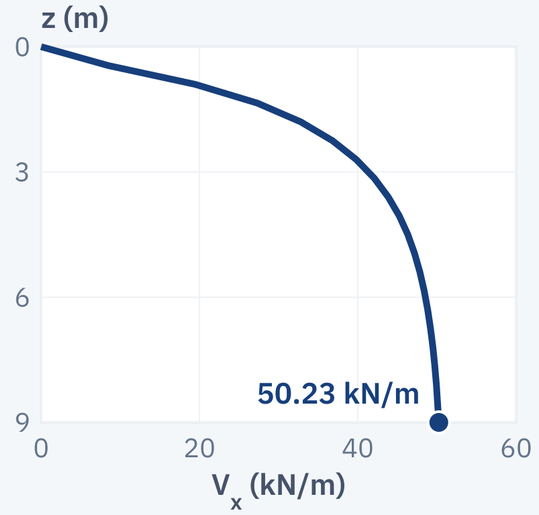
$$M_y(H) = \int_0^H (H - t)\, \sigma_x \, dt = \mathbf{363.53}\ \mathrm{kN \cdot m/m}$$

2 Linha de ação da resultante: braço de alavanca e profundidade

$$L = \frac{M_y(H)}{V_x(H)} = \frac{363.53}{50.23} = \mathbf{7.237}\ \mathrm{m}\ \ (\text{a partir da base})$$

$$z_R = H - L = 9.0 - 7.237 = \mathbf{1.763}\ \mathrm{m}\ \ (\text{a partir do terreno})$$

A resultante é de **50.23 kN/m** e atua **1.76 m** abaixo da superfície do terreno. **92%** da força provém dos 4.5 m superiores (metade da altura do muro): $V_X(4.5)$ = 46.31 kN/m.



Verificar a solução no GeoTerva ↗

Enunciado

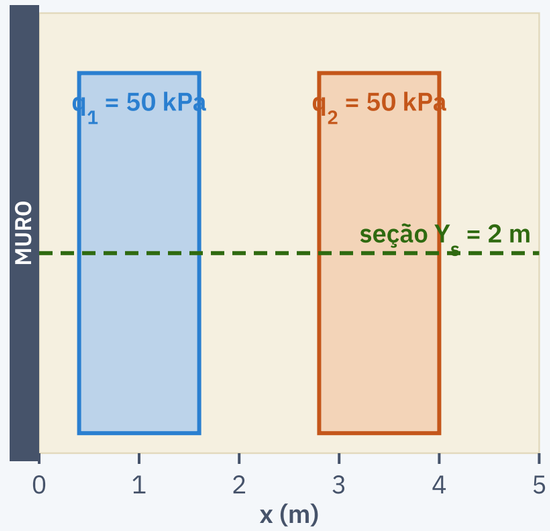
EXEMPLO

Dados

Modelo	**Os retângulos do Exemplo 1; cada um isoladamente, depois os dois juntos**
Métodos	**muro rígido ($\psi = 2$) e meio semi-infinito ($\psi = 1$)**

PEDE-SE

Para cada retângulo **individualmente** e em conjunto: $\sigma_{x,max}$, $V_x(H)$, $M_y(H)$ e z_R; as mesmas grandezas em um meio semi-infinito.



Solução

SOLUÇÃO

	$\sigma_{x,max}$ (kPa)	z (m)	V_x(H) (kN/m)	M_y(H) (kN·m/m)	z_R (m)	V_x(H), ψ = 1	M_y(H), ψ = 1
Retângulo 1	25.03	0.419	33.14	260.49	1.140	16.57	130.25
Retângulo 2	4.40	1.717	17.09	103.04	2.971	8.55	51.52
Os dois em conjunto	26.91	0.446	50.23	363.53	1.763	25.12	181.77

1 V e M são somados; a profundidade da resultante é a média ponderada pelas forças

$$V_x = 33.14 + 17.09 = \mathbf{50.23}\ \mathrm{kN/m} \qquad M_y = 260.49 + 103.04 = \mathbf{363.53}\ \mathrm{kN \cdot m/m}$$

$$z_R = \frac{V_1 z_{R,1} + V_2 z_{R,2}}{V_1 + V_2} = \frac{33.14(1.140) + 17.09(2.971)}{50.23} = \mathbf{1.763}\ \mathrm{m}$$

Os valores do meio semi-infinito são **exatamente a metade** dos do muro rígido (V_x 25.12, M_y 181.77), enquanto z_R não se altera. A pressão máxima total (26.91 kPa) é menor que a soma dos dois máximos separados (29.44): os picos ocorrem em profundidades diferentes (0.42 e 1.72 m).

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Enunciado

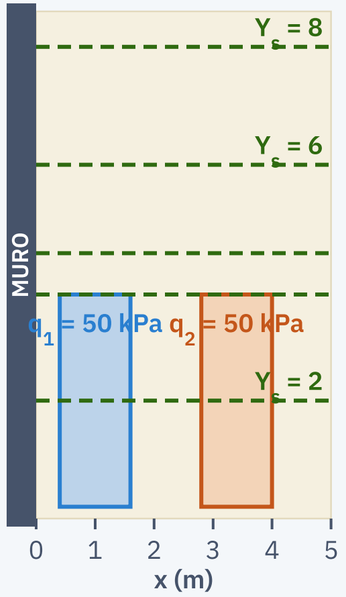
EXEMPLO

PEDE-SE

Para cada seção, $\sigma_{x,max}$ e sua profundidade, $V_x(H)$, $M_y(H)$ e z_R; a posição da seção em relação à carga.

Dados

Modelo	**Os dois retângulos do Exemplo 1 ($Y_0 = 2.0$ m, $L_y = 3.6$ m: as cargas estão entre $y = 0.2 – 3.8$ m)**
Seções	$Y_s = 2.0; 3.0; 3.8; 4.5; 6.0; 8.0$ m



Solução

SOLUÇÃO

Seção Y_s (m)	Por carga	$\sigma_{x,max}$ (kPa)	z (m)	$V_x(H)$ (kN/m)	$M_y(H)$ (kN·m/m)	z_R (m)
2.0	no centro da carga	26.91	0.446	50.23	363.53	1.763
3.0	no interior da carga	25.04	0.428	45.78	330.75	1.775
3.8	na borda da carga	14.13	0.467	31.31	217.96	2.038
4.5	fora, 0.7 m	5.00	0.998	17.39	110.14	2.667
6.0	fora, 2.2 m	1.39	2.112	6.77	36.89	3.549
8.0	fora, 4.2 m	0.41	3.094	2.44	11.53	4.270

A pressão é máxima na seção **no centro da carga** (26.91 kPa) e diminui rapidamente com a distância em planta: em Y_s = 6 m, V_x cai para cerca de um sétimo e, a 8 m, para cerca de um vigésimo. A seção Y_s = 3.8 m é **simétrica** à seção y = 0.2 m (Y_0 ± 1.8 m): os resultados são os mesmos (V_x = 31.31 kN/m). Se as cargas são curtas em relação ao muro, verificam-se várias seções.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Enunciado

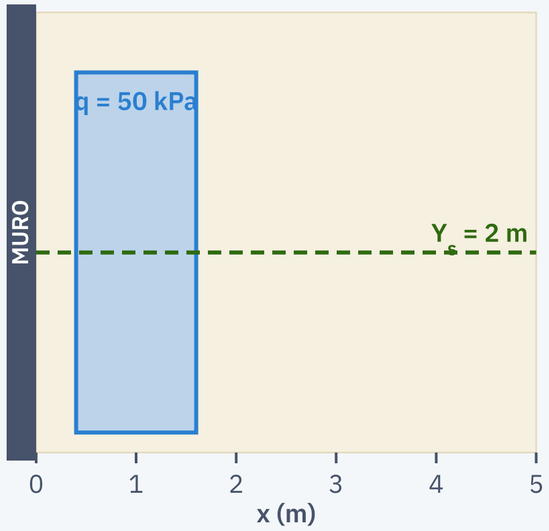
EXEMPLO

Dados

Modelo	**retângulo único:** $q = 50$ **kPa,** 1.2×3.6 **m,** $Y_0 = 2.0$ **m;** $\mu = 0.5$**;** $H = 9.0$ **m; muro rígido**
Posição	$X_0 = 0.6; 1.0; 1.6; 2.6; 4.6$ **m, ou seja, a borda mais próxima** $x_1 = 0; 0.4; 1.0; 2.0; 4.0$ **m**

PEDE-SE

Para cada posição, $\sigma_{x,max}$ e sua profundidade, $V_x(H)$, $M_y(H)$ e z_R.



Solução

SOLUÇÃO

Borda próxima x_1 (m)	X_0 (m)	$\sigma_{x,max}$ (kPa)	z (m)	$V_x(H)$ (kN/m)	$M_y(H)$ (kN·m/m)	z_R (m)
0.0	0.6	50.00	0.000	35.77	295.98	0.726
0.4	1.0	25.03	0.419	33.14	260.49	1.140
1.0	1.6	14.01	0.791	28.40	208.03	1.675
2.0	2.6	6.89	1.315	21.32	139.72	2.445
4.0	4.6	2.56	2.315	12.59	67.76	3.617

À medida que a carga se afasta do muro, a pressão máxima **diminui e se aprofunda**: 50.00 kPa (na superfície) → 2.56 kPa (2.32 m). Para a carga adjacente ao muro ($x_1 = 0$), a pressão máxima ocorre na superfície e é igual a **q = 50 kPa**. Já V_x diminui mais lentamente (35.77 → 12.59 kN/m); z_R se aprofunda.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Enunciado

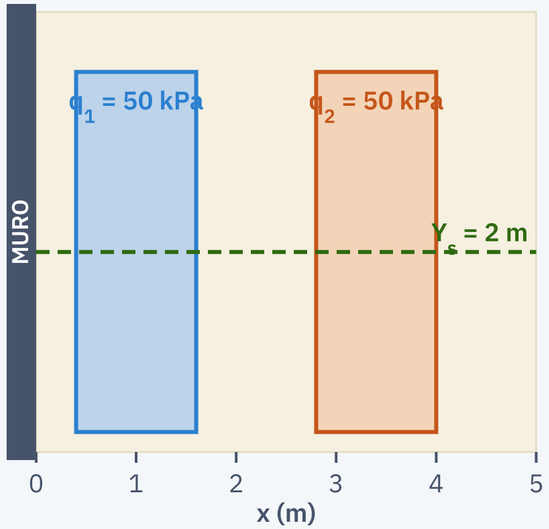
EXEMPLO

PEDE-SE

Para cada μ, **$\sigma_{x,max}$**, **$V_x(H)$**, **$M_y(H)$**; a ordenada na superfície do terreno $\sigma_x(0)$ e a determinação **manual** dessa ordenada.

Dados

Modelo	**Os dois retângulos do Exemplo 1; $H = 9.0$ m; $Y_s = 2.0$ m; muro rígido**
Variável	$\mu = 0.5; 0.4; 0.3; 0.2$



Solução (1/2)

SOLUÇÃO

μ	1 – 2μ	$\sigma_x(0)$ (kPa)	$\sigma_{x,max}$ (kPa)	z (m)	$V_x(H)$ (kN/m)	$M_y(H)$ (kN·m/m)
0.5	0.0	0.00	26.91	0.446	50.23	363.53
0.4	0.2	−4.18	23.54	0.459	41.47	303.91
0.3	0.4	−8.36	20.19	0.473	32.72	244.28
0.2	0.6	−12.54	16.88	0.489	23.96	184.66

À medida que μ diminui, a pressão e a força **reduzem-se de forma acentuada**: para μ = 0.3, V_X = 32.72 kN/m, 35% a menos que para μ = 0.5. Surge uma **ordenada negativa (de tração)** na superfície; V_X e M_y são integrados a partir do perfil com sinal.

Solução (2/2)

SOLUÇÃO

1 Para z = 0, R = r, (1 − z/R) = 1: resta apenas o segundo termo de G, e resulta ∫ y/(x² + y²) dx = tan⁻¹(x/y)

$$\sigma_x(0) = -\psi\, q\, \frac{(1-2\mu)}{\pi}\left[\tan^{-1}\frac{x_2}{y_2} - \tan^{-1}\frac{x_1}{y_2}\right] \qquad (y_1 = -y_2)$$

2 Retângulo 1 (x = 0.4 – 1.6 m), retângulo 2 (x = 2.8 – 4.0 m); para μ = 0.4, 1 − 2μ = 0.2

$$\sigma_{x,1}(0) = -2(50)\frac{0.2}{\pi}\left[\tan^{-1}\frac{1.6}{1.8} - \tan^{-1}\frac{0.4}{1.8}\right] = -6.366(0.5080) = -3.234\ \text{kPa}$$

$$\sigma_{x,2}(0) = -6.366\left[\tan^{-1}\frac{4.0}{1.8} - \tan^{-1}\frac{2.8}{1.8}\right] = -6.366(0.1485) = -0.945\ \text{kPa}$$

$$\sigma_x(0) = -3.234 + -0.945 = \mathbf{-4.18}\ \text{kPa}$$

À mão, −4.18 kPa; módulo, −4.18 kPa. A ordenada na superfície é proporcional a **(1 − 2μ)**: nula para μ = 0.5 e −12.54 kPa para μ = 0.2.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Enunciado

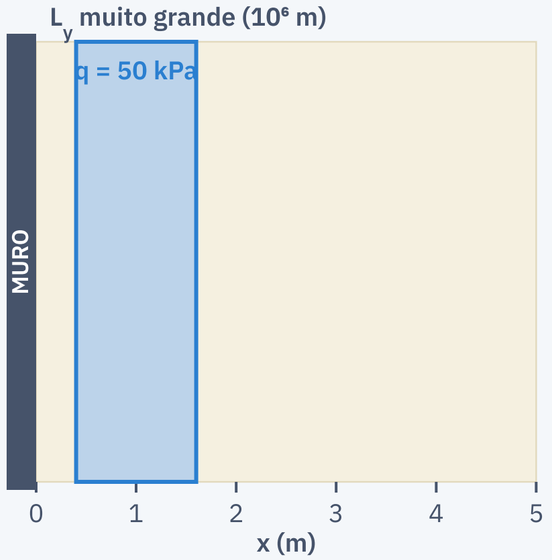
EXEMPLO

Dados

Modelo	**retângulo único:** $q = 50$ **kPa,** $x_1 = 0.4$ **m,** $x_2 = 1.6$ **m (**$L_x = 1.2$ **m),** $L_y = 10^6$ **m;** $H = 9.0$ **m; muro rígido**
Coeficiente de Poisson	$\mu = 0.5$ **e** $\mu = 0.2$

PEDE-SE

Com a fórmula da **carga em faixa** (manualmente), **σ_x** em z = 0.5; 1; 2; 4 m; comparação com o módulo de área; **V_x(H)**.



Solução (1/2)

SOLUÇÃO

1 Carga em faixa (estado plano de deformação), muro rígido: β = tan⁻¹(x₂/z) − tan⁻¹(x₁/z), α = tan⁻¹(x₁/z) + β/2

$$\sigma_x = \psi \frac{q}{\pi} (\beta - \sin\beta \cos 2\alpha) \qquad z = 1.0 \text{ m}:$$

$$\beta = \tan^{-1} 1.6 - \tan^{-1} 0.4 = 0.6317 \quad \alpha = 0.3805 + \frac{0.6317}{2} = 0.6964$$

$$\sigma_x = 2\frac{50}{\pi} (0.6317 - \sin 0.6317 \cos 1.3927) = \mathbf{16.777} \text{ kPa}$$

A fórmula da faixa fornece **16.777 kPa**; o módulo de área ($L_y = 10^6$ m) obtém o mesmo valor: um retângulo muito longo transforma-se em carga em faixa. A comparação para quatro profundidades está na página seguinte.

Solução (2/2)

SOLUÇÃO

z (m)	β (rad)	α (rad)	σ_x, fórmula da faixa (kPa)	Módulo de área, μ = 0.5	Módulo de área, μ = 0.2
0.5	0.5932	0.9713	**25.346**	25.346	25.346
1.0	0.6317	0.6964	**16.777**	16.777	16.777
2.0	0.4773	0.4361	**5.788**	5.788	5.788
4.0	0.2808	0.2401	**1.115**	1.115	1.115

2 Força cortante: forma fechada para a faixa; o módulo de área fornece o mesmo valor

$$V_x(H) = \psi \frac{q}{\pi} H \left[\tan^{-1} \frac{x_2}{H} - \tan^{-1} \frac{x_1}{H} \right] = \mathbf{37.68}\ \mathrm{kN/m}$$

Com a fórmula da faixa, o módulo de carga em área coincide **exatamente** em μ = 0.5 e, em μ = 0.2, concorda com diferença de no máximo 10^{-4} kPa: para um retângulo muito longo, o resultado independe de μ. V_X(H) = 37.68 kN/m.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Resumo

Pontos-chave

$\sigma_x(z) = \psi \Sigma q \int [G(x,y_2,z) - G(x,y_1,z)]\, dx$: solução fechada (G) ao longo do muro, integração numérica adaptativa na direção perpendicular ao muro; **$\psi = 2$** muro rígido, **$\psi = 1$** meio semi-infinito

$V_x(z) = \int \sigma_x\, dt$, **$M_y(z) = \int (z - t)\, \sigma_x\, dt$**; a profundidade da resultante $z_R = H - M_y/V_x$

Exemplo inicial (z = 0.446 m): $\sigma_x = 24.98 + 1.93 =$ **26.91 kPa** (maior pressão); $V_x(H) =$ **50.23 kN/m**, $M_y(H) =$ **363.53 kN·m/m**, $z_R = 1.76$ m

A pressão é máxima quando o **corte** passa pelo centro da carga; o afastamento e **a distância da carga ao muro** reduzem rapidamente a pressão; para uma carga adjacente ao muro, $\sigma_x = q$ na superfície

O **coeficiente de Poisson** altera muito o resultado ($\mu = 0.3$: V_x fica cerca de 35% abaixo); para $\mu < 0.5$ há ordenada de tração na superfície; uma carga em faixa retangular muito longa fornece

Referências bibliográficas

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning; esta página segue essa referência.

Boussinesq, J. (1883). Application des Potentiels à l'Étude de l'Équilibre et du Mouvement des Solides Élastiques. Gauthier-Villars, Paris.

Mindlin, R.D. (1936). Discussion: Pressure distribution on retaining walls. Proc. 1st Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Harvard, Vol. III, 155–156.

NOTA

Todos os exemplos numéricos foram gerados com o próprio motor de cálculo do módulo; o módulo fornece os mesmos valores. O exemplo inicial do módulo é um muro com dois retângulos (H = 9 m, μ = 0.5, Y_S = 2 m).

GeoTerva

Cálculos geotécnicos on-line

Da teoria à prática

Inserir no GeoTerva as cargas retangulares, a posição da seção, o coeficiente de Poisson e a altura do muro; o módulo fornece o perfil de pressões, o esforço cortante e o momento, a contribuição separada de cada carga, as três vistas, a solução passo a passo e o relatório.

Abrir o módulo →

Página de teoria →

Abrir no celular
Os módulos de teste não exigem cadastro.