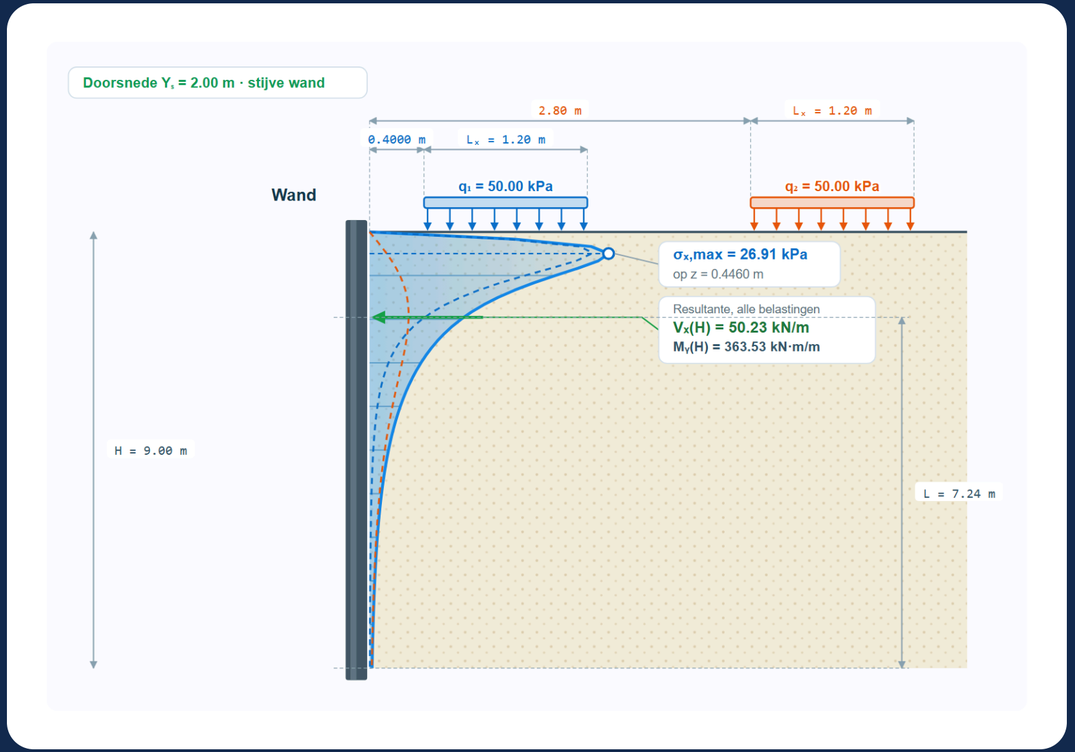
Geotechnisch college · Bovenbelastingen

Vlakbelastingen als bovenbelasting

College: rechthoekige vlakbelastingen nabij een muur; het openingsvoorbeeld wordt met de hand uitgewerkt op de diepte van de grootste druk, de overige onderwerpen met tabellen.

- Boussinesq σx
- Rechthoekige integratie
- Rigide wand ψ = 2
- Dwarskracht en moment
- Met de hand oplosbaar



Inleiding

Wat leren we in dit college?

De horizontale druk op de wand van een rechthoekige vlakbelasting: de belasting is de som van **dP = q·dA** puntlasten, en de invloed van elk daarvan wordt met de oplossing van Boussinesq bepaald

De grootheden x_1, x_2, y_1, y_2 die de positie en afmeting in het bovenaanzicht bepalen, en integratie die **exact langs de wand en numeriek in de richting loodrecht op de wand** is

Het verschil tussen een **rigide wand** (ψ = 2) en een **half-oneindig medium** (ψ = 1)

Het bepalen van de **dwarskracht V_x** en het **buigend moment M_y** uit het drukprofiel

Het effect van de positie van de doorsnede, de afstand van de belasting tot de muur en de **dwarscontractiecoëfficiënt**

COLLEGESTRUCTUUR

Elk onderwerp wordt in **drie stappen** behandeld:

1 · **Theorie**: formule en onderbouwing

2 · **Opgave**: gegeven en gevraagd

3 · **Oplossing**: stap voor stap, met getallen

Voorbeeld: H = 9 m, μ = 0.5, doorsnede Y_s = 2 m; twee rechthoeken van 1.2 × 3.6 m, q = 50 kPa, X_0 = 1.0 en 3.4 m; starre muur.

Rechthoekige belastingen op de wand

THEORIE

Een rechthoekige bovenbelasting op het oppervlak is een continu veld van verticale puntlasten **dP = q·dA**

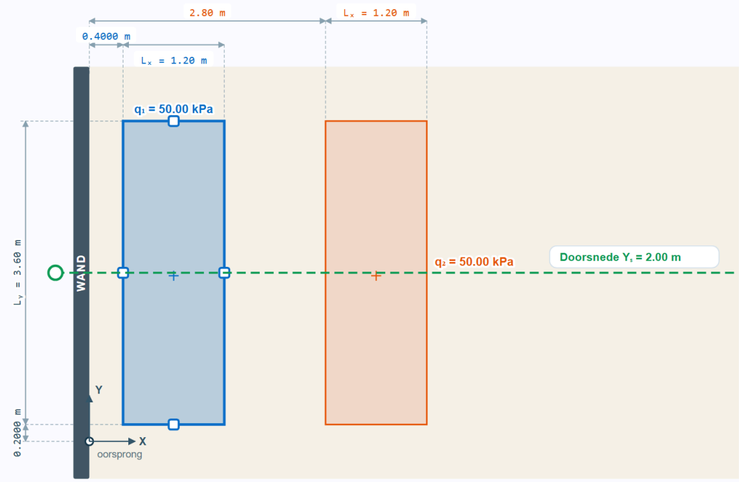
De **horizontale spanning** die elke afzonderlijke belasting op de gekozen verticale doorsnede van de muur veroorzaakt, wordt bepaald met de oplossing van Boussinesq, en de bijdragen van elke rechthoek worden gesommeerd

Door het drukprofiel langs de wand te integreren worden de **dwarskracht** en het **buigend moment** verkregen

$$A = L_x L_y \qquad P = qA$$

$$x_1 = X_0 - \frac{L_x}{2} \quad x_2 = X_0 + \frac{L_x}{2}$$

$$y_1 = Y_0 - \frac{L_y}{2} - Y_s \quad y_2 = Y_0 + \frac{L_y}{2} - Y_s$$



X wordt gemeten vanaf het wandvlak; Y langs de wand vanaf de oorsprong

X_0, Y_0: coördinaat van het zwaartepunt loodrecht op en evenwijdig aan de wand
L_x, L_y: zijden; **Y_s**: coördinaat van de doorsnede
De rechthoek ligt achter het wandoppervlak: $x_1 \geq 0$

Boussinesq σ_x in het wandvlak

THEORIE

Voor een element dP dat op een punt van de doorsnede op diepte z en op planpositie **(x, y)** ligt, wordt de **horizontale normaalspanning** loodrecht op de muur hieronder gegeven

$r^2 = x^2 + y^2$ en $R^2 = r^2 + z^2$; $dP = q \cdot dx \cdot dy$

De horizontale spanning is afhankelijk van de **dwarscontractiecoëfficiënt μ**; voor μ = 0.5 is de term met de factor (1 – 2μ) gelijk aan nul

$$\sigma_x = \frac{dP}{2\pi}\left[\frac{3x^2 z}{R^5} - (1-2\mu)\left(\frac{x^2-y^2}{r^2 R(R+z)} + \frac{y^2 z}{r^2 R^3}\right)\right]$$

$$r^2 = x^2 + y^2 \qquad R^2 = r^2 + z^2 \qquad dP = q\,dx\,dy$$

Analytische oplossing langs de wand: G

THEORIE

Het vervangen van de rechthoek door een eindig net van puntlasten **convergeert langzaam nabij de wand**, waar de spanning het sterkst verandert

Langs de muur (y-richting) heeft de integraal een **gesloten vorm**; de resterende integraal loodrecht op de muur (x-richting) wordt **adaptief** met een strikte tolerantie berekend

$$G(x,y,z) = \frac{1}{2\pi}\left[\frac{x^2 z\, y\,(2y^2+3a^2)}{a^4 R^3} - (1-2\mu)\frac{y\,(1-z/R)}{r^2}\right] \qquad a^2 = x^2+z^2$$

$$\sigma_x(z) = \psi \sum_{\text{belastingen}} q \int_{x_1}^{x_2} \left[G(x,y_2,z) - G(x,y_1,z)\right] dx$$

Een zeer lange rechthoek geeft, ongeacht μ, de oplossing voor een **strookbelasting bij vlakke vervorming**; de rekenkern wordt met deze controle getoetst

Invloed van de wand: ψ

THEORIE

Een gladde wand die niet beweegt, wordt weergegeven door elke belasting ten opzichte van het wandvlak te **spiegelen**: de spiegeling maakt de verplaatsing loodrecht op de wand en de schuifspanning in dat vlak nul

Daarom is de druk op de muur, ongeacht μ, **precies twee keer** de spanning in het halfoneindige medium

Een wand die voldoende doorbuigt om de grond los te maken, ligt dichter bij de waarde voor een half-oneindig medium

$$\sigma_{wall} = \psi\,\sigma_x \qquad \psi = 2\ (\text{starre wand, standaardwaarde}) \qquad \psi = 1\ (\text{half-oneindig medium})$$

Integratie van het profiel langs de wand

THEORIE

Het drukprofiel wordt langs de wand **per lengte-eenheid** van de doorsnede geïntegreerd, één keer voor de dwarskracht en twee keer voor het buigend moment

Beide worden **adaptief** geïntegreerd tussen de rijen van de dieptetabel; het aantal rijen n_z bepaalt alleen hoeveel van het profiel wordt weergegeven

$$V_x(z) = \int_0^z \sigma_x \, dt$$

$$M_y(z) = \int_0^z V_x \, dt = \int_0^z (z - t)\, \sigma_x \, dt$$

Zes stappen en een inleidend voorbeeld

THEORIE

1 · Wand en doorsnede: H, μ en Y_s worden ingevoerd

2 · Elke rechthoek: q, X_0, Y_0, L_x, L_y; x_1, x_2, y_1, y_2 worden bepaald

3 · Spanning door puntbelasting: r, R en σ_x voor dP = q·dx·dy

4 · Integratie van het oppervlak: exact met G in de y-richting, numeriek in de x-richting

5 · Superpositie en ψ: elke rechthoek wordt op diepte z gesommeerd en voor een starre wand met twee vermenigvuldigd

6 · Integratie langs de wand: $\sigma_x(z)$, vervolgens $V_x(z)$ en $M_y(z)$

$$A = 2 \times 1.2 \times 3.6 = 8.64\ \mathrm{m}^2 \qquad P = 432\ \mathrm{kN} \qquad \sigma_x = 24.98 + 1.93 = 26.91\ \mathrm{kPa}$$

$$V_x(H) = 50.23\ \mathrm{kN/m} \qquad M_y(H) = 363.53\ \mathrm{kN \cdot m/m}$$

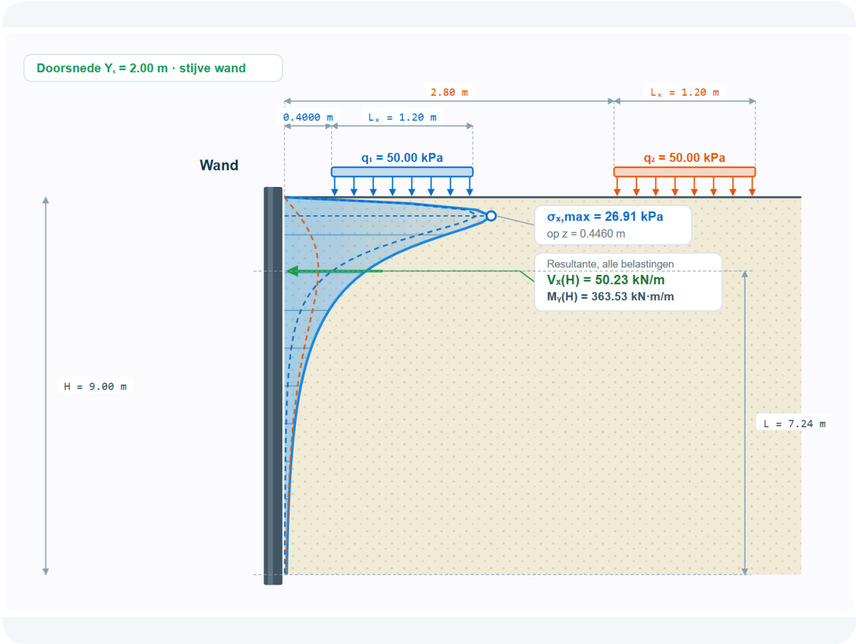
Locatie, afstand en dwarscontractiecoëfficiënt

THEORIE

De methode behoudt de **driedimensionale positie en afmeting** van elke belasting: het verplaatsen van een rechthoek langs de wand of van de wand af, het wijzigen van de afmeting, het verschuiven van de doorsnede of het wijzigen van μ verandert het drukprofiel

De druk bereikt haar grootste waarde **in doorsneden vóór** een belasting en neemt in het bovenaanzicht snel af met de afstand; wanneer de belastingen kort zijn ten opzichte van hun afstand tot de wand, worden **meerdere doorsneden** getoetst

Wanneer μ kleiner is dan 0.5, kunnen nabij het oppervlak **trekordinaten** optreden; deze worden met hun teken gegeven



Opgave

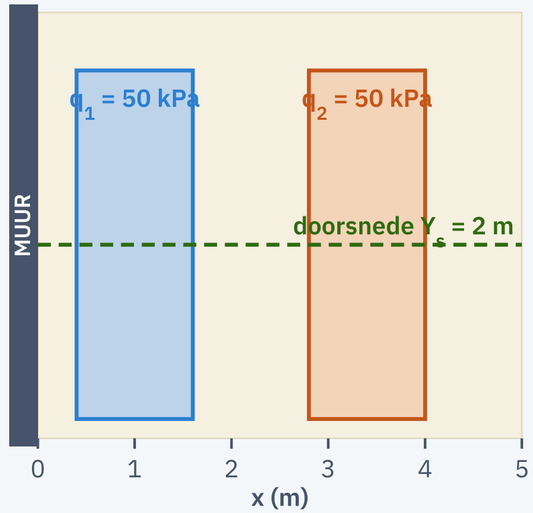
VOORBEELD

Gegeven

Muur en doorsnede	$H = 9.0$ **m;** $\mu = 0.5$**; doorsnede** $Y_s = 2.0$ **m; starre wand (**$\psi = 2$**)**
Rechthoek 1	$q = 50$ **kPa;** $L_x = 1.2$ **m,** $L_y = 3.6$ **m;** $X_0 = 1.0$ **m,** $Y_0 = 2.0$ **m**
Rechthoek 2	$q = 50$ **kPa;** 1.2×3.6 **m;** $X_0 = 3.4$ **m,** $Y_0 = 2.0$ **m**

GEVRAAGD

De σ_x-bijdrage van elke rechthoek op diepte **z = 0.446 m** (handmatig met **Simpson**) en de totale **σ_x**; vergelijking met het resultaat van de module. Deze diepte is de diepte waarop de druk het grootst is.



Oplossing (1/4)

OPLOSSING

1 Positie van de rechthoeken ten opzichte van de doorsnede (x gemeten vanaf de wand, y vanaf de doorsnede)

$$\text{Rechth. 1: } x_1 = 1.0 - 0.6 = 0.4\ \text{m} \quad x_2 = 1.0 + 0.6 = 1.6\ \text{m}$$

$$\text{Rechth. 2: } x_1 = 3.4 - 0.6 = 2.8\ \text{m} \quad x_2 = 3.4 + 0.6 = 4.0\ \text{m}$$

$$y_1 = 2.0 - 1.8 - 2.0 = -1.8\ \text{m} \quad y_2 = 2.0 + 1.8 - 2.0 = +1.8\ \text{m}$$

2 Oppervlak en totale verticale belasting (voor elk)

$$A = L_x L_y = 1.2 \times 3.6 = 4.32\ \text{m}^2 \qquad P = qA = 50 \times 4.32 = 216\ \text{kN} \qquad \Sigma P = 432\ \text{kN}$$

De doorsnede gaat precies door het midden van beide rechthoeken: $\mathbf{y_1 = -y_2}$. Rechthoek 1 begint op 0.4 m van de wand, rechthoek 2 op 2.8 m.

Oplossing (2/4)

OPLOSSING

3 μ = 0.5: (1 – 2μ) = 0, de tweede term van G valt weg; aangezien $y_1 = -y_2$, is $G(x, y_2) - G(x, y_1) = 2G(x, y_2)$

$$f(x) = G(x, y_2, z) - G(x, y_1, z) = \frac{x^2\, z\, y_2\, (2y_2^2 + 3a^2)}{\pi\, a^4 R^3}$$

$$z\, y_2 = 0.8028 \qquad 2y_2^2 = 6.48 \qquad a^2 = x^2 + 0.1989 \qquad R^2 = x^2 + 3.4389$$

4 De regel van Simpson in de richting loodrecht op de muur (n even intervallen, $h = (x_2 - x_1)/n$); $\sigma_x = \psi\, q \int f\, dx$

$$\int_{x_1}^{x_2} f\, dx \approx \frac{h}{3}\left[f_0 + 4f_1 + 2f_2 + 4f_3 + \cdots + 4f_{n-1} + f_n\right]$$

$$\sigma_x = \psi\, q\, \frac{h}{3} \sum c_i\, f_i \qquad (c_i = 1, 4, 2, 4, \ldots, 4, 1)$$

Rechthoek 1 (x = 0.4 – 1.6 m) ligt nabij de wand waar de integrand snel verandert: **n = 8** intervallen; voor rechthoek 2 (x = 2.8 – 4.0 m) volstaat **n = 4**.

Oplossing (3/4)

OPLOSSING

i	x (m)	a² (m²)	R (m)	f(x) (1/m)	c	c·f
0	0.400	0.3589	1.8971	0.35129	1	0.35129
1	0.550	0.5014	1.9343	0.33921	4	1.35683
2	0.700	0.6889	1.9821	0.28954	2	0.57909
3	0.850	0.9214	2.0400	0.23681	4	0.94723
4	1.000	1.1989	2.1069	0.19155	2	0.38310
5	1.150	1.5214	2.1821	0.15520	4	0.62080
6	1.300	1.8889	2.2647	0.12657	2	0.25315
7	1.450	2.3014	2.3540	0.10408	4	0.41632
8	1.600	2.7589	2.4493	0.08632	1	0.08632
				Σ c·f =		**4.99412**

5 σ_x voor rechthoek 1 (h = 0.15 m)

$$\sigma_{x,1} = \psi\, q\, \frac{h}{3} \sum c_i f_i = 2(50)\frac{0.15}{3}(4.99412) = \mathbf{24.97}\ \text{kPa}$$

Simpson (8 intervallen): **24.97 kPa**. De adaptieve integratie van de module geeft 24.98 kPa; verschil 0.03%.

Oplossing (4/4)

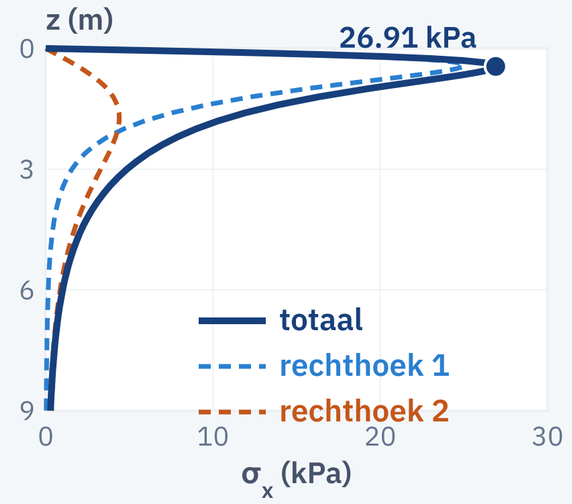
OPLOSSING

i	x (m)	a² (m²)	R (m)	f(x) (1/m)	c	c·f
0	2.800	8.0389	3.3584	0.02504	1	0.02504
1	3.100	9.8089	3.6123	0.01944	4	0.07777
2	3.400	11.7589	3.8728	0.01536	2	0.03071
3	3.700	13.8889	4.1387	0.01232	4	0.04927
4	4.000	16.1989	4.4090	0.01001	1	0.01001
				Σ c·f =		**0.19281**

6 σ_x voor rechthoek 2 (h = 0.30 m) en superpositie

$$\sigma_{x,2} = 2(50)\frac{0.30}{3}(0.19281) = 1.93\ \text{kPa}$$

$$\sigma_x = \sigma_{x,1} + \sigma_{x,2} = 24.97 + 1.93 = \mathbf{26.90}\ \text{kPa}$$



Met de hand: **24.97 + 1.93 = 26.90 kPa**. Module: 24.98 + 1.93 = **26.91 kPa** (z = 0.446 m); identiek aan het voorbeeld op de pagina.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

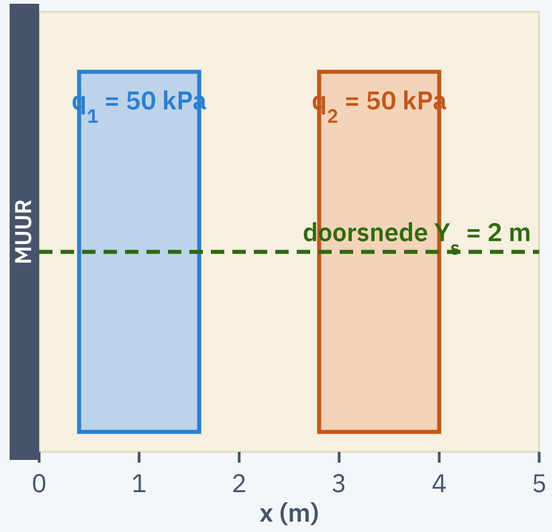
VOORBEELD

Gegeven

Model	**De twee rechthoeken uit Voorbeeld 1; $H = 9.0$ m; $n_z = 20$ (rijafstand $H/20 = 0.45$ m)**
Methode	**rigide wand ($\psi = 2$); $V_x(z) = \int_0^z \sigma_x \, dt$, $M_y(z) = \int_0^z (z - t)\, \sigma_x \, dt$**

GEVRAAGD

Per rij **σ_x** (de afzonderlijke bijdragen van de twee rechthoeken en hun som), **$V_x(z)$** en **$M_y(z)$**; aan de zool **$V_x(H)$**, **$M_y(H)$** en de diepte van de resultante.



Oplossing (1/2)

OPLOSSING

z (m)	$\sigma_{x,1}$ (kPa)	$\sigma_{x,2}$ (kPa)	σ_x (kPa)	V_x (kN/m)	M_y (kN·m/m)
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.45	**24.96**	**1.94**	**26.91**	**8.45**	**1.45**
0.90	17.46	3.43	20.89	19.44	7.84
1.35	10.24	4.23	14.47	27.30	18.46
1.80	5.91	4.39	10.31	32.80	32.06
2.25	3.49	4.13	7.62	36.80	47.76
2.70	2.13	3.65	5.78	39.79	65.02
3.15	1.35	3.10	4.45	42.08	83.47
3.60	0.89	2.58	3.46	43.85	102.82
4.05	0.60	2.11	2.71	45.23	122.87
4.50	0.42	1.71	2.13	46.31	143.48
4.95	0.30	1.39	1.69	47.17	164.52
5.40	0.22	1.13	1.35	47.85	185.91
5.85	0.16	0.92	1.08	48.40	207.57
6.30	0.13	0.75	0.88	48.84	229.45
6.75	0.10	0.62	0.72	49.19	251.51
7.20	0.08	0.51	0.59	49.48	273.71
7.65	0.06	0.42	0.49	49.72	296.03
8.10	0.05	0.36	0.40	49.92	318.46
8.55	0.04	0.30	0.34	50.09	340.96
9.00	0.03	0.25	0.28	50.23	363.53

Oplossing (2/2)

OPLOSSING

1 Dwarskracht en moment aan de basis (laatste rij van de tabel)

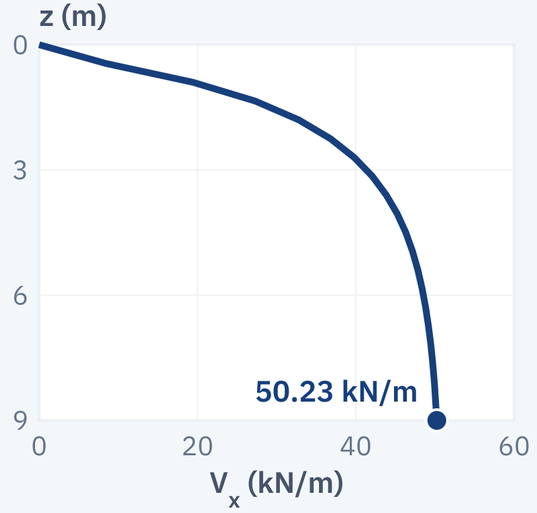
$$V_x(H) = \int_0^H \sigma_x \, dz = \mathbf{50.23}\ \mathrm{kN/m}$$

$$M_y(H) = \int_0^H (H - t)\, \sigma_x \, dt = \mathbf{363.53}\ \mathrm{kN \cdot m/m}$$

2 Werkingslijn van de resultante: momentarm en de diepte ervan

$$L = \frac{M_y(H)}{V_x(H)} = \frac{363.53}{50.23} = \mathbf{7.237}\ \mathrm{m}\ \ (\text{vanaf de zool})$$

$$z_R = H - L = 9.0 - 7.237 = \mathbf{1.763}\ \mathrm{m}\ \ (\text{vanaf het maaiveld})$$



De resultante is **50.23 kN/m** en grijpt aan op **1.76 m** onder het maaiveld. **92%** van de kracht komt uit de bovenste 4.5 m (de helft van de wandhoogte): $V_X(4.5)$ = 46.31 kN/m.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

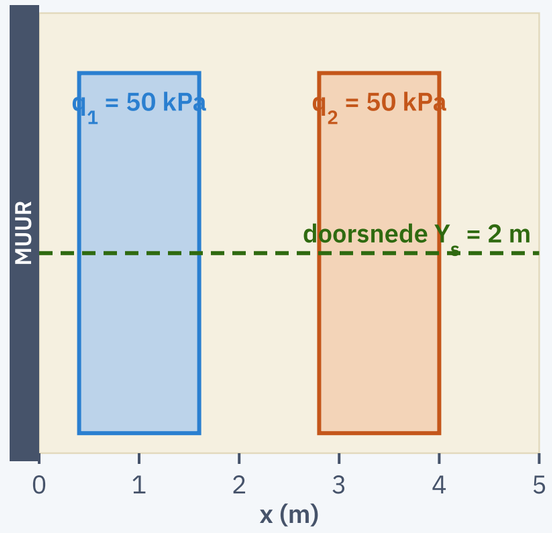
VOORBEELD

Gegeven

Model	**De rechthoeken uit Voorbeeld 1; elk afzonderlijk, daarna beide samen**
Methoden	**starre wand ($\psi = 2$) en semi-oneindig medium ($\psi = 1$)**

GEVRAAGD

Voor elke rechthoek **afzonderlijk** en gezamenlijk **$\sigma_{x,max}$**, **$V_x(H)$**, **$M_y(H)$** en **z_R**; dezelfde grootheden in een halfoneindig medium.



Oplossing

OPLOSSING

	$\sigma_{x,max}$ (kPa)	z (m)	V_x(H) (kN/m)	M_y(H) (kN·m/m)	z_R (m)	V_x(H), ψ = 1	M_y(H), ψ = 1
Rechthoek 1	25.03	0.419	33.14	260.49	1.140	16.57	130.25
Rechthoek 2	4.40	1.717	17.09	103.04	2.971	8.55	51.52
Beide samen	26.91	0.446	50.23	363.53	1.763	25.12	181.77

1 V en M worden gesommeerd; de diepte van de resultante is het met de krachten gewogen gemiddelde

$$V_x = 33.14 + 17.09 = \mathbf{50.23}\ \mathrm{kN/m} \qquad M_y = 260.49 + 103.04 = \mathbf{363.53}\ \mathrm{kN \cdot m/m}$$

$$z_R = \frac{V_1 z_{R,1} + V_2 z_{R,2}}{V_1 + V_2} = \frac{33.14(1.140) + 17.09(2.971)}{50.23} = \mathbf{1.763}\ \mathrm{m}$$

De waarden voor de halve ruimte zijn **exact de helft** van die van de starre muur (V_x 25.12, M_y 181.77), terwijl z_R onveranderd blijft. De totale maximale druk (26.91 kPa) is kleiner dan de som van de twee afzonderlijke maxima (29.44): de pieken treden op verschillende diepten op (0.42 en 1.72 m).

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

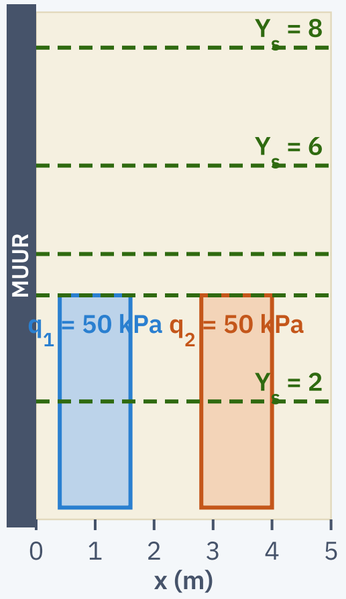
VOORBEELD

Gegeven

Model	**De twee rechthoeken van Voorbeeld 1 ($Y_0 = 2.0$ m, $L_y = 3.6$ m: de belastingen liggen tussen $y = 0.2 – 3.8$ m)**
Doorsneden	$Y_s = 2.0; 3.0; 3.8; 4.5; 6.0; 8.0$ m

GEVRAAGD

Voor elke doorsnede $\sigma_{x,max}$ en de diepte daarvan, $V_x(H)$, $M_y(H)$ en z_R; de positie van de doorsnede ten opzichte van de belasting.



Oplossing

OPLOSSING

Doorsnede Y_s (m)	Op basis van belasting	$\sigma_{x,max}$ (kPa)	z (m)	$V_x(H)$ (kN/m)	$M_y(H)$ (kN·m/m)	z_R (m)
2.0	in het midden van de belasting	26.91	0.446	50.23	363.53	1.763
3.0	binnen de belasting	25.04	0.428	45.78	330.75	1.775
3.8	aan de rand van de belasting	14.13	0.467	31.31	217.96	2.038
4.5	buiten, 0.7 m	5.00	0.998	17.39	110.14	2.667
6.0	daarbuiten, 2.2 m	1.39	2.112	6.77	36.89	3.549
8.0	daarbuiten, 4.2 m	0.41	3.094	2.44	11.53	4.270

De druk is het grootst in de doorsnede **in het midden van de belasting** (26.91 kPa) en neemt snel af met de afstand in het bovenaanzicht: bij Y_s = 6 m daalt V_x tot ongeveer een zevende, en bij 8 m tot ongeveer een twintigste. De doorsnede bij Y_s = 3.8 m is **symmetrisch** met de doorsnede bij y = 0.2 m (Y_0 ± 1.8 m): de resultaten zijn gelijk (V_x = 31.31 kN/m). Als de belastingen kort zijn ten opzichte van de wand, worden enkele doorsneden getoetst.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

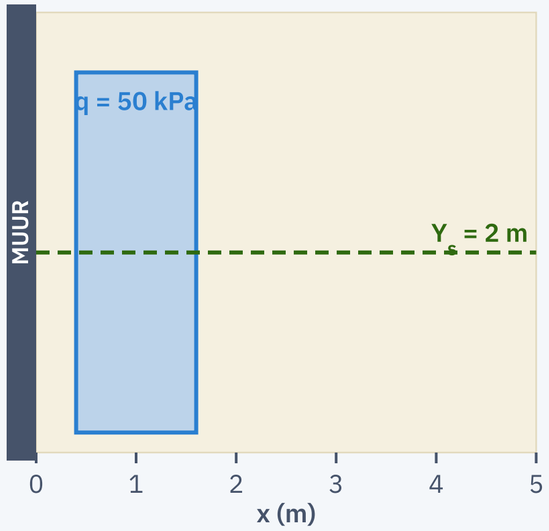
VOORBEELD

Gegeven

Model	**enkele rechthoek: $q = 50$ kPa, 1.2×3.6 m, $Y_0 = 2.0$ m; $\mu = 0.5$; $H = 9.0$ m; starre wand**
Locatie	**$X_0 = 0.6$; 1.0; 1.6; 2.6; 4.6 m, dat wil zeggen de nabije rand $x_1 = 0$; 0.4; 1.0; 2.0; 4.0 m**

GEVRAAGD

Voor elke locatie $\sigma_{x,max}$ en de diepte ervan, $V_x(H)$, $M_y(H)$ en z_R.



Oplossing

OPLOSSING

Nabije rand x_1 (m)	X_0 (m)	$\sigma_{x,max}$ (kPa)	z (m)	V_x(H) (kN/m)	M_y(H) (kN·m/m)	z_R (m)
0.0	0.6	50.00	0.000	35.77	295.98	0.726
0.4	1.0	25.03	0.419	33.14	260.49	1.140
1.0	1.6	14.01	0.791	28.40	208.03	1.675
2.0	2.6	6.89	1.315	21.32	139.72	2.445
4.0	4.6	2.56	2.315	12.59	67.76	3.617

Naarmate de belasting zich van de muur verwijdert, **neemt de maximale druk af en ligt zij dieper**: 50.00 kPa (aan het oppervlak) → 2.56 kPa (2.32 m). Bij een belasting direct langs de muur (x_1 = 0) ligt de maximale druk aan het oppervlak en is zij gelijk aan **q = 50 kPa**. V_x daarentegen neemt langzamer af (35.77 → 12.59 kN/m); z_R wordt dieper.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

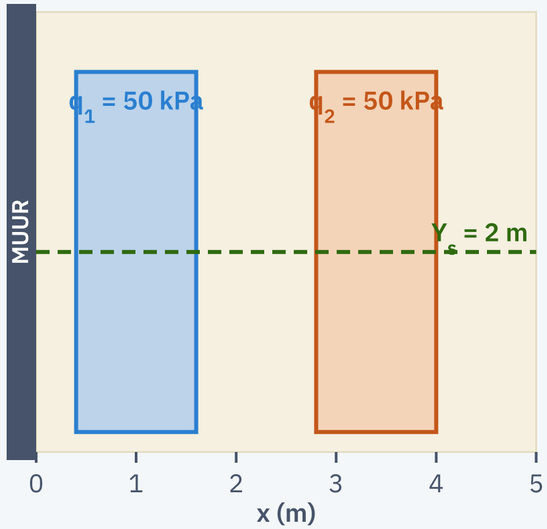
VOORBEELD

Gegeven

Model	**De twee rechthoeken uit Voorbeeld 1; $H = 9.0$ m; $Y_s = 2.0$ m; starre wand**
Variërend	$\mu = 0.5; 0.4; 0.3; 0.2$

GEVRAAGD

Voor elke μ: **$\sigma_{x,max}$**, **$V_x(H)$**, **$M_y(H)$**; de ordinaat aan het maaiveld $\sigma_x(0)$ en de **handmatige** bepaling van deze ordinaat.



Oplossing (1/2)

OPLOSSING

μ	1 – 2μ	$\sigma_x(0)$ (kPa)	$\sigma_{x,max}$ (kPa)	z (m)	$V_x(H)$ (kN/m)	$M_y(H)$ (kN·m/m)
0.5	0.0	0.00	26.91	0.446	50.23	363.53
0.4	0.2	−4.18	23.54	0.459	41.47	303.91
0.3	0.4	−8.36	20.19	0.473	32.72	244.28
0.2	0.6	−12.54	16.88	0.489	23.96	184.66

Naarmate μ afneemt, **nemen de druk en de kracht duidelijk af**: voor μ = 0.3 is V_X = 32.72 kN/m, 35% minder dan bij μ = 0.5. Aan het oppervlak ontstaat een **negatieve (trek)ordinaat**; V_X en M_y worden geïntegreerd uit het getekende profiel.

Oplossing (2/2)

OPLOSSING

1 Voor z = 0 geldt R = r, (1 − z/R) = 1: alleen de tweede term van G blijft over en ∫ y/(x² + y²) dx = tan⁻¹(x/y)

$$\sigma_x(0) = -\psi\, q\, \frac{(1-2\mu)}{\pi}\left[\tan^{-1}\frac{x_2}{y_2} - \tan^{-1}\frac{x_1}{y_2}\right] \qquad (y_1 = -y_2)$$

2 Rechthoek 1 (x = 0.4 – 1.6 m), rechthoek 2 (x = 2.8 – 4.0 m); voor μ = 0.4 is 1 − 2μ = 0.2

$$\sigma_{x,1}(0) = -2(50)\frac{0.2}{\pi}\left[\tan^{-1}\frac{1.6}{1.8} - \tan^{-1}\frac{0.4}{1.8}\right] = -6.366(0.5080) = -3.234\ \text{kPa}$$

$$\sigma_{x,2}(0) = -6.366\left[\tan^{-1}\frac{4.0}{1.8} - \tan^{-1}\frac{2.8}{1.8}\right] = -6.366(0.1485) = -0.945\ \text{kPa}$$

$$\sigma_x(0) = -3.234 + -0.945 = \mathbf{-4.18}\ \text{kPa}$$

Handmatig −4.18 kPa; module −4.18 kPa. De oppervlakteordinaat is evenredig met **(1 – 2μ)**: nul bij μ = 0.5, −12.54 kPa bij μ = 0.2.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

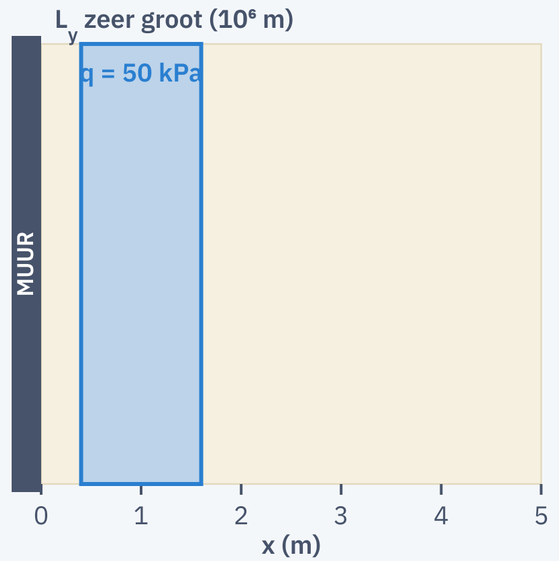
VOORBEELD

Gegeven

Model	**enkele rechthoek: $q = 50$ kPa, $x_1 = 0.4$ m, $x_2 = 1.6$ m ($L_x = 1.2$ m), $L_y = 10^6$ m; $H = 9.0$ m; starre wand**
dwarscontractiecoëfficiënt	$\mu = 0.5$ **en** $\mu = 0.2$

GEVRAAGD

Met de formule voor **strookbelasting** (handmatig) **σ_x** bij z = 0.5; 1; 2; 4 m; vergelijking met de vlakmodule; **$V_x(H)$**.



Oplossing (1/2)

OPLOSSING

1 Strookbelasting (vlakke vervorming), starre wand: $\beta = \tan^{-1}(x_2/z) - \tan^{-1}(x_1/z)$, $\alpha = \tan^{-1}(x_1/z) + \beta/2$

$$\sigma_x = \psi \frac{q}{\pi} (\beta - \sin\beta \cos 2\alpha) \qquad z = 1.0 \text{ m} :$$

$$\beta = \tan^{-1} 1.6 - \tan^{-1} 0.4 = 0.6317 \quad \alpha = 0.3805 + \frac{0.6317}{2} = 0.6964$$

$$\sigma_x = 2\frac{50}{\pi} (0.6317 - \sin 0.6317 \cos 1.3927) = \mathbf{16.777} \text{ kPa}$$

De strookformule geeft **16.777 kPa**; de oppervlaktemodule ($L_y = 10^6$ m) vindt dezelfde waarde: een zeer lang rechthoekig oppervlak gaat over in een strookbelasting. De vergelijking voor vier diepten staat op de volgende pagina.

Oplossing (2/2)

OPLOSSING

z (m)	β (rad)	α (rad)	σ_x, strookformule (kPa)	Oppervlaktemodulus, μ = 0.5	Oppervlaktemodulus, μ = 0.2
0.5	0.5932	0.9713	**25.346**	25.346	25.346
1.0	0.6317	0.6964	**16.777**	16.777	16.777
2.0	0.4773	0.4361	**5.788**	5.788	5.788
4.0	0.2808	0.2401	**1.115**	1.115	1.115

2 Dwarskracht: gesloten vorm voor de strook; de oppervlaktemodule geeft dezelfde waarde

$$V_x(H) = \psi \frac{q}{\pi} H \left[\tan^{-1}\frac{x_2}{H} - \tan^{-1}\frac{x_1}{H}\right] = \mathbf{37.68}\ \mathrm{kN/m}$$

Met de strookformule is de uitkomst bij de vlakbelastingsmodule met μ = 0.5 **identiek** en bij μ = 0.2 gelijk met een verschil van hoogstens 10^{-4} kPa: voor een zeer lange rechthoek is het resultaat onafhankelijk van μ. V_X(H) = 37.68 kN/m.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Samenvatting

Belangrijkste punten

$\sigma_x(z) = \psi \Sigma q \int [G(x,y_2,z) - G(x,y_1,z)]\, dx$: gesloten oplossing (G) langs de wand, adaptieve numerieke integratie loodrecht op de wand; **$\psi = 2$** starre wand, **$\psi = 1$** half-oneindig medium

$V_x(z) = \int \sigma_x\, dt$, **$M_y(z) = \int (z - t)\, \sigma_x\, dt$**; de diepte van de resultante $z_R = H - M_y/V_x$

Rekenvoorbeeld bij de opening (z = 0.446 m): $\sigma_x = 24.98 + 1.93 =$ **26.91 kPa** (grootste druk); $V_x(H) =$ **50.23 kN/m**, $M_y(H) =$ **363.53 kN·m/m**, $z_R = 1.76$ m

De druk is het grootst wanneer de **doorsnede** door het midden van de belasting gaat; afstand en **de afstand van de belasting tot de muur** verkleinen de druk snel; bij een belasting direct tegen de muur geldt aan het oppervlak $\sigma_x = q$

De **dwarscontractiecoëfficiënt** verandert het resultaat sterk ($\mu = 0.3$: V_x ongeveer 35% te klein); voor $\mu < 0.5$ treedt aan het oppervlak een trekordinaat op; een zeer lange rechthoekige strookbelasting geeft

Literatuur

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning; deze pagina volgt deze methode.

Boussinesq, J. (1883). Application des Potentiels à l’Étude de l’Équilibre et du Mouvement des Solides Élastiques. Gauthier-Villars, Paris.

Mindlin, R.D. (1936). Discussion: Pressure distribution on retaining walls. Proc. 1st Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Harvard, Vol. III, 155–156.

OPMERKING

Alle rekenvoorbeelden zijn geproduceerd met de eigen berekeningsmodule van de module; de module geeft dezelfde waarden. Het openingsvoorbeeld van de module is een muur met twee rechthoeken (H = 9 m, μ = 0.5, Y_s = 2 m).

GeoTerva

Online geotechnische berekeningen

Van theorie naar praktijk

Voer uw eigen rechthoekige belastingen, de positie van de doorsnede, de dwarscontractiecoëfficiënt en de wandhoogte in GeoTerva in; de module levert samen het drukprofiel, de dwarskracht en het moment, de afzonderlijke bijdrage van elke belasting, de drie weergaven, de stapsgewijze oplossing en het rapport.

Module openen →

Theoriepagina →

Openen op de smartphone
Proefmodules vereisen geen registratie.