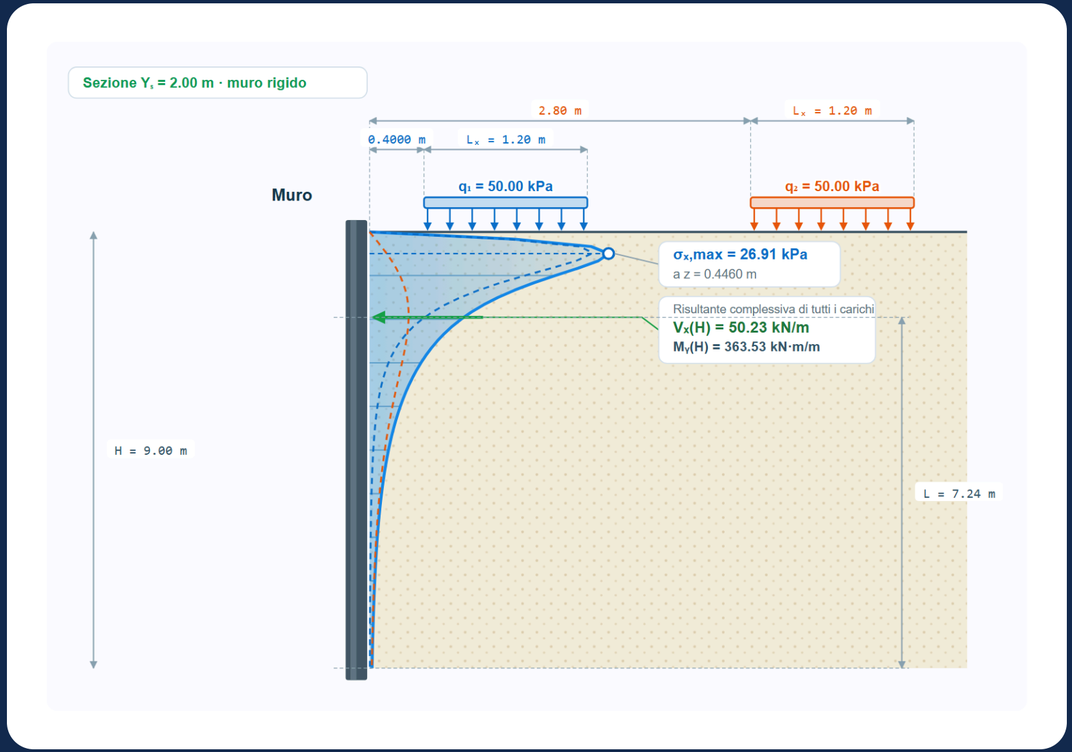
Lezione di geotecnica · Sovraccarichi

Carichi areali di sovraccarico

Lezione: carichi rettangolari superficiali in prossimità di un muro; l'esempio iniziale è risolto a mano alla profondità della pressione massima, i restanti argomenti sono trattati con tabelle.

- Boussinesq σx
- Integrazione su area rettangolare
- Muro rigido ψ = 2
- Sforzo di taglio e momento
- Risolvibile a mano



Introduzione

Che cosa si impara in questa lezione?

La spinta laterale sul muro esercitata da un carico areale rettangolare: il carico è la somma dei carichi concentrati **dP = q·dA** e l'effetto di ciascuno si determina con la soluzione di Boussinesq

Le grandezze **x_1, x_2, y_1, y_2** che definiscono posizione e dimensioni in pianta, e l'integrazione **esatta lungo il muro e numerica in direzione perpendicolare al muro**

La differenza tra **muro rigido** (ψ = 2) e **mezzo seminfinito** (ψ = 1)

La determinazione dei valori di **taglio V_x** e **momento flettente M_y** dal profilo di pressione

L'effetto della posizione della sezione, della distanza del carico dal muro e del **coefficiente di Poisson**

SVOLGIMENTO DELLA LEZIONE

Ogni argomento è trattato in **tre passaggi**:

1 · **Teoria**: formula e relativa motivazione

2 · **Traccia**: dati e richiesto

3 · **Soluzione**: passo per passo, con i numeri

Esempio: H = 9 m, μ = 0.5, sezione Y_s = 2 m; due rettangoli di 1.2 × 3.6 m, q = 50 kPa, X_0 = 1.0 e 3.4 m; muro rigido.

Carichi rettangolari agenti sul muro

TEORIA

Un sovraccarico areale rettangolare è un campo continuo di carichi concentrati verticali **dP = q·dA**

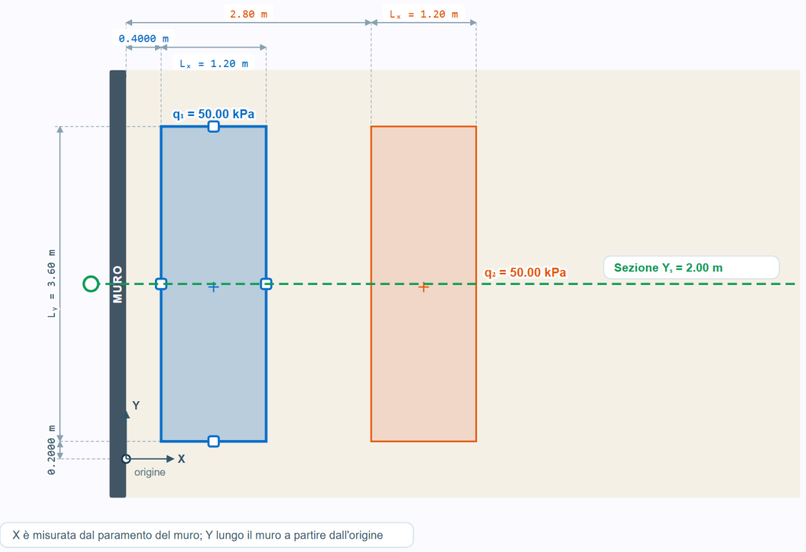
La **tensione orizzontale** prodotta da ciascun carico singolo sulla sezione verticale scelta del muro si determina dalla soluzione di Boussinesq e si sommano i contributi di ciascun rettangolo.

Integrando il profilo delle pressioni lungo il muro si ottengono la **forza di taglio** e il **momento flettente**

$$A = L_x L_y \qquad P = qA$$

$$x_1 = X_0 - \frac{L_x}{2} \quad x_2 = X_0 + \frac{L_x}{2}$$

$$y_1 = Y_0 - \frac{L_y}{2} - Y_s \quad y_2 = Y_0 + \frac{L_y}{2} - Y_s$$



X_0, Y_0: coordinate del baricentro perpendicolare e parallela al muro

L_x, L_y: lati; **Y_s**: coordinata della sezione

Il rettangolo è arretrato rispetto al paramento del muro: $x_1 \geq 0$

Boussinesq σ_x sul piano del muro

TEORIA

Per un elemento dP individuato da un punto della sezione a profondità z e dalla posizione in pianta **(x, y)**, la **tensione normale orizzontale** perpendicolare al muro è riportata di seguito

$r^2 = x^2 + y^2$ e $R^2 = r^2 + z^2$; $dP = q \cdot dx \cdot dy$

La tensione orizzontale dipende dal **coefficiente di Poisson μ**; per μ = 0.5 il termine con il fattore (1 – 2μ) è nullo

$$\sigma_x = \frac{dP}{2\pi}\left[\frac{3x^2 z}{R^5} - (1-2\mu)\left(\frac{x^2-y^2}{r^2 R(R+z)} + \frac{y^2 z}{r^2 R^3}\right)\right]$$

$$r^2 = x^2 + y^2 \qquad R^2 = r^2 + z^2 \qquad dP = q\,dx\,dy$$

Soluzione in forma chiusa lungo il muro: G

TEORIA

Sostituire il rettangolo con una maglia finita di carichi concentrati **converge lentamente in prossimità del muro**, dove la tensione varia più rapidamente

Lungo il muro (direzione y) l'integrale ha una **forma chiusa**; l'integrale rimanente nella direzione perpendicolare al muro (x) si calcola in modo **adattativo** con una tolleranza stretta

$$G(x,y,z) = \frac{1}{2\pi}\left[\frac{x^2 z\, y\,(2y^2+3a^2)}{a^4 R^3} - (1-2\mu)\frac{y\,(1-z/R)}{r^2}\right] \qquad a^2 = x^2+z^2$$

$$\sigma_x(z) = \psi \sum_{\text{carichi}} q \int_{x_1}^{x_2} \left[G(x,y_2,z) - G(x,y_1,z)\right] dx$$

Un rettangolo molto allungato, qualunque sia μ, fornisce la soluzione del **carico a striscia in deformazione piana**; il motore di calcolo è verificato con questo controllo

Effetto del muro: ψ

TEORIA

Un muro liscio che non si muove è rappresentato **riflettendo** ogni carico rispetto al paramento: la riflessione annulla lo spostamento normale al muro e la tensione tangenziale su quel piano

Pertanto la pressione agente sul muro è, qualunque sia μ, **esattamente il doppio** della tensione del semispazio indefinito

Un muro che si deforma tanto da allentare il terreno è più prossimo al valore del mezzo seminfinito

$$\sigma_{wall} = \psi\,\sigma_x \qquad \psi = 2\ (\text{muro rigido, valore predefinito}) \qquad \psi = 1\ (\text{mezzo seminfinito})$$

Integrazione del profilo lungo il muro

TEORIA

Il profilo di pressione è integrato lungo la parete, **per unità di lunghezza** della sezione nella sezione trasversale, una volta per il taglio e due volte per il momento flettente

Entrambi sono integrati in modo **adattivo** tra le righe della tabella delle profondità; il numero di righe n_z determina solo quanto del profilo viene elencato

$$V_x(z) = \int_0^z \sigma_x \, dt$$

$$M_y(z) = \int_0^z V_x \, dt = \int_0^z (z - t) \, \sigma_x \, dt$$

Sei passaggi e un esempio introduttivo

TEORIA

1 · Muro e sezione: si inseriscono H, μ e Y_s

2 · Per ogni rettangolo: q, X_0, Y_0, L_x, L_y; si determinano x_1, x_2, y_1, y_2

3 · Tensione da carico concentrato: r, R e σ_x per dP = q·dx·dy

4 · Integrazione dell'area: esatta con G nella direzione y, numerica nella direzione x

5 · Sovrapposizione e ψ: ogni rettangolo si somma alla profondità z e si moltiplica per due nel caso di muro rigido

6 · Integrazione lungo il muro: $\sigma_x(z)$, poi $V_x(z)$ e $M_y(z)$

$$A = 2 \times 1.2 \times 3.6 = 8.64\ \mathrm{m}^2 \qquad P = 432\ \mathrm{kN} \qquad \sigma_x = 24.98 + 1.93 = 26.91\ \mathrm{kPa}$$

$$V_x(H) = 50.23\ \mathrm{kN/m} \qquad M_y(H) = 363.53\ \mathrm{kN \cdot m/m}$$

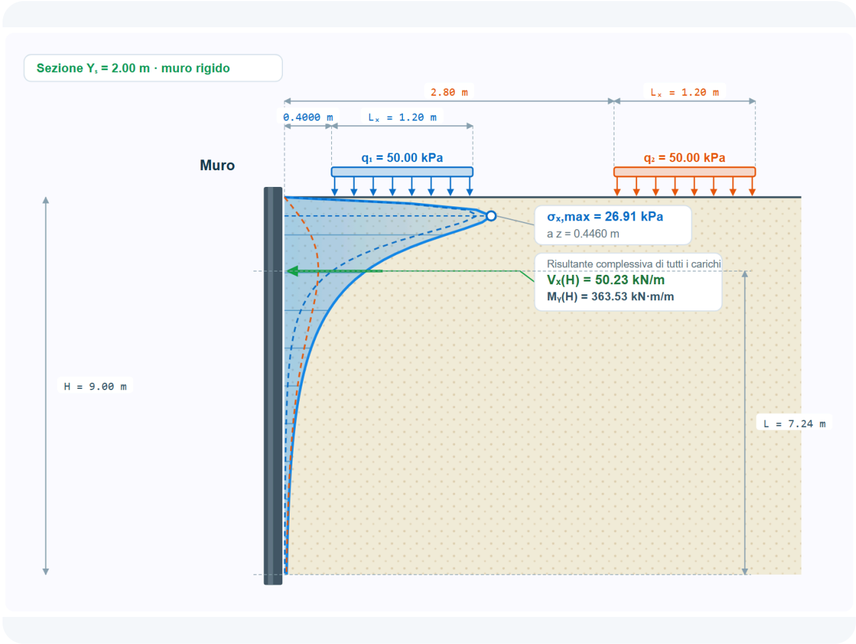
Posizione, distanza e coefficiente di Poisson

TEORIA

Il metodo conserva la **posizione e la dimensione tridimensionale** di ciascun carico: spostare un rettangolo lungo il muro o allontanarlo dal muro, modificarne le dimensioni, spostare la sezione o variare μ modifica il profilo delle pressioni

La pressione raggiunge il valore massimo **nelle sezioni passanti davanti a** un carico e diminuisce rapidamente con la distanza in pianta; quando i carichi sono corti rispetto alla loro distanza dal muro si verificano **più sezioni**

Quando μ è inferiore a 0.5, in prossimità della superficie possono comparire **ordinate di trazione**; esse sono fornite con il loro segno



Traccia

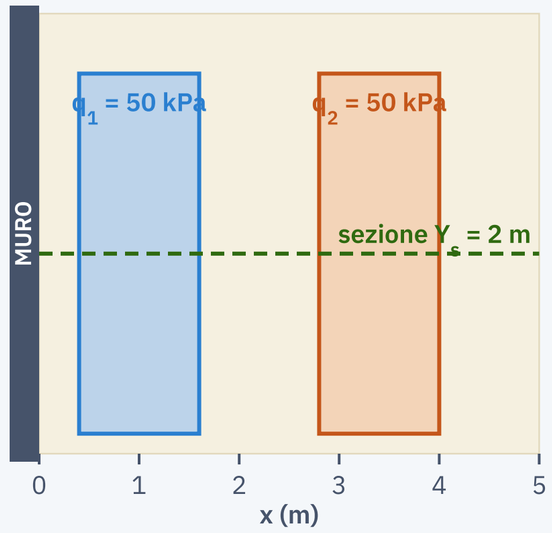
ESEMPIO

Dati

Muro e sezione	$H = 9.0$ **m;** $\mu = 0.5$**; sezione** $Y_s = 2.0$ **m; muro rigido (**$\psi = 2$**)**
Rettangolo 1	$q = 50$ **kPa;** $L_x = 1.2$ **m,** $L_y = 3.6$ **m;** $X_0 = 1.0$ **m,** $Y_0 = 2.0$ **m**
Rettangolo 2	$q = 50$ **kPa;** 1.2×3.6 **m;** $X_0 = 3.4$ **m,** $Y_0 = 2.0$ **m**

RICHIESTO

Il contributo σ_x di ciascun rettangolo alla profondità **z = 0.446 m** (a mano con **Simpson**) e la **σ_x** totale; confronto con il risultato del modulo. Tale profondità è quella in cui la pressione risulta massima.



Soluzione (1/4)

SOLUZIONE

1 Posizione dei rettangoli rispetto alla sezione (x misurata dal muro, y dalla sezione)

$$\text{Rett. 1: } x_1 = 1.0 - 0.6 = 0.4\ \text{m} \quad x_2 = 1.0 + 0.6 = 1.6\ \text{m}$$

$$\text{Rett. 2: } x_1 = 3.4 - 0.6 = 2.8\ \text{m} \quad x_2 = 3.4 + 0.6 = 4.0\ \text{m}$$

$$y_1 = 2.0 - 1.8 - 2.0 = -1.8\ \text{m} \quad y_2 = 2.0 + 1.8 - 2.0 = +1.8\ \text{m}$$

2 Area e carico verticale totale (per ciascuno)

$$A = L_x L_y = 1.2 \times 3.6 = 4.32\ \text{m}^2 \qquad P = qA = 50 \times 4.32 = 216\ \text{kN} \qquad \Sigma P = 432\ \text{kN}$$

La sezione passa esattamente per il centro di entrambi i rettangoli: $\mathbf{y_1 = -y_2}$. Il rettangolo 1 inizia a 0.4 m dal muro, il rettangolo 2 a 2.8 m.

Soluzione (2/4)

SOLUZIONE

3 μ = 0.5: (1 – 2μ) = 0, il secondo termine di G si annulla; poiché $y_1 = -y_2$, risulta $G(x, y_2) - G(x, y_1) = 2G(x, y_2)$

$$f(x) = G(x, y_2, z) - G(x, y_1, z) = \frac{x^2\, z\, y_2\, (2y_2^2 + 3a^2)}{\pi\, a^4 R^3}$$

$$z\, y_2 = 0.8028 \qquad 2y_2^2 = 6.48 \qquad a^2 = x^2 + 0.1989 \qquad R^2 = x^2 + 3.4389$$

4 Regola di Simpson nella direzione perpendicolare al muro (n intervalli pari, $h = (x_2 - x_1)/n$); $\sigma_x = \psi\, q \int f\, dx$

$$\int_{x_1}^{x_2} f\, dx \approx \frac{h}{3}\left[f_0 + 4f_1 + 2f_2 + 4f_3 + \cdots + 4f_{n-1} + f_n\right]$$

$$\sigma_x = \psi\, q\, \frac{h}{3} \sum c_i\, f_i \qquad (c_i = 1, 4, 2, 4, \ldots, 4, 1)$$

Il rettangolo 1 (x = 0.4 – 1.6 m) è prossimo al muro, dove l'integranda varia rapidamente: **n = 8** intervalli; per il rettangolo 2 (x = 2.8 – 4.0 m) **n = 4** è sufficiente.

Soluzione (3/4)

SOLUZIONE

i	x (m)	a² (m²)	R (m)	f(x) (1/m)	c	c·f
0	0.400	0.3589	1.8971	0.35129	1	0.35129
1	0.550	0.5014	1.9343	0.33921	4	1.35683
2	0.700	0.6889	1.9821	0.28954	2	0.57909
3	0.850	0.9214	2.0400	0.23681	4	0.94723
4	1.000	1.1989	2.1069	0.19155	2	0.38310
5	1.150	1.5214	2.1821	0.15520	4	0.62080
6	1.300	1.8889	2.2647	0.12657	2	0.25315
7	1.450	2.3014	2.3540	0.10408	4	0.41632
8	1.600	2.7589	2.4493	0.08632	1	0.08632
				Σ c·f =		**4.99412**

5 σ_x per il rettangolo 1 (h = 0.15 m)

$$\sigma_{x,1} = \psi\, q\, \frac{h}{3} \sum c_i f_i = 2(50)\frac{0.15}{3}(4.99412) = \mathbf{24.97}\ \text{kPa}$$

Simpson (8 intervalli): **24.97 kPa**. L'integrazione adattiva del modulo fornisce 24.98 kPa; differenza 0.03%.

Soluzione (4/4)

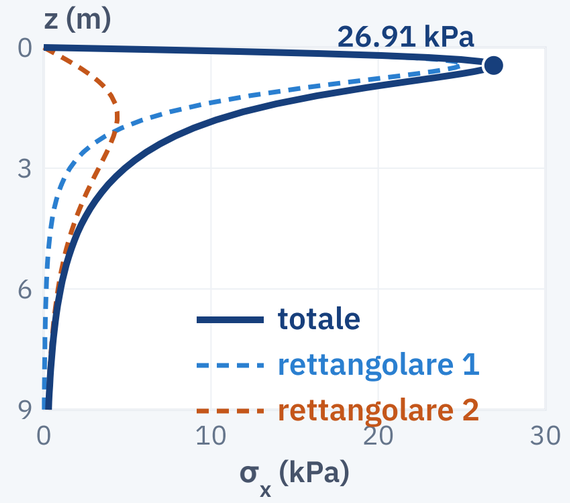
SOLUZIONE

i	x (m)	a² (m²)	R (m)	f(x) (1/m)	c	c·f
0	2.800	8.0389	3.3584	0.02504	1	0.02504
1	3.100	9.8089	3.6123	0.01944	4	0.07777
2	3.400	11.7589	3.8728	0.01536	2	0.03071
3	3.700	13.8889	4.1387	0.01232	4	0.04927
4	4.000	16.1989	4.4090	0.01001	1	0.01001
				Σ c·f =		**0.19281**

6 σ_x per il rettangolo 2 (h = 0.30 m) e sovrapposizione degli effetti

$$\sigma_{x,2} = 2(50)\frac{0.30}{3}(0.19281) = 1.93\ \text{kPa}$$

$$\sigma_x = \sigma_{x,1} + \sigma_{x,2} = 24.97 + 1.93 = \mathbf{26.90}\ \text{kPa}$$



A mano: **24.97 + 1.93 = 26.90 kPa**. Modulo: 24.98 + 1.93 = **26.91 kPa** (z = 0.446 m); identico all'esempio riportato nella pagina.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

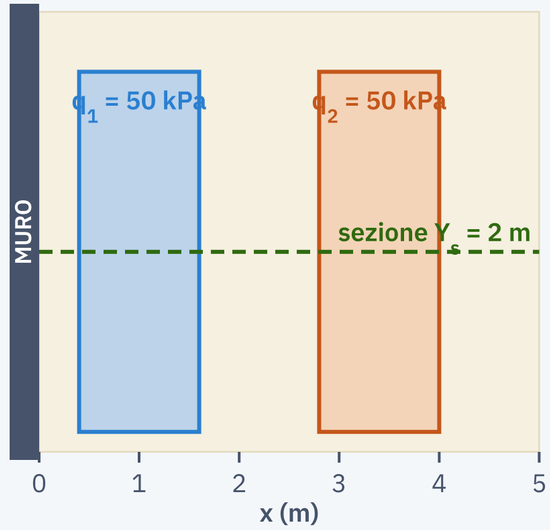
ESEMPIO

Dati

Modello	**I due rettangoli dell'Esempio 1; $H = 9.0$ m; $n_z = 20$ (interasse delle file $H/20 = 0.45$ m)**
Metodo	**muro rigido ($\psi = 2$); $V_x(z) = \int_0^z \sigma_x \, dt$, $M_y(z) = \int_0^z (z - t)\, \sigma_x \, dt$**

RICHIESTO

Per ogni riga σ_x (il contributo separato dei due rettangoli e la loro somma), $V_x(z)$ e $M_y(z)$; alla base $V_x(H)$, $M_y(H)$ e la profondità della risultante.



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

z (m)	$\sigma_{x,1}$ (kPa)	$\sigma_{x,2}$ (kPa)	σ_x (kPa)	V_x (kN/m)	M_y (kN·m/m)
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.45	**24.96**	**1.94**	**26.91**	**8.45**	**1.45**
0.90	17.46	3.43	20.89	19.44	7.84
1.35	10.24	4.23	14.47	27.30	18.46
1.80	5.91	4.39	10.31	32.80	32.06
2.25	3.49	4.13	7.62	36.80	47.76
2.70	2.13	3.65	5.78	39.79	65.02
3.15	1.35	3.10	4.45	42.08	83.47
3.60	0.89	2.58	3.46	43.85	102.82
4.05	0.60	2.11	2.71	45.23	122.87
4.50	0.42	1.71	2.13	46.31	143.48
4.95	0.30	1.39	1.69	47.17	164.52
5.40	0.22	1.13	1.35	47.85	185.91
5.85	0.16	0.92	1.08	48.40	207.57
6.30	0.13	0.75	0.88	48.84	229.45
6.75	0.10	0.62	0.72	49.19	251.51
7.20	0.08	0.51	0.59	49.48	273.71
7.65	0.06	0.42	0.49	49.72	296.03
8.10	0.05	0.36	0.40	49.92	318.46
8.55	0.04	0.30	0.34	50.09	340.96
9.00	0.03	0.25	0.28	50.23	363.53

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

1 Taglio e momento alla base (ultima riga della tabella)

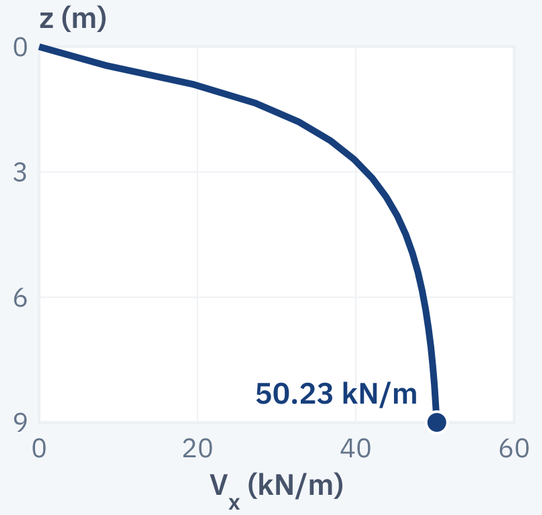
$$V_x(H) = \int_0^H \sigma_x \, dz = \mathbf{50.23}\ \mathrm{kN/m}$$

$$M_y(H) = \int_0^H (H - t)\, \sigma_x \, dt = \mathbf{363.53}\ \mathrm{kN \cdot m/m}$$

2 Linea d'azione della risultante: braccio e profondità

$$L = \frac{M_y(H)}{V_x(H)} = \frac{363.53}{50.23} = \mathbf{7.237}\ \mathrm{m}\ \ \text{(dalla base)}$$

$$z_R = H - L = 9.0 - 7.237 = \mathbf{1.763}\ \mathrm{m}\ \ \text{(dal terreno)}$$



La risultante è **50.23 kN/m** e agisce a **1.76 m** sotto il piano di campagna. Il **92%** della forza proviene dai primi 4.5 m (metà dell'altezza del muro): $V_x(4.5)$ = 46.31 kN/m.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

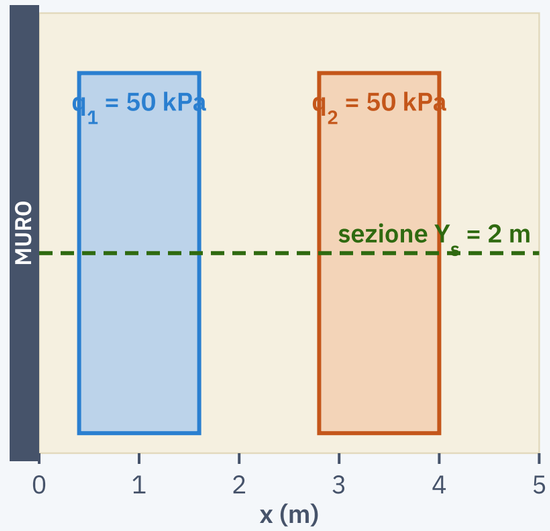
ESEMPIO

Dati

Modello	**I rettangoli dell'Esempio 1; ciascuno da solo, poi entrambi insieme**
Metodi	**muro rigido ($\psi = 2$) e mezzo seminfinito ($\psi = 1$)**

RICHIESTO

Per ogni rettangolo **singolarmente** e nel loro insieme **$\sigma_{x,max}$**, **$V_x(H)$**, **$M_y(H)$** e **z_R**; le stesse grandezze in un mezzo semispazio.



Soluzione

SOLUZIONE

	$\sigma_{x,max}$ (kPa)	z (m)	$V_x(H)$ (kN/m)	$M_y(H)$ (kN·m/m)	z_R (m)	$V_x(H)$, ψ = 1	$M_y(H)$, ψ = 1
Rettangolo 1	25.03	0.419	33.14	260.49	1.140	16.57	130.25
Rettangolo 2	4.40	1.717	17.09	103.04	2.971	8.55	51.52
Entrambi insieme	26.91	0.446	50.23	363.53	1.763	25.12	181.77

1 V e M si sommano; la profondità della risultante è la media ponderata con le forze

$$V_x = 33.14 + 17.09 = \mathbf{50.23}\ \mathrm{kN/m} \qquad M_y = 260.49 + 103.04 = \mathbf{363.53}\ \mathrm{kN \cdot m/m}$$

$$z_R = \frac{V_1 z_{R,1} + V_2 z_{R,2}}{V_1 + V_2} = \frac{33.14(1.140) + 17.09(2.971)}{50.23} = \mathbf{1.763}\ \mathrm{m}$$

I valori del semispazio sono **esattamente la metà** di quelli del muro rigido (V_x 25.12, M_y 181.77), mentre z_R resta invariato. La pressione massima complessiva (26.91 kPa) è minore della somma dei due massimi separati (29.44): i picchi si verificano a profondità diverse (0.42 e 1.72 m).

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

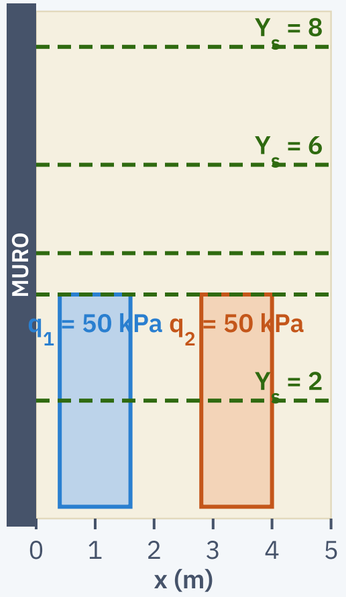
ESEMPIO

RICHIESTO

Per ciascuna sezione: $\sigma_{x,max}$ e la relativa profondità, $V_x(H)$, $M_y(H)$ e z_R; la posizione della sezione rispetto al carico.

Dati

Modello	**I due rettangoli dell'Esempio 1 ($Y_0 = 2.0$ m, $L_y = 3.6$ m: i carichi sono compresi tra $y = 0.2$ – 3.8 m)**
Sezioni	$Y_s = 2.0; 3.0; 3.8; 4.5; 6.0; 8.0$ m



Soluzione

SOLUZIONE

Sezione Y_s (m)	In base al carico	$\sigma_{x,max}$ (kPa)	z (m)	$V_x(H)$ (kN/m)	$M_y(H)$ (kN·m/m)	z_R (m)
2.0	in corrispondenza del centro del carico	26.91	0.446	50.23	363.53	1.763
3.0	all'interno del carico	25.04	0.428	45.78	330.75	1.775
3.8	in corrispondenza del bordo del carico	14.13	0.467	31.31	217.96	2.038
4.5	all'esterno, 0.7 m	5.00	0.998	17.39	110.14	2.667
6.0	all'esterno, 2.2 m	1.39	2.112	6.77	36.89	3.549
8.0	all'esterno, 4.2 m	0.41	3.094	2.44	11.53	4.270

La pressione è massima nella sezione **in corrispondenza del centro del carico** (26.91 kPa) e diminuisce rapidamente con la distanza in pianta: a Y_s = 6 m, V_x scende a circa un settimo, e a 8 m a circa un ventesimo. La sezione Y_s = 3.8 m è **simmetrica** rispetto alla sezione y = 0.2 m (Y_0 ± 1.8 m): i risultati sono identici (V_x = 31.31 kN/m). Se i carichi sono brevi rispetto al muro, si verificano più sezioni.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

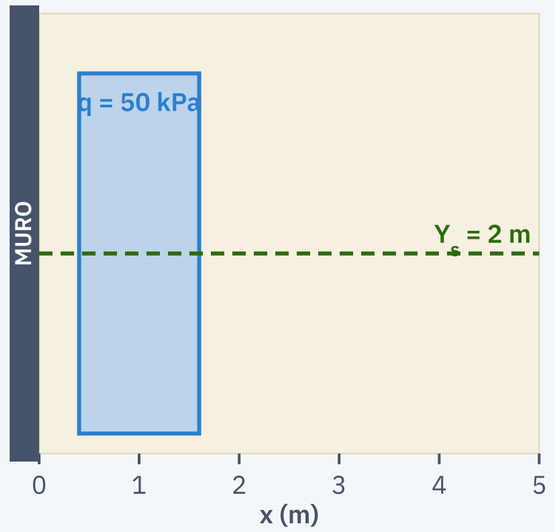
ESEMPIO

Dati

Modello	**rettangolo singolo:** $q = 50$ **kPa,** 1.2×3.6 **m,** $Y_0 = 2.0$ **m;** $\mu = 0.5$**;** $H = 9.0$ **m; muro rigido**
Posizione	$X_0 = 0.6$**;** 1.0**;** 1.6**;** 2.6**;** 4.6 **m, cioè il bordo vicino** $x_1 = 0$**;** 0.4**;** 1.0**;** 2.0**;** 4.0 **m**

RICHIESTO

Per ciascuna posizione, $\sigma_{x,max}$ e la sua profondità, $V_x(H)$, $M_y(H)$ e z_R.



Soluzione

SOLUZIONE

Bordo vicino x_1 (m)	X_0 (m)	$\sigma_{x,max}$ (kPa)	z (m)	V_x(H) (kN/m)	M_y(H) (kN·m/m)	z_R (m)
0.0	0.6	50.00	0.000	35.77	295.98	0.726
0.4	1.0	25.03	0.419	33.14	260.49	1.140
1.0	1.6	14.01	0.791	28.40	208.03	1.675
2.0	2.6	6.89	1.315	21.32	139.72	2.445
4.0	4.6	2.56	2.315	12.59	67.76	3.617

Allontanando il carico dal muro, la pressione massima **diminuisce e si approfondisce**: 50.00 kPa (in superficie) → 2.56 kPa (2.32 m). Per un carico adiacente al muro ($x_1 = 0$) la pressione massima è in superficie ed è pari a **q = 50 kPa**. V_x invece diminuisce più lentamente (35.77 → 12.59 kN/m); z_R si approfondisce.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

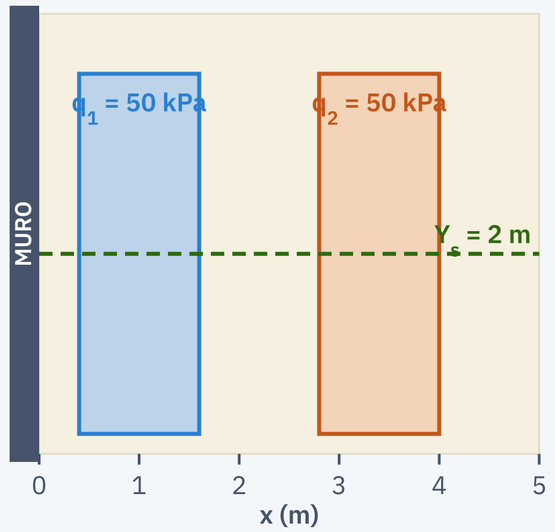
ESEMPIO

Dati

Modello	**I due rettangoli dell'Esempio 1; $H = 9.0$ m; $Y_s = 2.0$ m; muro rigido**
Variabile	$\mu = 0.5; 0.4; 0.3; 0.2$

RICHIESTO

Per ciascun μ, **$\sigma_{x,max}$**, **$V_x(H)$**, **$M_y(H)$**; l'ordinata alla superficie del terreno $\sigma_x(0)$ e la determinazione **manuale** di tale ordinata.



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

μ	1 – 2μ	$\sigma_x(0)$ (kPa)	$\sigma_{x,max}$ (kPa)	z (m)	$V_x(H)$ (kN/m)	$M_y(H)$ (kN·m/m)
0.5	0.0	0.00	26.91	0.446	50.23	363.53
0.4	0.2	−4.18	23.54	0.459	41.47	303.91
0.3	0.4	−8.36	20.19	0.473	32.72	244.28
0.2	0.6	−12.54	16.88	0.489	23.96	184.66

Al diminuire di μ la pressione e la forza **si riducono in modo marcato**: per μ = 0.3 si ha V_X = 32.72 kN/m, il 35% in meno rispetto a μ = 0.5. In superficie si forma un'**ordinata negativa (di trazione)**; V_X e M_y si ottengono integrando il profilo con i segni.

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

1 Per z = 0, R = r, (1 − z/R) = 1: resta solo il secondo termine di G e si ha ∫ y/(x² + y²) dx = tan⁻¹(x/y)

$$\sigma_x(0) = -\psi\, q\, \frac{(1-2\mu)}{\pi}\left[\tan^{-1}\frac{x_2}{y_2} - \tan^{-1}\frac{x_1}{y_2}\right] \qquad (y_1 = -y_2)$$

2 Rettangolo 1 (x = 0.4 – 1.6 m), rettangolo 2 (x = 2.8 – 4.0 m); per μ = 0.4 si ha 1 − 2μ = 0.2

$$\sigma_{x,1}(0) = -2(50)\frac{0.2}{\pi}\left[\tan^{-1}\frac{1.6}{1.8} - \tan^{-1}\frac{0.4}{1.8}\right] = -6.366(0.5080) = -3.234\ \text{kPa}$$

$$\sigma_{x,2}(0) = -6.366\left[\tan^{-1}\frac{4.0}{1.8} - \tan^{-1}\frac{2.8}{1.8}\right] = -6.366(0.1485) = -0.945\ \text{kPa}$$

$$\sigma_x(0) = -3.234 + -0.945 = \mathbf{-4.18}\ \text{kPa}$$

A mano −4.18 kPa; modulo −4.18 kPa. L'ordinata in superficie è proporzionale a **(1 – 2μ)**: nulla per μ = 0.5, −12.54 kPa per μ = 0.2.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

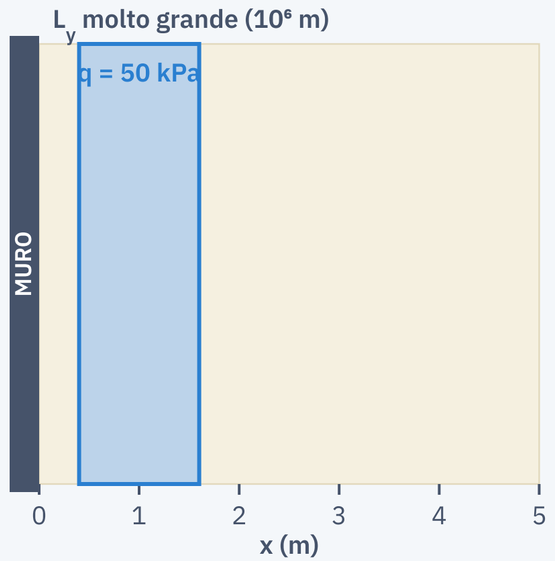
ESEMPIO

Dati

Modello	**rettangolo singolo:** $q = 50$ **kPa,** $x_1 = 0.4$ **m,** $x_2 = 1.6$ **m (**$L_x = 1.2$ **m),** $L_y = 10^6$ **m;** $H = 9.0$ **m; muro rigido**
Coefficiente di Poisson	$\mu = 0.5$ **e** $\mu = 0.2$

RICHIESTO

Con la formula del **carico a striscia** (a mano) σ_x per z = 0.5; 1; 2; 4 m; confronto con il modulo areale; $V_x(H)$.



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 Carico a striscia (deformazione piana), muro rigido: $\beta = \tan^{-1}(x_2/z) - \tan^{-1}(x_1/z)$, $\alpha = \tan^{-1}(x_1/z) + \beta/2$

$$\sigma_x = \psi \frac{q}{\pi}\left(\beta - \sin\beta\cos 2\alpha\right) \qquad z = 1.0\ \text{m}:$$

$$\beta = \tan^{-1} 1.6 - \tan^{-1} 0.4 = 0.6317 \quad \alpha = 0.3805 + \frac{0.6317}{2} = 0.6964$$

$$\sigma_x = 2\frac{50}{\pi}\left(0.6317 - \sin 0.6317\cos 1.3927\right) = \mathbf{16.777}\ \text{kPa}$$

La formula del carico a striscia dà **16.777 kPa**; il modulo areale ($L_y = 10^6$ m) trova lo stesso valore: un'area rettangolare molto lunga si riduce a un carico a striscia. Il confronto per quattro profondità è nella pagina successiva.

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

z (m)	β (rad)	α (rad)	σ_x, formula del carico a striscia (kPa)	Modulo d'area, μ = 0.5	Modulo d'area, μ = 0.2
0.5	0.5932	0.9713	**25.346**	25.346	25.346
1.0	0.6317	0.6964	**16.777**	16.777	16.777
2.0	0.4773	0.4361	**5.788**	5.788	5.788
4.0	0.2808	0.2401	**1.115**	1.115	1.115

2 Sforzo di taglio: forma chiusa per la striscia; il modulo areale fornisce lo stesso valore

$$V_x(H) = \psi \frac{q}{\pi} H \left[\tan^{-1}\frac{x_2}{H} - \tan^{-1}\frac{x_1}{H}\right] = \mathbf{37.68}\ \mathrm{kN/m}$$

Con la formula per striscia, il modulo areale a μ = 0.5 è **identico**, mentre a μ = 0.2 coincide con una differenza massima di 10^{-4} kPa: per un rettangolo molto allungato il risultato è indipendente da μ. V_X(H) = 37.68 kN/m.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Sintesi

Punti chiave

$\sigma_x(z) = \psi \Sigma q \int [G(x,y_2,z) - G(x,y_1,z)]\, dx$: soluzione in forma chiusa (G) lungo il muro, integrazione numerica adattativa nella direzione perpendicolare al muro; **$\psi = 2$** muro rigido, **$\psi = 1$** mezzo semi-infinito

$V_x(z) = \int \sigma_x\, dt$, **$M_y(z) = \int (z - t)\, \sigma_x\, dt$**; la profondità della risultante $z_R = H - M_y/V_x$

Esempio introduttivo (z = 0.446 m): $\sigma_x = 24.98 + 1.93 =$ **26.91 kPa** (pressione massima); $V_x(H) =$ **50.23 kN/m**, $M_y(H) =$ **363.53 kN·m/m**, $z_R = 1.76$ m

La pressione è massima quando la **sezione** passa per il centro del carico; la distanza e **la distanza del carico dal muro** riducono rapidamente la pressione; per un carico adiacente al muro, alla superficie $\sigma_x = q$

Il **coefficiente di Poisson** modifica molto il risultato ($\mu = 0.3$: V_x è inferiore di circa il 35%); per $\mu < 0.5$ si ha un'ordinata di trazione in superficie; un carico a striscia rettangolare molto lungo dà

Bibliografia

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning; questa pagina fa riferimento a tale testo.

Boussinesq, J. (1883). Application des Potentiels à l’Étude de l’Équilibre et du Mouvement des Solides Élastiques. Gauthier-Villars, Paris.

Mindlin, R.D. (1936). Discussion: Pressure distribution on retaining walls. Proc. 1st Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Harvard, Vol. III, 155–156.

NOTA

Tutti gli esempi numerici sono stati prodotti con il motore di calcolo del modulo stesso; il modulo restituisce gli stessi valori. L'esempio iniziale del modulo è un muro con due rettangoli (H = 9 m, μ = 0.5, Y_s = 2 m).

GeoTerva

Calcoli geotecnici online

Dalla teoria alla pratica

Inserire in GeoTerva i propri carichi rettangolari, la posizione della sezione, il coefficiente di Poisson e l'altezza del muro; il modulo fornisce insieme il profilo delle pressioni, il taglio e il momento, il contributo separato di ciascun carico, le tre viste, la soluzione passo per passo e la relazione.

Aprire il modulo →

Pagina di teoria →

Aprire dallo smartphone

I moduli di prova non richiedono registrazione.

Se si desidera utilizzarli nelle proprie lezioni: info@geoterva.com