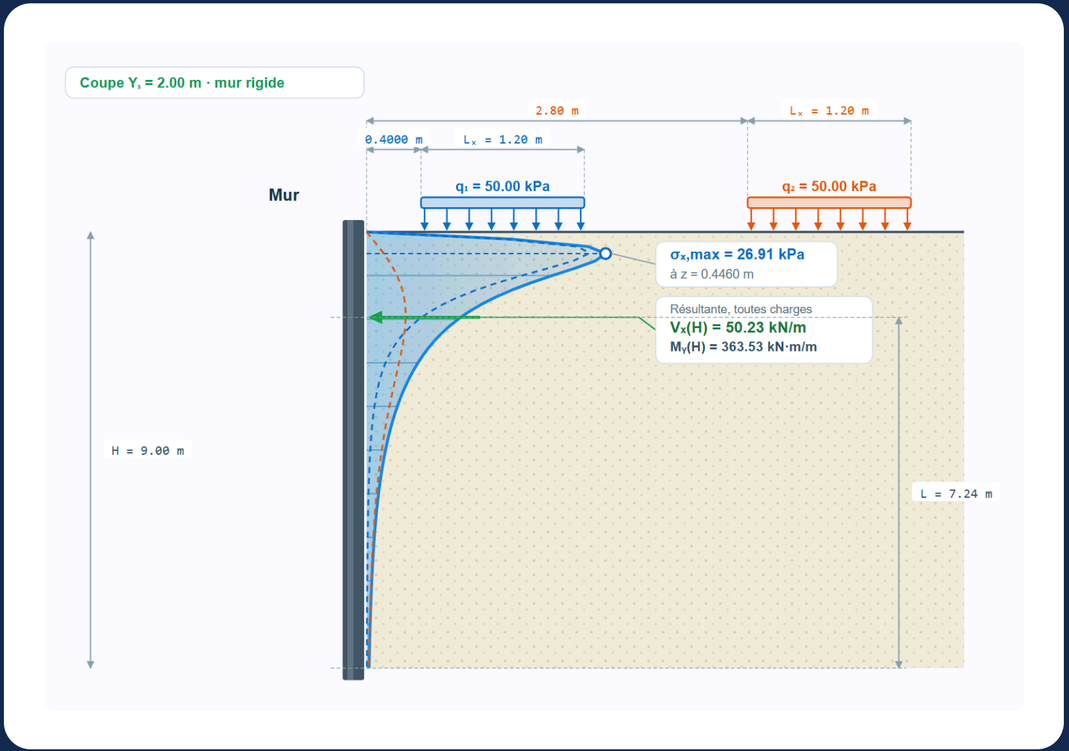
Présentation de cours de géotechnique · Surcharges

Charges réparties sur une surface

Cours : charges de surface rectangulaires à proximité d'un mur ; l'exemple initial est résolu à la main à la profondeur de pression maximale, les autres sujets étant traités par des tableaux.

Boussinesq σx | Intégration sur le rectangle | Mur rigide ψ = 2 | Effort tranchant et moment | Résolvable à la main



Que verrons-nous dans ce cours ?

La pression latérale exercée sur le mur par une charge rectangulaire de surface : la charge est la somme des charges ponctuelles **dP = q·dA**, et l'effet de chacune est obtenu par la solution de Boussinesq

Les grandeurs **x_1, x_2, y_1, y_2** qui donnent la position et les dimensions en plan, et l'intégration **exacte le long du mur et numérique dans la direction perpendiculaire au mur**

La différence entre un **mur rigide** (ψ = 2) et un **milieu semi-infini** (ψ = 1)

La détermination de l'**effort tranchant V_x** et du **moment fléchissant M_y** à partir du profil de pression

L'effet de la position de la section, de la distance de la charge au mur et du **coefficient de Poisson**

DÉROULÉ DU COURS

Chaque thème est traité en **trois étapes** :

1 · **Théorie** : formule et justification

2 · **Énoncé** : données et à déterminer

3 · **Solution** : étape par étape, avec les valeurs numériques

Exemple : H = 9 m, μ = 0.5, coupe Y_s = 2 m ; deux rectangles de 1.2 × 3.6 m, q = 50 kPa, X_0 = 1.0 et 3.4 m ; mur rigide.

Charges rectangulaires agissant sur le mur

THÉORIE

Une surcharge de surface rectangulaire est un champ continu de charges ponctuelles verticales **dP = q·dA**

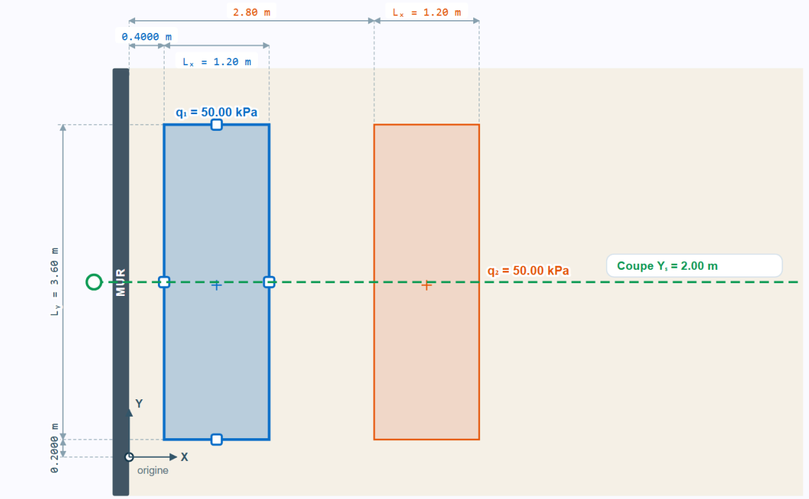
La **contrainte horizontale** produite par chaque charge ponctuelle dans la coupe verticale choisie du mur est obtenue à partir de la solution de Boussinesq, et les contributions de chaque rectangle sont sommées

L'intégration du profil de pression le long du mur donne l'**effort tranchant** et le **moment fléchissant**

$$A = L_x L_y \qquad P = qA$$

$$x_1 = X_0 - \frac{L_x}{2} \quad x_2 = X_0 + \frac{L_x}{2}$$

$$y_1 = Y_0 - \frac{L_y}{2} - Y_s \quad y_2 = Y_0 + \frac{L_y}{2} - Y_s$$



X_0, Y_0 : coordonnées du centre de gravité perpendiculairement au mur et le long du mur
L_x, L_y : côtés ; **Y_s** : coordonnée de la section
Le rectangle est situé derrière la face du mur : $x_1 \geq 0$

σ_x de Boussinesq dans le plan du mur

THÉORIE

Pour un élément dP situé en un point de la coupe, à la profondeur z, avec un décalage en plan **(x, y)**, la **contrainte normale horizontale** perpendiculaire au mur est donnée ci-dessous

$r^2 = x^2 + y^2$ et $R^2 = r^2 + z^2$; $dP = q \cdot dx \cdot dy$

La contrainte horizontale dépend du **coefficient de Poisson μ** ; pour μ = 0.5, le terme affecté du facteur (1 – 2μ) est nul

$$\sigma_x = \frac{dP}{2\pi}\left[\frac{3x^2 z}{R^5} - (1-2\mu)\left(\frac{x^2-y^2}{r^2 R(R+z)} + \frac{y^2 z}{r^2 R^3}\right)\right]$$

$$r^2 = x^2 + y^2 \qquad R^2 = r^2 + z^2 \qquad dP = q\,dx\,dy$$

Solution en forme close le long du mur : G

THÉORIE

Remplacer le rectangle par un maillage fini de charges ponctuelles **converge lentement près du mur**, là où la contrainte varie le plus rapidement

Le long du mur (direction y), l'intégrale admet une **forme fermée** ; l'intégrale restante, dans la direction perpendiculaire au mur (x), est calculée de manière **adaptative** avec une tolérance serrée

$$G(x,y,z) = \frac{1}{2\pi}\left[\frac{x^2 z\, y\,(2y^2+3a^2)}{a^4 R^3} - (1-2\mu)\frac{y\,(1-z/R)}{r^2}\right] \qquad a^2 = x^2+z^2$$

$$\sigma_x(z) = \psi \sum_{\text{charges}} q \int_{x_1}^{x_2} \left[G(x,y_2,z) - G(x,y_1,z)\right] dx$$

Un rectangle très long, quel que soit μ, donne la solution de la **charge en bande en déformation plane** ; le moteur de calcul est vérifié par ce contrôle

Effet du mur : ψ

THÉORIE

Un mur lisse qui ne se déplace pas est représenté par la **réflexion** de chaque charge par rapport à la face du mur : la réflexion annule, dans ce plan, le déplacement normal au mur et la contrainte de cisaillement

Par conséquent, la pression agissant sur le mur est, quelle que soit la valeur de μ, **exactement le double** de la contrainte dans le milieu semi-infini

Un mur qui fléchit assez pour décomprimer le sol se rapproche davantage de la valeur du milieu semi-infini

$$\sigma_{wall} = \psi\,\sigma_x \qquad \psi = 2 \text{ (mur rigide, valeur par défaut)} \qquad \psi = 1 \text{ (milieu semi-infini)}$$

Intégration du profil le long du mur

THÉORIE

Le profil de pression est intégré sur la hauteur du mur, **par unité de longueur** de mur en coupe, une fois pour l'effort tranchant et deux fois pour le moment fléchissant

Les deux sont intégrées de manière **adaptative** entre les lignes du tableau des profondeurs ; le nombre de lignes n_z détermine seulement la part du profil qui est listée

$$V_x(z) = \int_0^z \sigma_x \, dt$$

$$M_y(z) = \int_0^z V_x \, dt = \int_0^z (z - t) \, \sigma_x \, dt$$

Six étapes et un exemple d'ouverture

THÉORIE

1 · Mur et section : H, μ et Y_s sont saisis

2 · Chaque rectangle : q, X_0, Y_0, L_x, L_y ; on détermine x_1, x_2, y_1, y_2

3 · Contrainte due à une charge ponctuelle : r, R et σ_x pour dP = q·dx·dy

4 · Intégration de l'aire : exacte avec G selon y, numérique selon x

5 · Superposition et ψ : chaque rectangle est sommé à la profondeur z, puis le résultat est multiplié par deux pour un mur rigide

6 · intégration le long du mur : $\sigma_x(z)$, puis $V_x(z)$ et $M_y(z)$

$$A = 2 \times 1.2 \times 3.6 = 8.64\ \mathrm{m}^2 \qquad P = 432\ \mathrm{kN} \qquad \sigma_x = 24.98 + 1.93 = 26.91\ \mathrm{kPa}$$

$$V_x(H) = 50.23\ \mathrm{kN/m} \qquad M_y(H) = 363.53\ \mathrm{kN \cdot m/m}$$

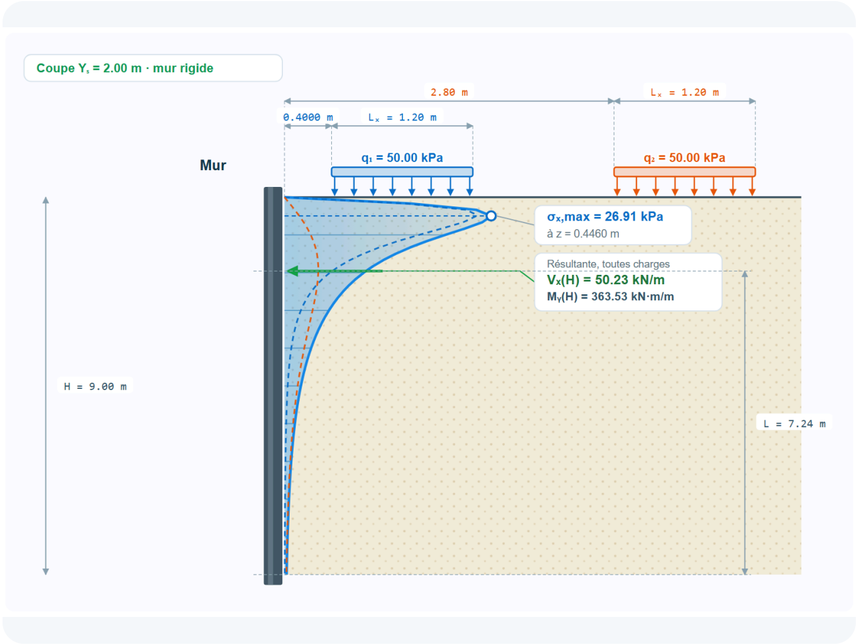
Position, distance et coefficient de Poisson

THÉORIE

La méthode conserve la **position et les dimensions tridimensionnelles** de chaque charge : déplacer un rectangle le long du mur ou à distance du mur, modifier ses dimensions, décaler la coupe ou modifier μ change le profil de pression

La pression atteint sa valeur maximale **dans les sections situées en face** d'une charge et diminue rapidement avec la distance en plan ; lorsque les charges sont courtes par rapport à leur distance au mur, **plusieurs sections** sont vérifiées

Lorsque μ est inférieur à 0.5, des **ordonnées de traction** peuvent apparaître près de la surface ; elles sont données avec leur signe



Énoncé

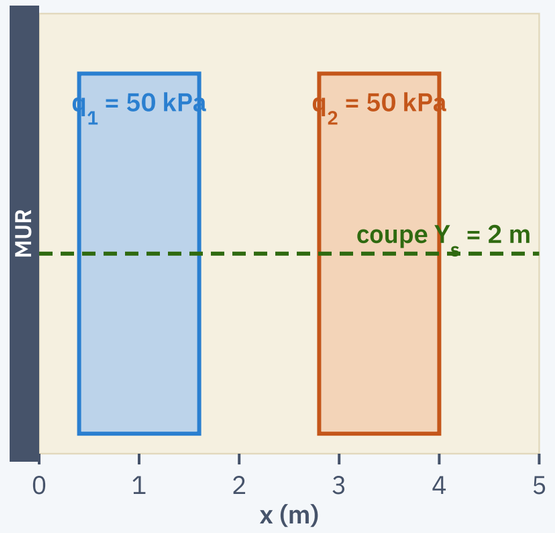
EXEMPLE

Données

Mur et coupe	$H = 9.0$ **m ;** $\mu = 0.5$ **; section** $Y_s = 2.0$ **m ; mur rigide (**$\psi = 2$**)**
Rectangle 1	$q = 50$ **kPa;** $L_x = 1.2$ **m,** $L_y = 3.6$ **m;** $X_0 = 1.0$ **m,** $Y_0 = 2.0$ **m**
Rectangle 2	$q = 50$ **kPa;** 1.2×3.6 **m;** $X_0 = 3.4$ **m,** $Y_0 = 2.0$ **m**

À DÉTERMINER

Contribution σ_x de chaque rectangle à la profondeur **z = 0.446 m** (à la main par **Simpson**) et **σ_x** total ; comparaison avec le résultat du module. Cette profondeur est celle où la pression est la plus grande.



Solution (1/4)

SOLUTION

1 Position des rectangles par rapport à la section (x mesuré depuis le mur, y depuis la section)

$$\text{Rect. } 1 : x_1 = 1.0 - 0.6 = 0.4\ \text{m} \quad x_2 = 1.0 + 0.6 = 1.6\ \text{m}$$

$$\text{Rect. } 2 : x_1 = 3.4 - 0.6 = 2.8\ \text{m} \quad x_2 = 3.4 + 0.6 = 4.0\ \text{m}$$

$$y_1 = 2.0 - 1.8 - 2.0 = -1.8\ \text{m} \quad y_2 = 2.0 + 1.8 - 2.0 = +1.8\ \text{m}$$

2 Aire et charge verticale totale (pour chacune)

$$A = L_x L_y = 1.2 \times 3.6 = 4.32\ \text{m}^2 \qquad P = qA = 50 \times 4.32 = 216\ \text{kN} \qquad \Sigma P = 432\ \text{kN}$$

La coupe passe exactement par le centre des deux rectangles : $\mathbf{y_1 = -y_2}$. Le rectangle 1 commence à 0.4 m du mur et le rectangle 2 à 2.8 m.

Solution (2/4)

SOLUTION

3 μ = 0.5 : (1 − 2μ) = 0, le second terme de G disparaît ; comme $y_1 = -y_2$, $G(x, y_2) - G(x, y_1) = 2G(x, y_2)$

$$f(x) = G(x, y_2, z) - G(x, y_1, z) = \frac{x^2\, z\, y_2\, (2y_2^2 + 3a^2)}{\pi\, a^4 R^3}$$

$$z\, y_2 = 0.8028 \qquad 2y_2^2 = 6.48 \qquad a^2 = x^2 + 0.1989 \qquad R^2 = x^2 + 3.4389$$

4 Règle de Simpson dans la direction perpendiculaire au mur (n intervalles pairs, $h = (x_2 - x_1)/n$) ; $\sigma_x = \psi\, q \int f\, dx$

$$\int_{x_1}^{x_2} f\, dx \approx \frac{h}{3}\left[f_0 + 4f_1 + 2f_2 + 4f_3 + \cdots + 4f_{n-1} + f_n\right]$$

$$\sigma_x = \psi\, q\, \frac{h}{3} \sum c_i\, f_i \qquad (c_i = 1, 4, 2, 4, \ldots, 4, 1)$$

Le rectangle 1 (x = 0.4 – 1.6 m) est proche du mur, où l'intégrande varie rapidement : **n = 8** intervalles ; pour le rectangle 2 (x = 2.8 – 4.0 m), **n = 4** suffit.

Solution (3/4)

SOLUTION

i	x (m)	a² (m²)	R (m)	f(x) (1/m)	c	c·f
0	0.400	0.3589	1.8971	0.35129	1	0.35129
1	0.550	0.5014	1.9343	0.33921	4	1.35683
2	0.700	0.6889	1.9821	0.28954	2	0.57909
3	0.850	0.9214	2.0400	0.23681	4	0.94723
4	1.000	1.1989	2.1069	0.19155	2	0.38310
5	1.150	1.5214	2.1821	0.15520	4	0.62080
6	1.300	1.8889	2.2647	0.12657	2	0.25315
7	1.450	2.3014	2.3540	0.10408	4	0.41632
8	1.600	2.7589	2.4493	0.08632	1	0.08632
				Σ c·f =		**4.99412**

5 σ_x pour le rectangle 1 (h = 0.15 m)

$$\sigma_{x,1} = \psi\, q\, \frac{h}{3} \sum c_i f_i = 2(50)\frac{0.15}{3}(4.99412) = \mathbf{24.97}\ \text{kPa}$$

Simpson (8 intervalles) : **24.97 kPa**. L'intégration adaptative du module donne 24.98 kPa ; écart de 0.03 %.

Solution (4/4)

SOLUTION

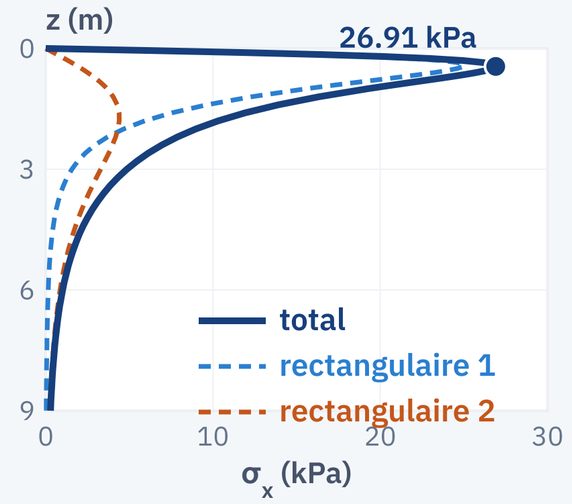
i	x (m)	a² (m²)	R (m)	f(x) (1/m)	c	c·f
0	2.800	8.0389	3.3584	0.02504	1	0.02504
1	3.100	9.8089	3.6123	0.01944	4	0.07777
2	3.400	11.7589	3.8728	0.01536	2	0.03071
3	3.700	13.8889	4.1387	0.01232	4	0.04927
4	4.000	16.1989	4.4090	0.01001	1	0.01001
				Σ c·f =		**0.19281**

6 σ_x pour le rectangle 2 (h = 0.30 m) et superposition

$$\sigma_{x,2} = 2(50)\frac{0.30}{3}(0.19281) = 1.93\ \text{kPa}$$

$$\sigma_x = \sigma_{x,1} + \sigma_{x,2} = 24.97 + 1.93 = \mathbf{26.90}\ \text{kPa}$$

À la main : **24.97 + 1.93 = 26.90 kPa**. Module : 24.98 + 1.93 = **26.91 kPa** (z = 0.446 m) ; identique à l'exemple de la page.



Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

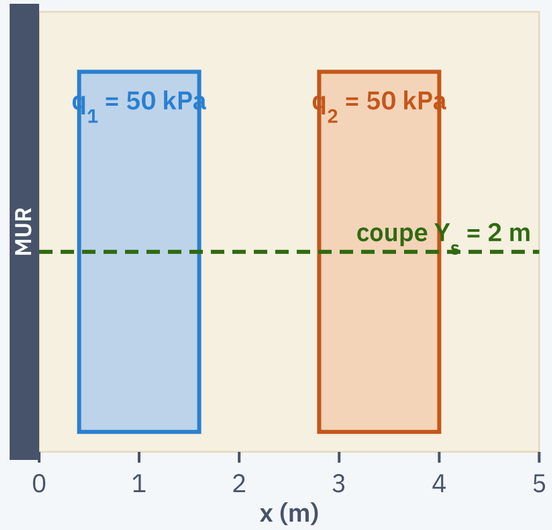
EXEMPLE

Données

Modèle	**Les deux rectangles de l'exemple 1 ;** $H = 9.0$ **m ;** $n_z = 20$ **(espacement des rangées** $H/20 = 0.45$ **m)**
Méthode	**mur rigide (**$\psi = 2$**) ;** $V_x(z) = \int_0^z \sigma_x \, dt$**,** $M_y(z) = \int_0^z (z - t)\, \sigma_x \, dt$

À DÉTERMINER

Pour chaque ligne : **σ_x** (contribution séparée des deux rectangles et leur somme), **$V_x(z)$** et **$M_y(z)$** ; à la base, **$V_x(H)$**, **$M_y(H)$** et la profondeur de la résultante.



Solution (1/2)

SOLUTION

z (m)	$\sigma_{x,1}$ (kPa)	$\sigma_{x,2}$ (kPa)	σ_x (kPa)	V_x (kN/m)	M_y (kN·m/m)
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.45	**24.96**	**1.94**	**26.91**	**8.45**	**1.45**
0.90	17.46	3.43	20.89	19.44	7.84
1.35	10.24	4.23	14.47	27.30	18.46
1.80	5.91	4.39	10.31	32.80	32.06
2.25	3.49	4.13	7.62	36.80	47.76
2.70	2.13	3.65	5.78	39.79	65.02
3.15	1.35	3.10	4.45	42.08	83.47
3.60	0.89	2.58	3.46	43.85	102.82
4.05	0.60	2.11	2.71	45.23	122.87
4.50	0.42	1.71	2.13	46.31	143.48
4.95	0.30	1.39	1.69	47.17	164.52
5.40	0.22	1.13	1.35	47.85	185.91
5.85	0.16	0.92	1.08	48.40	207.57
6.30	0.13	0.75	0.88	48.84	229.45
6.75	0.10	0.62	0.72	49.19	251.51
7.20	0.08	0.51	0.59	49.48	273.71
7.65	0.06	0.42	0.49	49.72	296.03
8.10	0.05	0.36	0.40	49.92	318.46
8.55	0.04	0.30	0.34	50.09	340.96
9.00	0.03	0.25	0.28	50.23	363.53

Solution (2/2)

SOLUTION

1 Effort tranchant et moment à la base (dernière ligne du tableau)

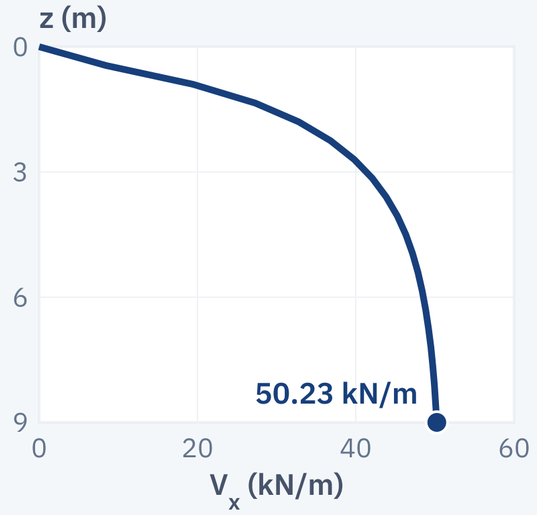
$$V_x(H) = \int_0^H \sigma_x \, dz = \mathbf{50.23}\ \mathrm{kN/m}$$

$$M_y(H) = \int_0^H (H - t)\, \sigma_x \, dt = \mathbf{363.53}\ \mathrm{kN \cdot m/m}$$

2 Ligne d'action de la résultante : bras de levier et sa profondeur

$$L = \frac{M_y(H)}{V_x(H)} = \frac{363.53}{50.23} = \mathbf{7.237}\ \mathrm{m}\ \ (\text{à partir de la base})$$

$$z_R = H - L = 9.0 - 7.237 = \mathbf{1.763}\ \mathrm{m}\ \ (\text{à partir du terrain})$$



La résultante vaut **50.23 kN/m** et s'exerce à **1.76 m** sous la surface du sol. **92 %** de la force provient des 4.5 m supérieurs (la moitié de la hauteur du mur) : $V_X(4.5)$ = 46.31 kN/m.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

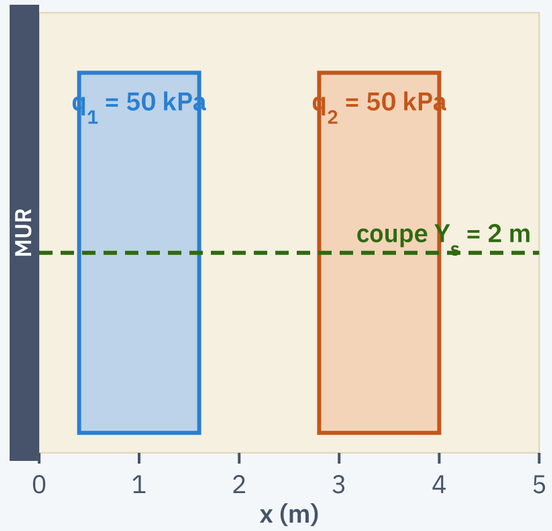
EXEMPLE

Données

Modèle	**Les rectangles de l'exemple 1 ; chacun seul, puis les deux ensemble**
Méthodes	**mur rigide ($\psi = 2$) et milieu semi-infini ($\psi = 1$)**

À DÉTERMINER

Pour chaque rectangle **pris isolément** et pour l'ensemble des rectangles : **$\sigma_{x,max}$**, **$V_x(H)$**, **$M_y(H)$** et **z_R** ; les mêmes grandeurs dans un milieu semi-infini.



Solution

SOLUTION

	$\sigma_{x,max}$ (kPa)	z (m)	$V_x(H)$ (kN/m)	$M_y(H)$ (kN·m/m)	z_R (m)	$V_x(H)$, ψ = 1	$M_y(H)$, ψ = 1
Rectangle 1	25.03	0.419	33.14	260.49	1.140	16.57	130.25
Rectangle 2	4.40	1.717	17.09	103.04	2.971	8.55	51.52
Les deux ensemble	26.91	0.446	50.23	363.53	1.763	25.12	181.77

1 V et M sont cumulés ; la profondeur de la résultante est la moyenne pondérée par les forces

$$V_x = 33.14 + 17.09 = \mathbf{50.23}\ \mathrm{kN/m} \qquad M_y = 260.49 + 103.04 = \mathbf{363.53}\ \mathrm{kN \cdot m/m}$$

$$z_R = \frac{V_1 z_{R,1} + V_2 z_{R,2}}{V_1 + V_2} = \frac{33.14(1.140) + 17.09(2.971)}{50.23} = \mathbf{1.763}\ \mathrm{m}$$

Les valeurs du massif semi-infini valent **exactement la moitié** de celles du mur rigide (V_x 25.12, M_y 181.77), z_R restant inchangé. La pression maximale totale (26.91 kPa) est inférieure à la somme des deux maxima distincts (29.44) : les pics se situent à des profondeurs différentes (0.42 et 1.72 m).

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

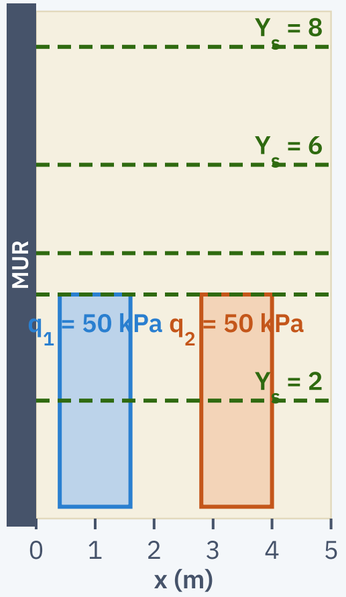
EXEMPLE

Données

Modèle	**Les deux rectangles de l'Exemple 1 ($Y_0 = 2.0$ m, $L_y = 3.6$ m : les charges sont comprises entre $y = 0.2 – 3.8$ m)**
Coupes	$Y_s = 2.0; 3.0; 3.8; 4.5; 6.0; 8.0$ m

À DÉTERMINER

Pour chaque coupe, $\sigma_{x,max}$ et sa profondeur, $V_x(H)$, $M_y(H)$ et z_R ; position de la coupe par rapport à la charge.



Solution

SOLUTION

Coupe Y_s (m)	Selon la charge	$\sigma_{x,max}$ (kPa)	z (m)	$V_x(H)$ (kN/m)	$M_y(H)$ (kN·m/m)	z_R (m)
2.0	au centre de la charge	26.91	0.446	50.23	363.53	1.763
3.0	à l'intérieur de la charge	25.04	0.428	45.78	330.75	1.775
3.8	au bord de la charge	14.13	0.467	31.31	217.96	2.038
4.5	à l'extérieur, 0.7 m	5.00	0.998	17.39	110.14	2.667
6.0	au-delà, 2.2 m	1.39	2.112	6.77	36.89	3.549
8.0	au-delà, 4.2 m	0.41	3.094	2.44	11.53	4.270

La pression est maximale dans la section **au centre de la charge** (26.91 kPa) et décroît rapidement avec la distance en plan : pour Y_S = 6 m, V_X tombe à environ un septième et, pour 8 m, à environ un vingtième. La section Y_S = 3.8 m est **symétrique** de la section y = 0.2 m (Y_0 ± 1.8 m) : les résultats sont identiques (V_X = 31.31 kN/m). Si les charges sont courtes par rapport au mur, plusieurs sections sont vérifiées.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

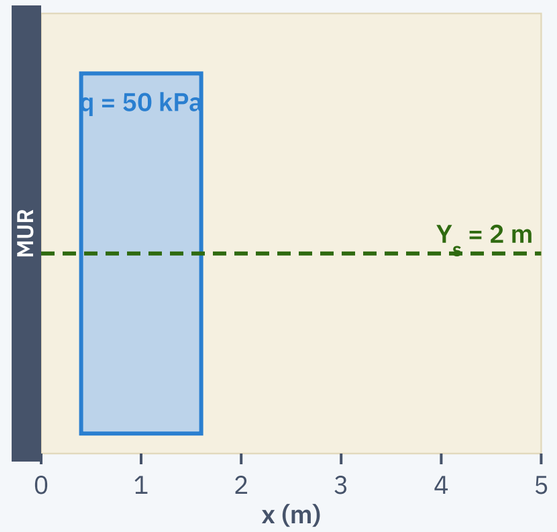
EXEMPLE

Données

Modèle	**rectangle unique : $q = 50$ kPa, 1.2×3.6 m, $Y_0 = 2.0$ m ; $\mu = 0.5$; $H = 9.0$ m ; mur rigide**
Localisation	$X_0 = 0.6$; 1.0 ; 1.6 ; 2.6 ; 4.6 **m, soit le bord proche** $x_1 = 0$; 0.4 ; 1.0 ; 2.0 ; 4.0 **m**

À DÉTERMINER

Pour chaque position, **$\sigma_{x,max}$** et sa profondeur, **$V_x(H)$**, **$M_y(H)$** et **z_R**.



Solution

SOLUTION

Bord proche x_1 (m)	X_0 (m)	$\sigma_{x,max}$ (kPa)	z (m)	V_x(H) (kN/m)	M_y(H) (kN·m/m)	z_R (m)
0.0	0.6	50.00	0.000	35.77	295.98	0.726
0.4	1.0	25.03	0.419	33.14	260.49	1.140
1.0	1.6	14.01	0.791	28.40	208.03	1.675
2.0	2.6	6.89	1.315	21.32	139.72	2.445
4.0	4.6	2.56	2.315	12.59	67.76	3.617

À mesure que la charge s'éloigne du mur, la pression maximale **diminue et se déplace vers le bas** : 50.00 kPa (en surface) → 2.56 kPa (2.32 m). Pour une charge adjacente au mur (x_1 = 0), la pression maximale est en surface et est égale à **q = 50 kPa**. V_x diminue en revanche plus lentement (35.77 → 12.59 kN/m) ; z_R augmente.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

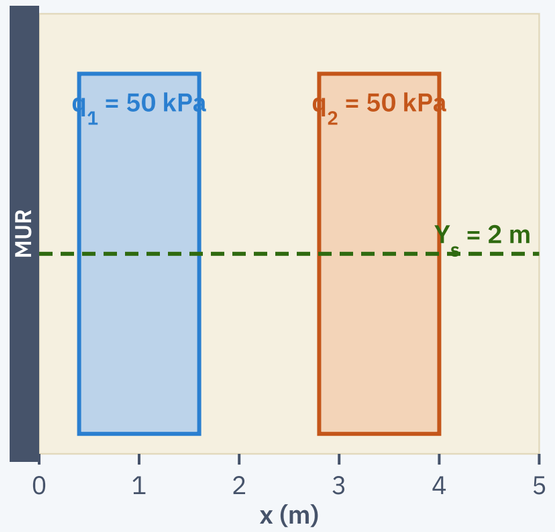
EXEMPLE

Données

Modèle	**Les deux rectangles de l'exemple 1 ; $H = 9.0$ m ; $Y_s = 2.0$ m ; mur rigide**
Variable	$\mu = 0.5; 0.4; 0.3; 0.2$

À DÉTERMINER

Pour chaque μ, **$\sigma_{x,max}$**, **$V_x(H)$**, **$M_y(H)$** ; l'ordonnée à la surface du sol $\sigma_x(0)$ et la détermination **manuelle** de cette ordonnée.



Solution (1/2)

SOLUTION

μ	1 – 2μ	$\sigma_x(0)$ (kPa)	$\sigma_{x,max}$ (kPa)	z (m)	$V_x(H)$ (kN/m)	$M_y(H)$ (kN·m/m)
0.5	0.0	0.00	26.91	0.446	50.23	363.53
0.4	0.2	−4.18	23.54	0.459	41.47	303.91
0.3	0.4	−8.36	20.19	0.473	32.72	244.28
0.2	0.6	−12.54	16.88	0.489	23.96	184.66

Lorsque μ diminue, la pression et l'effort **diminuent nettement** : pour μ = 0.3, V_X = 32.72 kN/m, soit 35 % de moins que pour μ = 0.5. Une **ordonnée négative (traction)** apparaît en surface ; V_X et M_y sont intégrés à partir du profil signé.

Solution (2/2)

SOLUTION

1 Pour z = 0, R = r, (1 – z/R) = 1 : il ne reste que le second terme de G, et ∫ y/(x² + y²) dx = tan⁻¹(x/y)

$$\sigma_x(0) = -\psi\, q\, \frac{(1-2\mu)}{\pi}\left[\tan^{-1}\frac{x_2}{y_2} - \tan^{-1}\frac{x_1}{y_2}\right] \qquad (y_1 = -y_2)$$

2 Rectangle 1 (x = 0.4 – 1.6 m), rectangle 2 (x = 2.8 – 4.0 m) ; pour μ = 0.4, 1 – 2μ = 0.2

$$\sigma_{x,1}(0) = -2(50)\frac{0.2}{\pi}\left[\tan^{-1}\frac{1.6}{1.8} - \tan^{-1}\frac{0.4}{1.8}\right] = -6.366(0.5080) = -3.234\ \text{kPa}$$

$$\sigma_{x,2}(0) = -6.366\left[\tan^{-1}\frac{4.0}{1.8} - \tan^{-1}\frac{2.8}{1.8}\right] = -6.366(0.1485) = -0.945\ \text{kPa}$$

$$\sigma_x(0) = -3.234 + -0.945 = \mathbf{-4.18}\ \text{kPa}$$

À la main –4.18 kPa ; module –4.18 kPa. L'ordonnée en surface est proportionnelle à **(1 – 2μ)** : nulle pour μ = 0.5, –12.54 kPa pour μ = 0.2.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

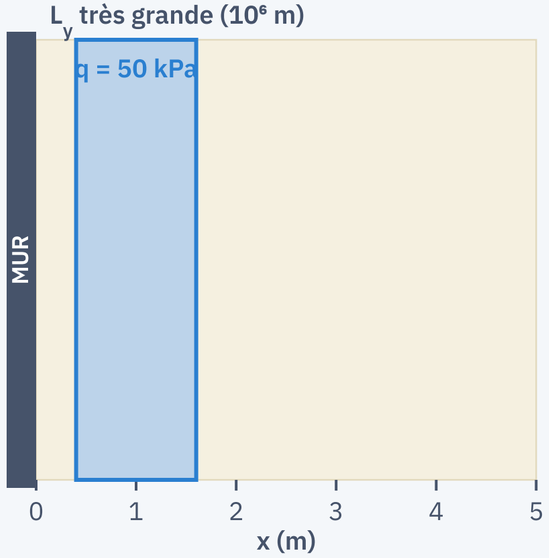
EXEMPLE

Données

Modèle	**rectangle unique : $q = 50$ kPa, $x_1 = 0.4$ m, $x_2 = 1.6$ m ($L_x = 1.2$ m), $L_y = 10^6$ m ; $H = 9.0$ m ; mur rigide**
Coefficient de Poisson	$\mu = 0.5$ **et** $\mu = 0.2$

À DÉTERMINER

Avec la formule de la **charge en bande** (à la main), **σ_x** pour z = 0.5 ; 1 ; 2 ; 4 m ; comparaison avec le module de charge répartie sur une surface ; **$V_x(H)$**.



Solution (1/2)

SOLUTION

1 Charge en bande (déformation plane), mur rigide : β = $\tan^{-1}(x_2/z) - \tan^{-1}(x_1/z)$, α = $\tan^{-1}(x_1/z) + \beta/2$

$$\sigma_x = \psi \frac{q}{\pi} (\beta - \sin\beta \cos 2\alpha) \qquad z = 1.0 \text{ m} :$$

$$\beta = \tan^{-1} 1.6 - \tan^{-1} 0.4 = 0.6317 \quad \alpha = 0.3805 + \frac{0.6317}{2} = 0.6964$$

$$\sigma_x = 2\frac{50}{\pi} (0.6317 - \sin 0.6317 \cos 1.3927) = \mathbf{16.777} \text{ kPa}$$

La formule de la bande donne **16.777 kPa** ; le module de charge sur une aire ($L_y = 10^6$ m) trouve la même valeur : un rectangle très long se ramène à une charge en bande. La comparaison pour quatre profondeurs figure à la page suivante.

Solution (2/2)

SOLUTION

z (m)	β (rad)	α (rad)	σ_x, formule de la bande (kPa)	Module de surface, μ = 0.5	Module de surface, μ = 0.2
0.5	0.5932	0.9713	**25.346**	25.346	25.346
1.0	0.6317	0.6964	**16.777**	16.777	16.777
2.0	0.4773	0.4361	**5.788**	5.788	5.788
4.0	0.2808	0.2401	**1.115**	1.115	1.115

2 Effort tranchant : forme fermée pour la bande ; le module d'aire donne la même valeur

$$V_x(H) = \psi \frac{q}{\pi} H \left[\tan^{-1}\frac{x_2}{H} - \tan^{-1}\frac{x_1}{H}\right] = \mathbf{37.68}\ \mathrm{kN/m}$$

Avec la formule de la bande, le module de charge répartie sur une surface donne un résultat **identique** pour μ = 0.5 et, pour μ = 0.2, concorde avec un écart d'au plus 10^{-4} kPa : pour un rectangle très long, le résultat est indépendant de μ. V_x(H) = 37.68 kN/m.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Synthèse

Points à retenir

$\sigma_x(z) = \psi \Sigma q \int [G(x,y_2,z) - G(x,y_1,z)]\, dx$: solution fermée (G) le long du mur, intégration numérique adaptative dans la direction perpendiculaire au mur ; **$\psi = 2$** mur rigide, **$\psi = 1$** milieu semi-infini

$V_x(z) = \int \sigma_x\, dt$, **$M_y(z) = \int (z - t)\, \sigma_x\, dt$** ; profondeur de la résultante $z_R = H - M_y/V_x$

Exemple d'ouverture (z = 0.446 m) : $\sigma_x = 24.98 + 1.93 =$ **26.91 kPa** (pression maximale) ; $V_x(H) =$ **50.23 kN/m**, $M_y(H) =$ **363.53 kN·m/m**, $z_R = 1.76$ m

La pression est maximale lorsque la **coupe** passe par le centre de la charge ; l'éloignement et **la distance de la charge au mur** réduisent rapidement la pression ; pour une charge adjacente au mur, $\sigma_x = q$ à la surface

Le **coefficient de Poisson** modifie fortement le résultat ($\mu = 0.3$: V_x est sous-estimé d'environ 35 %) ; pour $\mu < 0.5$, ordonnée de traction en surface ; une charge en bande rectangulaire très longue donne

Références bibliographiques

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning ; la présente page s’y conforme.

Boussinesq, J. (1883). Application des Potentiels à l’Étude de l’Équilibre et du Mouvement des Solides Élastiques. Gauthier-Villars, Paris.

Mindlin, R.D. (1936). Discussion: Pressure distribution on retaining walls. Proc. 1st Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Harvard, Vol. III, 155–156.

REMARQUE

Tous les exemples numériques ont été produits avec le moteur de calcul propre du module ; le module donne les mêmes valeurs. L'exemple d'ouverture du module est un mur à deux rectangles (H = 9 m, μ = 0.5, Y_S = 2 m).

Calculs géotechniques en ligne

De la théorie à la pratique

Saisir dans GeoTerva les charges rectangulaires, la position de la coupe, le coefficient de Poisson et la hauteur du mur ; le module fournit ensemble le profil de pression, l'effort tranchant et le moment, la contribution séparée de chaque charge, les trois vues, la solution pas à pas et le rapport.

Ouvrir sur smartphone
Les modules d'essai ne nécessitent pas d'inscription.

Ouvrir le module →

Page de théorie →

Si vous souhaitez les utiliser dans vos cours : info@geoterva.com