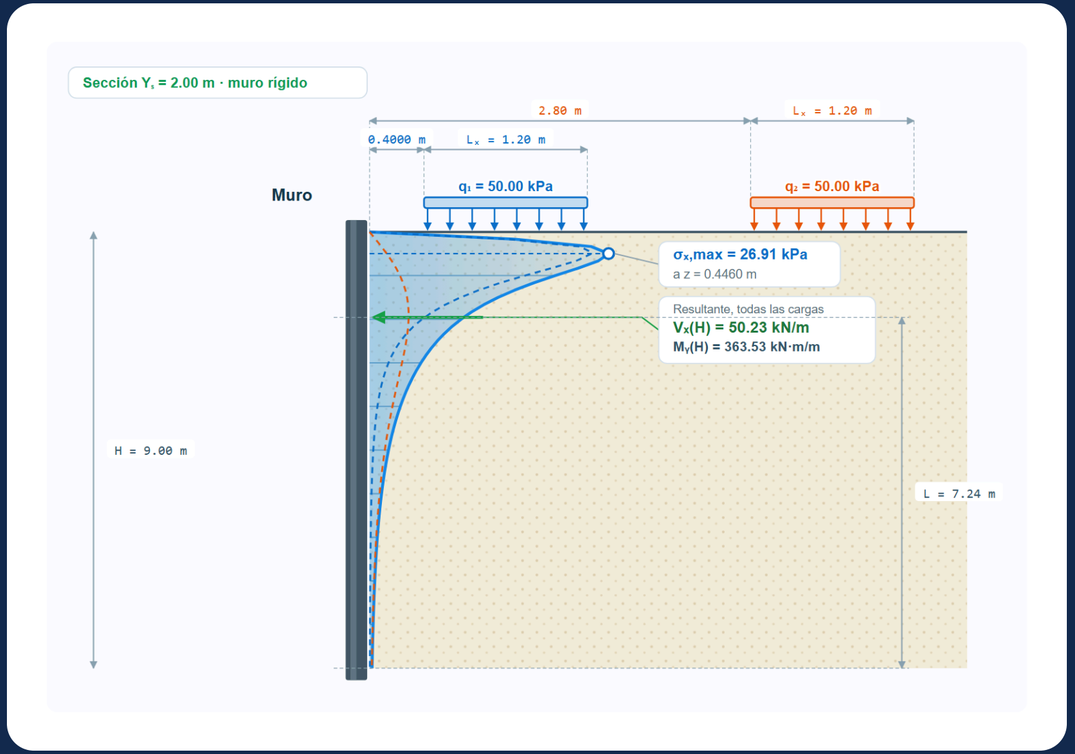
Presentación de clase de geotecnia · Sobrecargas

Sobrecargas sobre un área

Clase: sobrecargas superficiales rectangulares próximas a un muro; el ejemplo inicial se resuelve a mano a la profundidad de la presión máxima, y el resto de los temas con tablas.

- Boussinesq σx
- Integración sobre el rectángulo
- Muro rígido ψ = 2
- Esfuerzo cortante y momento
- Resoluble a mano



Introducción

¿Qué aprenderemos en esta clase?

La presión lateral que ejerce sobre el muro una carga superficial rectangular: la carga es la suma de las cargas puntuales **dP = q·dA** y el efecto de cada una se obtiene con la solución de Boussinesq

Las magnitudes x_1, x_2, y_1, y_2 que dan la posición y las dimensiones en planta, y la integración **exacta a lo largo del muro y numérica en la dirección perpendicular al muro**

La diferencia entre el **muro rígido** (ψ = 2) y el **medio semiinfinito** (ψ = 1)

La obtención de la **fuerza cortante V_x** y del **momento flector M_y** a partir del perfil de presiones

El efecto de la posición de la sección, de la distancia de la carga al muro y del **coeficiente de Poisson**

DESARROLLO DE LA CLASE

Cada tema se desarrolla en **tres pasos**:

1 · **Teoría**: fórmula y su justificación

2 · **Enunciado**: datos y se pide

3 · **Solución**: paso a paso, con números

Ejemplo: H = 9 m, μ = 0.5, sección Y_s = 2 m; dos rectángulos de 1.2 × 3.6 m, q = 50 kPa, X_0 = 1.0 y 3.4 m; muro rígido.

Cargas rectangulares que actúan sobre el muro

TEORÍA

Una sobrecarga superficial rectangular es un campo continuo de cargas puntuales verticales **dP = q·dA**

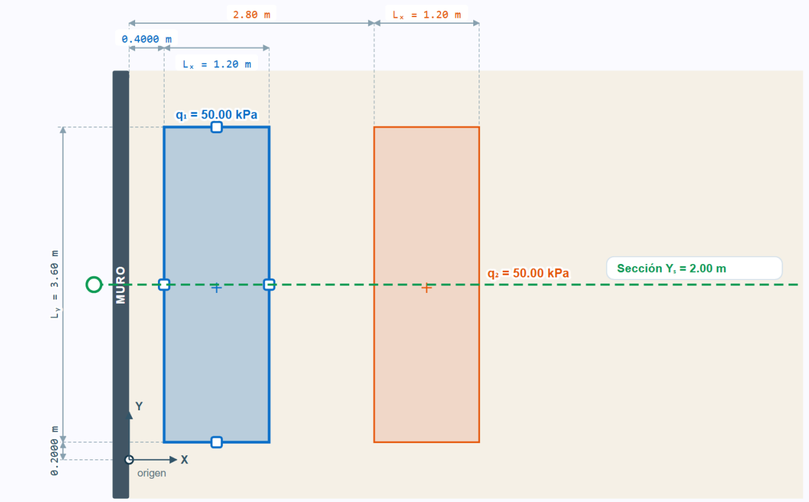
La **tensión horizontal** que produce cada carga puntual en la sección vertical elegida del muro se obtiene de la solución de Boussinesq, y se suman las contribuciones de cada rectángulo

Al integrar el perfil de presiones a lo largo del muro se obtienen el **esfuerzo cortante** y el **momento flector**

$$A = L_x L_y \qquad P = qA$$

$$x_1 = X_0 - \frac{L_x}{2} \quad x_2 = X_0 + \frac{L_x}{2}$$

$$y_1 = Y_0 - \frac{L_y}{2} - Y_s \quad y_2 = Y_0 + \frac{L_y}{2} - Y_s$$



X_0, Y_0: coordenadas del centroide perpendicular al muro y a lo largo de este

L_x, L_y: lados; **Y_s**: coordenada de la sección

El rectángulo está detrás de la cara del muro: $x_1 \geq 0$

σ_x de Boussinesq en el plano del muro

TEORÍA

Para un elemento dP situado en un punto de la sección a la profundidad z y con posición en planta **(x, y)**, la **tensión normal horizontal** perpendicular al muro es la siguiente

$r^2 = x^2 + y^2$ y $R^2 = r^2 + z^2$; $dP = q \cdot dx \cdot dy$

La tensión horizontal depende del **coeficiente de Poisson μ**; para μ = 0.5 el término con el factor (1 – 2μ) es nulo

$$\sigma_x = \frac{dP}{2\pi}\left[\frac{3x^2 z}{R^5} - (1-2\mu)\left(\frac{x^2-y^2}{r^2 R(R+z)} + \frac{y^2 z}{r^2 R^3}\right)\right]$$

$$r^2 = x^2 + y^2 \qquad R^2 = r^2 + z^2 \qquad dP = q\,dx\,dy$$

Solución cerrada a lo largo del muro: G

TEORÍA

Sustituir el rectángulo por una malla finita de cargas puntuales **converge lentamente cerca del muro**, donde la tensión varía con mayor rapidez

A lo largo del muro (dirección y) la integral tiene una **forma cerrada**; la integral restante, en la dirección perpendicular al muro (x), se calcula de forma **adaptativa** con una tolerancia estricta

$$G(x,y,z) = \frac{1}{2\pi}\left[\frac{x^2 z\, y\,(2y^2+3a^2)}{a^4 R^3} - (1-2\mu)\frac{y\,(1-z/R)}{r^2}\right] \qquad a^2 = x^2+z^2$$

$$\sigma_x(z) = \psi \sum_{\text{cargas}} q \int_{x_1}^{x_2} \left[G(x,y_2,z) - G(x,y_1,z)\right] dx$$

Un rectángulo muy largo, cualquiera que sea μ, conduce a la solución de la **carga en franja en deformación plana**; el motor de cálculo se contrasta con esta comprobación

Efecto del muro: ψ

TEORÍA

Un muro liso que no se mueve se representa mediante la **reflexión** de cada carga respecto de la cara del muro: la reflexión anula el desplazamiento normal al muro y la tensión tangencial en ese plano

Por ello la presión que actúa sobre el muro es, sea cual sea μ, **exactamente el doble** de la tensión en el medio semiinfinito

Un muro que se deforma lo bastante como para aflojar el suelo se acerca más al valor del medio semiinfinito

$$\sigma_{wall} = \psi\,\sigma_x \qquad \psi = 2\ (\text{muro rígido, predeterminado}) \qquad \psi = 1\ (\text{medio semiinfinito})$$

Integración del perfil a lo largo del muro

TEORÍA

El perfil de presiones se integra a lo largo del muro, **por unidad de longitud** de la sección transversal, una vez para la fuerza cortante y dos veces para el momento flector

Ambas se integran de forma **adaptativa** entre las filas de la tabla de profundidades; el número de filas n_z solo determina qué parte del perfil se lista

$$V_x(z) = \int_0^z \sigma_x \, dt$$

$$M_y(z) = \int_0^z V_x \, dt = \int_0^z (z - t)\, \sigma_x \, dt$$

Seis pasos y un ejemplo inicial

TEORÍA

1 · Muro y sección: se introducen H, μ e Y_s

2 · Cada rectángulo: q, X_0, Y_0, L_x, L_y; se obtienen x_1, x_2, y_1, y_2

3 · Tensión debida a una carga puntual: r, R y σ_x para dP = q·dx·dy

4 · Integración del área: exacta con G en la dirección y, numérica en la dirección x

5 · Superposición y ψ: cada rectángulo se suma a la profundidad z y, para un muro rígido, se multiplica por dos

6 · Integración a lo largo del muro: $\sigma_x(z)$, después $V_x(z)$ y $M_y(z)$

$$A = 2 \times 1.2 \times 3.6 = 8.64\ \mathrm{m}^2 \qquad P = 432\ \mathrm{kN} \qquad \sigma_x = 24.98 + 1.93 = 26.91\ \mathrm{kPa}$$

$$V_x(H) = 50.23\ \mathrm{kN/m} \qquad M_y(H) = 363.53\ \mathrm{kN \cdot m/m}$$

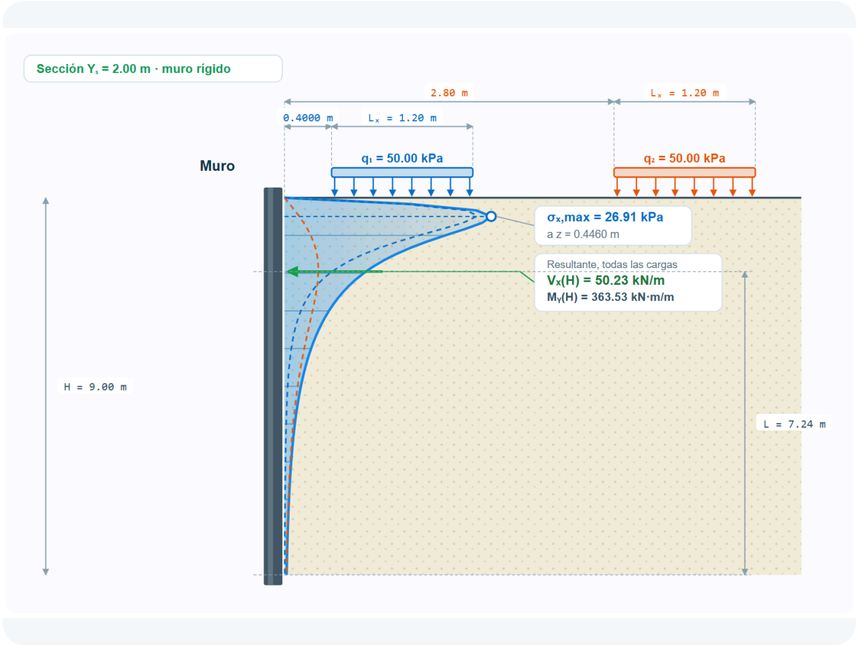
Posición, distancia y coeficiente de Poisson

TEORÍA

El método conserva la **posición y el tamaño tridimensionales** de cada carga: desplazar un rectángulo a lo largo del muro o alejándolo de él, cambiar su tamaño, trasladar la sección o cambiar μ modifica el perfil de presiones

La presión alcanza su valor máximo **en las secciones que pasan por delante** de una carga y disminuye rápidamente con la distancia en planta; cuando las cargas son cortas en relación con su distancia al muro, se comprueban **varias secciones**

Cuando μ es inferior a 0.5, pueden aparecer **ordenadas de tracción** cerca de la superficie; se indican con su signo



Enunciado

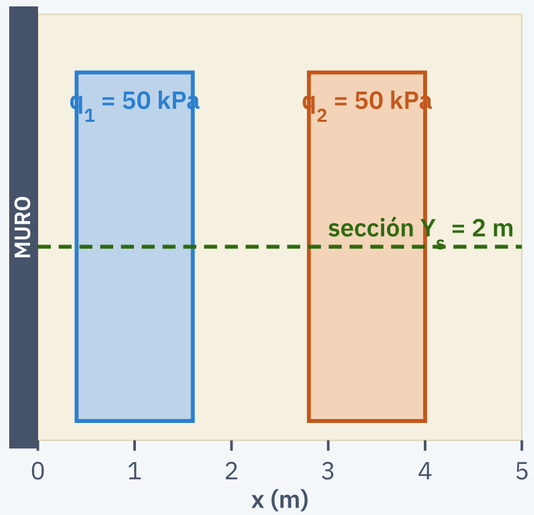
EJEMPLO

Datos

Muro y sección	$H = 9.0$ **m;** $\mu = 0.5$**; sección** $Y_s = 2.0$ **m; muro rígido (**$\psi = 2$**)**
Rectángulo 1	$q = 50$ **kPa;** $L_x = 1.2$ **m,** $L_y = 3.6$ **m;** $X_0 = 1.0$ **m,** $Y_0 = 2.0$ **m**
Rectángulo 2	$q = 50$ **kPa;** 1.2×3.6 **m;** $X_0 = 3.4$ **m,** $Y_0 = 2.0$ **m**

SE PIDE

Contribución de σ_X de cada rectángulo a la profundidad **z = 0.446 m** (a mano con **Simpson**) y **σ_X** total; comparación con el resultado del módulo. Esta profundidad es aquella en la que la presión es máxima.



Solución (1/4)

SOLUCIÓN

1 Posición de los rectángulos respecto a la sección (x se mide desde el muro, y desde la sección)

$$\text{Rect. 1: } x_1 = 1.0 - 0.6 = 0.4\ \text{m} \quad x_2 = 1.0 + 0.6 = 1.6\ \text{m}$$

$$\text{Rect. 2: } x_1 = 3.4 - 0.6 = 2.8\ \text{m} \quad x_2 = 3.4 + 0.6 = 4.0\ \text{m}$$

$$y_1 = 2.0 - 1.8 - 2.0 = -1.8\ \text{m} \quad y_2 = 2.0 + 1.8 - 2.0 = +1.8\ \text{m}$$

2 Área y carga vertical total (para cada uno)

$$A = L_x L_y = 1.2 \times 3.6 = 4.32\ \text{m}^2 \qquad P = qA = 50 \times 4.32 = 216\ \text{kN} \qquad \Sigma P = 432\ \text{kN}$$

La sección pasa exactamente por el centro de ambos rectángulos: $\mathbf{y_1 = -y_2}$. El rectángulo 1 comienza a 0.4 m del muro y el rectángulo 2, a 2.8 m.

Solución (2/4)

SOLUCIÓN

3 μ = 0.5: (1 − 2μ) = 0, el segundo término de G desaparece; como $y_1 = -y_2$, $G(x, y_2) - G(x, y_1) = 2G(x, y_2)$

$$f(x) = G(x, y_2, z) - G(x, y_1, z) = \frac{x^2\, z\, y_2\, (2y_2^2 + 3a^2)}{\pi\, a^4 R^3}$$

$$z\, y_2 = 0.8028 \qquad 2y_2^2 = 6.48 \qquad a^2 = x^2 + 0.1989 \qquad R^2 = x^2 + 3.4389$$

4 Regla de Simpson en la dirección perpendicular al muro (n intervalos pares, $h = (x_2 - x_1)/n$); $\sigma_x = \psi\, q \int f\, dx$

$$\int_{x_1}^{x_2} f\, dx \approx \frac{h}{3}\left[f_0 + 4f_1 + 2f_2 + 4f_3 + \cdots + 4f_{n-1} + f_n\right]$$

$$\sigma_x = \psi\, q\, \frac{h}{3} \sum c_i\, f_i \qquad (c_i = 1, 4, 2, 4, \ldots, 4, 1)$$

El rectángulo 1 (x = 0.4 – 1.6 m) está cerca del muro, donde el integrando varía rápidamente: **n = 8** intervalos; para el rectángulo 2 (x = 2.8 – 4.0 m) basta con **n = 4**.

Solución (3/4)

SOLUCIÓN

i	x (m)	a² (m²)	R (m)	f(x) (1/m)	c	c·f
0	0.400	0.3589	1.8971	0.35129	1	0.35129
1	0.550	0.5014	1.9343	0.33921	4	1.35683
2	0.700	0.6889	1.9821	0.28954	2	0.57909
3	0.850	0.9214	2.0400	0.23681	4	0.94723
4	1.000	1.1989	2.1069	0.19155	2	0.38310
5	1.150	1.5214	2.1821	0.15520	4	0.62080
6	1.300	1.8889	2.2647	0.12657	2	0.25315
7	1.450	2.3014	2.3540	0.10408	4	0.41632
8	1.600	2.7589	2.4493	0.08632	1	0.08632
				Σ c·f =		**4.99412**

5 σ_x para el rectángulo 1 (h = 0.15 m)

$$\sigma_{x,1} = \psi\, q\, \frac{h}{3} \sum c_i f_i = 2(50)\frac{0.15}{3}(4.99412) = \mathbf{24.97}\ \text{kPa}$$

Simpson (8 intervalos): **24.97 kPa**. La integración adaptativa del módulo da 24.98 kPa; diferencia del 0.03%.

Solución (4/4)

SOLUCIÓN

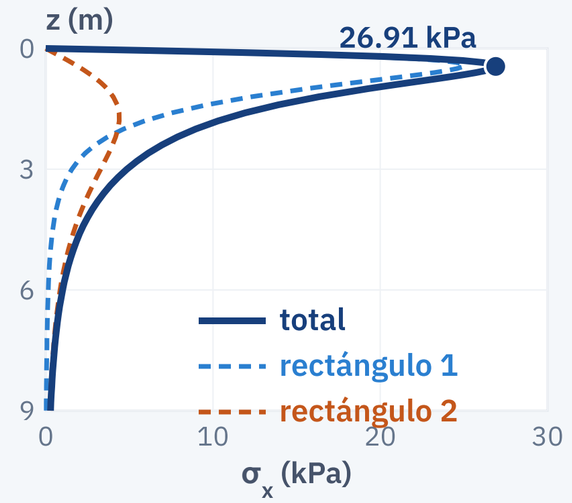
i	x (m)	a² (m²)	R (m)	f(x) (1/m)	c	c·f
0	2.800	8.0389	3.3584	0.02504	1	0.02504
1	3.100	9.8089	3.6123	0.01944	4	0.07777
2	3.400	11.7589	3.8728	0.01536	2	0.03071
3	3.700	13.8889	4.1387	0.01232	4	0.04927
4	4.000	16.1989	4.4090	0.01001	1	0.01001
				Σ c·f =		**0.19281**

6 σ_x para el rectángulo 2 (h = 0.30 m) y superposición

$$\sigma_{x,2} = 2(50)\frac{0.30}{3}(0.19281) = 1.93\ \text{kPa}$$

$$\sigma_x = \sigma_{x,1} + \sigma_{x,2} = 24.97 + 1.93 = \mathbf{26.90}\ \text{kPa}$$

A mano: **24.97 + 1.93 = 26.90 kPa**. Módulo: 24.98 + 1.93 = **26.91 kPa** (z = 0.446 m); coincide con el ejemplo de la página.



Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

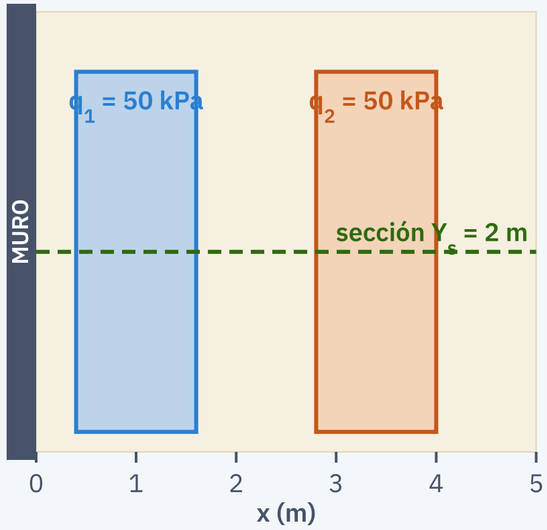
EJEMPLO

Datos

Modelo	**Los dos rectángulos del Ejemplo 1; $H = 9.0$ m; $n_z = 20$ (separación entre filas $H/20 = 0.45$ m)**
Método	**muro rígido ($\psi = 2$); $V_x(z) = \int_0^z \sigma_x \, dt$, $M_y(z) = \int_0^z (z - t)\, \sigma_x \, dt$**

SE PIDE

En cada fila, **σ_x** (la contribución por separado de los dos rectángulos y su suma), **$V_x(z)$** y **$M_y(z)$**; en la base, **$V_x(H)$**, **$M_y(H)$** y la profundidad de la resultante.



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

z (m)	$\sigma_{x,1}$ (kPa)	$\sigma_{x,2}$ (kPa)	σ_x (kPa)	V_x (kN/m)	M_y (kN·m/m)
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.45	**24.96**	**1.94**	**26.91**	**8.45**	**1.45**
0.90	17.46	3.43	20.89	19.44	7.84
1.35	10.24	4.23	14.47	27.30	18.46
1.80	5.91	4.39	10.31	32.80	32.06
2.25	3.49	4.13	7.62	36.80	47.76
2.70	2.13	3.65	5.78	39.79	65.02
3.15	1.35	3.10	4.45	42.08	83.47
3.60	0.89	2.58	3.46	43.85	102.82
4.05	0.60	2.11	2.71	45.23	122.87
4.50	0.42	1.71	2.13	46.31	143.48
4.95	0.30	1.39	1.69	47.17	164.52
5.40	0.22	1.13	1.35	47.85	185.91
5.85	0.16	0.92	1.08	48.40	207.57
6.30	0.13	0.75	0.88	48.84	229.45
6.75	0.10	0.62	0.72	49.19	251.51
7.20	0.08	0.51	0.59	49.48	273.71
7.65	0.06	0.42	0.49	49.72	296.03
8.10	0.05	0.36	0.40	49.92	318.46
8.55	0.04	0.30	0.34	50.09	340.96
9.00	0.03	0.25	0.28	50.23	363.53

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

1 Esfuerzo cortante y momento en la base (última fila de la tabla)

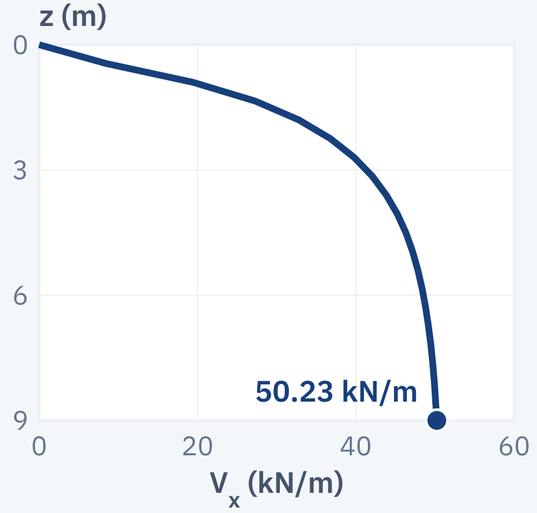
$$V_x(H) = \int_0^H \sigma_x \, dz = \mathbf{50.23}\ \mathrm{kN/m}$$

$$M_y(H) = \int_0^H (H - t)\, \sigma_x \, dt = \mathbf{363.53}\ \mathrm{kN \cdot m/m}$$

2 Línea de acción de la resultante: brazo de momento y su profundidad

$$L = \frac{M_y(H)}{V_x(H)} = \frac{363.53}{50.23} = \mathbf{7.237}\ \mathrm{m}\ \ (\text{desde la base})$$

$$z_R = H - L = 9.0 - 7.237 = \mathbf{1.763}\ \mathrm{m}\ \ (\text{desde el terreno})$$



La resultante es de **50.23 kN/m** y actúa a **1.76 m** por debajo de la superficie del terreno. El **92%** de la fuerza procede de los 4.5 m superiores (la mitad de la altura del muro): $V_x(4.5)$ = 46.31 kN/m.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

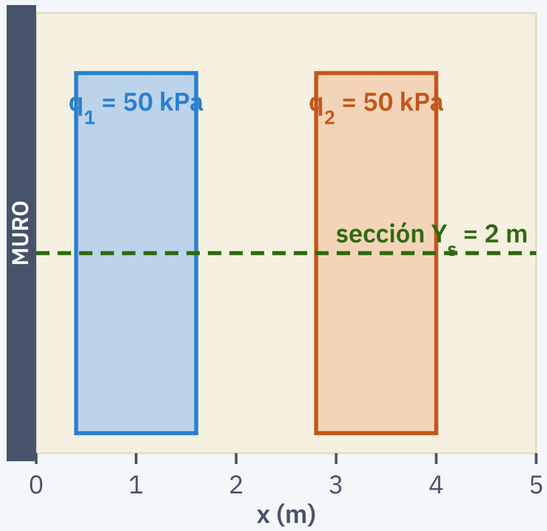
EJEMPLO

SE PIDE

Para cada rectángulo **individualmente** y en conjunto: $\sigma_{x,max}$, $V_x(H)$, $M_y(H)$ y z_R; las mismas magnitudes en un medio semiinfinito.

Datos

Modelo	**Los rectángulos del Ejemplo 1; cada uno por separado y después los dos juntos**
Métodos	**muro rígido ($\psi = 2$) y medio semiinfinito ($\psi = 1$)**



Solución

SOLUCIÓN

	$\sigma_{x,max}$ (kPa)	z (m)	V_x(H) (kN/m)	M_y(H) (kN·m/m)	z_R (m)	V_x(H), ψ = 1	M_y(H), ψ = 1
Rectángulo 1	25.03	0.419	33.14	260.49	1.140	16.57	130.25
Rectángulo 2	4.40	1.717	17.09	103.04	2.971	8.55	51.52
Ambos conjuntamente	26.91	0.446	50.23	363.53	1.763	25.12	181.77

1 V y M se suman; la profundidad de la resultante es el promedio ponderado por las fuerzas

$$V_x = 33.14 + 17.09 = \mathbf{50.23}\ \mathrm{kN/m} \qquad M_y = 260.49 + 103.04 = \mathbf{363.53}\ \mathrm{kN \cdot m/m}$$

$$z_R = \frac{V_1 z_{R,1} + V_2 z_{R,2}}{V_1 + V_2} = \frac{33.14(1.140) + 17.09(2.971)}{50.23} = \mathbf{1.763}\ \mathrm{m}$$

Los valores del semiespacio son **exactamente la mitad** de los del muro rígido (V_x 25.12, M_y 181.77), mientras que z_R no cambia. La presión máxima total (26.91 kPa) es menor que la suma de los dos máximos por separado (29.44): los picos se producen a profundidades distintas (0.42 y 1.72 m).

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

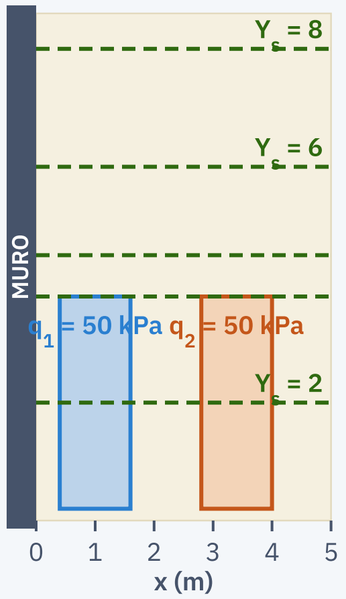
EJEMPLO

SE PIDE

Para cada sección, $\sigma_{x,max}$ y su profundidad, $V_x(H)$, $M_y(H)$ y z_R; posición de la sección respecto de la carga.

Datos

Modelo	**Los dos rectángulos del Ejemplo 1 ($Y_0 = 2.0$ m, $L_y = 3.6$ m: las cargas están entre $y = 0.2 – 3.8$ m)**
Secciones	$Y_s = 2.0; 3.0; 3.8; 4.5; 6.0; 8.0$ m



Solución

SOLUCIÓN

Sección Y_s (m)	Según la carga	$\sigma_{x,max}$ (kPa)	z (m)	V_x(H) (kN/m)	M_y(H) (kN·m/m)	z_R (m)
2.0	en el centro de la carga	26.91	0.446	50.23	363.53	1.763
3.0	dentro de la carga	25.04	0.428	45.78	330.75	1.775
3.8	en el borde de la carga	14.13	0.467	31.31	217.96	2.038
4.5	fuera, 0.7 m	5.00	0.998	17.39	110.14	2.667
6.0	fuera, 2.2 m	1.39	2.112	6.77	36.89	3.549
8.0	fuera, 4.2 m	0.41	3.094	2.44	11.53	4.270

La presión es máxima en la sección **situada en el centro de la carga** (26.91 kPa) y disminuye rápidamente con la distancia en planta: para Y_s = 6 m, V_x baja a aproximadamente un séptimo y, para 8 m, a aproximadamente un veinteavo. La sección Y_s = 3.8 m es **simétrica** de la sección y = 0.2 m (Y_0 ± 1.8 m): los resultados son iguales (V_x = 31.31 kN/m). Si las cargas son cortas en relación con el muro, se comprueban varias secciones.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

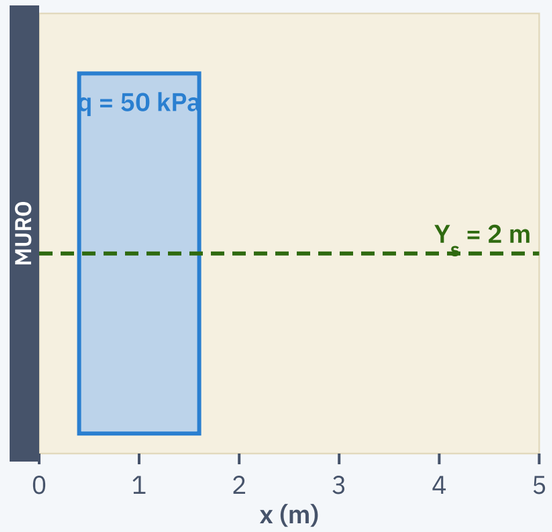
EJEMPLO

Datos

Modelo	**un solo rectángulo:** $q = 50$ **kPa,** 1.2×3.6 **m,** $Y_0 = 2.0$ **m;** $\mu = 0.5$**;** $H = 9.0$ **m; muro rígido**
Posición	$X_0 = 0.6; 1.0; 1.6; 2.6; 4.6$ **m, es decir, el borde próximo** $x_1 = 0; 0.4; 1.0; 2.0; 4.0$ **m**

SE PIDE

Para cada posición, $\sigma_{x,max}$ y su profundidad, $V_x(H)$, $M_y(H)$ y z_R.



Solución

SOLUCIÓN

Borde cercano x_1 (m)	X_0 (m)	$\sigma_{x,max}$ (kPa)	z (m)	$V_x(H)$ (kN/m)	$M_y(H)$ (kN·m/m)	z_R (m)
0.0	0.6	50.00	0.000	35.77	295.98	0.726
0.4	1.0	25.03	0.419	33.14	260.49	1.140
1.0	1.6	14.01	0.791	28.40	208.03	1.675
2.0	2.6	6.89	1.315	21.32	139.72	2.445
4.0	4.6	2.56	2.315	12.59	67.76	3.617

A medida que la carga se aleja del muro, la presión máxima **disminuye y se hace más profunda**: 50.00 kPa (en la superficie) → 2.56 kPa (2.32 m). Con la carga adyacente al muro (x_1 = 0) la presión máxima está en la superficie y es igual a **q = 50 kPa**. V_x, en cambio, disminuye más despacio (35.77 → 12.59 kN/m); z_R aumenta en profundidad.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

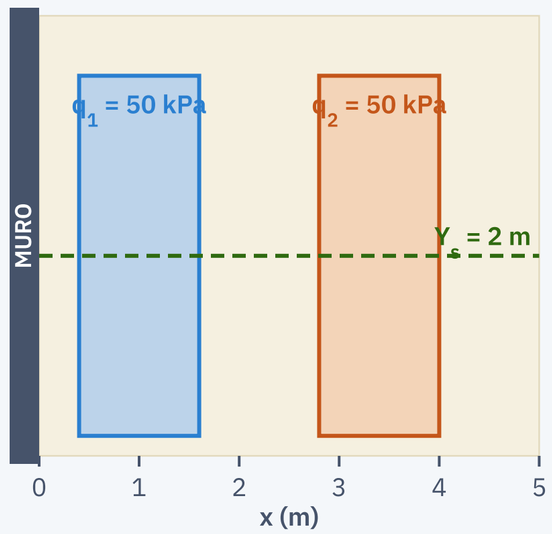
EJEMPLO

Datos

Modelo	**Los dos rectángulos del ejemplo 1; $H = 9.0$ m; $Y_s = 2.0$ m; muro rígido**
Variable	$\mu = 0.5; 0.4; 0.3; 0.2$

SE PIDE

Para cada μ: **$\sigma_{x,max}$**, **$V_x(H)$**, **$M_y(H)$**; la ordenada en la superficie del terreno $\sigma_x(0)$ y la determinación **manual** de esta ordenada.



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

μ	1 – 2μ	$\sigma_x(0)$ (kPa)	$\sigma_{x,max}$ (kPa)	z (m)	$V_x(H)$ (kN/m)	$M_y(H)$ (kN·m/m)
0.5	0.0	0.00	26.91	0.446	50.23	363.53
0.4	0.2	−4.18	23.54	0.459	41.47	303.91
0.3	0.4	−8.36	20.19	0.473	32.72	244.28
0.2	0.6	−12.54	16.88	0.489	23.96	184.66

Al disminuir μ, la presión y la fuerza **se reducen de forma notable**: para μ = 0.3, V_X = 32.72 kN/m, un 35% menos que para μ = 0.5. En la superficie aparece una **ordenada negativa (de tracción)**; V_X y M_y se obtienen por integración del perfil con signo.

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

1 Para z = 0, R = r, (1 − z/R) = 1: de G solo queda el segundo término y resulta ∫ y/(x² + y²) dx = tan⁻¹(x/y)

$$\sigma_x(0) = -\psi\, q\, \frac{(1-2\mu)}{\pi}\left[\tan^{-1}\frac{x_2}{y_2} - \tan^{-1}\frac{x_1}{y_2}\right] \qquad (y_1 = -y_2)$$

2 Rectángulo 1 (x = 0.4 – 1.6 m), rectángulo 2 (x = 2.8 – 4.0 m); para μ = 0.4, 1 − 2μ = 0.2

$$\sigma_{x,1}(0) = -2(50)\frac{0.2}{\pi}\left[\tan^{-1}\frac{1.6}{1.8} - \tan^{-1}\frac{0.4}{1.8}\right] = -6.366(0.5080) = -3.234\ \text{kPa}$$

$$\sigma_{x,2}(0) = -6.366\left[\tan^{-1}\frac{4.0}{1.8} - \tan^{-1}\frac{2.8}{1.8}\right] = -6.366(0.1485) = -0.945\ \text{kPa}$$

$$\sigma_x(0) = -3.234 + -0.945 = \mathbf{-4.18}\ \text{kPa}$$

A mano −4.18 kPa; módulo −4.18 kPa. La ordenada en superficie es proporcional a **(1 − 2μ)**: cero para μ = 0.5, −12.54 kPa para μ = 0.2.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

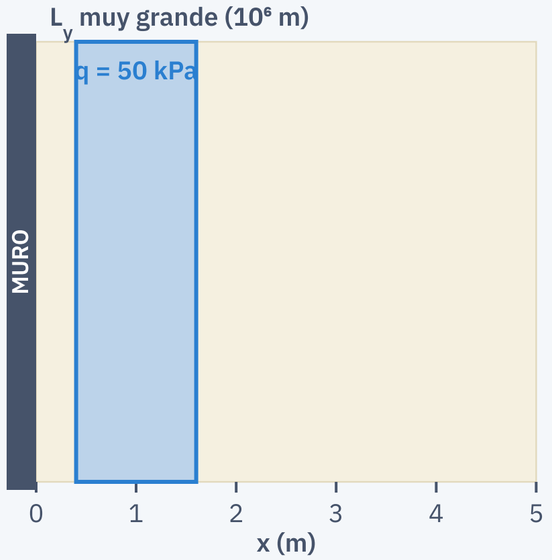
EJEMPLO

Datos

Modelo	**un solo rectángulo:** $q = 50$ **kPa,** $x_1 = 0.4$ **m,** $x_2 = 1.6$ **m (**$L_x = 1.2$ **m),** $L_y = 10^6$ **m;** $H = 9.0$ **m; muro rígido**
Coeficiente de Poisson	$\mu = 0.5$ **y** $\mu = 0.2$

SE PIDE

Con la fórmula de la **sobrecarga en franja** (a mano): σ_x en z = 0.5; 1; 2; 4 m; comparación con el módulo de área; $V_x(H)$.



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Sobrecarga en franja (deformación plana), muro rígido: $\beta = \tan^{-1}(x_2/z) - \tan^{-1}(x_1/z)$, $\alpha = \tan^{-1}(x_1/z) + \beta/2$

$$\sigma_x = \psi \frac{q}{\pi} (\beta - \sin\beta \cos 2\alpha) \qquad z = 1.0 \text{ m}:$$

$$\beta = \tan^{-1} 1.6 - \tan^{-1} 0.4 = 0.6317 \quad \alpha = 0.3805 + \frac{0.6317}{2} = 0.6964$$

$$\sigma_x = 2\frac{50}{\pi} (0.6317 - \sin 0.6317 \cos 1.3927) = \mathbf{16.777}\ \text{kPa}$$

La fórmula de la franja da **16.777 kPa**; el módulo de carga sobre un área ($L_y = 10^6$ m) obtiene el mismo valor: un rectángulo muy largo se convierte en una carga en franja. La comparación para cuatro profundidades figura en la página siguiente.

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

z (m)	β (rad)	α (rad)	σ_x, fórmula de la franja (kPa)	Módulo del área, μ = 0.5	Módulo del área, μ = 0.2
0.5	0.5932	0.9713	**25.346**	25.346	25.346
1.0	0.6317	0.6964	**16.777**	16.777	16.777
2.0	0.4773	0.4361	**5.788**	5.788	5.788
4.0	0.2808	0.2401	**1.115**	1.115	1.115

2 Fuerza cortante: forma cerrada para la franja; el módulo de áreas da el mismo valor

$$V_x(H) = \psi \frac{q}{\pi} H \left[\tan^{-1} \frac{x_2}{H} - \tan^{-1} \frac{x_1}{H} \right] = \mathbf{37.68}\ \mathrm{kN/m}$$

Con la fórmula de la franja, el módulo de área coincide **exactamente** para μ = 0.5, y para μ = 0.2 coincide con una diferencia máxima de 10^{-4} kPa: para un rectángulo muy largo el resultado es independiente de μ. V_X(H) = 37.68 kN/m.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Resumen

Puntos clave

$\sigma_x(z) = \psi \Sigma q \int [G(x,y_2,z) - G(x,y_1,z)]\, dx$: solución cerrada (G) a lo largo del muro, integración numérica adaptativa en la dirección perpendicular al muro; **$\psi = 2$** muro rígido, **$\psi = 1$** medio semiinfinito

$V_x(z) = \int \sigma_x\, dt$, **$M_y(z) = \int (z - t)\, \sigma_x\, dt$**; la profundidad de la resultante es $z_R = H - M_y/V_x$

Ejemplo inicial (z = 0.446 m): $\sigma_x = 24.98 + 1.93 =$ **26.91 kPa** (presión máxima); $V_x(H) =$ **50.23 kN/m**, $M_y(H) =$ **363.53 kN·m/m**, $z_R = 1.76$ m

Cuando la **sección** pasa por el centro de la carga, la presión es máxima; la distancia y **la distancia de la carga al muro** reducen rápidamente la presión; con la carga adyacente al muro, en la superficie $\sigma_x = q$

El **coeficiente de Poisson** modifica mucho el resultado ($\mu = 0.3$: V_x queda aproximadamente un 35 % por defecto); para $\mu < 0.5$ hay una ordenada de tracción en la superficie; una carga en franja rectangular muy larga da

Referencias bibliográficas

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning; esta página se basa en esta obra.

Boussinesq, J. (1883). Application des Potentiels à l'Étude de l'Équilibre et du Mouvement des Solides Élastiques. Gauthier-Villars, Paris.

Mindlin, R.D. (1936). Discussion: Pressure distribution on retaining walls. Proc. 1st Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Harvard, Vol. III, 155–156.

NOTA

Todos los ejemplos numéricos se han obtenido con el propio motor de cálculo del módulo; el módulo da los mismos valores. El ejemplo de apertura del módulo es un muro con dos rectángulos (H = 9 m, μ = 0.5, Y_s = 2 m).

GeoTerva

Cálculos geotécnicos en línea

De la teoría a la práctica

Introducir en GeoTerva las cargas rectangulares propias, la posición de la sección, el coeficiente de Poisson y la altura del muro; el módulo proporciona el perfil de presiones, el esfuerzo cortante y el momento, la contribución separada de cada carga, las tres vistas, la solución paso a paso y el informe.

Abrir el módulo →

Página de teoría →

Abrir en el teléfono
Los módulos de prueba no requieren registro.

Si desea utilizarlas en sus clases: info@geoterva.com